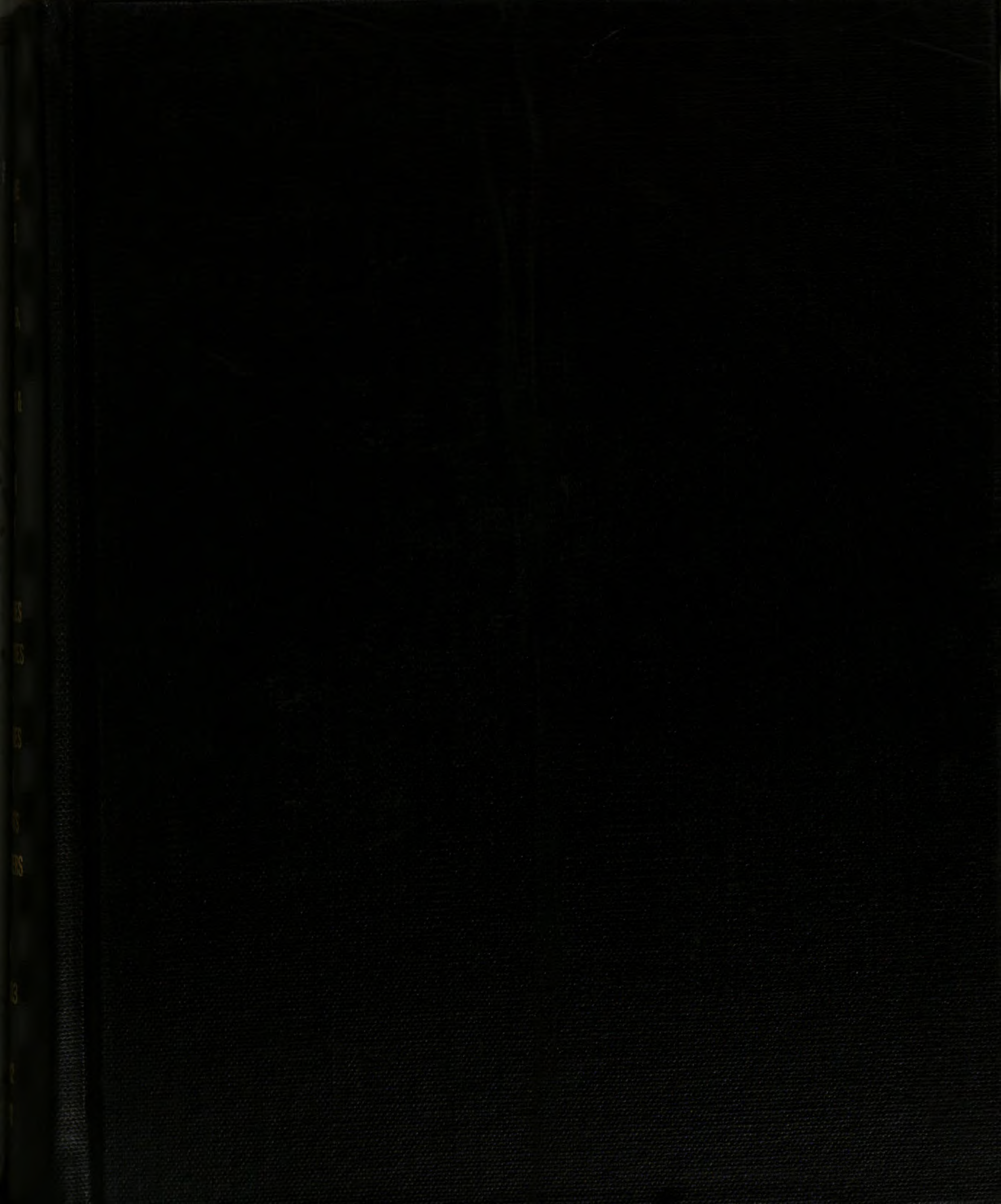





THE
UNIVERSITY
OF CHICAGO
LIBRARY

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS

DE BELGIQUE

TOME LIX

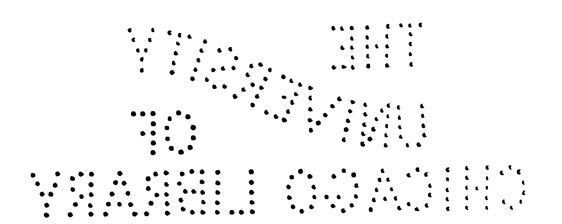


BRUXELLES

HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES
ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE

rue de Louvain, 112

1901-1903



TABLE

DES

MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME LIX

CLASSE DES SCIENCES

CLASSE DES LETTRES ET DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES

SUR
UNE CLASSE DE FONCTIONS
QUI SE RATTACHENT
AUX FONCTIONS DE JACQUES BERNOULLI

PAR

J. BEAUPAIN
INGÉNIEUR PRINCIPAL DES MINES, DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 6 janvier 1900)

SUR

UNE CLASSE DE FONCTIONS

QUI SE RATTACHENT

AUX FONCTIONS DE JACQUES BERNOULLI

AVANT-PROPOS.

Si l'on développe les fonctions $\frac{\pi}{\cos \pi q}$ et $\frac{\pi q}{\sin \pi q}$ suivant les puissances entières et croissantes de la variable, on sait que les coefficients des termes successifs sont, à part un facteur numérique, les nombres d'Euler et de Bernoulli. Si, d'après la notation habituelle, nous désignons ces nombres par E_{2i} et B_{2i-1}, nous avons les trois développements connus :

$$(1)\left\{\begin{aligned}
\frac{1}{\cos \pi q} &= 1 + \frac{E_2}{1.2}\pi^2 q^2 + \cdots + \frac{E_{2i}}{1.2.3\ldots 2i}\pi^{2i} q^{2i} + \cdots,\\
\frac{\pi q}{\sin \pi q} &= 1 + \frac{2(2-1)}{1.2}B_1 \pi^2 q^2 + \cdots + \frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2\ldots 2i}B_{2i-1}\pi^{2i} q^{2i} + \cdots,\\
\pi \operatorname{tg} \pi q &= \frac{4(4-1)}{1.2}B_1 \pi^2 q + \frac{4^2(4^2-1)}{1.2.3.4}B_3 \pi^4 q^3 + \cdots + \frac{4^i(4^i-1)}{1.2.3\ldots 2i}B_{2i-1}\pi^{2i} q^{2i-1} + \cdots.
\end{aligned}\right.$$

On sait aussi qu'il existe, entre ces nombres et certaines séries formées

par les inverses des puissances des nombres naturels, les relations suivantes :

$$(2) \ldots\ldots \quad \frac{1}{1^{2i+1}} - \frac{1}{3^{2i+1}} + \frac{1}{5^{2i+1}} - \cdots = \frac{1}{4^{i+1}} \frac{\pi^{2i+1}}{1.2.3\ldots 2i} E_{2i},$$

$$(3) \ldots\ldots \quad \frac{1}{1^{2i}} - \frac{1}{2^{2i}} + \frac{1}{3^{2i}} - \cdots = \frac{2^{2i-1}-1}{1.2.3\ldots 2i} \pi^{2i} B_{2i-1}.$$

A un certain point de vue, on peut considérer les fonctions

$$\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}, \quad 2 \sin p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} - e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx$$

comme une généralisation de ces trois fonctions élémentaires. Pour $p = \frac{1}{2}$, elles se réduisent à $\frac{\pi}{\cos \pi q}$ et $\pi \operatorname{tg} q\pi$; si $p = 1$, l'intégrale eulérienne de seconde espèce devient $\frac{\pi q}{\sin \pi q}$, et la seconde intégrale équivaut à πq. Nous écrirons donc :

$$(4) \quad \frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} + \frac{2(2-1)}{1.2} B_{1,p} \pi^2 q^2 + \cdots + \frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i} B_{2i-1,p} \pi^{2i} q^{2i} + \cdots,$$

$$(5) \ldots \left\{ \begin{aligned} & 2 \sin p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} - e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx = \frac{4(4-1)\,\mathfrak{B}_{1,p}}{1.2} \pi^2 q + \frac{4^2(4^2-1)\,\mathfrak{B}_{3,p}}{1.2.3.4} \pi^4 q^3 \\ & \qquad + \cdots + \frac{4^i(4^i-1)}{1.2\ldots 2i} \mathfrak{B}_{2i-1,p} \pi^{2i} q^{2i-1} + \cdots. \end{aligned} \right.$$

Comme ceux d'Euler et de Bernoulli, ces nombres se présentent dans l'expression de la somme de deux séries absolument convergentes, savoir :

$$(6) \ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} & \sum_{k=0}^{k=\infty} [2p]_k^+ \frac{1}{(p+k)^{2i}} = \frac{1}{2 \sin p\pi} \frac{4^i(4^i-1)}{1.2.3\ldots 2i} \pi^{2i} \mathfrak{B}_{2i-1,p}, \\ & \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k [2p]_k^+ \frac{1}{(p+k)^{2i+1}} = \frac{2^{2i-1}-1}{1.2.3\ldots 2i} \pi^{2i} B_{2i-1,p}. \end{aligned} \right.$$

Le nombre p est positif et inférieur ou égal à l'unité, et $[2p]_k^+$ représente le coefficient binominal

$$\frac{2p(2p+1)\cdots(2p+k-1)}{1.2.3\ldots k}.$$

D'autre part, Poisson a trouvé le développement suivant :

$$(7). \quad \frac{\pi \cos q\theta}{\sin \pi q} - \frac{1}{q} = 2q \left[\frac{\cos \theta}{1 - q^2} - \frac{\cos 2\theta}{2^2 - q^2} + \frac{\cos 3\theta}{3^2 - q^2} \cdots \right];$$

et, dans deux mémoires (*), nous avons donné la formule

$$(8). \quad \frac{1}{2} \frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)} \frac{\sin q\theta}{q} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{\sin(p+k)\theta}{(p+k)^2 - q^2}.$$

Or, on déduit aisément de la relation (7) les polynômes de Bernoulli, et le même procédé de calcul, appliqué au développement (8), conduit à une généralisation de ces fonctions. Les coefficients de ces nouveaux polynômes seront, en général, transcendants et ne deviendront rationnels que moyennant certaines conditions. Alors, dans ces cas particuliers, ces polynômes s'exprimeront linéairement au moyen de ceux de Bernoulli.

Nous terminerons ce travail par l'étude de quelques propriétés de ces fonctions qui sont analogues à celles dont jouissent les polynômes de Bernoulli.

CHAPITRE PREMIER.

POLYNÔMES DE BERNOULLI.

1. Dans un travail publié dans le *Journal de Crelle* (**), Raabe, pour arriver au développement de la fonction de Bernoulli en série trigonométrique, choisit, pour point de départ, la suite connue

$$\theta = \pi - 2 \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin k\theta}{k}.$$

(*) *Sur l'intégrale eulérienne de première espèce.* (Annales de l'École normale, 3e sér., t. IX.) — *Sur l'intégrale eulérienne de première espèce.* (Mémoires couronnés et des savants étrangers publiés par l'Académie royale de Belgique, t. LIII.)

(**) *Zurückführung einiger Summen und bestimmte Integrale auf die Jacob Bernoullische Functionen.* (Journal de Crelle, t. XLIII.)



Par des intégrations successives, le savant géomètre est conduit aux deux développements :

$$B_{2i+1}(\theta) = \frac{2(-1)^{i+1}}{(2\pi)^{2i+1}} 1.2.3\ldots 2i \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2k\pi\theta}{k^{2i+1}},$$

$$B_{2i+2}(\theta) = \frac{2(-1)^{i}}{(2\pi)^{2i+2}} 1.2.3\ldots(2i+1) \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi\theta}{k^{2i+2}},$$

où

$$B_{2i+1}(\theta) = \frac{\theta^{2i+1}}{2i+1} - \frac{1}{2}\theta^{2i} + \frac{1}{2}\binom{2i}{1} B_1\theta^{2i-1} - \frac{1}{4}\binom{2i}{3} B_3\theta^{2i-3} + \cdots - \frac{(-1)^i}{2i}\binom{2i}{2i-1} B_{2i-1}\theta,$$

$$B_{2i+2}(\theta) = \frac{\theta^{2i+2}}{2i+2} - \frac{1}{2}\theta^{2i+1} + \frac{1}{2}\binom{2i+1}{1} B_1\theta^{2i} - \frac{1}{4}\binom{2i+1}{3} B_3\theta^{2i-2}$$
$$+ \cdots - \frac{(-1)^i}{2i}\binom{2i+1}{2i-1} B_{2i-1}\theta^2 + (-1)^i \frac{B_{2i+1}}{2i+2}$$

Comme nous l'avons déjà dit, B_1, $B_3 \ldots$, B_{2i-1} désignent les nombres de Bernoulli, pris positivement.

On peut obtenir l'expression de ces fonctions par un procédé beaucoup plus rapide et qui a de plus l'avantage de nous montrer la voie à suivre pour la généralisation de ces polynômes. A cet effet, nous développerons chaque terme de la série (7) suivant les puissances ascendantes de la variable q dont le module est supposé inférieur à l'unité. Nous formerons ainsi le tableau à double entrée :

$$\cos\theta\ (1 + q^2 + q^4 + \cdots + q^{2i} + \cdots)$$
$$- \frac{\cos 2\theta}{2^2}\left(1 + \frac{q^2}{2^2} + \frac{q^4}{2^4} + \cdots + \frac{q^{2i}}{2^{2i}} + \cdots\right)$$
$$+ \frac{\cos 3\theta}{3^2}\left(1 + \frac{q^2}{3^2} + \frac{q^4}{3^4} + \cdots + \frac{q^{2i}}{3^{2i}} + \cdots\right)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$- (-1)^k \frac{\cos k\theta}{k^2}\left(1 + \frac{q^2}{k^2} + \frac{q^4}{k^4} + \cdots + \frac{q^{2i}}{k^{2i}} + \cdots\right)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Évaluons maintenant la somme des termes du tableau par lignes verticales; nous aurons

$$\frac{\pi q \cos q\theta}{\sin \pi q} = 1 + 2S_2 q^2 + 2S_4 q^4 + \cdots + 2S_{2i} q^{2i} + \cdots,$$

si nous désignons par S_{2i} la série absolument convergente

$$\frac{\cos\theta}{1^{2i}} - \frac{\cos 2\theta}{2^{2i}} + \frac{\cos 3\theta}{3^{2i}} - \cdots - (-1)^k \frac{\cos k\theta}{k^{2i}} \cdots.$$

Par suite,

$$1 + 2S_2 q^2 + 2S_4 q^4 + \cdots + 2S_{2i} q^{2i} + \cdots$$
$$= \left(1 + 2\frac{(2-1)}{1.2} B_1 \pi^2 q^2 + \cdots + 2\frac{(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i} B_{2i-1} \pi^{2i} q^{2i} \cdots\right)\left(1 - \frac{q^2\theta^2}{1.2} + \frac{q^4\theta^4}{1.2.3.4} \cdots + (-1)^i \frac{q^{2i}\theta^{2i}}{1.2.3\ldots 2i} \cdots\right).$$

Les deux facteurs du second membre sont des séries absolument convergentes; il s'ensuit que, si l'on effectue le produit des deux séries qui figurent dans le second membre de l'équation précédente, et qu'on ordonne le produit par rapport aux puissances de q, on reproduira identiquement la série contenue dans le premier membre. En changeant θ en $\pi\theta$ et en égalant de part et d'autre les coefficients de q^{2i}, on trouve

$$(A)\quad \left\{\begin{aligned} &\theta^{2i} - \frac{2i}{2} 2(2-1) B_1 \theta^{2i-2} + \binom{2i}{4} 2(2^3-1) B_3 \theta^{2i-4} \cdots + (-1)^i 2(2^{2i-1}-1) B_{2i-1} \\ &\qquad = 2(-1)^{i+1} \frac{1.2.3\ldots 2i}{\pi^{2i}} \sum_{k=1}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\cos k\pi\theta}{k^{2i}}. \end{aligned}\right.$$

Si, dans cette équation, on fait $\theta = 1$, on a, entre les nombres de Bernoulli, la relation connue

$$(9)\quad 1 - \binom{2i}{2} 2(2-1) B_1 + \binom{2i}{2} 2(2^3-1) B_3 - \cdots + (-1)^i 2(2^{2i-1}-1) B_{2i-1} = (-1)^{i+1} 4^i B_{2i-1},$$

puisque

$$B_{2i-1} = 2\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\left(\frac{1}{1^{2i}} + \frac{1}{2^{2i}} + \frac{1}{3^{2i}} + \cdots + \cdots\right).$$

Remplaçons dans cette équation (A) i par $i+1$, prenons la dérivée des



deux membres par rapport à θ et supposons ensuite la variable égale à l'unité; nous obtenons, entre les nombres de Bernoulli, cette autre relation également connue

$$(10)\quad 1-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_1+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_3\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1}=0.$$

Si, dans cette même équation, nous changeons maintenant θ en $1-\theta$, et que nous ordonnions le polynôme résultant suivant les puissances de cette variable, le coefficient de $\theta^{2i-2\mu}$ sera

$$\binom{2i}{2\mu}\left[1-\binom{2\mu}{2}2(2-1)B_1+\binom{2\mu}{4}2(2^3-1)B_3-\cdots+(-1)^\mu\binom{2\mu}{2\mu}2(2^{2\mu-1}-1)B_{2\mu-1}\right],$$

et celui de $\theta^{2i-2\mu-1}$,

$$-\binom{2i}{2\mu+1}\left[1-\binom{2\mu+1}{2}2(2-1)B_1+\binom{2\mu+1}{4}2(2^3-1)B_3-\cdots+(-1)^\mu\binom{2\mu+1}{2\mu}2(2^{2\mu-1}-1)B_{2\mu-1}\right];$$

en conséquence, en vertu des relations (9) et (10), on a, par le changement de θ en 2θ,

$$\theta^{2i}-\frac{1}{2}\binom{2i}{1}\theta^{2i-1}+\binom{2i}{2}B_1\theta^{2i-2}\cdots-(-1)^\mu\binom{2i}{2\mu}B_{2\mu-1}\theta^{2i-2\mu}\cdots-(-1)^iB_{2i-1}$$
$$=2(-1)^{i+1}\frac{1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\,2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi\theta}{k^{2i}},$$

ou, finalement,

$$B_{2i+2}(\theta)=\frac{\theta^{2i+2}}{2i+2}-\frac{1}{2}\theta^{2i+1}+\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}B_1\theta^{2i-1}-\ldots-\frac{(-1)^\mu}{2\mu}\binom{2i+1}{2\mu-1}B_{2\mu-1}\theta^{2i-2\mu+2}\ldots$$
$$+(-1)^i\frac{B_{2i+1}}{2i+2}=2(-1)^i\frac{1\,.\,2\,.\,3\,\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi\theta}{k^{2i+2}}.$$

De cette équation, on déduit par une simple différentiation la fonction $B_{2i+1}(\theta)$.



CHAPITRE II.

GÉNÉRALISATION DES POLYNÔMES DE BERNOULLI.

2. Reprenons la formule (8) :

$$\frac{1}{2}\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}\frac{\sin q\theta}{q}=\sum_{k=0}^{k=\infty}\binom{-2p}{k}\frac{\sin(p+k)\theta}{(p+k)^2-q^2};$$

p est un nombre positif qui ne surpasse pas $\frac{1}{2}$, et θ est un arc compris entre $-\pi$ et $+\pi$. (p est d'ailleurs supérieur à q.)

La série du second nombre ne cesse pas d'être uniformément convergente pour les valeurs de p supérieures à $\frac{1}{2}$ et inférieures à l'unité. Elle le reste encore quand p atteint cette limite.

Ainsi, pour $p=1$, on a

$$\frac{\pi}{2}\frac{\sin q\theta}{\sin q\pi}=\frac{\sin\theta}{1^2-q^2}-2\frac{\sin 2\theta}{2^2-q^2}+3\frac{\sin 3\theta}{3^2-q^2}\cdots$$

Seulement, θ doit être inférieur à π en valeur absolue. Au moyen de cette série, on pourrait aussi obtenir l'expression des polynômes de Bernoulli.

On sait que

$$\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}=\int_0^1\frac{x^{p+q-1}+x^{p-q-1}}{(1+x)^{2p}}dx;$$

d'où, par la substitution,

$$x=e^{-z},$$

$$\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}=\int_0^\infty\frac{e^{qz}+e^{-qz}}{\left(e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}\right)^{2p}}dz$$

et

$$\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}=2\sum_{i=0}^{i=\infty}\frac{q^{2i}}{1.2.3\ldots 2i}\int_0^\infty\frac{z^{2i}dz}{\left(e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}\right)^{2p}}.$$

Posons

$$(11) \quad \ldots\ldots\ldots \quad E_{2i,p} = \frac{2}{\pi^{2i+1}} \int_0^\infty \frac{z^{2i}dz}{\left(e^{\frac{z}{2}} + e^{-\frac{z}{2}}\right)^{2p}},$$

c'est-à-dire

$$E_{2i,p} = 2\,\frac{1\,.\,2\,.\,3\ldots 2i}{\pi^{2i+1}} \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{1}{(p+k)^{2i+1}};$$

nous avons donc

$$(12) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)} = \sum_{i=0}^{i=\infty} \frac{\pi^{2i+1}E_{2i,p}}{1\,.\,2\,.\,3\ldots 2i}\, q^{2i}.$$

De la comparaison des équations (4) et (12), nous tirons :

$$(13) \quad \ldots\ldots\ldots \quad E_{2i,p} = \frac{2}{\pi}(2^{2i-1} - 1)B_{2i-1,p}.$$

Cette relation subsiste pour toutes les valeurs entières et positives de i, sans en excepter zéro, pourvu que $B_{-1,p}$ représente par convention $-\frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)}$. En effet, pour $i = 0$,

$$E_{0,p} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dz}{\left(e^{\frac{z}{2}} + e^{-\frac{z}{2}}\right)^{2p}},$$

ou

$$E_{0,p} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{u^{p-1}du}{(1+u)^{2p}};$$

c'est-à-dire

$$E_{0,p} = \frac{1}{\pi}\frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)}.$$

En vertu des équations (11) et (13), on trouve encore, pour les nombres E_{2i}, p et B_{2i}, p, les expressions suivantes :

$$(14) \quad \ldots\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} E_{2i,p} &= 4^{i+1} \int_0^\infty \frac{\alpha^{2i}d\alpha}{(e^{\pi\alpha} + e^{-\pi\alpha})^{2p}}, \\ B_{2i-1,p} &= \frac{\pi 4^{i+1}}{2(2^{2i-1} - 1)} \int_0^\infty \frac{\alpha^{2i}d\alpha}{(e^{\pi\alpha} + e^{-\pi\alpha})^{2p}}. \end{aligned} \right.$$

Si $p = \frac{1}{2}$, la première de ces formules se réduit à celle de Plana; et, pour $p = 1$, on a, pour l'expression des nombres de Bernoulli, l'intégrale définie

$$B_{2i-1} = \frac{\pi 4^{i+1}}{2(2^{2i-1}-1)}\int_0^\infty \frac{\alpha^{2i}d\alpha}{(e^{\pi\alpha}+e^{-\pi\alpha})^2}.$$

Si, comme nous l'avons supposé, q est inférieur à p, le second membre de l'égalité (12) constitue une série absolument convergente. Effectivement, l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{z^{2i}dz}{\left(e^{\frac{z}{2}}+e^{-\frac{z}{2}}\right)^{2p}}$$

est inférieure à

$$\int_0^\infty e^{-pz}z^{2i}dz,$$

ou à

$$\frac{1.2.3\ldots 2i}{p^{2i+1}}.$$

Donc cette série a ses termes inférieurs à ceux de la série absolument convergente

$$\frac{2}{p}\sum_{i=0}^{i=\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^{2i}$$

et, par suite, elle est elle-même absolument convergente.

Dans les mémoires déjà cités, nous avons montré que la série

$$\sum_{k=0}^{k=\infty}\binom{-2p}{k}\frac{\sin(p+k)\theta}{(p+k)^2-q^2}$$

est absolument convergente, si p est inférieur ou égal à $\frac{1}{2}$. Le développement de chaque terme de cette série, suivant les puissances entières et croissantes de q, nous fournira de nouveau un tableau à double entrée. Évaluons encore la somme des termes du tableau par lignes verticales; il viendra

$$\frac{1}{2}B(p+q, p-q)\frac{\sin q\theta}{q} = S_0 + S_2q^2 + S_4q^4 + \cdots + S_{2i}q^{2i} + \cdots,$$

si, pour plus de simplicité, nous faisons

$$S_{2i} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{\sin(p+k)\theta}{(p+k)^{2i+2}}.$$

Donc, en vertu de (12),

$$\frac{1}{2}\left[\theta - \frac{q^2\theta^3}{1.2.3} + \frac{q^4\theta^5}{1.2.3.4.5} - \cdots + (-1)^i \frac{q^{2i}\theta^{2i+1}}{1.2.3\ldots(2i+1)} \cdots\right] \sum_{i=0}^{i=\infty} \frac{\pi^{2i+1} E_{2i,p} q^{2i}}{1.2.3\ldots 2i}$$
$$= S_0 + S_2 q^2 + S_4 q^4 + \cdots + S_{2i} q^{2i} + \cdots$$

Ordonnons, suivant les puissances croissantes de la variable, le produit de ces deux séries absolument convergentes et identifions dans les deux membres les coefficients des mêmes puissances de q :

$$\frac{\pi E_{0,p}\theta^{2i+1}}{1.2.3\ldots(2i+1)} - \frac{\pi^3 E_{2,p}\theta^{2i-1}}{1.2\,1.2.3\ldots(2i-1)} + \frac{\pi^5 E_{4,p}\theta^{2i-3}}{1.2.3.4\,1.2.3\ldots(2i-3)} - \cdots + (-1)^i \frac{\pi^{2i+1} E_{2i,p}\theta}{1.2.3\ldots 2i}$$
$$= 2(-1)^i \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{\sin(p+k)\theta}{(p+k)^{2i+2}}.$$

Puis, par le changement de θ en $\pi\theta$,

$$(15)\quad \left\{ \begin{aligned} & E_{0,p}\theta^{2i+1} - \binom{2i+1}{2} E_{2,p}\theta^{2i-1} + \binom{2i+1}{4} E_{4,p}\theta^{2i-3} \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} E_{2i,p}\theta \\ & = (-1)^i 2\, \frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+2}} \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{\sin(p+k)\pi\theta}{(p+k)^{2i+2}}. \end{aligned} \right.$$

Prenons maintenant la dérivée des deux membres :

$$(16)\ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} & E_{0,p}\theta^{2i} - \binom{2i}{2} E_{2,p}\theta^{2i-2} + \binom{2i}{4} E_{4,p}\theta^{2i-4} + (-1)^i E_{2i,p} \\ & = (-1)^i\, 2\, \frac{1.2.3\ldots 2i}{\pi^{2i+1}} \sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{\cos(p+k)\pi\theta}{(p+k)^{2i+1}}. \end{aligned} \right.$$

Ses relations (15) et (16) permettent d'exprimer les séries à termes positifs

$$\sum_{k=0}^{k=\infty} [2p]_k^+ \frac{1}{(p+k)_{2i+2}}, \quad \sum_{k=0}^{k=\infty} \begin{bmatrix} 2p \\ k \end{bmatrix}_k^+ \frac{1}{(p+k)^{2i+2}}$$

au moyen des transcendantes $E_{0,p}$, $E_{2,p}$, ... $E_{2i,p}$, qui constituent des séries à termes alternativement positifs et négatifs. Ainsi, pour $\theta = 1$:

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} & E_{0,p} - \binom{2i+1}{2} E_{2,p} + \binom{2i+1}{4} E_{4,p} + \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} E_{2i,p} \\ & = (-1)^i 2 \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots (2i+1)}{\pi^{2i+2}} \sin p\pi \sum_{k=0}^{k=\infty} [2p]_k^+ \frac{1}{(p+k)^{2i+2}}, \end{aligned} \right.$$

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} & E_{0,p} - \binom{2i}{2} E_{2,p} + \binom{2i}{4} E_{4,p} - \cdots + (-1)^i E_{2i,p} \\ & = (-1)^i 2 \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 2i}{\pi^{2i+1}} \cos p\pi \sum_{k=0}^{k=\infty} [2p]_k^+ \frac{1}{(p+k)^{2i+1}}. \end{aligned} \right.$$

Il est facile de voir que les seconds membres de ces relations représentent, à part un facteur, les coefficients d'une certaine puissance de q dans le développement, suivant les puissances entières et croissantes de cette variable, des deux fonctions.

$$2 \sin p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} - e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx = \frac{\Gamma(q+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)} \sin q\pi,$$

$$2 \cos p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} + e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx = \frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)} \cos q\pi.$$

Posons maintenant :

$$(19) \quad 2 \cos p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} + e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx = A_{0,p} + 4^2 \frac{A_{2,p}\pi^2}{1 \cdot 2} q^2 + \cdots + 4^i \frac{A_{2i,p}\pi^{2i}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 2i} q^{2i} + \cdots$$

En conséquence,

$$(20) \quad (-1)^i \frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{2i+2} \mathcal{B}_{2i+1,p} = E_{0,p} - \binom{2i+1}{2} E_{2,p} + \binom{2i+1}{4} E_{4,p} \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} E_{2i,p},$$

$$(21) \quad (-1)^i \frac{4^i}{\pi} A_{2i,p} = E_{0,p} - \binom{2i}{2} E_{2,p} + \binom{2i}{4} E_{4,p} \cdots + (-1)^i E_{2i,p}.$$

Si $p = \frac{1}{2}$, les nombres $\mathfrak{B}_{2i+1,p}$ et $E_{2i,p}$ deviennent ceux de Bernoulli et d'Euler, et l'on a

$$(22)\quad (-1)^i \frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{2i+2} B_{2i+1} = 1 - \binom{2i+1}{2} E_2 + \binom{2i+1}{4} E_4 \ldots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} E_{2i},$$

$$(23)\ldots\ldots\quad 0 = 1 - \binom{2i}{2} E_2 + \binom{2i}{4} E_4 \cdots + (-1)^i E_{2i}.$$

L'équation (23) est la relation classique entre les nombres d'Euler, et l'équation (22) est une relation connue entre les nombres d'Euler et de Bernoulli (*). On les trouve directement par la comparaison des développements :

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} \cdots + (-1)^i \frac{x^{2i}}{1.2.3\ldots 2i} \cdots,$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} \cdots + (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{1.2\ldots(2i+1)} \cdots,$$

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + E_2 \frac{x^2}{1.2} + E_4 \frac{x^4}{1.2.3.4} \cdots + E_{2i} \frac{x^{2i}}{1.2.3\ldots 2i} \cdots,$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{4(4-1)}{1.2} B_1 x + \frac{4^2(4^2-1)}{1.2.3.4} B_3 x^3 + \cdots + \frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{1.2.3\ldots(2i+2)} B_{2i+1} x^{2i+1} + \cdots$$

Si l'on fait $p = 1$ dans les équations (20) et (21), on retombe sur les relations (9) et (10), puisque

$$\mathfrak{B}_{2i+1,1} = 0,\quad A_{2i,1} = -B_{2i-1},\quad E_{2i,1} = \frac{2}{\pi}(2^{2i-1}-1) B_{2i-1}.$$

Les relations (20) et (21) peuvent encore se mettre sous la forme suivante :

$$(24)\left\{\begin{aligned} &(-1)^i \frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{2i+2} \pi \mathfrak{B}_{2i+1,p} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} - \binom{2i+1}{2} 2(2-1) B_{1,p} + \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} 2(2^{2i-1}-1) B_{2i-1,p}, \\ &(-1)^i A_{2i,p} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} - \binom{2i}{2} 2(2-1) B_{1,p} + \binom{2i}{4} 2(2^3-1) B_{3,p} \cdots + (-1)^i \binom{2i}{2i} 2(2^{2i-1}-1) B_{2i-1,p}. \end{aligned}\right.$$

(*) Raabe, *loc. cit.*

Expression des nombres $B_{2i-1,p}$ *au moyen des coefficients différentiels de la fonction* $\log \Gamma(p)$.

3. On peut trouver cette relation de plusieurs manières; la plus simple est la suivante.

Soit

$$\frac{1}{2}\log\Gamma(p+q)\Gamma(p-q) = \log\Gamma(p) + \frac{q^2}{1.2}D^2\log\Gamma(p) + \cdots + \frac{q^{2i}}{1.2\ldots 2i}D^{2i}\log\Gamma(p) + \cdots;$$

d'où, par différentiation,

$$\frac{1}{2}\frac{\Gamma'(p+q)\Gamma(p-q) - \Gamma'(p-q)\Gamma(p+q)}{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)} = \frac{q}{1}D^2\log\Gamma(p) + \frac{q^3}{1.2}D^4\log\Gamma(p) + \cdots$$
$$\cdots + \frac{q^{2i-1}}{1.2\ldots(2i-1)}D^{2i}\log\Gamma(p) + \cdots$$

Si nous prenons maintenant la dérivée des deux membres de la relation (4), nous trouvons

$$\frac{\Gamma'(p+q)\Gamma(p-q) - \Gamma'(p-q)\Gamma(p+q)}{\Gamma(2p)} = \frac{2(2-1)}{1}B_{1,p}\pi^2 q + \frac{2(2^3-1)}{1.2.3}B_{3,p}\pi^4 q^3$$
$$\cdots + \frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2\ldots(2i-1)}B_{2i-1,p}\pi^{2i}q^{2i-1} + \cdots$$

Donc

$$2\left[\frac{q}{1}D^2\log\Gamma(p) + \cdots + \frac{q^{2i-1}}{1.2\ldots 2i-1}D^{2i}\log\Gamma(p) + \cdots\right]\left[\frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} + \cdots + \frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2\ldots 2i}B_{2i-1,p}\pi^{2i}q^{2i+1}\ldots\right]$$
$$= 2(2-1)B_{1,p}\pi^2 q + \cdots + \frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots(2i-1)}B_{2i-1,p}\pi^{2i}q^{2i-1} + \cdots;$$

et, en égalant de part et d'autre les coefficients des mêmes puissances de la variable, on a

$$(25)\ \ldots\ (2^{2i-1}-1)\pi^{2i}B_{2i-1,p} = \sum_{j=0}^{j=i-1} 2\binom{2i-1}{2j}(2^{2j-1}-1)\pi^{2j}B_{2j-1,p}D^{2i-2j}\log\Gamma(p),$$

en convenant toujours que $B_{-1,p}$ représente $-\frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)}$.

On trouve successivement

$$\pi^2 B_{1,p} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} D^2 \log \Gamma(p),$$

$$(2^3 - 1)\pi^4 B_{3,p} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} \left[D^4 \log \Gamma(p) + 6\left(D^2 \log \Gamma(p)\right)^2\right],$$

$$(2^5 - 1)\pi^6 B_{5,p} = \frac{\Gamma^2(p)}{\Gamma(2p)} \left[D^6 \log \Gamma(p) + 30 D^2 \log \Gamma(p) D^4 \log \Gamma(p) + 60\left(D^2 \log \Gamma(p)\right)^3\right],$$

. . . .

. . . .

En particulier, si $p = 1$, on a, entre les nombres de Bernoulli, cette relation qui est peut-être nouvelle :

$$(26) \quad \ldots \quad 2(i 2^{2i-1} - i - 2^{2i-2}) B_{2i-1} = \sum_{j=1}^{j=i-1} \binom{2i}{2j} (2^{2j-1} - 1) 4^{i-j} B_{2j-1} B_{2i-2j-1}.$$

Application. — Soit $i = 4$. On sait que

$$B_1 = \frac{1}{6}, \quad B_3 = \frac{1}{30}, \quad B_5 = \frac{1}{42}.$$

La relation précédente donne

$$2(4 \cdot 2^7 - 4 - 2^6) B_7 = \binom{8}{2} 4 (2^5 - 1) B_5 B_1 + \binom{8}{4} 4^2 (2^3 - 1) B_3^2 + \binom{8}{6} 4^3 (2 - 1) B_1 B_5;$$

ou

$$111 B_7 = \frac{333}{3 \cdot 5 \cdot 6}$$

et

$$B_7 = \frac{1}{30}.$$

Ce qui est exact.

CHAPITRE III.

4. Nous avons trouvé les relations (15) et (16) dans l'hypothèse que le nombre p est compris entre 0 et $\frac{1}{2}$. Les considérations suivantes vont nous permettre d'étendre le domaine de cette variable.

A cet effet, soient

$$S_{2i+2}=\sum_{k=0}^{k=\infty}[2p]_k^+\frac{1}{(p+k)^{2i+2}},\quad S_{2i+1}=\sum_{k=0}^{k=\infty}[2p]_k^+\frac{1}{(p+k)^{2i+1}}.$$

Si $2p$ est un nombre positif, inférieur à l'entier μ, le coefficient binomial $[2p]_k^+$ est moindre que

$$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)\ldots(k+\mu-1)}{1.2.3\ldots(\mu-1)}.$$

Les termes de la série S_{2i+2} seront respectivement inférieurs à ceux de la série

$$\Sigma_{2i+2}=\sum_{k=0}^{k=\infty}[\mu]_k^+\frac{1}{(p+k)^{2i+2}}.$$

Or,

$$[\mu]_k^+\frac{1}{(p+k)^{2i+2}}=\frac{\left(1+\frac{1}{k}\right)\left(1+\frac{2}{k}\right)\cdots\left(1+\frac{\mu-1}{k}\right)}{1.2.3\ldots(\mu-1)\left(1+\frac{p}{k}\right)^{2i+2}k^{2i-\mu+3}};$$

à partir d'une certaine valeur de k, la fraction

$$\frac{\left(1+\frac{1}{k}\right)\left(1+\frac{2}{k}\right)\cdots\left(1+\frac{\mu-1}{k}\right)}{\left(1+\frac{p}{k}\right)^{2i+2}}$$

reste constamment inférieure à un nombre fixe λ. Donc la série Σ_{2i+2} aura

au moins le même degré de convergence que la série formée par les inverses des carrés des nombres naturels, si μ est inférieur ou tout au plus égal à $2i + 1$. En conséquence, cette série sera absolument convergente pour toutes les valeurs de p, satisfaisant à la condition

$$2p \overline{\gtrless} 2i + 1.$$

De la même façon, on prouverait que la série S_{2i+1} est absolument convergente pour toutes les valeurs de $2p$, inférieures à $2i + 1$.

Ainsi, pour toutes les valeurs de p, comprises entre 0 et $i + \frac{1}{2}$, exclusivement, les deux séries S_{2i+2}, S_{2i+1} représentent des fonctions analytiques n'ayant aucune discontinuité polaire dans l'espace, limité, d'une part, par l'axe des y et, d'autre part, par une parallèle à cette droite, menée à la distance i de l'origine.

Nous venons de dire que ces relations (15) et (16) sont vraies pour toutes les valeurs de p, comprises entre 0 et $\frac{1}{2}$; elles subsistent donc pour toutes les valeurs de la variable, situées dans l'intervalle $(0, i)$. Nous voyons aussi que l'aire de convergence grandit sans cesse avec le nombre i.

Il n'est pas inutile de faire observer que les séries

$$\sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{1}{(p+k)^{2i+1}}$$

deviennent divergentes quand p est égal ou supérieur à $i + \frac{1}{2}$.

On ne pourra donc plus représenter le nombre $E_{2i,p}$ par ce développement; mais l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{x^{2i}dx}{(e^x + e^{-x})^{2p}}$$

conserve, quelles que soient les valeurs de p et de i, une signification précise et déterminée, et il en ira donc de même des nombres $E_{2i,p}$, qui font partie des premiers membres des équations (15) et (16). En outre, on pourra toujours exprimer ces nombres, aussi bien que les nombres $B_{2i-1,p}$, au moyen de l'équation (25), en fonction des dérivées successives de $\log \Gamma(p)$. Au surplus, si α est un nombre entier et p une fraction proprement

dite, les nombres $E_{2i,\,p+\alpha}$ seront des fonctions entières et linéaires des nombres $E_{2i,\,p}$.

Deux cas particuliers, intéressants à étudier, sont ceux où p est égal à m ou $m+\frac{1}{2}$, m étant entier.

5. *Premier cas.* — Nous déterminerons d'abord les nombres $E_{2i,\,m}$, ou plutôt les nombres $B_{2i-1,\,m}$. Nous savons que, à part un facteur constant, ces nombres $E_{2i,\,m}$ sont égaux aux puissances successives de q dans le développement de la fonction eulérienne de première espèce, suivant les puissances entières et croissantes de cette variable. Nous allons montrer que ces nombres $B_{2i-1,\,m}$ s'expriment linéairement au moyen de ceux de Bernoulli.

En effet, on a, pour $p=m$,

$$\frac{\Gamma(m+q)\Gamma(m-q)}{\Gamma(2m)}=\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}\frac{\pi q}{\sin\pi q}.$$

Soient, en outre,

$$\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}\frac{\pi q}{\sin\pi q}=Q_0+\frac{2(2-1)}{1.2}B_{1,m}\pi^2q^2+\cdots+\frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i}B_{2i-1,m}\pi^{2i}q^{2i}+\cdots,$$

$$\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}=Q_0+Q_1\frac{\pi^2q^2}{1.2}+Q_2\frac{\pi^4q^4}{1.2.3.4}+\cdots+Q_{m-1}\frac{\pi^{2m-2}q^{2m-2}}{1.2.3\ldots(2m-2)}+\cdots,$$

$$\frac{\pi q}{\sin\pi q}=1+\frac{2(2-1)}{1.2}B_1\pi^2q^2+\cdots+\frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i}B_{2i-1}\pi^{2i}q^{2i}+\cdots$$

Ici,

$$Q_0=\frac{\Gamma^2(m)}{\Gamma(2m)}=\frac{1^2.2^2.3^2\ldots\overline{m-1}^2}{1.2.3\ldots(2m-1)}.$$

De ces développements, on conclut aisément la relation fondamentale suivante :

$$(27)\quad (2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}=(2^{2i-1}-1)Q_0B_{2i-1}+\binom{2i}{2}(2^{2i-3}-1)Q_1B_{2i-3}+\cdots+\binom{2i}{2p}(2^{2i-2p-1}-1)Q_pB_{2i-2p-1}+\cdots$$

Nous convenons que B_{-1} est égal à -1 et que les nombres Q_m, Q_{m+1}, ... sont identiquement nuls.



au moins le même degré de convergence que la série formée par les inverses des carrés des nombres naturels, si μ est inférieur ou tout au plus égal à $2i + 1$. En conséquence, cette série sera absolument convergente pour toutes les valeurs de p, satisfaisant à la condition

$$2p \overline{\leq} 2i + 1.$$

De la même façon, on prouverait que la série S_{2i+1} est absolument convergente pour toutes les valeurs de $2p$, inférieures à $2i + 1$.

Ainsi, pour toutes les valeurs de p, comprises entre 0 et $i + \frac{1}{2}$, exclusivement, les deux séries S_{2i+2}, S_{2i+1} représentent des fonctions analytiques n'ayant aucune discontinuité polaire dans l'espace, limité, d'une part, par l'axe des y et, d'autre part, par une parallèle à cette droite, menée à la distance i de l'origine.

Nous venons de dire que ces relations (15) et (16) sont vraies pour toutes les valeurs de p, comprises entre 0 et $\frac{1}{2}$; elles subsistent donc pour toutes les valeurs de la variable, situées dans l'intervalle $(0, i)$. Nous voyons aussi que l'aire de convergence grandit sans cesse avec le nombre i.

Il n'est pas inutile de faire observer que les séries

$$\sum_{k=0}^{k=\infty} \binom{-2p}{k} \frac{1}{(p+k)^{2i+1}}$$

deviennent divergentes quand p est égal ou supérieur à $i + \frac{1}{2}$.

On ne pourra donc plus représenter le nombre $E_{2i,p}$ par ce développement; mais l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{x^{2i} dx}{(e^x + e^{-x})^{2p}}$$

conserve, quelles que soient les valeurs de p et de i, une signification précise et déterminée, et il en ira donc de même des nombres $E_{2i,p}$, qui font partie des premiers membres des équations (15) et (16). En outre, on pourra toujours exprimer ces nombres, aussi bien que les nombres $B_{2i-1,p}$, au moyen de l'équation (25), en fonction des dérivées successives de $\log \Gamma(p)$. Au surplus, si α est un nombre entier et p une fraction proprement

dite, les nombres $E_{2i,\,p+\alpha}$ seront des fonctions entières et linéaires des nombres $E_{2i,\,p}$.

Deux cas particuliers, intéressants à étudier, sont ceux où p est égal à m ou $m+\frac{1}{2}$, m étant entier.

5. *Premier cas.* — Nous déterminerons d'abord les nombres $E_{2i,\,m}$, ou plutôt les nombres $B_{2i-1,\,m}$. Nous savons que, à part un facteur constant, ces nombres $E_{2i,\,m}$ sont égaux aux puissances successives de q dans le développement de la fonction eulérienne de première espèce, suivant les puissances entières et croissantes de cette variable. Nous allons montrer que ces nombres $B_{2i-1,\,m}$ s'expriment linéairement au moyen de ceux de Bernoulli.

En effet, on a, pour $p=m$,

$$\frac{\Gamma(m+q)\Gamma(m-q)}{\Gamma(2m)}=\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}\,\frac{\pi q}{\sin \pi q}.$$

Soient, en outre,

$$\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}\,\frac{\pi q}{\sin \pi q}=Q_0+\frac{2(2-1)}{1.2}B_{1,m}\pi^2q^2+\cdots+\frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i}B_{2i-1,m}\pi^{2i}q^{2i}+\cdots,$$

$$\frac{(1^2-q^2)(2^2-q^2)(3^2-q^2)\ldots(\overline{m-1}^2-q^2)}{1.2.3\ldots(2m-1)}=Q_0+Q_1\frac{\pi^2q^2}{1.2}+Q_2\frac{\pi^4q^4}{1.2.3.4}+\cdots+Q_{m-1}\frac{\pi^{2m-2}q^{2m-2}}{1.2.3\ldots(2m-2)}+\cdots,$$

$$\frac{\pi q}{\sin \pi q}=1+\frac{2(2-1)}{1.2}B_1\pi^2q^2+\cdots+\frac{2(2^{2i-1}-1)}{1.2.3\ldots 2i}B_{2i-1}\pi^{2i}q^{2i}+\cdots$$

Ici,

$$Q_0=\frac{\Gamma^2(m)}{\Gamma(2m)}=\frac{1^2.2^2.3^2\ldots\overline{m-1}^2}{1.2.3\ldots(2m-1)}.$$

De ces développements, on conclut aisément la relation fondamentale suivante :

$$(27)\quad (2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}=(2^{2i-1}-1)Q_0B_{2i-1}+\binom{2i}{2}(2^{2i-3}-1)Q_1B_{2i-3}+\cdots+\binom{2i}{2p}(2^{2i-2p-1}-1)Q_pB_{2i-2p-1}+\cdots$$

Nous convenons que B_{-1} est égal à -1 et que les nombres Q_m, Q_{m+1}, ... sont identiquement nuls.



Par exemple, si $i = 1$, on a

$$B_{1,m} = Q_0 B_1 + \frac{Q_1}{2},$$

$$\frac{Q_1}{2} = -\frac{1}{\pi^2}\frac{1^2.2^2.3^2\ldots\overline{m-1}^2}{1.2.3\ldots(2m-1)}\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{\overline{m-1}^2}\right).$$

On vérifie cette valeur de $B_{1,m}$, au moyen de la formule (25). En effet, d'après cette équation,

$$B_{1,m} = \frac{1}{\pi^2}\frac{\Gamma^2(m)}{\Gamma(2m)}\left[\frac{\pi^2}{6}-\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\cdots-\frac{1}{\overline{m-1}^2}\right],$$

résultat conforme au précédent.

Si nous remplaçons les nombres $E_{2i,m}$ par les nombres correspondants $B_{2i-1,m}$, les relations (15) et (16) deviennent respectivement

$$(M)\left\{\begin{aligned}&Q_0\theta^{2i+1}-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_{1,m}\theta^{2i-1}+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_{3,m}\theta^{2i-3}-\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}\theta\\&=(-1)^i 2\frac{1.2.3\cdots 2i}{\pi^{2i}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m]_k^+\frac{\sin(m+k)\pi\theta}{(m+k)^{2i+2}},\end{aligned}\right.$$

$$(N)\left\{\begin{aligned}&Q_0\theta^{2i}-\binom{2i}{2}2(2-1)B_{1,m}\theta^{2i-2}+\binom{2i}{4}2(2^3-1)B_{3,m}\theta^{2i-4}\cdots+(-1)^i 2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}\\&=(-1)^i 2\frac{1.2.3\ldots 2i}{\pi^{2i}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m]_k^+\frac{\cos(m+k)\pi\theta}{(m+k)^{2i+1}};\end{aligned}\right.$$

d'où, par le changement de θ en 2θ, on déduit :

$$(28)\left\{\begin{aligned}&B_{2i+1}^{(m)}\left(\theta+\frac{1}{2}\right)=\frac{Q_0\theta^{2i+1}}{2i+1}-\frac{1}{2i-1}\binom{2i}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)B_{1,m}\theta^{2i-1}+\frac{1}{2i-3}\binom{2i}{4}\left(1-\frac{1}{2^3}\right)B_{3,m}\theta^{2i-3}-\cdots\\&+(-1)\binom{2i}{2i}\left(1-\frac{1}{2^{2i-1}}\right)B_{2i-1,m}\theta=(-1)^i\frac{1.2.3\ldots 2i}{4^i\pi^{2i+1}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m]_k^+\frac{\sin 2(k+m)\pi\theta}{(m+k)^{2i+2}},\end{aligned}\right.$$

$$(29)\left\{\begin{aligned}&B_{2i+2}^{(m)}\left(\theta+\frac{1}{2}\right)=\frac{Q_0\theta^{2i+2}}{2i+2}-\frac{1}{2i}\binom{2i+1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)B_{1,m}\theta^{2i}+\frac{1}{2i-2}\binom{2i+1}{4}\left(1-\frac{1}{2^3}\right)B_{3,m}\theta^{2i-2}-\cdots\\&\cdots+(-1)^{i+1}\frac{1}{2i+2}\left(1-\frac{1}{2^{2i+1}}\right)B_{2i+1,m}=(-1)^{i+1}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{2^{2i+1}\pi^{2i+2}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m]_k^+\frac{\cos 2(k+m)\pi\theta}{(m+k)^{2i+3}}.\end{aligned}\right.$$

Les relations (M) et (N) subsistent par les valeurs de θ, comprises entre 0 et $\frac{1}{2}$, et pour les valeurs de m égales ou inférieures à i. Dans cette hypothèse et pour $\theta = \frac{1}{2}$, elles prennent la forme suivante :

$$(30)\quad Q_0 - \binom{2i+1}{2} 2(2-1)B_{1,m} + \binom{2i+1}{4} 2(2^3-1)B_{3,m} \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} 2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m} = 0.$$

$$(31)\quad Q_0 - \binom{2i}{2} 2(2-1)B_{1,m} + \binom{2i}{4} 2(2^3-1)B_{3,m} - \cdots + (-1)^i \binom{2i}{2i} 2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m} = (-1)^{m+i} 4^i A_{2i,m},$$

Ici, on a

$$4^i A_{2i,m} = 2\,\frac{1\,.\,2\,.\,3\ldots 2i}{\pi^{2i}} \sum_{k=0}^{k=\infty} [2m]_k^+ \frac{1}{(k+m)^{2i+1}},$$

ou

$$A_{2i,m} = \frac{4}{\pi^{2i}} \int_0^{\infty} \frac{x^{2i}\,dx}{(e^x - e^{-x})^{2m}}.$$

Pour $m = 1$, les nombres $A_{2i,1}$ sont égaux aux nombres B_{2i-1}. Il ne faut pas perdre de vue que le premier membre de l'équation (30) n'est nul que pour autant que le nombre i soit égal ou supérieur à m, et l'égalité (31) ne subsiste que dans les mêmes conditions. On peut donner à la première de ces relations une forme qui rende cette propriété manifeste ; on obtiendra en même temps la valeur de cette expression pour toutes les valeurs de m. Remplaçons dans cette équation $B_{1,m}$, $B_{3\,m}$, ..., $B_{2i-1,m}$ par leurs valeurs tirées de la relation fondamentale (27); il viendra

$$Q_0 - \binom{2i+1}{2}\Big[2(2-1)Q_0B_1 + Q_1\Big] + \binom{2i+1}{4}\Big[2(2^3-1)Q_0B_3 + \binom{4}{2}2(2-1)Q_1B_1 + Q_2\Big]\cdots$$

. . . .

$$+(-1)^{\mu}\binom{2i+1}{2\mu}\Big[2(2^{2\mu-1}-1)Q_0B_{2\mu-1} + \binom{2\mu}{2}2(2^{2\mu-3}-1)Q_1B_{2\mu-3} + \cdots + \binom{2\mu}{2p}2(2^{2\mu-2p-1}-1)Q_pB_{2\mu-2p-1} + \cdots\Big]$$

. . . .



$$+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}\left[2(2^{2i-1}-1)Q_0B_{2i-1}+\binom{2i}{2}2(2^{2i-3}-1)Q_1B_{2i-3}+\cdots+\binom{2i}{2p}2(2^{2i-2p-1}-1)Q_pB_{2i-2p-1}+\cdots\right]$$

$$=Q_0\left[1-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_1+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_3\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1}\right]$$

$$-\binom{2i+1}{2}Q_1\left[1-\binom{2i-1}{2}2(2-1)B_1+\binom{2i-1}{4}2(2^3-1)B_3\cdots+(-1)^{i-1}\binom{2i-1}{2i-2}2(2^{2i-3}-1)B_{2i-3}\right]$$

. . . .

$$+(-1)^\mu\binom{2i+1}{2\mu}Q_\mu\left[1-\binom{2i-2\mu+1}{2}2(2-1)B_1+\cdots+(-1)^{i-\mu}\binom{2i-2\mu+1}{2i-2\mu}2(2^{2i-2\mu-1}-1)B_{2i-2\mu-1}\right]$$

. . . .

$$+(-1)^{i-1}\binom{2i+1}{2i-2}Q_{i-1}\left(1-\binom{3}{2}2(2-1B_1\right)+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}Q_i;$$

et, en vertu de la relation (10),

$$(32)\quad\ldots\left\{\begin{aligned}&Q_0-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_{1,m}+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_{3,m}\cdots\\&+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}=(-1)^i\binom{2i+1}{2i}Q_i.\end{aligned}\right.$$

On peut obtenir cette équation par un procédé plus direct. A cet effet, reprenons l'égalité

$$2\sin p\pi\int_0^\infty\frac{e^{2qx}-e^{-2qx}}{(e^x-e^{-x})^{2p}}dx=\frac{\Gamma(p+q)\Gamma(p-q)}{\Gamma(2p)}\sin q\pi,$$

laquelle doit avoir lieu, quelle que soit la valeur de p. Or, pour $p=m$, on a

$$2\sin m\pi\int_0^\infty\frac{e^{2qx}-e^{-2qx}}{(e^x-e^{-x})^{2m}}dx=\pi q\left(Q_0+\frac{Q_1\pi^2q^2}{1.2}+\cdots+Q_{m-1}\frac{\pi^{2m-2}q^{2m-2}}{1.2.3\ldots 2m-2}\right);$$

donc

$$\frac{\pi^{2i+1}Qi}{1.2.3\ldots 2i}=(-1)^i\frac{\pi^{2i+1}}{1.2\ldots(2i+1)}$$

$$\left[Q_0-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_{1,m}+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_{3,m}\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{i-1}-1)B_{2i-1,m}\right]$$

et

$$(-1)^i \binom{2i+1}{2i} Q_i = Q_0 - \binom{2i+1}{2} 2(2-1) B_{1,m} + \binom{2i+1}{4} 2(2^3-1) B_{3,m} \cdots$$
$$\cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} 2(2^{2i-1}-1) B_{2i-1,m},$$

ainsi que nous l'avons trouvé plus haut.

Cette relation (32) permet d'exprimer linéairement, de proche en proche, les nombres $B_{2i-1,m}$ en fonction des coefficients $Q_0, Q_1, Q_2, \ldots Q_{m-1}$ d'un polynôme entier pair de degré $m-2$. L'équation (31) caractérise la loi de dépendance entre les nombres $B_{2i-1,m}$ et $A_{2i,m}$, c'est-à-dire entre les intégrales définies

$$\int_0^\infty \frac{x^{2i}dx}{(e^x+e^{-x})^{2m}}, \quad \int_0^\infty \frac{x^{2i}dx}{(e^x-e^{-x})^{2m}}.$$

La relation (31) résulte encore du développement (19), quand on y suppose p égal à m.

Les nombres $A_{2i,m}$, aussi bien que les nombres $B_{2i-1,m}$, sont des fonctions entières et linéaires des nombres de Bernoulli. Pour trouver cette relation, il suffirait de substituer, dans l'équation (31), aux nombres $B_{2i-1,m}$ leurs valeurs, tirées de l'égalité fondamentale (27); mais il est plus simple de procéder comme il suit : on sait que

$$\pi q \cot g\, \pi q = 1 - \frac{4B_1}{1.2}\pi^2 q^2 - \frac{4^2 B_3}{1.2.3.4}\pi^4 q^4 - \cdots - \frac{4^i B_{2i-1}}{1.2\ldots 2i}\pi^{2i} q^{2i} - \cdots;$$

par suite,

$$(-1)^{m+1} 4^{i+1} \int_0^\infty \frac{x^{2i}dx}{(e^x-e^{-x})^{2m}} = 4^i \pi^{2i}\left[Q_0 B_{2i-1} + \binom{2i}{2}\frac{Q_1}{4} B_{2i-3} + \cdots + \binom{2i}{2i-2} B_1 \frac{Q_{i-1}}{4^{i-1}} - \frac{Q_i}{4}\right],$$

ou

$$(33) \quad . \quad . \quad (-1)^{m+1} A_{2i,m} = Q_0 B_{2i-1} + \binom{2i}{2}\frac{Q_1}{4} B_{2i-3} + \cdots + \binom{2i}{2i-2}\frac{Q_{i-1}}{4^{i-1}} B_1 - \frac{Q_i}{4^i}.$$

Les intégrales, représentées par $A_{2i,m}$, perdent toute signification analytique, quand les valeurs de m surpassent celles de i; mais, par convention, nous continuerons d'appeler $A_{2i,m}$ l'expression contenue dans le premier membre de l'égalité précédente.

Reprenons maintenant les relations (M) et (N), que nous allons mettre sous une forme un peu différente. Si, dans la première de ces équations, on change θ en $1-\theta$, les limites de la nouvelle variable seront 0 et 2; on aura

$$Q_0(\theta-1)^{2i+1}-\binom{2i+1}{2}2(2-1)B_{1,m}(\theta-1)^{2i-1}+\binom{2i+1}{4}2(2^3-1)B_{3,m}(\theta-1)^{2i-3}\ldots$$

$$\ldots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}2(2^{2i-1}-1)B_{2i-1,m}(\theta-1)=(-1)^{m+i}2\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+1}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m]_k^+\frac{\sin(k+m)\pi\theta}{(k+m)^{2i+2}}.$$

Le coefficient de $\theta^{2i-2\mu+1}$ est

$$\binom{2i+1}{2\mu}\left[Q_0-\binom{2\mu}{2}2(2-1)B_{1,m}+\binom{2\mu}{2}2(2^3-1)B_{3,m}\cdots+(-1)^\mu\binom{2\mu}{2\mu}2(2^{2\mu-1}-1)B_{2\mu-1,m}\right],$$

et celui de $\theta^{2i-2\mu}$,

$$-\binom{2i+1}{2\mu+1}\left[Q_0-\binom{2\mu+1}{2}2(2-1)B_{1,m}+\binom{2\mu+1}{4}2(2^3-1)B_{3,m}\cdots+(-1)^\mu\binom{2\mu+1}{2\mu}2(2^{2\mu-1}-1)B_{2\mu-1,m}\right].$$

Par suite, en vertu des relations (31) et (32),

$$Q_0\theta^{2i+1}-\binom{2i+1}{1}Q_0\theta^{2i}+\cdots+(-1)^{m+\mu}\binom{2i+1}{2\mu}4^\mu A_{2\mu,m}\theta^{2i-2\mu+1}-(-1)^\mu\binom{2i+1}{2\mu+1}(2\mu+1)Q_\mu\theta^{2i-2\mu}+\cdots$$

$$\cdots=(-1)^{m+i}2\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+1}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m]_k^+\frac{\sin(k+m)\pi\theta}{(k+m)^{2i+2}};$$

d'où l'on déduit, en remplaçant θ par 2θ :

$$(34)\quad \left\{\begin{aligned} B_{2i+1}^{(m)}(\theta)=\frac{Q_0\theta^{2i+1}}{2i+1}-\frac{Q_0}{2}\theta^{2i}\cdots+(-1)^{m+\mu}\frac{1}{2\mu}\binom{2i}{2\mu-1}A_{2\mu,m}\theta^{2i-2\mu+1}-(-1)^\mu\frac{1}{2}\binom{2i}{2\mu}\frac{Q_\mu}{4^\mu}\theta^{2i-2\mu}\cdots\\ =(-1)^{m+i}\frac{1.2.3\ldots 2i}{4^i\pi^{2i+1}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m]_k^+\frac{\sin 2(m+k)\pi\theta}{(m+k)^{2i+2}}.\end{aligned}\right.$$

Ensuite, par intégration entre les limites 0 et θ,

$$(35) \quad \left\{ \begin{aligned} B^{(m)}_{2i+1}(\theta) &= \frac{Q_0\theta^{2i+2}}{2i+2} - \frac{Q_0}{2}\theta^{2i+1} + \cdots + (-1)^{m+\mu}\frac{1}{2\mu}\binom{2i+1}{2\mu-1}A_{2\mu,m}\theta^{2i-2\mu+2} \\ &\quad - (-1)^{\mu}\frac{1}{2}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{Q^{\mu}}{4^{\mu}}\theta^{2i-2\mu+1}\cdots + (-1)^{m+i+1}\frac{A_{2i+2,m}}{2i+2} \\ &= (-1)^{m+i+1}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{2^{2i+1}\pi^{2i+2}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m]_k^{+}\frac{\cos 2(m+k)\pi\theta}{(m+k)^{2i+3}}. \end{aligned} \right.$$

La première fonction ne renferme aucune puissance paire inférieure à $2i - 2m + 2$, et la seconde, aucune puissance impaire inférieure à $2i - 2m + 3$. Si $m = 1$, toutes les puissances paires, la première exceptée, disparaissent de la fonction $B^{(1)}_{2i+1}(\theta)$; il en est de même des puissances impaires dans le polynôme $B^{(1)}_{2i+2}(\theta)$.

Nous retombons ainsi sur les polynômes de Bernoulli.

Remarque. — Le changement de θ en $\frac{1}{2} + \theta$ ramène le second membre des équations (34) et (35) à celui des équations (28) et (29); les polynômes contenus dans ces dernières équations représentent donc bien $B^{(m)}_{2i+1}\left(\theta + \frac{1}{2}\right)$ et $B^{(m)}_{2i+2}\left(\theta + \frac{1}{2}\right)$.

Une vérification. — Soient $i = 3$ et $m = 2$.

En vertu de la relation (33), on a successivement

$$A_{2,2} = -\frac{Q_0}{6} + \frac{Q_1}{4},$$

$$A_{4,2} = -\frac{Q_0}{30} - \frac{Q_1}{4},$$

$$A_{6,2} = -\frac{Q_0}{42} - \frac{Q_1}{8}.$$

Le polynôme $B^{(2)}_{2i+1}(\theta)$ s'annulant pour les valeurs de θ égales à 1 ou à $\frac{1}{2}$, on doit avoir identiquement

$$\frac{Q_0}{7} - \frac{Q_0}{2} - 3\left(\frac{Q_1}{5} - \frac{Q_0}{6}\right) + 15\frac{Q_1}{8} - 5\left(\frac{Q_0}{30} + \frac{Q_1}{8}\right) + \frac{Q_0}{42} + \frac{Q_1}{8} = 0,$$

$$\frac{Q_0}{7, 2^6} - \frac{Q_0}{2^6} - \frac{3}{2^4}\left(\frac{Q_1}{4} - \frac{Q_0}{6}\right) + \frac{15}{8}\frac{Q_1}{2^3} - \frac{5}{4}\left(\frac{Q_1}{4} + \frac{Q_0}{30}\right) + \frac{Q_0}{4^2} + \frac{Q_1}{8} = 0.$$

Ce qui est exact.

Expression des fonctions $B_{2i+1}^{(m)}(\theta)$ *et* $B_{2i+2}^{(m)}(\theta)$ *au moyen des polynômes de Bernoulli.*

6. Nous venons de voir que les nombres $A_{2i,m}$ s'expriment linéairement au moyen de ceux de Bernoulli. Il est facile de prévoir que les polynômes $B_{2i+1}^{(m)}(\theta)$ et $B_{2i+2}^{(m)}(\theta)$ seront des fonctions entières et linéaires des polynômes de Bernoulli.

Pour le montrer, remplaçons dans le polynôme $B_{2i+1}^{(m)}(\theta)$, par exemple, les nombres $A_{2i,m}$ par leurs valeurs tirées de la relation (33) : on a

$$\frac{Q_0 \theta^{2i+1}}{2i+1} - \frac{Q_0}{2} \theta^{2i} \dots$$

$$-(-1)^{\mu} \frac{1}{2\mu} \binom{2i}{2\mu-1} \theta^{2i-2\mu+1} \left[Q_0 B_{2\mu-1} + \binom{2\mu}{2} \frac{Q_1}{4} B_{2\mu-3} + \dots + \binom{2\mu}{2p} \frac{Q_p}{4^p} B_{2\mu-2p-1} \dots - \frac{Q_\mu}{4^\mu} \right]$$

$$-(-1)^{\mu} \frac{1}{2} \binom{2i}{2\mu} \frac{Q_\mu}{4^\mu} \theta^{2i-2\mu} \dots$$

. . . .

$$= Q_0 \left[\frac{\theta^{2i+1}}{2i+1} - \frac{1}{2} \theta^{2i} \dots - (-1)^{\upsilon} \frac{1}{2\upsilon} \binom{2i}{2\upsilon-1} B_{2\upsilon-1} \theta^{2i-2\upsilon+1} \dots \right]$$

. . . .

$$+ (-1)^{\mu} \binom{2i}{2\mu} \frac{Q_\mu}{4^\mu} \left[\frac{\theta^{2i-2\mu+1}}{2i-2\mu+1} - \frac{1}{2} \theta^{2i-2\mu} \dots - (-1)^{\lambda} \frac{1}{2\lambda} \binom{2i-2\mu}{2\lambda-1} B_{2\lambda-1} \theta^{2i-2\mu-2\lambda+1} \dots \right]$$

. . . .

$$+(-1)^{m-1} \binom{2i}{2m-2} \frac{Q_{m-1}}{4^{m-1}} \left[\frac{\theta^{2i-2m+3}}{2i-2m+3} - \frac{1}{2} \theta^{2i-2m+2} \dots - (-1)^{\rho} \frac{1}{2\rho} \binom{2i-2m+2}{2\rho-1} B_{2\rho-1} \theta^{2i-2m-2\rho+3} \dots \right];$$

ou

$$(36)\ldots \begin{cases} B_{2i+1}^{(m)}(\theta) = Q_0 B_{2i+1}(\theta) - \binom{2i}{2} \frac{Q_1}{4} B_{2i-1}(\theta) + \dots + (-1)^{\mu} \binom{2i}{2\mu} \frac{Q^\mu}{4^\mu} B_{2i-2\mu+1}(\theta) \\ \qquad \dots + (-1)^{m-1} \binom{2i}{2m-2} \frac{Q_{m-1}}{4^{m-1}} B_{2i-2m+3}(\theta). \end{cases}$$



De la même manière, on a

$$(37)\quad \left\{ \begin{aligned} B^{(m)}_{2i+2}(\theta) = Q_0 B_{2i+2}(\theta) - \binom{2i+1}{2}\frac{Q_1}{4}B_{2i}(\theta) + \cdots + (-1)^{\mu}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{Q_\mu}{4^\mu}B_{2i-2\mu+2}(\theta) \\ \cdots + (-1)^{m-1}\binom{2i+1}{2m-2}\frac{Q_{m-1}}{4^{m-1}}B_{2i-2m+4}(\theta). \end{aligned} \right.$$

Une vérification. — Soient $i = 3$ et $m = 2$. On a identiquement

$$Q_0\frac{\theta^7}{7} - \frac{Q_0\theta^6}{2} - 3\left(\frac{Q_1}{4} - \frac{Q_0}{6}\right)\theta^5 + \frac{15}{8}Q_1\theta^4 - 5\left(\frac{Q_0}{30} + \frac{Q_1}{4}\right)\theta^3 + \left(\frac{Q_0}{42} + \frac{Q_1}{8}\right)\theta$$

$$= Q_0\left[\frac{\theta^7}{7} - \frac{\theta^6}{2} + \frac{1}{2}\binom{6}{1}B_1\theta^5 - \frac{1}{4}\binom{6}{3}B_3\theta^3 + \frac{1}{6}\binom{6}{5}B_5\theta\right] - 15\frac{Q_1}{4}\left[\frac{\theta^5}{5} - \frac{1}{2}\theta^4 + \frac{1}{2}\binom{4}{1}B_1\theta^3 - \frac{1}{4}\binom{4}{3}B_3\theta\right].$$

Ce qui est exact.

CHAPITRE IV.

7. *Deuxième cas.* — Nous venons d'étudier le cas où p est égal à un nombre entier m; il nous reste à examiner celui où p est de la forme $m + \frac{1}{2}$, m étant entier. Posons encore

$$\frac{\Gamma(m + \frac{1}{2} - q)\Gamma(m + \frac{1}{2} + q)}{\Gamma(2m+1)} = \pi\left[E_{0,m+\frac{1}{2}} + \frac{\pi^2 q^2}{1.2}E_{2,m+\frac{1}{2}} + \cdots + \frac{E_{2i,m+\frac{1}{2}}\pi^{2i}q^{2i}}{1.2\ldots 2i} + \cdots\right].$$

D'autre part,

$$\frac{\Gamma(m + \frac{1}{2} - q)\Gamma(m + \frac{1}{2} + q)}{\Gamma(2m+1)} = \frac{1}{2^{2m}}\frac{(1^2 - 4q^2)(3^2 - 4q^2)\ldots(\overline{2m-1}^2 - 4q^2)}{1.2.3\ldots 2m}\frac{\pi}{\cos q\pi},$$

et

$$\frac{\pi}{\cos q\pi} = \pi\left(1 + \frac{E_2\pi^2 q^2}{1.2} + \cdots + \frac{E_{2i}\pi^{2i}q^{2i}}{1.2.3\ldots 2i} + \cdots\right);$$

soit, en outre,

$$\frac{1}{2^{2m}}\frac{(1^2-4q^2)(3^2-4q^2)\dots(\overline{2m-1}^2-4q^2)}{1.2.3\dots 2m}=Q_0+\frac{Q_1\pi^2q^2}{1.2}+\dots+\frac{Q_m\pi^{2m}q^{2m}}{1.2.3\dots 2m}.$$

De ces égalités, on conclut :

$$\pi\left(Q_0+Q_1\frac{\pi^2q^2}{1.2}+\dots+\frac{Q_m\pi^{2m}q^{2m}}{1.2.3\dots 2m}\right)\left(1+\frac{E_2\pi^2q^2}{1.2}+\frac{E_4\pi^4q^4}{1.2.3.4}+\dots+\frac{E_{2i}\pi^{2i}q^{2i}}{1.2.3\dots 2i}+\dots\right)$$
$$=\pi\left[E_{0,m+\frac{1}{2}}+\frac{\pi^2q^2}{1.2}E_{2,m+\frac{1}{2}}+\dots+\frac{E_{2i,m+\frac{1}{2}}}{1.2.3\dots 2i}\pi^{2i}q^{2i}+\dots\right];$$

donc

$$(38)\quad \dots\quad E_{2i,m+\frac{1}{2}}=Q_0E_{2i}+\binom{2i}{2}Q_1E_{2i-2}+\binom{2i}{4}Q_2E_{2i-4}+\dots+\binom{2i}{2m}Q_mE_{2i-2m},$$

E_0 représentant l'unité par convention.

Pour $p=m+\frac{1}{2}$, les relations (15) et (16) deviennent

$$(39)\quad\left\{\begin{aligned}&E_{0,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i+1}-\binom{2i+1}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-1}+\binom{2i+1}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-3}\dots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}E_{2i,m+\frac{1}{2}}\theta\\&=(-1)^i2\frac{1.2.3\dots(2i+1)}{\pi^{2i+2}}4^{i+1}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m+1]_k^+\frac{\sin(2m+2k+1)\pi\frac{\theta}{2}}{(2m+2k+1)^{2i+2}},\end{aligned}\right.$$

$$(40)\quad\left\{\begin{aligned}&E_{0,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i}-\binom{2i}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-2}+\binom{2i}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-4}-\dots+(-1)^iE_{2i,m+\frac{1}{2}}\\&=(-1)^i\frac{1.2.3\dots 2i}{\pi^{2i+1}}4^{i+1}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k[2m+1]_k^+\frac{\cos(2m+2k+1)\pi\frac{\theta}{2}}{(2m+2k+1)^{2i+1}}.\end{aligned}\right.$$

Si $\theta=1$, on a, pourvu que le nombre i soit supérieur à m,

$$(41)\quad\dots\quad E_{0,m+\frac{1}{2}}-\binom{2i}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}}+\binom{2i}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\dots+(-1)^iE_{2i,m+\frac{1}{2}}=0,$$

$$(42)\quad E_{0,m+\frac{1}{2}}-\binom{2i+1}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}}+\binom{2i+1}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\dots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}E_{2i,m}=(-1)^i\frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{2i+2}\mathcal{B}_{2i+1,m+\frac{1}{2}}.$$

La dernière égalité est aussi une conséquence du développement de la fonction

$$2\sin p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} - e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}}\,dx.$$

On s'en assurerait facilement.

Comme nous l'avons déjà dit ci-dessus, les nombres $E_{2i,\frac{1}{2}}$ et $B_{2i-1,\frac{1}{2}}$ se confondent avec ceux d'Euler et de Bernoulli.

Examinons maintenant ce que devient le premier membre de l'équation (41), quand i est égal ou inférieur à m.

En faisant usage de la relation (38), on a

$$E_{0,m+\frac{1}{2}} - \binom{2i}{2} E_{2,m+\frac{1}{2}} + \binom{2i}{4} E_{4,m+\frac{1}{2}} \cdots + (-1)^i E_{2i,m+\frac{1}{2}}$$

$$= Q_0 - \binom{2i}{2}\left[Q_0E_2 + Q_1\right] + \binom{2i}{4}\left[Q_0E_4 + \binom{4}{2} Q_1E_2 + Q_2\right]\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ (-1)^\mu \binom{2i}{2\mu}\left[Q_0E_{2\mu} + \binom{2\mu}{2} Q_1E_{2\mu-2} + \cdots + \binom{2\mu}{2p} Q_pE_{2\mu-2p}\cdots\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ (-1)^i \binom{2i}{2i}\left[Q_0E_{2i} + \binom{2i}{2} Q_1E_{2i-2} + \cdots + \binom{2i}{2p} Q_pE_{2i-2p} + \cdots\right]$$

$$= Q_0\left[1 - \binom{2i}{2} E_2 + \binom{2i}{4} E_4 + \cdots + (-1)^i \binom{2i}{2i} E_{2i}\right]$$

$$- \binom{2i}{2} Q_1\left[1 - \binom{2i-2}{2} E_2 + \binom{2i-2}{4} E_4 + \cdots + (-1)^{i-1}\binom{2i-2}{2i-2} E_{2i-2}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ (-1)^\mu \binom{2i}{2\mu} Q_\mu\left[1 - \binom{2i-2\mu}{2} E_2 + \binom{2i-2\mu}{4} E_4 + \cdots + (-1)^{i-\mu}\binom{2i-2\mu}{2i-2\mu} E_{2i-2\mu}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ (-1)^{i-1}\binom{2i}{2i-2} Q_{i-1}\left(1 - \binom{2}{2} E_2\right) + (-1)^i \binom{2i}{2i} Q_i.$$

Par suite, en vertu de la relation entre les nombres d'Euler,

$$(43) \quad . \quad . \quad E_{0,m+\frac{1}{2}} - \binom{2i}{2} E_{2,m+\frac{1}{2}} + \binom{2i}{4} E_{4,m+\frac{1}{2}} \cdots + (-1)^i \binom{2i}{2i} E_{2i,m+\frac{1}{2}} = (-1)^i Q_i,$$

formule qu'on pourrait aussi trouver en partant du développement de la fonction

$$2 \cos p\pi \int_0^\infty \frac{e^{2qx} + e^{-2qx}}{(e^x - e^{-x})^{2p}} dx.$$

La propriété exprimée par l'équation (41) apparait ici manifestement; on sait, en effet, que les nombres Q_{m+1}, Q_{m+2}, . . . sont identiquement nuls.

Les nombres $B_{2i-1, m+\frac{1}{2}}$ dépendent linéairement des nombres de Bernoulli. Pour le montrer, substituons, dans l'équation (42), les valeurs des nombres $E_{2i, m+\frac{1}{2}}$, déduites de la relation (38); on a

$$(-1)^i \frac{4^{i+1}(4^{i+1}-1)}{2i+2} \mathfrak{B}_{2i+1, m+\frac{1}{2}} = Q_0 \left[1 - \binom{2i+1}{2} E_2 + \binom{2i+1}{4} E_4 \cdots + (-1)^i \binom{2i+1}{2i} E_{2i}\right]$$
$$- \binom{2i+1}{2} Q_1 \left[1 - \binom{2i-1}{2} E_2 + \binom{2i-1}{4} E_4 \cdots + (-1)^{i-1} \binom{2i-1}{2i-2} E_{2i-2}\right]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ (-1)^\mu \binom{2i+1}{2\mu} Q_\mu \left[1 - \binom{2i-2\mu+1}{2} E_2 + \cdots + (-1)^{i-\mu} \binom{2i-2\mu+1}{2i-2\mu} E_{2i-2\mu}\right]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ (-1)^m \binom{2i+1}{2m} Q_m \left[1 - \binom{2i-2m+1}{2} E_2 + \cdots + (-1)^{i-m} \binom{2i-2m+1}{2i-2m} E_{2i-2m}\right],$$

ou, en changeant i en $i-1$,

$$(44) \quad . \quad . \quad 4^i(4^i-1)\mathfrak{B}_{2i-1, m+\frac{1}{2}} = 4^i(4^i-1) Q_0 B_{2i-1} + \binom{2i}{2} 4^{i-1}(4^{i-1}-1) Q_1 B_{2i-3} + \cdots$$
$$\cdots + \binom{2i}{2m} 4^{i-m}(4^{i-m}-1) Q_m B_{2i-2m-1}.$$

On obtiendrait aussi ce résultat en observant que, pour $p = m + \frac{1}{2}$, on a

$$\frac{\Gamma(m+\frac{1}{2}-q)\Gamma(m+\frac{1}{2}+q)}{\Gamma(2m+1)} = \left(Q_0 + \frac{Q_1\pi^2q^2}{1.2} + \cdots + \frac{Q_m\pi^{2m}q^{2m}}{1.2\ldots 2m}\right)\pi \operatorname{tg} q\pi$$

et en comparant le développement à celui de l'équation (5).

Reprenons maintenant notre analyse au point où nous l'avons laissée : dans l'équation (39), les limites de la variable sont -1 et $+1$; remplaçons-y θ par $1-\theta$, il viendra

$$\begin{aligned}E_{0,m+\frac{1}{2}}(\theta-1)^{2i+1} - \binom{2i+1}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}}(\theta-1)^{2i-1} + \binom{2i+1}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}(\theta-1)^{2i-3}\cdots + (-1)^i\binom{2i+1}{2i}E_{2i,m+\frac{1}{2}}(\theta-1)\\ = (-1)^{i+m+1}2\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+2}}4^{i+1}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m+1]_k^+\frac{\cos(2m+2k+1)\pi\frac{\theta}{2}}{(2m+2k+1)^{2i+2}}.\end{aligned}$$

Le coefficient de $\theta^{2i-2\mu}$ est

$$-\binom{2i+1}{2\mu+1}\left[E_{0,m+\frac{1}{2}} - \binom{2\mu+1}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}} + \binom{2\mu+1}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\cdots + (-1)^\mu\binom{2\mu+1}{2\mu}E_{2\mu,m+\frac{1}{2}}\right],$$

et celui de $\theta^{2i-2\mu+1}$,

$$\binom{2i+1}{2\mu}\left[E_{0,m+\frac{1}{2}} - \binom{2\mu}{2}E_{2,m+\frac{1}{2}} + \binom{2\mu}{4}E_{4,m+\frac{1}{2}}\cdots + (-1)^\mu E_{2\mu,m+\frac{1}{2}}\right].$$

Par suite, d'après les relations (42) et (43) et par le changement de θ en 2θ,

$$(45)\left\{\begin{aligned}B_{2i+1}^{(m+\frac{1}{2})}(\theta) = \frac{Q_0\theta^{2i+1}}{2i+1} - (4-1)\mathfrak{B}_{1,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i}\cdots\\ \cdots + (-1)^\mu\frac{1}{2\mu}\binom{2i}{2\mu-1}\frac{Q_\mu}{4^\mu}\theta^{2i-2\mu+1} - (-1)^\mu\frac{1}{2\mu+1}\binom{2i}{2\mu}\frac{4^{\mu+1}-1}{\mu+1}\mathfrak{B}_{2\mu+1,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-2\mu} - \cdots\\ \cdots = (-1)^{i+m+1}4.\frac{1.2.3\ldots 2i}{\pi^{2i+2}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m+1]_k^+\frac{\cos(2m+2k+1)\pi\theta}{(2m+2k+1)^{2i+2}}.\end{aligned}\right.$$

Semblablement,

$$(46)\left\{\begin{aligned}B_{2i+2}^{(m+\frac{1}{2})}(\theta) = Q_0\frac{\theta^{2i+2}}{2i+2} - (4-1)\mathfrak{B}_{1,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i+1}\cdots\\ \cdots + (-1)^\mu\frac{1}{2\mu}\binom{2i+1}{2\mu+1}\frac{Q_\mu}{4^\mu}\theta^{2i-2\mu+2} - (-1)^\mu\frac{1}{2\mu+1}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{4^{\mu+1}-1}{\mu+1}\mathfrak{B}_{2\mu+1,m+\frac{1}{2}}\theta^{2i-2\mu+1}\cdots\\ \cdots = (-1)^{i+m+1}4\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+3}}\sum_{k=0}^{k=\infty}[2m+1]_k^+\frac{\sin(2m+2k+1)\pi\theta}{(2m+2k+1)^{2i+3}}.\end{aligned}\right.$$

Si $m = 0$, ces fonctions deviennent

$$B'_{2i+1}(\theta) = \frac{\theta^{2i+1}}{2i+1} - \frac{1}{2}\theta^{2i} \ldots - (-1)^{\mu}\frac{1}{2\mu+1}\binom{2i}{2\mu}\frac{4^{\mu+1}-1}{\mu+1}B_{2\mu+1}\theta^{2i-2\mu}\ldots$$
$$= (-1)^{i+1}4\frac{1.2.3\ldots 2i}{\pi^{2i+2}}\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\cos(2k+1)\pi\theta}{(2k+1)^{2i+2}},$$

$$B'_{2i+2}(\theta) = \frac{\theta^{2i+2}}{2i+2} - \frac{1}{2}\theta^{2i+1} \ldots + (-1)^{\mu}\frac{1}{2\mu+1}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{4^{\mu+1}-1}{\mu+1}B_{2\mu+1}\theta^{2i-2\mu+1}\ldots$$
$$= (-1)^{i+1}4\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{\pi^{2i+3}}\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\sin(2k+1)\pi\theta}{(2k+1)^{2i+3}}.$$

Ces fonctions résultent d'une combinaison des polynômes de Bernoulli. On trouve facilement

$$(47) \quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned} B'_{2i+1}(\theta) &= \frac{4^{i+1}}{2i+1}\left[B_{2i+2}\left(\frac{\theta+1}{2}\right) - B_{2i+2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right], \\ B'_{2i+2}(\theta) &= \frac{4^{i+1}}{i+1}\left[B_{2i+3}\left(\frac{\theta+1}{2}\right) - B_{2i+3}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]. \end{aligned}\right.$$

Les fonctions $B^{(m+\frac{1}{2})}_{\lambda}$ dépendent aussi linéairement des polynômes de Bernoulli. Pour s'en assurer, il suffit encore de remplacer les nombres $B_{2\mu+1, m+\frac{1}{2}}$ par leurs valeurs, tirées de la relation (44); il vient ainsi

$$B^{(m+\frac{1}{2})}_{2i+1}(\theta) = \sum_{\mu=0}^{\mu=i}(-1)^{\mu}\binom{2i}{2\mu}\frac{Q_{\mu}}{4^{\mu}}\left[\frac{\theta^{2i-2\mu+1}}{2i-2\mu+1} - \frac{1}{2}\theta^{2i-2\mu} - \ldots - (-1)^{p}\frac{1}{2p+1}\binom{2i-2\mu}{2p}\frac{4^{p+1}-1}{p+1}B_{2p+1}\theta^{2i-2\mu-2p}\ldots\right]$$

ou

$$B^{(m+\frac{1}{2})}_{2i+1}(\theta) = \sum_{\mu=0}^{\mu=i}(-1)^{\mu}\binom{2i}{2\mu}\frac{Q_{\mu}}{4^{\mu}}B'_{2i-2\mu+1}(\theta);$$

de la même manière, on trouve

$$B^{(m+\frac{1}{2})}_{2i+2}(\theta) = \sum_{\mu=0}^{\mu=i}(-1)^{\mu}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{Q_{\mu}}{4^{\mu}}B'_{2i-2\mu+2}(\theta).$$

Finalement, en vertu des équations (47),

$$(48) \quad \left\{\begin{aligned} B^{(m+\frac{1}{2})}_{2i+1}(\theta) &= \sum_{\mu=0}^{\mu=i}(-1)^{\mu}\binom{2i}{2\mu}\frac{4^{i-\mu+1}}{2i-2\mu+1}\frac{Q_{\mu}}{4^{\mu}}\left[B_{2i-2\mu+2}\left(\frac{\theta+1}{2}\right) - B_{2i-2\mu+2}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right], \\ B^{(m+\frac{1}{2})}_{2i+2}(\theta) &= \sum_{\mu=0}^{\mu=i}(-1)^{\mu}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{4^{i-\mu+1}}{i-\mu+1}\frac{Q^{\mu}}{4^{\mu}}\left[B_{2i-2\mu+3}\left(\frac{\theta+1}{2}\right) - B_{2i-2\mu+3}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]. \end{aligned}\right.$$

CHAPITRE V.

8. Nous terminerons ce travail par l'examen de quelques propriétés de ces fonctions, analogues à celles qui ont été développées par Raabe, dans son mémoire, inséré dans le *Journal de Crelle* (*).

On a

$$(49) \ldots \ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^1 B_{2i+1}^{(m)}(\theta)d\theta = 0, \\ \int_0^1 B_{2i+2}^{(m)}(\theta)\,d\theta = 0. \end{array} \right.$$

Si l'on multiplie les polynômes $B_{2i+1}^{(m)}(\theta)$ et $B_{2i+2}^{(m)}(\theta)$ respectivement par cos $2\pi r\theta$ et sin $2\pi r\theta$, r étant un nombre entier quelconque, il vient

$$(50) \ldots \ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^1 B_{2i+1}^{(m)}(\theta)\cos 2\pi r\theta d\theta = 0, \\ \int_0^1 B_{2i+2}^{(m)}(\theta)\sin 2\pi r\theta d\theta = 0. \end{array} \right.$$

Ensuite, si r est un nombre entier égal ou supérieur à m,

$$(51) \ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^1 B_{2i+1}^{(m)}(\theta)\sin 2\pi r\theta d\theta = (-1)^{m+i}\frac{\Gamma(2i+1)\Gamma(m+r)}{(2\pi)^{2i+2}\Gamma(2m)\Gamma(r-m+1)}\frac{1}{r^{2i+3}}, \\ \int_0^1 B_{2i+2}^{(m)}(\theta)\cos 2\pi r\theta d\theta = (-1)^{m+i+1}\frac{\Gamma(2i+2\Gamma(m+r)}{(2\pi)^{2i+2}\Gamma(2m)\Gamma(r-m+1)}\frac{1}{r^{2i+3}}. \end{array} \right.$$

Si nous multiplions encore les deux membres des équations (34) et (35), respectivement par $B_{2i+1}^{(m)}(\theta)$ et $B_{2i+2}^{(m)}(\theta)$ et que nous intégrions entre 0 et 1, nous obtenons les formules suivantes :

$$(52) \ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^1 \left[B_{2i+1}^{(m)}(\theta)\right]^2 d\theta = \frac{2\Gamma^2(2i+1)}{(2\pi)^{4i+2}}\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\Gamma^2(2m+k)}{\Gamma^2(2m)\Gamma^2(k+1)}\frac{1}{(k+m)^{4i+4}}, \\ \int_0^1 \left[B_{2i+2}^{(m)}(\theta)\right]^2 d\theta = \frac{2\Gamma^2(2i+2)}{(2\pi)^{4i+4}}\sum_{k=0}^{k=\infty}\frac{\Gamma^2(2m+k)}{\Gamma^2(2m)\Gamma^2(k+1)}\frac{1}{(k+m)^{4i+6}}. \end{array} \right.$$

(*) *Loc. cit.*

SUR
LES FORMES QUATERNAIRES
A DEUX SÉRIES DE VARIABLES

APPLICATIONS A LA GÉOMÉTRIE
ET
AU CALCUL INTÉGRAL

PAR

M. AUTONNE

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES, A LYON
MAITRE DE CONFÉRENCES A L'UNIVERSITÉ

« αριθμοὶ νέμουσι τόπον »
« numeri regunt locum »

(Couronné par la Classe des sciences, dans la séance du 15 décembre 1899.)

INTRODUCTION

Paragraphe 1.

Le fond du présent travail est « une étude des connexes à deux séries de » quatre variables homogènes, dans le sens des recherches de Clebsch ». Du reste, à la fin de la troisième partie, je suis amené à examiner, accessoirement, quelques propriétés de la forme quadratique en x_1, x_2, x_3, x_4 à coefficients homogènes et du second degré en y_1, y_2, y_3, y_4.

J'ai pris pour canevas de mon mémoire le chapitre « Connexes », lequel termine le troisième volume des « Leçons sur la géométrie de Clebsch », recueillies et complétées par F. Lindemann, traduites par A. Benoist, 1883. Cet ouvrage, que je cite fréquemment dans la suite, se nommera, pour abréger, *Clebsch-Benoist.*

Résumons d'abord les idées de Clebsch.

Soit un point x, dans un plan, défini par ses coordonnées homogènes x_1, x_2, x_3; prenons de même une droite u définie par ses trois coordonnées homogènes u_i, $i = 1, 2, 3$. L'ensemble de x et de u constitue un *élément* (x, u) du plan, lequel élément devient *principal,* lorsque u passe par x :

$$\Sigma ux = u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0.$$

Un élément principal est aussi défini, si l'on veut, par les deux coordonnées non homogènes du point, et par le coefficient angulaire p de la droite.

Envisageons la forme *biternaire* (homogène à deux séries de trois variables)

$$f\binom{m\ n}{x;\,u} = f(x_1, \dots, x_3;\, u_1, \dots, u_3),$$

que l'on nomme forme *mixte* de degré m et de classe n.

Clebsch traite, tout cela posé, les questions essentielles suivantes :

Question I. — Quelles sont les figures planes représentées par l'évanouissement d'une ou plusieurs formes mixtes? Ou, si l'on veut, quel est le lieu des éléments, dont les coordonnées sont liées par une ou plusieurs relations?

S'il n'y a qu'une relation, c'est un *connexe;* le connexe identique est celui qui est constitué par les ∞^3 éléments principaux et a pour équation $\Sigma ux = 0$; deux relations fournissent une *coïncidence*, etc.

Clebsch étudie surtout le connexe linéo-linéaire $m = n = 1$.

Question II. — Soit

$$f(x_1, x_2, x_3;\, u_1, u_2, u_3) = 0$$

un connexe $\mathfrak{A}$. Considérons l'équation différentielle ordinaire du premier ordre $\mathcal{A}$

$$f(x, y, 1;\, p, -1, y - px) = 0,$$

$$p = \frac{dy}{dx}.$$

Clebsch identifie les *courbes intégrales* de $\mathcal{A}$ avec les *courbes de coïncidence principales* de $\mathfrak{A}$.

Cette manière de voir fournit de précieux renseignements, dans plusieurs cas, relativement au calcul intégral, lequel est ainsi étroitement rattaché à la théorie des connexes.

QUESTION III. — Sont étudiées ensuite les transformations de contact. Ce sont celles qui, échangeant entre eux les éléments du plan, admettent, néanmoins, pour propriété invariante, le contact des courbes, ou, pour invariant, l'expression

$$\Sigma u dx = u_1 dx_1 + u_2 dx_2 + u_3 dx_3.$$

Une pareille transformation est importante dans le calcul intégral, car, changeant l'équation différentielle $\mathcal{A}$ en une autre $\mathcal{A}'$, elle change les courbes intégrales de $\mathcal{A}$ en celles de $\mathcal{A}'$.

Sur les questions I et II, je ne connais pas de recherches plus récentes que celles citées dans *Clebsch-Benoist.*

Sur la question III, il n'en est pas ainsi.

Lie (*), dans un espace à N dimensions, a produit une étude d'ensemble des transformations de contact. L'éminent géomètre étudie d'ailleurs surtout les groupes finis continus ainsi que les transformations infinitésimales qui engendrent les groupes. C'est un ordre d'idées totalement étranger à mes présentes recherches. Je n'emprunte à Lie que peu de chose : quelques notions sur la classification des transformations de contact dans l'espace ordinaire.

Autonne (**) a publié des recherches assez étendues sur les substitutions *crémoniennes,* lesquelles sont les transformations planes de contact *birationnelles*.

On peut aussi rattacher à la question II ci-dessus de Clebsch, le procédé

(*) *Theorie der Transformationsgruppen,* Bd II.

(**) *Recherches sur les groupes d'ordre fini contenus dans le groupe quadratique crémonien.* Premier mémoire : *Étude d'une substitution crémonienne isolée.* — Second mémoire : *Multiplication des crémoniennes; groupes quadratiques; groupe directeur.* (JOURNAL DE MATHÉMATIQUES, 1888.) — *Recherches sur les groupes d'ordre fini contenus dans le groupe des substitutions linéaires de contact.* (IDEM, 1887.) — *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris* (8 février et 13 décembre 1886, 14 mars et 23 mai 1887).



d'intégration appliqué par Autonne (*) à l'équation différentielle ordinaire du premier ordre. Mais je n'ai rien emprunté à ces derniers travaux, tandis que les publications d'Autonne sur les crémoniennes planes m'ont guidé dans l'étude des crémoniennes dans l'espace.

Voilà quelles ressources me fournissait la bibliographie sur le problème plan (domaine ternaire ou biternaire; formes à deux séries de trois variables homogènes) analogue au problème dans l'espace (domaine quaternaire ou biquaternaire; formes à deux séries de quatre variables homogènes) que je me suis proposé, conformément au programme de l'Académie.

Il va sans dire que le problème de l'espace est beaucoup plus touffu et compliqué que le problème plan; il n'a encore, au moins à ma connaissance, provoqué aucune étude systématique et d'ensemble.

Paragraphe 2.

Nommons, comme Clebsch, *élément* la figure formée dans l'espace par un point x, de coordonnées homogènes x_i, $i = 1, 2, 3, 4$, et un plan u, de coordonnées homogènes u_i. Il faudrait nommer *principal* tout élément (x, u) dans lequel le plan u passe par le point x,

$$\Sigma ux = u_1x_1 + \cdots + u_4x_4 = 0.$$

Mais je ne considère pas les éléments non principaux; *élément* voudra dire *élément principal*. Il y aura alors dans l'espace ∞^5 éléments.

Si X, Y, Z sont les coordonnées courantes, l'équation

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y)$$

ou

$$pX + qY - Z + z - px - qy = 0$$

fournit un plan passant par le point (x, y, z). L'élément a pour coordonnées

(*) *Journal de l'École polytechnique*, cahiers 61, 62, 63 et 64 de la première série, 2 et 3 de la seconde série.

soit les cinq paramètres x, y, z, p, q, soit les huit variables, homogènes quatre à quatre, x_i et u_i, liées par $\Sigma ux = 0$.

Les formules de transformation sont

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{x_2} = \frac{z}{x_3} = \frac{1}{x_4}$$

$$\frac{p}{u_1} = \frac{q}{u_2} = \frac{-1}{u_3} = \frac{z - px - qy}{u_4}.$$

Lie use surtout des variables x, y, z, p et q; les formules sont plus condensées, mais aussi moins symétriques. Sauf exception, on emploiera, au cours du mémoire, les variables x_i et u_i. Enfin on introduira les formes mixtes quaternaires

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4; u_1, u_2, u_3, u_4) = f\begin{pmatrix} m & n \\ x; & u \end{pmatrix}$$

m et n, degré et classe de la forme, étant les deux degrés d'homogénéité.

L'étude des formes mixtes quaternaires conduit sans doute à des recherches analogues à celles des questions planes I, II, III énumérées au paragraphe 1 ci-dessus, mais les faits mathématiques plans prennent dans l'espace une complication et une ampleur plus grandes.

Trois points de vue différents peuvent être développés.

Algèbre : s'attacher surtout aux formations invariantes, covariantes,..... des systèmes de formes mixtes (problèmes analogues à ceux des pages 335 à 351 de *Clebsch-Benoist*) avec ou sans la notation symbolique.

Géométrie : s'attacher surtout aux figures, lieux d'éléments, représentées par l'évanouissement d'une ou plusieurs formes mixtes (dans le sens des pages 351 à 379 de *Clebsch-Benoist*).

Calcul intégral : s'attacher surtout aux équations aux dérivées partielles, qui s'introduisent à l'occasion des connexes de l'espace (dans le sens des pages 379 à 398 de *Clebsch-Benoist*).

Pour ne pas donner au présent mémoire une longueur exagérée, je mets

entièrement de côté le point de vue algèbre pour développer principalement le point de vue géométrie. Les recherches géométriques constituent le fond du travail, surtout en ce qui concerne les *crémoniennes*, ou transformations birationnelles de contact (généralisations pour l'espace des théories planes de *Clebsch-Benoist,* pages 399 à 404).

Je suis assez sobre de développements relativement au point de vue calcul intégral; je ne traite que les questions qui sont des applications immédiates et directes des théories géométriques.

Voici en résumé ce que l'on trouvera dans le mémoire ci-après.

Avec les connexes, figures représentées par l'évanouissement d'une forme mixte, sont étudiées les intersections des connexes, c'est-à-dire les variétés ou multiplicités constituées par les éléments communs à plusieurs connexes.

A un connexe $\mathfrak{A}$

$$f\binom{m\ n}{x\,;\,u} = f(x_1, x_2, x_3, x_4;\ u_1, u_2, u_3\, u_4) = 0$$

correspond une équation aux dérivées partielles $\mathcal{A}$

$$f(x, y, z, 1;\ p, q, -1, z - px - qy) = 0$$

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

entre la fonction inconnue z et les deux variables indépendantes x et y.

Sont intéressantes surtout les *variétés intégrales* d'éléments situées sur $\mathfrak{A}$, qui correspondent aux intégrales de $\mathcal{A}$.

La première partie comprend les explications générales sur les systèmes de connexes de degré et classe quelconques, sur les équations $\mathcal{A}$ et sur leurs caractéristiques.

La seconde partie est consacrée aux connexes linéaires, c'est-à-dire de degré et classe un. Une discussion complète ramène un connexe linéaire à une des dix formes très simples *canoniques*.

Dans le cas d'un connexe linéaire plan, l'équation différentielle ordinaire du premier ordre correspondante est l'équation dite de Jacobi (*Clebsch-Benoist,* note de la page 405). Je nomme par suite équation de Jacobi dans l'espace l'équation $\mathcal{A}$ qui provient d'un connexe linéaire $\mathfrak{A}$. $\mathcal{A}$ peut donc être ramenée à dix expressions canoniques pour lesquelles l'intégration est immédiate. L'intersection de plusieurs connexes linéaires fournit les intégrales communes à plusieurs équations de Jacobi. L'intégrale commune à trois équations de Jacobi représente une surface unicursale du quatrième degré qui est ou réglée ou une surface de Steiner, etc.

La troisième partie traite des crémoniennes. Leur classification est fondée sur la nature des variétés *primordiales.* Voici ce que c'est : la variété constituée par les éléments (x, u), où x ou u est fixe, est transformée par la crémonienne en une autre variété qui, par définition, est *primordiale.* Cette terminologie a été introduite par Autonne pour les crémoniennes planes.

La connaissance d'une variété primordiale, afférente à un point x, ou à un plan fixe u, quelconque, assure la connaissance de la crémonienne.

Je construis effectivement cette dernière pour quelques cas de primordiale simple.

Lorsque la primordiale est constituée par les éléments dont les points sont sur une quadrique et les plans touchent, au point désigné, la même quadrique, alors la construction de la crémonienne exige l'étude et la discussion d'une forme quadratique biquaternaire. C'est ainsi que je traite, accessoirement et partiellement, une autre partie du programme de l'Académie.

Un résultat qui semble intéressant à signaler est le suivant :

Lie, examinant les transformations de contact dans l'espace ordinaire à trois dimensions, c'est-à-dire entre les cinq variables x, y, z, p et q, distingue trois cas.

Si (x', y', z', p', q') est l'élément transformé, il peut exister entre x', y', z' et x, y, z une, deux ou trois relations.

Ma classification des crémoniennes, fondée sur la considération des primordiales, peut être envisagée comme une généralisation complète, au point de vue de la dualité, de la classification de Lie.

Cela étant, si l'on envisage non plus une crémonienne isolée, mais le *groupe* (au sens de Galois et de M. Jordan) *crémonien* des substitutions crémoniennes, on reconnaît que la classification de Lie n'est pas essentielle. On peut toujours, en multipliant au besoin la crémonienne par une autre connue et convenablement choisie, faire en sorte qu'entre x, y, z et x', y', z' existe *une seule* relation.

La construction effective de toutes les crémoniennes paraît présenter les plus grandes difficultés : ce qui est difficile à exprimer, c'est la birationnalité. On le comprendra sans peine, si l'on songe que le problème de la birationnalité, résolu sur le plan (réseaux homaloïdes de courbes dans les transformations crémona ou ponctuelles), n'a jamais encore été résolu dans l'espace, même pour les transformations ponctuelles, incomparablement plus simples cependant que les crémoniennes (*).

Paragraphe 3.

Pour la commodité du lecteur, je termine la présente Introduction par un résumé succinct des théories successivement traitées. Ce sera, pour ainsi dire, une table des matières, développée et raisonnée, où l'on mettra en évidence les résultats, sans s'attacher à rappeler le détail des démonstrations et des calculs, qui remplissent le corps du mémoire.

(*) Voir pour les transformations ponctuelles : M. Noether, *Eindeutige Transformationen des Raumes*. (Math. Annalen, Bd III.) — Autonne, *Comptes rendus* du 11 mai 1896.



PREMIÈRE PARTIE.

GÉNÉRALITÉS SUR LES FORMES MIXTES ET LES CONNEXES.

I. — *Définitions et notations.*

Après avoir rappelé ou précisé la définition des coordonnées homogènes

x_i pour le point x;
u_i pour le plan u;
$a_ib_j - a_jb_i$ pour la droite de jonction des deux points a et b, ou d'intersection des deux plans a et b } $i, j = 1, 2, 3, 4$

j'introduis l'*élément* (x, u), système formé par le point x, situé sur le plan u, avec ce dernier plan. Il y a dans l'espace ∞^5 éléments. Je simplifie un peu la terminologie usitée par Clebsch pour les connexes plans : Clebsch appelle élément du plan tout système constitué par un point et une droite, réservant la qualification de principal à l'élément pour lequel le point est situé sur la droite. Comme je n'envisage dans l'espace que des éléments *principaux* (point situé sur le plan), je supprime la qualification de principal et dis élément tout court.

Une variété $\mathfrak{G}_s$ à s dimensions est définie comme le lieu des éléments assujettis à $5 - s$ conditions ou dépendants de s paramètres $s \leqslant 5$.

La dualité se présente comme une transformation par polaires réciproques pour une certaine quadrique de base.

II. — *Formes mixtes; connexes; intersection des connexes.*

Un polynôme homogène par rapport aux x_i et par rapport aux u_i prend le nom de *forme mixte*. Les huit variables x_i et u_i étant liées par la relation

$$\omega = \sum_i x_i u_i = 0,$$

toute forme mixte est susceptible d'une infinité d'expressions différentes.

On n'étudie, bien entendu, que les propriétés *permanentes* des formes mixtes, propriétés indépendantes de l'indétermination, qui vient d'être indiquée.

L'évanouissement d'une forme mixte fournit l'équation d'un *connexe*. C'est une variété $\mathfrak{G}_4$ lieu de l'élément (x, u) dont les coordonnées x_i et u_i annulent la forme mixte. Les deux degrés d'homogénéité par rapport aux x_i et aux u_i sont le *degré* et la *classe* du connexe.

L'intersection de r connexes est une variété $\mathfrak{G}_{5-r}$ constituée par les éléments communs aux r connexes.

III. — *Géométrie infinitésimale des connexes.*

Appelons Δ le déplacement infinitésimal qui amène l'élément (x, u) sur l'élément infiniment voisin $(x + dx, u + du)$. En vertu de Δ, chacun des cinq paramètres desquels dépend (x, u) acquiert une certaine différentielle. Les quatre rapports des cinq différentielles déterminent une *direction d'avancement* dont il y a ∞^4 en tout.

J'étudie les propriétés géométriques du déplacement Δ, ainsi que les directions d'avancement.

Δ possède deux droites remarquables *indicatrices*, savoir :

X, qui joint $x + dx$ à x;

U, suivant laquelle se coupent u et $u + du$.

Tant que les deux indicatrices ne se rencontrent pas, elles suffisent à définir la direction d'avancement.

Lorsque X et U se rencontrent, on dit que les deux éléments infiniment voisins sont *en situation réunie* (terminologie de Clebsch); on a

$$\sum_i u_i dx_i = \sum_i x_i du_i = 0.$$

Si l'on se donne X et U, la direction d'avancement, dans ce cas, n'est plus déterminée.

Enfin les deux indicatrices X et U peuvent être confondues.



On examine les conséquences géométriques (pour le déplacement Δ et les directions d'avancement) qui résultent de l'obligation pour l'élément mobile de rester sur un, deux, trois, quatre connexes donnés.

IV. — *Variétés intégrales ; équations aux dérivées partielles.*

Une variété est dite *intégrale* lorsque deux éléments infiniment voisins quelconques sur la variété sont toujours en situation réunie. J'établis que les variétés intégrales sont à une ou deux dimensions seulement.

Il y a six types de variété intégrale à deux dimensions, lieu de l'élément (x, u). En voici l'énumération :

u est assujetti à toucher en x une surface fixe non développable ;

u est assujetti à toucher en x une courbe non rectiligne ;

u est assujetti à toucher en x une surface développable fixe ;

x est sur une droite fixe, par laquelle passe u ;

x est fixe ;

u est fixe.

La résolution d'une équation H aux dérivées partielles du premier ordre, à deux variables indépendantes, se ramène à la construction des variétés intégrales situées sur un certain connexe. On peut de même interpréter géométriquement les « caractéristiques » d'une équation aux dérivées partielles, telle que H.

Comme je l'ai expliqué plus haut, je ne développe pas à fond la partie analytique des théories introduites, insistant surtout sur la géométrie.

Les intégrales communes à plusieurs équations H sont les variétés intégrales situées sur l'intersection de plusieurs connexes.

Cette première partie correspond aux pages 351 à 357 de *Clebsch-Benoist* ainsi qu'aux pages 379 à 398. Je laisse bien entendu de côté le côté purement algébrique (invariants, covariants,...).

DEUXIÈME PARTIE.

CONNEXES LINÉAIRES.

I. — *Points et plans fondamentaux; équation fondamentale; racine multiple.*

L'évanouissement d'une forme mixte bilinéaire $\mathfrak{A}$ fournit l'équation d'un connexe $\mathfrak{A}$ linéaire, c'est-à-dire de degré et de classe *un*.

Les plans u, qui, avec un point x donné, forment des éléments de $\mathfrak{A}$, passent par une droite X, issue de x. Les points x, qui, avec un plan donné u, forment des éléments $\mathfrak{A}$, sont situés sur une droite U, par laquelle passe u. Un point x, ou un plan u, devient *fondamental* lorsque la droite X, ou la droite U, est indéterminée autour de x, ou indéterminée dans le plan u.

En général, il existe un *tétraèdre fondamental* $\mathfrak{T}$, dont les points fondamentaux sont les quatre sommets et les plans fondamentaux sont les quatre faces.

On peut former aussi une *équation fondamentale* H du quatrième degré. A chacune des quatre racines correspond un sommet ξ et la face opposée η du tétraèdre $\mathfrak{T}$.

Quand la racine est double, $\mathfrak{T}$ dégénère; η passe par ξ et l'on peut parler de deux *éléments fondamentaux* infiniment voisins

$$(\xi, \eta) \quad \text{et} \quad (\xi + d\xi, \eta + d\eta).$$

Nommons Δ, comme dans la première partie, le déplacement qui les amène l'un sur l'autre.

Si la racine est triple, les deux indicatrices X et U de Δ se rencontrent et les deux éléments sont en situation réunie. Si la racine est quadruple, X et U sont confondues.

Dans certains cas, pour une racine double, sont fondamentaux tous les points d'une droite ξ et tous les plans passant par une droite $\bar{\eta}$. Si la racine devient triple, ξ et $\bar{\eta}$ se rencontrent; elles coïncident pour une racine quadruple.

II. — *Connexes avec un nombre fini de points ou de plans fondamentaux; formes canoniques.*

Une discussion complète de l'équation fondamentale conduit à reconnaître dans le connexe $\mathfrak{A}$ divers types qui, par un choix convenable des coordonnées, prennent des formes simples *canoniques*.

Les voici quand le nombre des points ou plans fondamentaux est fini.

Type I (4 racines inégales)

$$0 = k_1x_1u_1 + k_2x_2u_2 + k_3x_3u_3 + k_4x_4u_4.$$

Type II (une racine double)

$$0 = k_1x_1u_1 + k_2x_2u_2 + x_3u_4, \quad k_1 \pm k_2.$$

Type III (deux racines doubles)

$$u_1x_1 + u_2x_2 + x_2u_1 + x_3u_4 = 0.$$

Type IV (racine triple)

$$u_1x_1 + u_2x_3 + v_4x_2 = 0.$$

Type V (racine quadruple)

$$x_2u_1 + x_3u_2 + x_1u_4 = 0.$$

Les sommets et les faces du tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}$ se rapprochent indéfiniment de diverses façons.



III. — *Connexes avec un nombre infini de points ou de plans fondamentaux ; formes canoniques.*

Les formes canoniques sont les suivantes quand le nombre de points ou plans fondamentaux est infini.

Type VI

$$k_3 x_3 u_3 + k_4 x_4 u_4 = 0, \quad k_3 \pm k_4.$$

Type VII

$$x_3 u_3 + x_4 u_4 + x_3 u_4 = 0.$$

Type VIII

$$x_3 u_3 + x_4 u_4 = 0.$$

Type IX

$$x_1 u_1 + x_3 u_4 = 0.$$

Type X

$$x_1 u_3 + x_2 u_4 = 0$$

La discussion des dix formes canoniques est analogue à celle des pages 430 à 434 de *Clebsch-Benoist.*

IV. — *Équation de Jacobi dans l'espace.*

Clebsch rattache l'intégration de l'équation différentielle ordinaire du premier ordre dite de Jacobi (*Clebsch-Benoist,* note de la page 405) à la construction des *courbes de coïncidence principale* dans un connexe plan d'ordre et de classe un.

Je nomme de même équation de Jacobi dans l'espace l'équation aux dérivées partielles du premier ordre dont l'intégration se rattache à la construction des variétés intégrales dans un connexe linéaire. Les dix formes

canoniques ci-dessus énumérées sont très simples; les caractéristiques et les variétés intégrales s'obtiennent assez aisément.

V. — *Système de deux connexes linéaires.*

On étudie à la fois la variété $\mathfrak{S}_3$, intersection des deux connexes linéaires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A} = 0$, et $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B} = 0$, et le faisceau de connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} = 0$$

quand le rapport $\lambda : \mu$ des paramètres varie.

Quand x est donné, il n'y a sur $\mathfrak{S}_3$ qu'un élément (x, X). Quand u est donné, il n'y a sur $\mathfrak{S}_3$ qu'un élément (U, u).

Le lieu des points x, pour lesquels le plan X est indéterminé, est une courbe du sixième degré C_6 L'enveloppe des plans u, pour lesquels le point U est indéterminé, est une surface développable Γ_6 de classe VI.

C_6 est aussi le lieu des points fondamentaux des ∞ connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$ du faisceau. Γ_6 est l'enveloppe des plans fondamentaux. Il y a donc ∞ tétraèdres, les tétraèdres fondamentaux du faisceau, inscrits à C_6 et circonscrits à Γ_6.

Il existe dans un plan M une courbe du quatrième degré dont les points correspondent birationnellement aux points de C_6 et aux plans tangents de Γ_6; les points de C_6 et les plans de Γ_6 se correspondent birationnellement. Un même point de la courbe du quatrième degré fournit le sommet et la face opposée d'un même tétraèdre fondamental. Les quatre points où la courbe est coupée par les droites issues d'un certain point fixe dans le plan M fournissent les quatre sommets ou les quatre faces d'un même tétraèdre fondamental.

Quelques indications sont données sur les intégrales communes à deux équations de Jacobi dans l'espace.

VI. — *Système de trois connexes linéaires.*

On étudie à la fois la variété $\mathfrak{G}_2$, intersection des trois connexes linéaires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B} = 0$, et $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C} = 0$, et le réseau des ∞^2 connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu}$,

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} + \nu\mathfrak{C} = 0$$

quand varient les paramètres λ, μ, ν. $\mathfrak{G}_2$ a ses points x situés sur une surface du quatrième degré X et ses plans u tangents à une surface de quatrième classe U. Les points de X et les plans tangents à U se correspondent birationnellement.

Il existe dans un espace $\mathfrak{M}$ à trois dimensions une surface du quatrième degré Ω, dont les points σ correspondent birationnellement aux points de X et aux plans tangents à U.

Les points fondamentaux des connexes du réseau décrivent la surface X; les plans fondamentaux enveloppent la surface U. Il y a ∞^2 tétraèdres, les tétraèdres fondamentaux du réseau, qui sont à la fois inscrits à X et circonscrits à U. Un même point σ de Ω fournit un sommet et la face opposée dans un même tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}$.

Les droites issues d'un certain point ϖ, fixe dans l'espace $\mathfrak{M}$, percent Ω en quatre points, qui fournissent les quatre sommets, ou les quatre faces, d'un même tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}$.

VII. — *Surface intégrale commune à trois équations de Jacobi.*

Si l'on veut que les trois équations de Jacobi, qui correspondent aux trois connexes, aient une surface intégrale commune, il faut et il suffit que $\mathfrak{G}_2$ soit une variété intégrale au sens du chapitre IV de la première partie.



Alors les deux surfaces X et U se confondent suivant une surface unique T. Il y a évidemment ∞^2 tétraèdres inscrits et circonscrits à la fois à la surface T. La surface Ω admet une transformation birationnelle en elle-même. L'équation du quatrième degré H, qui donne l'intersection avec Ω des droites issues du point ϖ dans l'espace $\mathfrak{M}$, a une racine fonction rationnelle d'une autre racine.

Une discussion fondée sur cette propriété et sur la considération du « groupe de substitutions » (au sens de Galois et de M. Jordan) de l'équation algébrique H permet de construire effectivement la surface Ω.

Quant à la surface intégrale T, elle est unicursale. C'est ou une surface de Steiner, ou une surface réglée.

VIII. — *Systèmes de quatre et de cinq connexes linéaires.*

On étudie la variété $\mathfrak{G}_1$, intersection des quatre connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D} = 0$, ainsi que l'hyperréseau des ∞^3 connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu\varpi}$

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} + \nu\mathfrak{C} + \varpi\mathfrak{D} = 0,$$

quand les paramètres λ, μ, ν et ϖ varient.

$\mathfrak{G}_1$ a ses points x situés sur une courbe C_{10} du dixième degré, $\mathfrak{G}_1$ a ses plans u tangents à une développable Γ_{10} de la dixième classe. Les points de C_{10} et les plans tangents à Γ_{10} se correspondent birationnellement.

Tout point x et tout plan u de l'espace est fondamental pour un certain connexe de l'hyperréseau. Mais les points de C_{10} et les plans tangents à Γ_{10} ont la propriété d'être fondamentaux pour une infinité de connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ de l'hyperréseau.

Je démontre enfin qu'il y a en général vingt éléments communs à cinq connexes linéaires.

IX. — *Connexes de classe un.*

Un grand nombre de propriétés afférentes aux connexes linéaires subsistent pour les connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ de classe un et de degrés α, β, γ, δ, ε respectivement, avec de très faibles modifications.

Le connexe $\mathfrak{A}$ possède $(1 + \alpha)(1 + \alpha^2)$ points fondamentaux, ces derniers définis comme pour le connexe linéaire.

Dans le système des deux connexes $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, le lieu des points, pour lesquels le plan X (défini comme au chapitre V) est indéterminé, est une courbe de degré

$$1 + \alpha + \beta + \alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2.$$

Pour $\alpha = \beta = 1$ on a bien 6.

La variété $\mathfrak{G}_1$ intersection des quatre connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ a ses points x situés sur une courbe de degré

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta.$$

Pour $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1$ on a 10 comme au chapitre VIII.

Pour avoir le nombre des éléments communs à cinq connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, il faut multiplier les cinq degrés deux à deux, puis trois à trois et additionner les vingt produits.

Si chaque degré est égal à 1, on a bien 20, comme au chapitre VIII.

TROISIÈME PARTIE.

SUBSTITUTIONS CRÉMONIENNES.

I. — *Définition et composition des crémoniennes.*

Adoptant une terminologie d'Autonne dans la géométrie plane, je nomme substitution *crémonienne* toute transformation birationnelle qui conserve la



situation réunie des éléments infiniment voisins. Autrement dit, toute crémonienne transforme les unes dans les autres les variétés intégrales.

La crémonienne s et son inverse s^{-1} sont définies par les notations

$$s = \begin{vmatrix} x_i & \varphi_i(x;u) \\ x_i & \psi_i(x;u) \end{vmatrix} \qquad s^{-1} = \begin{vmatrix} x_i & \theta_i(x;u) \\ u_i & \eta_i(x;u) \end{vmatrix}.$$

On entend par là qu'il faut substituer aux x_i quatre formes mixtes φ_i de même degré et de même classe, etc. L'élément (y, v) ou (φ, ψ), dont les φ_i et ψ_i sont les coordonnées, est dit *image par* s de l'élément (x, u). De même (x, u) est l'image par s^{-1} de (y, v), etc.

La substitution

$$\begin{vmatrix} x_i & \varphi_i(\varphi'; \psi') \\ u_i & \psi_i(\varphi'; \psi') \end{vmatrix}$$

sera crémonienne et se nommera par définition le *produit* ss' des deux crémoniennes s et s'

$$s' = \begin{vmatrix} x_i & \varphi'_i(x;u) \\ u_i & \psi'_i(x;u) \end{vmatrix}.$$

Pour l'étude de la multiplication ou composition des crémoniennes, je suis les règles générales données par M. Jordan dans son *Traité des substitutions*. J'établis notamment que les crémoniennes forment un *groupe :* le groupe *crémonien*.

II. — *Matrices; permanence; conditions de contact.*

Si, pour abréger l'écriture, on pose

$$\varphi_{ij} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}, \quad \varphi'_{ij} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}, \quad \psi_{ij} = \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j}, \text{ etc.},$$

on peut envisager les huit matrices

$$\{\varphi\}, \ \{\psi\}, \ \{\theta\}, \ \{\eta\}, \ \{\varphi'\}, \ \{\psi'\}, \ \{\theta'\}, \ \{\eta'\}$$

telles que, par exemple,

$$\}\varphi\{ = \left\| \begin{matrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{matrix} \right\|, \qquad \}\varphi'\{ = \left\| \begin{matrix} \varphi'_{11} & \varphi'_{12} & \varphi'_{13} & \varphi'_{14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi'_{41} & \varphi'_{42} & \varphi'_{43} & \varphi'_{44} \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \right\|.$$

L'évanouissement de la matrice $\{\varphi\} = 0$ signifiera l'évanouissement des cinq déterminants à seize éléments de la matrice.

On introduit aussi la matrice ∇

$$\nabla = \left\| \begin{matrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} & \varphi'_{11} & \varphi'_{12} & \varphi'_{13} & \varphi'_{14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{41} & \dots & & & \varphi'_{41} & \dots & & \\ \psi_{11} & \dots & & & \psi'_{11} & \dots & & \\ \dots & & & & \dots & & & \\ \psi_{41} & \dots & & & \psi'_{41} & \dots & & \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \right\|.$$

La matrice ∇ ne peut avoir ses neuf déterminants à soixante-quatre éléments toujours tous nuls. Au contraire, l'évanouissement ou le non-évanouissement des huit matrices $\{\varphi\}, \dots, \{\eta'\}$ fournit les bases d'une classification des crémoniennes.

Je nomme *conditions de contact* les relations algébriques entre les formes mixtes φ_i, ψ_i, θ_i, η_i qui expriment que la crémonienne conserve la situation réunie des éléments infiniment voisins.

Sont étudiées ces conditions de contact, où les matrices jouent un grand rôle, surtout au point de vue de la *permanence*, cette dernière définie comme au chapitre Ier de la première partie.

III. — *Éléments fondamentaux et variétés fondamentales; variétés primordiales.*

Les éléments *fondamentaux* d'une crémonienne (le mot fondamental ayant une tout autre signification que dans la théorie des connexes) sont

ceux dont l'image par la crémonienne n'est plus unique. Pour un pareil élément (x, u), on a :

$$\varphi_i = 0, \quad \text{ou} \quad \psi_i = 0, \quad \text{ou} \quad \varphi_i = \psi_i = 0.$$

L'image d'un élément fondamental est constituée par l'ensemble des éléments situés sur une certaine variété *fondamentale*.

L'étude des divers éléments fondamentaux et des variétés fondamentales m'arrête peu, parce que c'est le cas particulier d'un problème général résolu par Autonne (*).

J'insiste au contraire beaucoup sur les variétés *primordiales*. Voici en quoi elles consistent :

Considérons la variété intégrale (au sens du chapitre IV de la première partie) à deux dimensions, constituée par les éléments (x, u), où le point x, ou le plan u, reste fixe.

Une pareille variété a pour image une autre variété, laquelle, par définition, est primordiale.

Toute variété primordiale est évidemment une variété intégrale, par la nature même de la crémonienne, laquelle conserve la situation réunie des éléments infiniment voisins. La variété primordiale, que je démontre être toujours à deux dimensions, rentre donc dans l'un des six types établis au chapitre IV de la première partie pour la classification des variétés intégrales. Je puis donc parler dorénavant de

Surface primordiale . . . . P
Courbe primordiale . . . . Γ
Développable primordiale . . . . Π
Droite primordiale . . . . Δ
Point primordial.
Plan primordial.

(*) *Sur les pôles des fonctions uniformes à plusieurs variables indépendantes.* (ACTA MATHEMATICA, 1897.)



L'importance des variétés primordiales résulte du théorème que voici : « Une même variété primordiale ne peut appartenir à deux crémoniennes » distinctes ». En d'autres termes, on peut prendre les primordiales pour base de l'étude des crémoniennes. C'est ce que je fais.

IV. — *Surface primordiale; courbe ou développable primordiale.*

Je traite d'abord le problème suivant. Une crémonienne s'étant supposée donnée, reconnaître la nature des variétés primordiales P. La nature des P dépend de l'évanouissement ou du non-évanouissement des quatre matrices

$$\}\varphi\{,\ \}\psi\{,\ \}\varphi'\{,\ \}\psi'\{$$

introduites au chapitre II de la troisième partie.

Une surface primordiale P_x ou P_u, qui correspond à un point x ou à un plan u donnés, est unicursale et possède pour son équation un premier membre entier et homogène en x_i ou en u_i.

Il est de même pour une développable primordiale Π_x ou Π_u.

Une courbe primordiale Γ_x ou Γ_u est unicursale; les quatre coordonnées d'un point courant sur Γ sont proportionnelles à des polynômes en t (t paramètre variable), les coefficients du polynôme étant entiers et homogènes en u_i ou x_i (pour Γ_u ou Γ_x).

V. — *Droite primordiale; point ou plan primordial.*

Pareillement, les coordonnées d'une droite primordiale Δ_x ou Δ_u, celles d'un point primordial ou d'un plan primordial sont des formes (polynômes homogènes) en x_i ou u_i.

J'aborde ainsi le problème inverse à celui des chapitres IV et V. Ce problème inverse se formule ainsi : « Se donnant une variété primordiale

P_x ou P_u, construire la crémonienne », laquelle, en vertu du théorème énoncé au chapitre III, est unique et bien déterminée.

VI. — *Substitutions crémoniques.*

Le mot « primordial » a été emprunté à la terminologie d'Autonne dans ses recherches sur les crémoniennes planes. La même terminologie fournira l'expression de *crémonique* pour toute crémonienne admettant un point ou plan primordial.

Une crémonique peut toujours, la dualité aidant au besoin, être envisagée comme une transformation ponctuelle prolongée au sens de Lie (*).

La transformation ponctuelle est birationnelle et rentre dans la catégorie de celles qu'ont étudiées M. Nœther et Autonne.

Dans la catégorie des crémoniques rentrent :

Le changement de coordonnées rectilignes homogènes le plus général (collinéation);

La transformation par polaires réciproques, par rapport à une quadrique de base.

VII. — *Construction d'une crémonienne admettant une courbe primordiale donnée.*

Supposons, par exemple, que, sur la courbe primordiale Γ_x, les coordonnées du point courant soient des polynômes $h_i\ (t;\, x)$ de degré m par rapport au paramètre t, avec des coefficients homogènes et de degré r en x_i. Alors, dans la crémonienne correspondante s, on a

$$\varphi_i = h_i\,(t;\, x)$$
$$\psi_i = \sum_j u_j \mathrm{R}_{ij}\,(t;\, x),$$

(*) *Erweiterte Punkttransformation*, Bd II, S. 46, de la Theorie der Transformationsgruppen.



où les R_{ij} sont de même nature que les h_i et où t désigne le quotient de deux formes mixtes de même degré et de même classe (classe un).

Le cas où l'on a une développable primordiale Π se ramène, par la dualité, à celui qui vient d'être traité.

VIII. — *Construction d'une crémonienne admettant une droite primordiale donnée.*

Lorsque le degré m des polynômes h_i en t, ci-dessus, s'abaisse à l'unité, la courbe primordiale Γ devient une droite primordiale, ce qui simplifie la théorie.

Dans cette catégorie rentrent les crémoniennes dans lesquelles, entre les coordonnées-points x_i de l'élément (x, u) et celles y_i de l'élément-image (y, v), existent deux relations

$$\mathfrak{A}(x; y) = 0, \quad \mathfrak{B}(x; y) = 0,$$

$\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ désignant deux formes bilinéaires.

Alors la crémonienne s^{-1} est évidemment de même nature que la crémonienne s, et la birationnalité est assurée d'avance.

IX. — *Applications.*

Je construis de pareilles crémoniennes, en insistant surtout sur celles qui sont identiques à leur inverse. On trouve soit une transformation déjà citée par Lie (*), soit une crémonienne assez curieuse. Un élément (x, u) étant donné, le point y et le plan v de l'élément-image (y, v) s'obtiennent par des constructions géométriques simples, en opérant sur un certain cône-quadrique (x est le pôle de v, y est celui de u).

(*) *Theorie der Transformationsgruppen*, Bd II, S. 41.



X. — *Construction d'une crémonienne admettant une surface primordiale donnée.*

Il existe alors entre les x_i et les y_i une relation $f(x; y) = 0$, f désignant une forme biquaternaire en x_i et y_i.

Il y a à signaler surtout l'existence sur la surface primordiale d'un système de ∞^2 courbes algébriques, entièrement analogue au *réseau homaloïde* de courbes planes, lequel figure dans une transformation plane Cremona. Ces courbes gauches sont aussi du genre zéro, avec un seul point d'intersection mobile, ayant tous leurs points multiples en des points fixes de la surface primordiale.

J'appelle donc aussi ce système de courbes *réseau homaloïde.*

XI. — *Applications.*

Je construis une crémonienne pour laquelle la surface primordiale est une quadrique, la crémonienne inverse possédant la même propriété.

Le réseau homaloïde se compose de coniques passant toutes par un point fixe de la quadrique primordiale.

La construction de la crémonienne amène à étudier, en passant, la forme biquaternaire $f(x; y)$, quadratique en x_i et en y_i. J'effleure donc un autre des problèmes proposés par le programme de l'Académie.

Dans la crémonienne obtenue, les φ_i sont des formes mixtes de degré et de classe deux; les ψ_i sont des formes mixtes de degré quatre et de classe deux.

XII. — *Classification des crémoniennes.*

Si l'on désigne par x et y le point d'un élément et le point de l'élément-image respectivement, Lie divise les transformations de contact en trois

catégories, selon qu'il existe, entre les coordonnées de x et celles de y une, deux ou trois relations.

Ma classification des crémoniennes, fondée sur la nature de la primordiale, est une extension, dans le sens de la dualité, de la classification de Lie.

Elle est, comme je pense l'avoir montré, très utile pour la construction et l'étude d'une crémonienne isolée. Mais quand on envisage le *groupe crémonien* défini comme au chapitre I[er] de la troisième partie, la classification n'a plus rien d'essentiel, et voici pourquoi : en multipliant au besoin la crémonienne par des crémoniques convenables, on peut toujours faire en sorte que l'on n'ait à traiter que des *surfaces* primordiales. Les crémoniques, qui ne sont que des transformations ponctuelles prolongées, doivent être envisagées comme connues. Ainsi, à la rigueur, les procédés du chapitre X suffisent pour tous les cas.

APPENDICE.

J'ai relégué dans l'Appendice quelques propositions dont je me sers et dont la démonstration aurait interrompu la marche naturelle du Mémoire.

J'étends d'abord à l'espace à n dimensions un théorème bien connu de M. Lüroth sur les courbes planes unicursales.

Enfin sont établies quelques propriétés des mineurs, dans les déterminants, identiquement nuls et ayant pour éléments des polynômes.

SUR

LES FORMES QUATERNAIRES

A DEUX SÉRIES DE VARIABLES

APPLICATIONS A LA GÉOMÉTRIE

ET

AU CALCUL INTÉGRAL

PREMIÈRE PARTIE

GÉNÉRALITÉS SUR LES FORMES MIXTES ET LES CONNEXES.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS ET NOTATIONS.

1. Convenons d'abord et une fois pour toutes de certaines notations qui seront d'un usage ininterrompu dans toutes les présentes recherches.

Soient a_{ij} $(i, j = 1, 2, 3, 4)$ seize lettres quelconques. Je désignerai le déterminant des a_{ij} par l'un ou l'autre des deux symboles

$$A \text{ ou } [a_{ij}],$$

c'est-à-dire par la lettre majuscule correspondante à la minuscule qui désigne l'élément, ou bien par le symbole de l'élément, ledit symbole placé entre deux crochets.

La notation A_{ij} indiquera le mineur

$$\frac{\partial A}{\partial a_{ij}}.$$

Soient maintenant encore seize lettres a_i, b_i, c_i, d_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Le déterminant sera écrit

$$(abcd).$$

$(abc)_i$ indiquera le déterminant à neuf éléments

$$\frac{\partial}{\partial d_i}(abcd).$$

La notation (évanouissement de la matrice)

$$\left\| \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{matrix} \right\| = 0$$

signifiera que les quatre déterminants $(abc)_i$ sont nuls.

2. Si une expression

$$f(x_1, x_2, \ldots; y_1, y_2, \ldots; u_1, u_2, \ldots; \ldots; \ldots)$$

contient plusieurs séries de variables

$$x_1, x_2, \ldots; y_1, y_2, \ldots; \ldots$$

j'écrirai plus simplement

$$f(x; y; u; \ldots; \ldots).$$

La notation

$$f(x; y; \underline{u}; \ldots)$$

par exemple, c'est-à-dire le *soulignement*, signifiera que les variables u sont envisagées momentanément comme des paramètres, c'est-à-dire comme des constantes.

Si l'expression f est homogène par rapport à chacune des séries de variables $x, y, u,$... l'écriture

$$f\begin{pmatrix}\alpha & \beta & \gamma & \\ x; & y; & u; & \ldots\end{pmatrix}$$

mettra en évidence les degrés d'homogénéité $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$

J'aurai surtout à traiter des *formes*, c'est-à-dire des polynômes homogènes par rapport aux $x, y, \ldots$; $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ seront des « degrés » ou « dimensions » de ces formes.

Si la forme f contient deux séries de quatre variables, elle sera une forme *biquaternaire*.

3. Pour définir la position dans l'espace d'un point x, j'emploierai les quatre coordonnées homogènes x_i $(i = 1, 2, 3, 4)$.

Pour définir la valeur absolue des coordonnées homogènes, on fera usage de la relation

$$\sum_i e_i x_i = \Sigma ex = 1,$$

les e_i étant quatre constantes arbitraires, choisies une fois pour toutes.

D'une façon générale, x_0 désignera l'expression

$$\Sigma ex.$$

Pour le plan $x_0 = 0$, les coordonnées d'un point dans ce plan sont infinies. Ce plan se nommera le *plan de l'infini*.

Dans tout problème, on supposera que le plan de l'infini n'occupe aucune situation particulière par rapport aux figures que l'on étudie.

4. Pour définir un plan u de l'espace, on fera usage des coordonnées-plans homogènes u_i $(i = 1, 2, 3, 4)$.

La valeur absolue des coordonnées u_i sera fournie par la relation

$$u_0 = \Sigma gu = 1,$$

où les g_i sont quatre constantes arbitraires, choisies une fois pour toutes.

Le point $\Sigma gu = u_0 = 0$ sera le *point de l'infini*, parce que tout plan passant par ce point a ses coordonnées infinies.



On supposera aussi l'absence de toute situation particulière du point de l'infini par rapport aux figures que l'on étudiera dans chaque problème.

5. Une droite D intersection de deux plans

$$\Sigma ax = \Sigma bx = 0$$

aura six coordonnées homogènes

$$(ij) = a_i b_j - a_j b_i,$$

liées par la relation

$$(12)(34) + (23)(14) + (31)(24) = 0.$$

Ce seront les *coordonnées-plans* ou *coordonnées axiales* de D.

Si D est donnée comme joignant deux points α et β, c'est-à-dire donnée par les relations

$$\Sigma \alpha u = \Sigma \beta u = 0,$$

D aura six *coordonnées-points* ou *coordonnées radiales* homogènes

$$(ij)' = \alpha_i \beta_j - \alpha_j \beta_i,$$

et il viendra

$$\frac{(12)'}{(34)} = \frac{(23)'}{(14)} = \frac{(31)'}{(24)} = \frac{(14)'}{(23)} = \frac{(24)'}{(31)} = \frac{(34)'}{(12)}$$

sous le bénéfice des relations

$$\Sigma \alpha a = \Sigma \alpha b = \Sigma \beta a = \Sigma \beta b = 0.$$

6. Comme nous venons de le faire déjà, nous écrivons souvent, étant données huit lettres quelconques a_i et b_i, $i = 1, 2, 3, 4$, simplement

$$\Sigma ab,$$

au lieu de

$$\Sigma_i a_i b_i$$

ou

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4$$

7. On voit que les quatre sommets du tétraèdre de référence ont pour équations

IV. . . . . $x_1 = x_2 = x_3 = u_4 = 0,$
I. . . . . $x_2 = x_3 = x_4 = u_1 = 0,$
II. . . . . $x_3 = x_4 = x_1 = u_2 = 0,$
III . . . . $x_4 = x_1 = x_2 = u_3 = 0;$

les quatre faces

IV'. . . . . $u_1 = u_2 = u_3 = x_4 = 0,$
I'. . . . . $u_2 = u_3 = u_4 = x_1 = 0,$
II'. . . . . $u_3 = u_4 = u_1 = x_2 = 0,$
III'. . . . . $u_4 = u_1 = u_2 = x_3 = 0;$

les six arêtes

$$x_1 = x_2 = u_3 = u_4 = 0,$$
$$x_3 = x_4 = u_1 = u_2 = 0,$$
$$x_1 = x_3 = u_2 = u_4 = 0,$$
$$x_2 = x_4 = u_1 = u_3 = 0,$$
$$x_2 = x_3 = u_1 = u_4 = 0,$$
$$x_1 = x_4 = u_2 = u_3 = 0;$$

8. Je nommerai *élément* la figure formée par un point x et un plan u, *passant par ce point.* Si je désigne, une fois pour toutes, par ω l'expression

$$\omega = \Sigma ux,$$

on aura toujours

$$\omega = 0.$$

« Il y a dans l'espace ∞^5 éléments. » La position de l'élément dépend en effet de huit variables x_i et u_i, liées par les trois relations

$$\omega = 0, x_0 = 1 \quad (\text{n}^\circ\ 3) \qquad \text{et} \qquad u_0 = 1 \quad (\text{n}^\circ\ 4).$$

9. Soit, avec les coordonnées courantes X, Y, Z non homogènes, l'équation

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y)$$

ou

(1) $$pX + qY - Z + z - px - qy = 0$$



d'un plan M passant par le point $m\,(x, y, z)$. L'élément (m, M) aura pour ses cinq coordonnées non homogènes les cinq quantités

$$x, y, z, p \text{ et } q.$$

Si l'on compare l'équation (1) à

$$\omega = \Sigma ux = 0,$$

on obtient les relations suivantes entre

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{les cinq coordonnées non homogènes,} \\ \text{les coordonnées homogènes } x_i \text{ et } u_i \end{array} \right\}$$

d'un même élément (x, u) :

$$\frac{x_1}{x} = \frac{x_2}{y} = \frac{x_3}{z} = \frac{x_4}{1}, \qquad \frac{u_1}{p} = \frac{u_2}{q} = \frac{u_3}{-1} = \frac{u_4}{z - px - qy}.$$

Pour passer des x_i, u_i aux $x, \ldots, q$, on fera donc

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = 1, \quad u_1 = p, \quad u_2 = q, \quad u_3 = -1, \quad u_4 = z - px - qy$$

Pour passer des $x, \ldots, q$ aux x_i, u_i, on fera

$$x = x_1 : x_4 \qquad y = x_2 : x_4 \qquad z = x_3 : x_4$$
$$-p = u_1 : u_3 \qquad -q = u_2 : u_3 \qquad px + qy - z = u_4 : u_3.$$

Prendre les coordonnées x, y, z, c'est (n° **3**) choisir pour plan de l'infini la face $x_4 = 0$ (n° **7**) du tétraèdre de référence.

10. On peut poser aussi

$$x = \lambda_1, \quad y = \lambda_2, \quad z = \lambda_3, \quad p = \lambda_4, \quad q = \lambda_5$$

et traiter les λ_k, $k = 1, 2, 3, 4, 5$ comme les coordonnées rectilignes d'un point λ dans un espace à cinq dimensions.

11. Je nommerai « multiplicité » ou « variété » $\mathfrak{S}_s$, à s dimensions, $s \leqslant 5$, l'ensemble des éléments (x, u) dont les coordonnées dépendent de s variables, ou, si l'on veut, l'ensemble des éléments (x, u) dont les coordonnées sont liées par $5 - s$ relations.



12. Soient : S une surface non développable, C une courbe, D une surface développable, $x^{(0)}$ un point, $u^{(0)}$ un plan.

DÉFINITIONS :

L'élément (x, u) *adhère* ou *est adhérent* à la surface S, lorsque le plan u touche S en x; à son tour S *adhère* à l'élément (x, u);

L'élément (x, u) *adhère* à la courbe C quand x est l'un des ∞ points de C et que le plan u contient la tangente en x à C; C *adhère* aussi à l'élément (x, u);

L'élément (x, u) *adhère* à la développable D, quand u est un des ∞ plans tangents à D et que x est l'un des points de la génératrice de contact;

L'élément $(x^{(0)}; u)$ *adhère* au point $x^{(0)}$;

L'élément $(x; u^{(0)})$ *adhère* au plan $u^{(0)}$.

Les éléments, adhérents à la surface S, forment une $\mathfrak{G}_2$ (n° **11**), laquelle comporte ∞^2 points, ceux de S, et ∞^2 plans, ceux qui touchent S.

Les éléments adhérents à la courbe C forment une $\mathfrak{G}_2$, laquelle comporte ∞ points, ceux de C, et ∞^2 plans, ceux qui touchent C.

Les éléments adhérents à la développable D forment une $\mathfrak{G}_2$, laquelle comporte ∞^2 points, ceux de D, et ∞ plans, ceux qui sont tangents à D.

Les éléments $(x^{(0)}; u)$ forment une $\mathfrak{G}_2$, laquelle comporte un point $x^{(0)}$ et les ∞^2 plans passant par $x^{(0)}$.

Les éléments $(x; u^{(0)})$ forment une $\mathfrak{G}_2$, laquelle comporte un plan $u^{(0)}$ et ∞^2 points, ceux du plan $u^{(0)}$.

13. Je démontrerai dans la troisième partie (ch. VI, n° **69**) que le changement de coordonnées rectilignes homogènes le plus général se traduit sur les coordonnées x_i et u_i de l'élément (x, u) par la collinéation ou substitution linéaire :

$$\begin{vmatrix} x_i & \sum_j a_{ij} x_j \\ u_i & \sum_j A_{ij} u_j \end{vmatrix}, \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4)$$

$$A = [a_{ij}] \pm 0, \qquad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \qquad a_i = C^{te}.$$



14. J'emploierai fréquemment aussi la substitution d'échange ε

$$\varepsilon = \begin{vmatrix} x_i & u_i \\ u_i & x_i \end{vmatrix}$$

qui permute les x_i et les u_i. Géométriquement, cela revient à transformer tout l'espace lieu des éléments (x, u) par le procédé dit « des polaires réciproques », la quadrique de base étant

$$\Sigma x^2 = \sum_i x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0.$$

L'intervention de ε sera l'expression analytique de la *dualité*.

15. Dans ce travail, je ne fais jamais la distinction du réel et de l'imaginaire. Toutes les figures géométriques introduites dans les raisonnements doivent être envisagées comme purement schématiques. Le langage géométrique constituera une terminologie particulière, destinée à exprimer plus brièvement des faits analytiques ou algébriques.



CHAPITRE II.

FORMES MIXTES; CONNEXES; INTERSECTION DES CONNEXES.

16. On appellera *forme mixte* une forme biquaternaire (n° **2**)

$$f(x;u)$$

dans laquelle les deux séries de variables x_i et u_i sont les coordonnées d'un élément (x, u).

Dans une forme mixte, les huit variables ne sont pas indépendantes, mais liées par les relations du n° **8**, savoir :

$$x_0 = 1, \qquad v_0 = 1, \qquad \omega = 0.$$

Les premières n'ont pas grande importance à cause de l'homogénéité, mais la dernière exige dans le calcul diverses précautions spéciales. Je vais les indiquer une fois pour toutes.

17. « Une forme mixte nulle pour un élément quelconque de l'espace » est algébriquement divisible par ω. »

Soit

$$f\binom{m}{x;\ u}$$

cette forme mixte. On peut toujours supposer le tétraèdre de référence, placé de façon que la surface, le soulignement ayant la signification expliquée au n° 2.

$$f\binom{m}{x;\ \underline{u}} = 0$$

ne passe pas par le point $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Ordonnons f par rapport aux puissances décroissantes de x_4. Il viendra

$$f = x_4^m A_m(u) + x_4^{m-1}(\ldots.) + \cdots$$

Divisons le polynôme $u_4^m f$, de degré m, en x_4 par le binôme, du premier degré, en x_4

$$\omega = u_4x_4 + u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3;$$

il viendra

$$u_4^m f \equiv \omega P \begin{pmatrix} m-1 \\ x;\ u \end{pmatrix} + R(x_1, x_2, x_3; u).$$

Pour un élément quelconque de l'espace, on doit avoir $R = 0$.

Or, on peut se donner arbitrairement u_1, u_2, u_3, u_4, x_1, x_2, x_3 et définir x_4 par la condition

$$-x_4 = \frac{u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3}{u_4}.$$

Bref, la forme ternaire $R(x_1, x_2, x_3; u)$ est nulle, quelles que soient 1° les variables *indépendantes* x_1, x_2 et x_3; 2° les coordonnées u_i du plan u. Tous les coefficients de la forme ternaire sont nuls et il vient $R \equiv 0$.

Il reste ainsi l'*identité*

$$u_4^m f \equiv \omega P;$$

u_4^m ne peut diviser ω et divise la forme mixte P et l'on a $P = u_4^m Q$, d'où

$$f \equiv \omega Q,$$

C. Q. F. D.

18. En vertu de ce qui précède, « pour que deux formes mixtes soient » égales dans le calcul des éléments (x, u), il faut et il suffit que la différence » des deux formes soit divisible par ω ».

Une même forme f est susceptible d'une infinité d'expressions différentes toutes équivalentes

$$f + \omega P,$$

$P =$ expression quelconque.

« J'étudierai seulement celles des propriétés des formes mixtes qui sont » indépendantes du choix arbitraire des facteurs P de ω. »

Ces propriétés que je nomme *permanentes* ont seules de l'intérêt au point de vue géométrique.



19. Dans tout le présent travail sur les formes mixtes, une égalité

$$A(x; u) = B(x; u)$$

ne sera supposée exister que sous le bénéfice de $\omega = 0$. Le symbole

$$A(x; u) \equiv B(x; u)$$

exprimera que le premier membre est égal au second, même si $\omega \pm 0$.

20. Considérons toutes les expressions

$$F = f + \omega Q$$

équivalentes à la forme mixte f. Il en résultera une certaine indétermination pour les dérivées partielles de f. On aura

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} - Qu_i, \quad \frac{\partial f}{\partial u_i} = \frac{\partial F}{\partial u_i} - Qx_i.$$

La *permanence* exige donc que toutes les formules où entrent les dérivées partielles

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial u_i}$$

subsistent quand, au lieu de ces dérivées, on écrit

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} + \alpha u_i, \quad \frac{\partial f}{\partial u_i} + \alpha x_i,$$

α étant une expression quelconque.

21. A côté du lemme démontré au n° **17** sur les formes mixtes se place, relativement aux formes biquaternaires, un théorème que j'invoquerai, explicitement ou implicitement dans la suite, d'une façon ininterrompue.



Voici en quoi le théorème consiste :

Soient deux formes biquaternaires

$$F'\begin{pmatrix}\beta & m+n\\ x; y\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad f\begin{pmatrix}\alpha & m\\ x; y\end{pmatrix}$$

dont aucune n'admet de diviseur en x_i seulement. La surface $f(\underline{x}; y) = 0$ est supposée irréductible et située tout entière sur la surface

$$F(\underline{x}; y) = 0.$$

Je dis que

$$F = f \times P\begin{pmatrix}\gamma & n\\ x; y\end{pmatrix}, \quad \text{avec } \beta - \alpha = \text{l'entier positif } \gamma.$$

La forme quaternaire $f(\underline{x}; y)$ doit diviser la forme quaternaire $F(\underline{x}; y)$. On a donc, par simple division de polynômes et après suppression des dénominateurs,

$$X'(x)F = fP; \quad P = \text{forme biquaternaire.}$$

X' étant une forme simple quaternaire en x_i, sans y_i.

Biffons encore, de part et d'autre, tous les facteurs communs à X' et à P. Il restera modifiant légèrement le sens de P,

$$XF = fP.$$

Je dis que X est une constante.

Soit en effet X_0 un facteur irréductible de X. Pour $X_0 = 0$, on a :

Ou bien $f(x; y) \equiv 0$, tous les coefficients de la forme quaternaire $f(\underline{x}; y)$ en y_i sont nuls pour $X_0 = 0$, c'est-à-dire divisibles par X_0; X_0 diviserait f, ce qui est contre l'hypothèse;

Ou bien $P(x; y) \equiv 0$ et X_0 diviserait de même P, supposition exclue.

Ainsi X est une constante; les x_i figurent dans P à la dimension $\beta - \alpha = \gamma$, les y_i figurent à la dimension n,

C. Q. F. D.

22. L'ensemble des éléments (x, u) liés par la relation

$$f\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} = 0$$

sera, par définition, un *connexe* $\Gamma_{mm'}$ de *degré* m et de *classe* m'.

$f = 0$ sera l'équation du connexe.

Les points x qui avec un plan $u^{(0)}$ forment des éléments du connexe, sont les ∞ points situés sur la courbe d'intersection du plan $u^{(0)}$ avec la surface

$$f\begin{pmatrix} m & \\ x; & u^{(0)} \end{pmatrix} = 0;$$

cette courbe est de degré m. Je la nomme $c_u^{(0)}$.

Les plans u qui, avec un point donné $x^{(0)}$ de l'espace, forment des éléments du connexe, sont les ∞ plans tangents menés de $x^{(0)}$ à la surface de classe m'

$$f\begin{pmatrix} & m' \\ x^{(0)}; & u \end{pmatrix} = 0.$$

Ces éléments enveloppent un cône $C_x^{(0)}$ de sommet $x^{(0)}$.

23. Nommons *intersection* de $5 - s$ connexes la variété $\mathfrak{S}_s$ à s dimensions constituée par les ∞^s éléments communs à $5 - s$ connexes.

Soient d'abord *deux* connexes $f\binom{m\ m'}{x;\ u} = 0$ et $F\binom{n\ n'}{x;\ u} = 0$. Il y aura adhérents à un plan quelconque u mn éléments de $\mathfrak{S}_3$; ce seront ceux dont le point x est à l'intersection des deux courbes c_u. De même, les $m'n'$ plans tangents communs aux deux cônes C_x fourniront les $m'n'$ éléments de $\mathfrak{S}_3$ adhérents à un point quelconque x de l'espace.

24. Prenons maintenant trois connexes

$$\mathfrak{A}(x; u) = 0, \qquad \mathfrak{B}(x; u) = 0, \qquad \mathfrak{C}(x; u) = 0$$

L'élimination entre les quatre équations

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \omega = 0$$

tantôt des u_i, tantôt des x_i, fournit les relations

$$X(x) = 0, \qquad u_i\varphi_0\binom{r}{x} = \varphi_i\binom{r}{x};$$

$$U(u) = 0, \qquad x_i\theta_0\binom{s}{u} = \theta_i\binom{s}{u};$$

les φ_i étant des formes quaternaires de dimension r, avec (n° **4**) $\varphi_0 = \Sigma g\varphi$; de même les θ sont des formes quaternaires de dimension s avec (n° **3**) $\theta_0 = \Sigma e\theta$.

Les ∞^2 éléments de $\mathfrak{G}_2$ s'obtiennent en combinant un point x de la surface $X = 0$ avec un plan tangent u de la surface $U = 0$. Ce point x et ce plan u se correspondent birationnellement, en vertu des relations ci-dessus.

25. Prenons quatre connexes $\mathfrak{A} = 0, \mathfrak{B} = 0, \mathfrak{C} = 0, \mathfrak{D} = 0$. On verra que les ∞ éléments de $\mathfrak{G}_1$ s'obtiennent en combinant les ∞ points x d'une courbe algébrique avec les plans tangents u menés à une certaine développable.

Enfin, cinq connexes

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \mathfrak{D} = \mathfrak{E} = 0$$

ont un nombre fini d'éléments communs.

26. Il est à peine besoin de faire remarquer que la discussion générale précédente est à modifier plus ou moins dans les innombrables cas particuliers que peut offrir l'intersection des connexes.

27. Sur un connexe existent des points ou des plans remarquables que l'on nomme *fondamentaux*.

Pour un point fondamental x du connexe

$$f(x; u) = 0,$$

le cône C_x (n° **22**) est indéterminé par définition. Alors la surface, dont l'équation en coordonnées-plans u_i est

$$f(x; u) = 0,$$

admet le point x et $f(x; u)$ est divisible par Σxu.



Pareillement, pour un plan fondamental u, la surface

$$f(x; u) = 0$$

comprend le plan u, et la courbe c_u du nº 22 est indéterminée.

On peut aussi dire que pour un point $x^{(0)}$, ou un plan $u^{(0)}$, fondamental, la variété à deux dimensions constituée par les éléments $(x^{(0)}, u)$ ou $(x, u^{(0)})$ est située tout entière sur le connexe.

La considération des points ou plans fondamentaux nous servira de base dans la classification des connexes linéaires.

N. B. Les points et plans fondamentaux ne sont pas à confondre avec les *éléments fondamentaux* des substitutions crémoniennes étudiées dans la troisième partie, chapitre III.

CHAPITRE III.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE DES CONNEXES.

28. Envisageons dans l'espace deux éléments infiniment voisins $(x; u)$ et $(x + dx; u + du)$; nommons :

Δ, le déplacement infinitésimal qui fait coïncider le premier élément avec le second;

X, la droite qui joint les deux points x et $x + dx$;

U, la droite suivant laquelle se coupent les deux plans u et $u + du$.

X et U seront dites les deux *indicatrices du déplacement* Δ.

La position de l'élément (x, u) dans l'espace dépend de cinq paramètres, par exemple les cinq coordonnées λ_k du n° **10**. En vertu de Δ, λ_k prend l'accroissement $d\lambda_k$; les quatre quotients de quatre différentielles $d\lambda_k$ par la cinquième déterminent la *direction d'avancement* que suit (x, u) dans le déplacement Δ.

Il y a ainsi, à partir d'un élément quelconque de l'espace, ∞^4 directions d'avancement différentes.

29. Quels renseignements procure sur Δ la connaissance des deux indicatrices X et U? Pour nous donner

X, fixons le point ξ, de coordonnées ξ_i, où X perce le plan de l'infini (n° **3**) $x_0 = \Sigma ex = 0.$	U, fixons le plan η, de coordonnées η_i, qui passe par U et par le point de l'infini (n° **4**) $u_0 = \Sigma gu = 0.$

On peut écrire

$$dx_i = \alpha x_i + \xi_i d\sigma, \qquad du_i = \beta u_i + \eta_i d\tau,$$

et, sous le bénéfice des relations

$$x_0 = 1, \quad dx_0 = 0, \quad u_0 = 1, \quad du_0 = 0, \quad \xi_0 = 0, \quad \eta_0 = 0,$$

il vient $\alpha = 0$, $\beta = 0$. Ainsi

$$dx_i = \xi_i d\sigma, \qquad du_i = \eta_i d\tau.$$

Au lieu des paramètres σ et τ, prenons les paramètres (a_i, $b_i = c^{tes}$)

$$s = \Sigma ax, \qquad t = \Sigma bu;$$

alors

$$d\sigma = \frac{ds}{\Sigma a\xi}, \quad d\tau = \frac{dt}{\Sigma b\eta}.$$

La relation

$$d\omega = \Sigma x du + \Sigma u dx = 0$$

devient

$$0 = d\tau \Sigma x\eta + d\sigma \Sigma u\xi.$$

De là enfin, tout calcul fait,

$$(0) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad -\frac{ds}{dt} = \frac{\Sigma a\xi}{\Sigma u\xi} \times \frac{\Sigma b\eta}{\Sigma x\eta}.$$

« La direction d'avancement est complètement déterminée par la con- » naissance des deux indicatrices. »

On aurait pu prévoir ce résultat en remarquant que la combinaison des ∞^2 droites issues de x avec les ∞^2 droites situées sur u fournit ∞^4 directions d'avancement, c'est-à-dire les fournit toutes.

30. Le second membre de la relation (0) du n° **29** est homogène et du degré zéro par rapport aux ξ_i et aux η_i. Le rapport $ds : dt$ est indépendant des valeurs absolues des ξ_i et des η_i.

Cela devait être parce que les procédés des n^{os} **3** et **4** sont impuissants à définir les valeurs absolues des coordonnées d'un point situé sur le plan de l'infini ou d'un plan passant par le point de l'infini. Une au moins de ces coordonnées a d'ailleurs une valeur infinie.

La signification géométrique des variables s et t est facile à trouver.

En vertu de $x_0 = 1$, $u_0 = 1$, on a

$$(0) \ldots\ldots\ldots \quad s = \frac{\Sigma ax}{\Sigma ex} \quad t = \frac{\Sigma bu}{\Sigma gu}.$$

Soient y_i et v_i des coordonnées-points et coordonnées-plans courantes.

Quand s varie, le plan

$$\sum_i y_i(a_i - se_i) = 0$$

tourne autour de la droite A intersection du plan a, de coordonnées a_i, avec le plan de l'infini, de coordonnées e_i. Le plan mobile engendre un faisceau de paramètre s : le faisceau $\overline{A}$.

Quant t varie, le point

$$\sum_i v_i(b_i - tg_i) = 0$$

se meut sur la droite B, laquelle joint le point b, de coordonnées b_i, avec le point de l'infini, de coordonnées g_i. Le point mobile engendre une ponctuelle de paramètre t : la ponctuelle $\overline{B}$.

Dès lors, nous reportant aux relations (0),

« la variable s dans la relation (0) est la valeur » du paramètre qui fournit celui des plans du » faisceau $\overline{A}$, qui passe par le point x ».

« la variable t, dans la relation (0) est la valeur » du paramètre, qui fournit celui des points de » la ponctuelle $\overline{B}$, qui est situé sur le plan u ».

31. Examinons le cas particulier où les deux indicatrices X et U se rencontrent. Alors X est située dans le plan u et U passe par le point x. Il vient

$$\sum u\xi = \sum x\eta = 0;$$

la relation (0) du n° **29** est une identité, le rapport $d\sigma : d\tau$ ou $ds : dt$ reste indéterminé.

La connaissance des deux indicatrices X èt U ne suffit plus pour assurer la connaissance de la direction d'avancement et du déplacement Δ. Il faut se donner encore une des ∞ valeurs du rapport $ds : dt$. Du reste, il n'y a que ∞^2 combinaisons des ∞ droites X issues de x dans le plan u avec les ∞ droites U passant par x sur u; en faisant intervenir les ∞ valeurs de $ds : dt$, « on obtient ∞^3 directions d'avancement distinctes seulement » dans le cas où les deux indicatrices se rencontrent ».

La droite X a pour coordonnées-points les six expressions

$$(xdx)_{ij} = x_i dx_j - x_j dx_i.$$

U a pour coordonnées-plans les six expressions

$$(udu)_{ij} = u_i du_j - u_j du_i.$$



La condition de rencontre est que l'invariant simultané

$$\Sigma(xdx)_{ij}(udu)_{ij}$$

de X et de U soit nul. On aurait

$$\sum_{ij}(xdx)_{ij}(udu)_{ij} = \begin{vmatrix} \Sigma udx & \Sigma ux \\ \Sigma dudx & \Sigma xdu \end{vmatrix} = 0$$
$$= (\Sigma udx)(\Sigma xdu) = -(\Sigma udx)^2 = -(\Sigma xdu)^2$$

en vertu des relations

$$\Sigma xu = \Sigma xdu + \Sigma udx = 0.$$

Ainsi quand les deux indicatrices se rencontrent, alors et alors seulement la relation infinitésimale habituelle

$$\Sigma xdu + \Sigma udx = 0$$

se dédouble en deux distinctes

$$\Sigma xdu = 0 \qquad \Sigma udx = 0.$$

« Il n'y a plus que ∞^3 directions d'avancement distinctes lorsque l'on » assujettit le déplacement Δ à avoir ses deux indicatrices concourantes », comme nous venons de le voir autrement un peu plus haut.

Si les deux indicatrices se rencontrent, nous dirons que les deux éléments infiniment voisins (x, u) et $(x + dx, u + du)$ sont *en situation réunie.*

32. Que se passe-t-il lorsque les deux indicatrices sont confondues?

Prenons, pour simplifier les calculs et pour un choix convenable du tétraèdre de référence

$$x_1 = x_2 = x_3 = u_4 = 0, \qquad e_4 x_4 = 1,$$
$$u_1 = u_2 = x_3 = u_4 = 0, \qquad g_3 u_3 = 1.$$

Supposons que les deux indicatrices soient confondues avec l'arête

$$x_1 = x_3 = u_2 = u_4 = 0$$



du tétraèdre de référence. Il viendra

$$0 = dx_1 = dx_3 = du_2 = du_4.$$

Alors les relations infinitésimales

$$\Sigma u dx = \Sigma x du = \Sigma e dx = \Sigma g du = 0$$

donnent simplement

$$0 = e_2 dx_2 + e_4 dx_4 = g_1 du_1 + g_3 du_3$$

L'expression des huit différentielles est

$$\begin{array}{ll} dx_1 = 0 & du_1 = du_1 \\ dx_2 = dx_2 & du_2 = 0 \\ dx_3 = 0 & du_3 = - g_1 g_3^{-1} du_1 \\ dx_4 = - e_2 e_4^{-1} dx_2 & du_4 = 0 \end{array}$$

le quotient $dx_2 : du_1$ reste indéterminé.

Combinant les ∞ droites issues du point x dans le plan u avec les ∞ valeurs du quotient $dx_2 : du_1$, on obtient ∞^2 directions d'avancement distinctes.

La connaissance des indicatrices confondues n'assure plus celle de la direction d'avancement.

On a ainsi simplement affaire à une particularisation de la situation réunie des éléments infiniment voisins.

33. En vertu du déplacement Δ, x parcourt un fragment de courbe $\bar{x}$, u enveloppe un fragment de développable $\bar{u}$. X est la tangente en x à la courbe $\bar{x}$. U est la génératrice le long de laquelle u touche $\bar{u}$.

Quand X et U se rencontrent, x est sur U et tout se passe comme si la courbe $\bar{x}$ était tracée sur la développable $\bar{u}$.

Lorsque X et U sont confondues, tout se passe comme si $\bar{x}$ était l'arête de rebroussement de la développable $\bar{u}$.

34. Il peut arriver que X ou U soit indéterminée. Cela se présente pour X quand les différentielles dx_i sont du second ordre. On peut dire alors que le déplacement Δ laisse fixe le point x.



Pareillement U est indéterminée lorsque Δ laisse le plan u fixe.

Il est évident qu'il n'y a plus que ∞ directions d'avancement.

Si Δ laisse x fixe, la courbe $\bar{x}$ se réduit à un point; si Δ laisse u fixe, la développable $\bar{u}$ se réduit à un plan.

35. Comment se modifient les considérations précédentes lorsque le déplacement Δ doit s'opérer sur un connexe donné $\mathfrak{A}$, ayant pour équation

$$\mathfrak{A}\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} = 0?$$

Posons

$$A_i = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x_i} \qquad \mathcal{A}_i = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial u_i}$$

et nommons

A le plan de coordonnées	$A_0^{-1}A_i$	(il passe par x),
$\mathcal{A}$ le point de coordonnées	$\mathcal{A}_0^{-1}\mathcal{A}_i$	(il est situé sur u).

On aura

$$\Sigma x du + \Sigma u dx = 0, \qquad \Sigma A dx + \Sigma \mathcal{A} du = 0;$$

si, comme au n° **29**, on écrit

$$dx_i = \xi_i d\sigma, \qquad du_i = \eta_i d\tau,$$

il viendra

$$d\sigma\, \Sigma u\xi + d\tau\, \Sigma x\eta = 0,$$
$$d\sigma\, \Sigma A\xi + d\tau\, \Sigma \mathcal{A}\eta = 0,$$

ou encore

(0) $$\Sigma \xi_i (A_i + \rho u_i) = 0 \qquad \sum_i \eta_i (\mathcal{A}_i + \rho x_i) = 0.$$

36. Nommons (prière de faire la figure)

s **la droite,** issue de x, suivant laquelle se coupent les deux plans u et A;

t **la droite,** située sur u, laquelle joint les deux points x et $\mathcal{A}$.

La ponctuelle T des points situés sur la droite t sera représentée en coordonnées-plans w_i par l'équation

$$\Sigma w \mathcal{A} + \mu \Sigma w x = 0.$$

Le faisceau S des plans passant par la droite s sera représenté en coordonnées-points z_i par l'équation

$$\Sigma z A + \lambda \Sigma z u = 0.$$

Le ρ des équations (0) est à la fois
le paramètre λ du plan appartenant au faisceau S et passant par le point ξ, c'est-à-dire par la droite indicatrice X;
le paramètre μ du point appartenant au faisceau T et situé sur le plan η, c'est-à-dire sur la droite indicatrice U.

Alors les équations (0) expriment ceci : « Les plans déterminés par les » droites s et X et les points situés à l'intersection des droites t et U » forment un faisceau et une ponctuelle projectifs. »

Si on se donne par exemple l'indicatrice U, le plan déterminé par la droite fixe s avec la seconde indicatrice X est déterminé. X ne peut plus prendre dans ce plan que les ∞ directions issues de x.

« Il existe sur le connexe $\mathfrak{A}$ seulement ∞^3 directions d'avancement, » celles dont les deux indicatrices X et U sont liées par la relation géomé- » trique ci-dessus. »

37. Reportons-nous au n° **22.** On voit que la droite s

$$\Sigma z A = \Sigma z u = 0$$

est précisément la tangente en x à la courbe plane c_u, tandis que la droite t

$$\Sigma w \mathfrak{A} = \Sigma w x = 0$$

est la génératrice suivant laquelle le plan u touche le cône C_x.

38. Supposons maintenant que le déplacement Δ ait lieu à la fois sur deux connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}(x; u) = 0$, et $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}(x; u) = 0$. Écrivons encore

$$B_i = \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial x_i} \quad \mathfrak{B}_i = \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial u_i}.$$



Un calcul analogue à celui du n° **35** fournit les relations

$$
\begin{aligned}
d\sigma\, \Sigma u\xi + d\tau\, \Sigma x\eta &= 0 \\
d\sigma\, \Sigma A\xi + d\tau\, \Sigma \mathcal{A}\eta &= 0 \\
d\sigma\, \Sigma B\xi + d\tau\, \Sigma \mathcal{B}\eta &= 0 \\
\Sigma e\xi = 0 \qquad \Sigma g\eta &= 0.
\end{aligned}
$$

Il y a donc correspondance bilinéaire entre le point ξ et le plan η. La connaissance de l'une des indicatrices X ou U entraîne la connaissance de l'autre. Il y a ∞^2 directions d'avancement. C'est le cas du n° **23**.

39. Lorsque l'élément (x, u) se meut à la fois sur trois connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, c'est le cas du n° **24**, x se meut sur la surface $\mathcal{X}$ (je n'écris plus X comme au n° **24** pour éviter l'ambiguïté) et u enveloppe la surface $\mathcal{U}$ (surface U du n° **24**). Nommons v le plan tangent à $\mathcal{X}$ en x et y le point où le plan u touche $\mathcal{U}$. X est évidemment située sur v et U passe par y.

Quand x se meut dans v suivant la direction X, y décrit un fragment de courbe $\bar{y}$ tracée sur $\mathcal{U}$. L'indicatrice U est la conjuguée (dans la conique indicatrice de Dupin au point y de la surface $\mathcal{U}$) de la tangente à $\bar{y}$.

La connaissance de X entraîne celle de U et réciproquement. « Il y a ∞ directions d'avancement. »

40. Si l'élément (x, u) se meut sur quatre connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, on a vu (n° **25**) que x parcourt une courbe $\bar{x}$ tandis que u enveloppe une développable $\bar{u}$. Il est évident que X est la tangente de $\bar{x}$, tandis que U est la génératrice de la développable. « Il n'y a plus pour le déplacement Δ de » l'élément (x, u) qu'une seule direction d'avancement. »

N. B. Pour ne pas compliquer la terminologie, j'ai supposé dans la troisième partie que les mots « direction d'avancement » désignaient non pas le système des quatre rapports des cinq différentielles $d\lambda_k$ du n° **28** (comme dans le présent chapitre), mais bien le système des cinq différentielles elles-mêmes. Il y a alors pour un élément (x, u) cinq directions d'avancement linéairement indépendantes.

De même dans la troisième partie, je réserve plus particulièrement le nom d'*indicatrice* à la droite X. U prend alors le nom de caractéristique.



CHAPITRE IV.

VARIÉTÉS INTÉGRALES; ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES.

41. Nommons *variété intégrale* toute variété telle que deux éléments infiniment voisins quelconques de ladite variété soient toujours en situation réunie (n° **31**).

Appelons $\mathfrak{E}_s$ une variété intégrale à s dimensions.

Il est évident que $s < 5$, car la variété à cinq dimensions est l'espace lui-même, lieu des éléments (x, u).

42. « On ne peut avoir $s = 4$. »

Soient

$$\lambda_1 = x \quad \lambda_2 = y \quad \lambda_3 = z, \qquad \lambda_4 = p \quad \lambda_5 = q$$

les cinq coordonnées non homogènes de l'élément courant sur $\mathfrak{E}_4$, supposée existante. Les λ_k $(k = 1, 2, 3, 4, 5)$ sont les coordonnées définies au n° **10**.

La condition $\Sigma u dx = 0$ de la situation réunie devient

$$0 = p dx + q dy - dz = \lambda_4 d\lambda_1 + \lambda_5 d\lambda_2 - d\lambda_3.$$

Par hypothèse $s = 4$, les λ_k sont liées par l'*unique* équation

$$P(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_5) = P(\lambda) = 0 \text{ de } \mathfrak{E}_4.$$

On doit avoir par définition

$$dP = \sum_k P_k d\lambda_k = \rho\,(\lambda_4 d\lambda_1 + \lambda_5 d\lambda_2 - d\lambda_3).$$

$$P_k = \frac{\partial P}{\partial \lambda_k};$$

d'où

$$P_1 = \rho\lambda_4; \quad P_2 = \rho\lambda_5; \quad P_3 = - \;; \quad P_4 = P_5 =$$

P ne contient ni λ_4 ni λ_5, et l'on a

(0) $$P_1 + \lambda_4 P_3 = P_2 + \lambda_5 P_3 = 0.$$

On ne peut avoir $P_1 = P_2 = P_3 = 0$, car alors la variété serait composée d'éléments ayant leurs points à l'infini ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \infty$). Les deux relations (0) sont distinctes, car la première contient λ_4 et la seconde λ_5. Les λ_k seraient reliées par deux relations au moins et la variété ne serait plus à quatre dimensions.

43. « On ne peut avoir $s = 3$. »

Raisonnant comme plus haut (n° **42**), on aurait pour définir $\mathfrak{C}_3$

$$P(\lambda) = Q(\lambda) = 0,$$

et l'on devrait avoir, par hypothèse, l'un au moins des paramètres α, β, ρ n'étant pas nul,

$$\rho[\lambda_4 d\lambda_1 + \lambda_5 d\lambda_2 - d\lambda_3] = \alpha dP + \beta dQ$$

$$(0) \qquad \left\{\begin{array}{l} \alpha P_1 + \beta Q_1 = \rho\lambda_4 \\ \alpha P_2 + \beta Q_2 = \rho\lambda_5 \\ \alpha P_3 + \beta Q_3 = -\rho \\ \alpha P_4 + \beta Q_4 = 0 \\ \alpha P_5 + \beta Q_5 = 0 \end{array}\right\}.$$

On ne peut avoir $\alpha = \beta = 0$, car alors $\rho = 0$; donc

$$\left\| \begin{array}{cc} P_4 & Q_4 \\ P_5 & Q_5 \end{array} \right\| = 0.$$

Le système $P = Q = 0$ n'est pas résoluble par rapport à λ_4 et λ_5, et l'on a

$$P \equiv \varpi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \varphi)$$
$$Q \equiv \chi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \varphi)$$
$$\varphi = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5)$$

ou, éliminant φ entre $\omega = 0$ et $\chi = 0$, les relations

$$P = 0, \qquad \pi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0.$$

Cela revient, en définitive, à supposer que λ_4 et λ_5 manquent dans Q. $Q_4 = Q_5 = 0$ et il vient

$$(0') \qquad \left\{ \begin{array}{l} \alpha P_1 + \beta Q_1 = \rho\lambda_4 \\ \alpha P_2 + \beta Q_2 = \rho\lambda_5 \\ \alpha P_3 + \beta Q_3 = -\rho \\ \alpha P_4 = \alpha P_5 = 0 \end{array} \right\}.$$

Si $\alpha = 0$, on déduirait les quatre relations

$$P = Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = Q_1 + \lambda_4 Q_3 = Q_2 + \lambda_5 Q_3 = 0,$$

dont au moins trois distinctes. La variété ne pourrait être à trois dimensions.

Si $\alpha \pm 0$, $P_4 = P_5 = 0$, et l'on aurait les trois relations

$$P(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \left\| \begin{array}{ccc} P_1 & Q_1 & \lambda_4 \\ P_2 & Q_2 & \lambda_5 \\ P_3 & Q_3 & -1 \end{array} \right\| = 0.$$

Les deux premières sont distinctes par hypothèse; la dernière, contenant λ_4 et λ_5, est distincte des deux premières. La variété ne serait plus à trois dimensions.

On pourrait objecter que λ_4 et λ_5 manquent éventuellement dans le déterminant à cause de l'évanouissement de la matrice

$$\left\| \begin{array}{ccc} P_1 & P_2 & P_3 \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 \end{array} \right\| = 0.$$

Mais alors dQ serait proportionnelle à dP et les deux relations $P = Q = 0$ ne seraient pas distinctes, ce qui est contre l'hypothèse.

Bref la supposition $s = 3$ est absurde. C. Q. F. D.

Nous passerons donc à l'étude des variétés intégrales $\mathfrak{E}_2$ à deux dimensions.

44. Soient x_i et u_i les coordonnées courantes sur $\mathfrak{E}_2$. On a par définition et hypothèse, s et t étant deux paramètres variables,

$$x_i = \bar{x}_i(s, t), \qquad u_i = \bar{u}_i(s, t);$$

$$\sum_i \bar{u}_i \bar{x}_i = 0, \qquad \sum_i \bar{u}_i d\bar{x}_i = ds \sum_i \bar{u}_i \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial s} + dt \sum_i \bar{u}_i \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial t} = 0;$$



c'est-à-dire

$$(1)\qquad 0 = \sum_i \bar{u}_i \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial s} = \sum_i \bar{u}_i \frac{\partial \bar{x}_i}{\partial t} = \sum_i \bar{u}_i \bar{x}_i ;$$

s et t sont les deux paramètres de qui dépendent les coordonnées de l'élément courant sur $\mathfrak{E}_2$.

45. Supposons d'abord que s et t figurent effectivement toutes deux dans les x_i et les u_i. Alors x décrit une surface $\mathfrak{X}$; u enveloppe une surface $\mathfrak{U}$. Les relations (1) du n° **44** expriment simplement que les surfaces $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{U}$ coïncident ensemble (soit T leur nom commun) et que la variété $\mathfrak{E}_2$ est constituée par les ∞^2 éléments *adhérents* (n° **12**) à T. $\mathfrak{E}_2$ comporte ∞^2 points x (ceux situés sur T) et ∞^2 plans u (ceux tangents à T).

Dans le déplacement infinitésimal Δ (chapitre III) imprimé sur $\mathfrak{E}_2$ à l'élément (x, u), les deux indicatrices X et U sont deux tangentes conjuguées de la surface T en x.

Si l'on voulait que X et U coïncident dans les conditions du n° **32**, il faudrait que x se déplaçât sur T suivant l'asymptote de la conique indicatrice de Dupin. X et U coïncideraient avec cette asymptote.

Le présent cas sert évidemment à lui-même de contre-partie dualistique.

Notons que la surface T ayant ∞^2 plans tangents n'est point développable.

46. Supposons que t, par exemple, manque dans $\bar{x}_i$. x parcourt une courbe C. Les équations (1) du n° **44** expriment que le plan u passe par la tangente en x à C. Ainsi « $\mathfrak{E}_2$ est constituée par les ∞^2 éléments adhérents » à la courbe C ». $\mathfrak{G}_2$ comporte ∞ points (ceux de C) et ∞^2 plans (ceux tangents à C).

Dans le déplacement Δ, la droite X est la tangente à C en x; la droite U dépend du choix de Δ.

Si l'on voulait que U coïncide avec X, le plan u envelopperait (n° **33**) un fragment de la développable dont C est l'arête de rebroussement.

47. La contre-partie dualistique du cas ci-dessus est la suivante : t manque dans les $\bar{u}_i$. Le plan u enveloppe une développable D. « $\mathfrak{E}_2$ est



» constituée par les ∞^2 éléments adhérents à D » et comporte ∞^2 points (ceux de D) et ∞ plans (ceux tangents à D).

U est la génératrice de D; X est une tangente à D, dont la position change avec le choix de Δ.

Si X et U coïncident, x se meut sur l'arête de rebroussement de D.

48. Supposons que les $\bar{x}_i$ et les $\bar{u}_i$ dépendent chacuns d'une seule variable à la fois. Ce ne sera pas de la même variable, sans quoi $\mathfrak{E}_2$ serait de dimension un. Nous admettrons que l'on a

$$x_i = \bar{x}_i(s) \qquad u_i = \bar{u}_i(t)$$

pour les équations du n° **44**.

x parcourt une courbe c, u enveloppe une développable γ. Je dis que c est une droite.

Soit t une valeur quelconque du paramètre t; nommons $u^{(t)}$ le plan tangent correspondant de γ. Coupons c par $u^{(t)}$. L'équation aux s des points d'intersection sera

$$(0) \qquad \Sigma \bar{u}_i(t)\, \bar{x}_i(s) = 0.$$

Si de cette équation on peut tirer s, les deux variables s et t ne sont plus indépendantes et $\mathfrak{E}_2$ n'est plus de la dimension deux. Ainsi (0) est indéterminée en s. Géométriquement, cela veut dire que la courbe c est située tout entière dans chacun des plans $u^{(t)}$.

Ainsi c est une droite $\mathfrak{D}$; les plans u tournent autour de $\mathfrak{D}$. « $\mathfrak{E}_2$ est » constituée par les ∞^2 éléments adhérents à $\mathfrak{D}$ » et comporte ∞ points (ceux de $\mathfrak{D}$) avec ∞ plans (ceux passant par $\mathfrak{D}$).

Dans le déplacement Δ, X et U coïncident avec $\mathfrak{D}$.

Le cas présent est à lui-même sa contre-partie dualistique.

49. Il peut se faire que dans $\mathfrak{E}_2$ le point x soit fixe. $\mathfrak{E}_2$ est alors constituée par les ∞^2 éléments adhérents à x. De même u peut être fixe et $\mathfrak{E}_2$ est constituée par les ∞^2 éléments adhérents à u. C'est le cas du n° **34**. X, ou U, est indéterminée.

50. En résumé, on trouve les types suivants de variétés intégrales à deux dimensions $\mathfrak{E}_2$:

Type I. — ∞^2 points; ∞^2 plans; les ∞^2 éléments de $\mathfrak{E}_2$ adhèrent à une surface non développable;

Type II. — ∞ points; ∞^2 plans; les ∞^2 éléments adhèrent à une courbe non rectiligne;

Type III. — ∞^2 points; ∞ plans; les ∞^2 éléments adhèrent à une développable non plane;

Type IV. — ∞ points; ∞ plans; les ∞^2 éléments adhèrent à une droite;

Type V. — Un point; ∞^2 plans; les ∞^2 éléments adhèrent au point;

Type VI. — Un plan; ∞^2 points; les ∞^2 éléments adhèrent au plan.

Se correspondent dualistiquement :
les types I et IV à eux-mêmes;
les types II et III;
les types V et VI.

On trouvera dans la troisième partie une classification analogue pour les « variétés primordiales des substitutions crémoniennes ». Ce sont du reste aussi des variétés intégrales à deux dimensions.

51. Passons maintenant aux variétés intégrales $\mathfrak{E}_1$ à une dimension. On a, par analogie avec le n° **44**,

$$x_i = \bar{x}_i(s) \qquad u_i = \bar{u}_i(s)$$
$$\Sigma\bar{u}_i(s)\bar{x}_i(s) = 0 \qquad \Sigma\bar{u}_i(s)d\bar{x}_i(s) = 0.$$

Ces équations expriment que u enveloppe une développable $\mathfrak{U}$ sur laquelle est tracée une courbe $\mathfrak{X}$, lieu de x. Les indicatrices X et U du déplacement Δ sont respectivement

la tangente à $\mathfrak{X}$,
la génératrice de $\mathfrak{U}$.

Si X et U devaient coïncider, $\mathfrak{X}$ deviendrait l'arête de rebroussement de $\mathfrak{U}$.



Dans des cas particuliers :

$\mathfrak{X}$ se réduit à un point fixe x, $\mathfrak{U}$ est un cône de sommet x, X est indéterminée;

$\mathfrak{U}$ se réduit à un plan fixe u, $\mathfrak{X}$ est une courbe tracée sur u, U est indéterminée.

52. Cherchons les variétés $\mathfrak{K}$ qui possèdent la propriété suivante : dans le déplacement Δ qui amène l'un sur l'autre deux éléments infiniment voisins de la variété $\mathfrak{K}$, les deux indicatrices X et U de $\mathfrak{K}$ sont confondues.

Il est évident que les variétés $\mathfrak{K}$ sont comprises parmi les variétés intégrales $\mathfrak{E}$.

Passons en revue les différents types de $\mathfrak{E}_2$ énumérés au n° **50**.

53. Type I (n° **45**). En un point quelconque x de T, la conique indicatrice de Dupin devrait avoir ses asymptotes indéterminées. T serait un plan, ce qui est absurde.

Types II (n° **46**) et III (n° **47**). Le plan u envelopperait une développable dont x parcourrait l'arête de rebroussement. La variété ne pourrait être à deux dimensions.

Les types IV, V et VI de $\mathfrak{E}_2$ sont des variétés $\mathfrak{K}$ (n°s **48** et **49**).

54. La variété $\mathfrak{E}_1$ (n° **51**) est une variété

$\mathfrak{K}$ lorsque la courbe $\mathfrak{X}$ est l'arête de rebroussement de la développable $\mathfrak{U}$;
le point x est fixe;
le plan u est fixe.

55. La condition $\Sigma u dx = 0$ de la situation réunie de deux éléments infiniment voisins se nommera aussi (n° **12** de la troisième partie) la « condition de contact ». La condition de contact est un invariant par rapport aux substitutions crémoniennes auxquelles est consacrée la troisième partie. On peut donc dire que « toute substitution crémonienne change une » variété intégrale $\mathfrak{E}_2$ en une autre variété $\mathfrak{E}_2$ » et « change une variété $\mathfrak{E}_1$ » en une variété $\mathfrak{E}_1$ ».

La présente remarque établit le lien entre les première et troisième parties.

Les variétés primordiales, dont il est si longuement question dans la troisième partie, sont des variétés $\mathfrak{E}_2$.

56. Reste à montrer le lien des considérations *purement géométriques* présentes avec la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre à deux variables indépendantes et à une fonction inconnue. Ce lien est analogue à celui qui existe entre les connexes plans et l'équation différentielle ordinaire du premier ordre (*Clebsch-Benoist*, tome III, pages 452 et suivantes).

57. Soit $\mathfrak{A}$ un connexe (n° 22)

$$\mathfrak{A}\binom{m\ m'}{x;\,u}=0$$

d'ordre m et de classe m'. Si dans l'expression $\mathfrak{A}$ on fait, pour introduire les coordonnées non homogènes de l'élément et conformément aux formules du n° 9,

$$\begin{array}{llll} x_1=x & x_2=y & x_3=z & x_4=1 \\ u_1=p & u_2=q & u_3=-1 & u_4=px+qy-z, \end{array}$$

on obtient une équation aux dérivées partielles p et q de la fonction inconnue z par rapport aux deux variables indépendantes x et y. Nommons H cette équation, qui provient du connexe $\mathfrak{A}$ par un procédé exempt de toute ambiguïté.

Si H est donnée, le connexe $\mathfrak{A}$ s'en déduit aussi sans ambiguïté, mais il y a, conformément aux explications du chapitre II, une infinité de formes mixtes $\mathfrak{A}$.

Au lieu de dire « intégrale de l'équation H », on peut évidemment, sans ambiguïté, dire « intégrale du connexe $\mathfrak{A}$ ».

58. Traduisant dans ma terminologie habituelle les locutions du calcul intégral, je dirai que « la surface intégrale de $\mathfrak{A}$ a pour propriété caracté-



» ristique d'avoir tous ses éléments adhérents situés sur le connexe ». En effet, au point (x, y, z), la surface intégrale a, par définition, le plan (X, Y, Z = coordonnées courantes)

$$z - x = p(X - x) + q(Y\ y).$$

Nommons T la surface intégrale. On voit que les éléments adhérents à T constituent une variété $\mathfrak{E}_2$ (n° **50**) des types

I, si T n'est pas développable,
II, si T est développable,
III, si T est un plan.

D'autre part, la dualité introduit forcément aussi les types II et V; le type IV surgit quand la courbe du type II devient une droite.

En un mot, la généralité exige que l'on envisage, à la fois, tous les six types de $\mathfrak{E}_2$.

59. Le problème relatif à l'intégration de H peut donc se formuler ainsi : « construire toutes les variétés intégrales à deux dimensions $\mathfrak{E}_2$ situées sur » le connexe $\mathfrak{A}$ », ou bien encore « répartir les ∞^4 éléments de $\mathfrak{A}$, » ∞^2 par ∞^2, sur ∞^2 variétés $\mathfrak{E}_2$ ».

Pareillement, trouver les intégrales communes à $5 - s$ connexes (n° **23**), c'est construire les variétés $\mathfrak{E}_2$ situées sur l'intersection $\mathfrak{G}_s$ des connexes.

60. On peut aussi nommer *connexe* la figure lieu des éléments (x, u) assujettis à *une* relation $f(x; u) = 0$, f n'étant plus une forme mixte (polynôme), mais une expression quelconque homogène séparément par rapport aux x_i et aux u_i.

Une variété $\mathfrak{E}_2$ est alors susceptible d'être définie par l'intersection de *trois* connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$

$$\mathfrak{A}(x; u) = \mathfrak{B}(x; u) = \mathfrak{C}(x; u) = 0,$$

la condition de contact $\Sigma u dx = 0$ étant la conséquence des relations

$$d\mathfrak{A} = d\mathfrak{B} = d\mathfrak{C} = d\omega = 0$$



jointes à (nos **3** et **4**)

$$dx_0 = \Sigma e dx = 0, \qquad du_0 = \Sigma g du = 0,$$

sous le bénéfice de $\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \omega = 0$.

Il vient

$$\Sigma u dx = \lambda d\omega + \alpha d\mathfrak{A} + \beta d\mathfrak{B} + \gamma d\mathfrak{C} + \varepsilon dx_0 + \zeta du_0 = \lambda \Sigma u dx + \lambda \Sigma x du + \alpha \Sigma A dx$$
$$+ \alpha \Sigma \mathcal{A} du + \gamma \Sigma C dx + \gamma \Sigma \mathcal{C} du + \beta \Sigma B dx + \beta \Sigma \mathcal{B} du + \varepsilon \Sigma e dx + \zeta \Sigma g du,$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} u_i &= \lambda u_i + \alpha A_i + \beta B_i + \gamma C_i + \varepsilon e_i, \\ 0 &= \lambda x_i + \alpha \mathcal{A}_i + \beta \mathcal{B}_i + \gamma \mathcal{C}_i + \zeta g_i, \end{aligned} \qquad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Effectuons les opérations $\sum\limits_i u_i$ et $\sum\limits_i x_i$ sur les relations précédentes. En vertu du théorème d'Euler, il viendra simplement

$$\varepsilon x_0 = \varepsilon = 0, \qquad \zeta u_0 = \zeta = 0,$$

puisque $x_0 = u_0 = 1$.

Il restera

$$(0) \qquad \left\{ \begin{aligned} u_i &= \lambda u_i + \alpha A_i + \beta B_i + \gamma C_i \\ 0 &= \lambda x_i + \alpha \mathcal{A}_i + \beta \mathcal{B}_i + \gamma \mathcal{C}_i. \end{aligned} \right.$$

Il est licite, au lieu de $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, d'écrire $\mathfrak{A} + \omega \mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B} + \omega \mathfrak{B}'$, $\mathfrak{C} + \omega \mathfrak{C}'$, et par un choix convenable de $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{C}'$ faire dans le système (0), $\lambda = 0$.

Alors

$$\begin{aligned} -u_i + \alpha A_i + \beta B_i + \gamma C_i &= 0 \\ \alpha \mathcal{A}_i + \beta \mathcal{B}_i + \gamma \mathcal{C}_i &= 0. \end{aligned}$$

Éliminons -1, α, β, γ, il viendra :

$$\begin{Vmatrix} -u_1 & A_1 & B_1 & C_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -u_4 & A_4 & B_4 & C_4 \\ 0 & \mathcal{A}_1 & \mathcal{B}_1 & \mathcal{C}_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \mathcal{A}_4 & \mathcal{B}_4 & \mathcal{C}_4 \end{Vmatrix} = 0,$$

relation symétrique par rapport aux trois connexes.

61. Conformément aux explications données dans l'Introduction, je m'arrête au seuil du calcul intégral et ne poursuis pas la construction des variétés $\mathfrak{C}_2$ situées sur un ou plusieurs connexes. Mais j'indiquerai brièvement comment on posera, avec mes notations ordinaires, les équations différentielles des « variétés caractéristiques », lesquelles jouent un si grand rôle dans l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre H.

62. Rappelons la définition des caractéristiques.

Soit $\mathfrak{A}$

$$\mathfrak{A}\begin{pmatrix} m\ m' \\ x;\ u \end{pmatrix} = 0$$

un connexe de degré m et de classe m'.

Les points y (n° **22**), qui avec un plan donné u forment des éléments du connexe, sont situés sur la courbe c_u de degré m

$$\Sigma uy = \mathfrak{A}\begin{pmatrix} m & \\ y;\ u \end{pmatrix} = 0.$$

Les plans v qui, avec un point x forment un élément du connexe, enveloppent un cône C_x dont les équations en coordonnées-plans v_i sont

$$\Sigma vx = \mathfrak{A}\begin{pmatrix} m & m' \\ x;\ v \end{pmatrix} = 0$$

et qui a m' pour classe.

Posons

$$A_i = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x_i} \qquad \mathcal{A}_i = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial u_i}$$

et nommons, comme au n° **35**,

A le plan, passant par x, qui a $A_0^{-1} A_i$ pour coordonnées
$\mathcal{A}$ le point, situé sur u, qui a $\mathcal{A}_0^{-1}\mathcal{A}_i$ pour coordonnées.

En effet, en vertu du théorème d'Euler,

$$\Sigma A x = m\mathfrak{A} = \Sigma \mathcal{A} u = m'\mathfrak{A} = 0.$$

On verra, comme au n° **36**, que

la droite intersection des deux plans u et A est la tangente en x à c_u,

la droite qui joint les deux points x et $\mathcal{A}$, est la génératrice suivant laquelle le plan u touche le cône C_x.

Une variété à une dimension sera (comme on le sait par les théories ordinaires du calcul intégral) une « variété caractéristique » lorsque, l'élément (x, u) parcourant la variété,

la courbe, lieu de x, a pour tangente à chaque instant la génératrice précitée du cône C_x,

la développable de u, a pour génératrice à chaque instant la tangente précitée de la courbe c_u.

63. Avec ma terminologie habituelle, on peut dire que le déplacement infinitésimal Δ imprimé à l'élément (x, u) sur la variété caractéristique a pour indicatrices

X, la génératrice du cône C_x

U, la tangente à la courbe c_u,

respectivement.

Soit $\mathfrak{A}\binom{m\ n}{x;\,u} = 0$ le connexe avec

$$\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x_i} = A_i\begin{pmatrix} m-1 & n \\ x; & u\end{pmatrix}, \qquad \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial u_i} = \mathcal{A}_i\begin{pmatrix} m & n-1 \\ x; & u\end{pmatrix}.$$

Nommons t le paramètre unique dont dépendent les coordonnées x_i et u_i d'un élément sur la caractéristique. Il viendra, en vertu des explications précédentes,

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i\alpha(t) + \beta(t)\mathcal{A}_i(x;\,u) \qquad \frac{du_i}{dt} = u_i\gamma(t) + \delta(t)A_i(x;\,u).$$

Posons, ce qui est indifférent au point de vue géométrique,

$$x_i = y_i\lambda(t) \qquad u_i = v_i\mu(t);$$

il viendra

$$\frac{dy_i}{dt} = y_i\left\{\alpha - \frac{d\lambda}{\lambda dt}\right\} + \beta\lambda^{m-1}\mu^{n-1}\mathcal{A}_i(y;\,v)$$

$$\frac{du_i}{dt} = v_i\left\{\gamma - \frac{d\mu}{\mu at}\right\} + \delta\lambda^{m-1}\mu^{n-1}A_i(y;\,v).$$

Prenons

$$\lambda = \lambda_0 e^{\int \chi dt} \qquad \mu = \mu_0 e^{\int \gamma dt};$$

les huit nouvelles variables y_i et v_i seront liées par les *deux* relations finies

$$\Sigma vy = \mathfrak{A}(y; v) = 0$$

et les *six* équations différentielles

$$\frac{dy_1}{\mathcal{A}_1(y; v)} = \frac{dy_2}{\mathcal{A}_2(y; v)} = \frac{dy_3}{\mathcal{A}_3(y; v)} = \frac{dy_4}{\mathcal{A}_4(y; v)}$$

$$\frac{dv_1}{A_1(y; v)} = \frac{dv_2}{A_2(y; v)} = \frac{dv_3}{A_3(y; v)} = \frac{dv_4}{A_4(y; v)}.$$

L'intégration fournira

$$y_i = \xi_i(t), \qquad v_i = \eta_i(t).$$

Les cinq équations de la caractéristique s'obtiendront en éliminant t entre les six équations

$$\frac{x_1}{\xi_1} = \frac{x_2}{\xi_2} = \frac{x_3}{\xi_3} = \frac{x_4}{\xi_4} \qquad \frac{u_1}{\eta_1} = \frac{u_2}{\eta_2} = \frac{u_3}{\eta_3} = \frac{u_4}{\eta_4}.$$

L'une des cinq relations trouvées sera $\Sigma xu = 0$ et la variété caractéristique sera définie par l'intersection de quatre connexes (connexe dans le sens du nº **60**).

64. La variété caractéristique sera évidemment une variété **intégrale** $\mathfrak{G}_1$ située sur le connexe $\mathfrak{A}$.

Une application des présentes théories sera faite au chapitre IV de la deuxième partie.



DEUXIÈME PARTIE

CONNEXES LINÉAIRES.

CHAPITRE PREMIER.

POINTS ET PLANS FONDAMENTAUX ; ÉQUATION FONDAMENTALE ; RACINE MULTIPLE.

1. Soit

$$\mathfrak{A}(x;u) = \sum_{ij} a_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i A_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{A}_j(u),$$
$$[\text{avec } a_{ij} = c^{te}, \quad A_i(x) = \sum_j a_{ij} x_j; \quad \mathcal{A}_j(u) = \sum_i a_{ij} u_j]$$

une forme mixte bilinéaire. Nous poserons

$$A = [a_{ij}] \qquad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \qquad i, j = 1, 2, 3, 4.$$

Appelons aussi par la même lettre $\mathfrak{A}$ (ce qui ne peut produire d'ambiguïté) le connexe *linéaire* dont $\mathfrak{A} = 0$ est l'équation.

Soit x un point de l'espace. Correspondront à x tous les plans u, tels que

$$\Sigma x u = \Sigma A u = 0.$$

Ainsi correspondront à x dans le connexe $\mathfrak{A}$ les ∞ plans qui passent par la droite $\mathfrak{X}$, laquelle a pour coordonnées-points les six expressions

$$\mathfrak{X}_{ij}\binom{2}{x} = \left\| \begin{matrix} x_i & x_j \\ A_i(x) & A_j(x) \end{matrix} \right\|.$$

De même comprendront au point u les ∞ points situés sur la droite $\mathfrak{U}$, laquelle a pour coordonnées-plans les six expressions

$$\mathfrak{U}_{ij}\binom{2}{u} = \left\| \begin{matrix} u_i & u_j \\ \mathcal{A}_i(u) & \mathcal{A}_j(u) \end{matrix} \right\|.$$

2. Nommons *fondamental* (première partie, n° **27**) :
tout point auquel correspondent dans $\mathfrak{A}$ les ∞^2 plans passant par ce point ;
tout plan auquel correspondent dans $\mathfrak{A}$ les ∞^2 points situés dans ce plan.

Pour un point fondamental x, la droite $\mathfrak{X}$ est indéterminée, donc « les » points fondamentaux sont les points communs aux six quadriques » $\mathfrak{X}_{ij}\binom{2}{x} = 0$ ».

De même les plans fondamentaux sont les plans tangents communs aux six quadriques $\mathfrak{U}_{ij}\binom{2}{u} = 0$.

3. En un point fondamental x, on a évidemment aussi

$$A_i(x) = -\rho x_i,$$

c'est-à-dire

$$\sum_j h_{ij} x_j = 0 \ (1),$$

où

$$h_{ij} = a_{ij} \quad (i \pm j), \qquad h_{ii} = a_{ii} + \rho;$$

ρ est racine de l'*équation fondamentale*

$$H(\rho) = [h_{ij}] = 0.$$

Pareillement pour un plan fondamental u

$$(2) \qquad \mathfrak{A}_i(u) = -\sigma u_i, \qquad \sum_j h'_{ji} u_j = 0, \qquad h'_{ji} = a_{ji} \quad (i \pm j), \qquad h'_{ii} = a_{ii} + \sigma;$$

σ est racine de l'équation $H'(\sigma) = [h'_{ji}] = [h_{ij}] = H(\sigma) = 0$.

C'est donc la même équation fondamentale $H(\rho) = 0$ qui sert dans les deux cas.

4. Quant ρ ou σ sont racines de $H = 0$, les équations (1) et (2) fournissent les coordonnées du point ou du plan fondamental.

Lorsque le déterminant $H(\rho)$ est nul, on a (voir note de l'Appendice)

$$H_{ij} = \frac{\partial H}{\partial h_{ij}} = P_i(\rho) \times Q_j(\rho),$$

P_i et Q_j étant, puisque H est du quatrième degré, des polygones cubiques en ρ.



Les coordonnées du point fondamental sont proportionnelles aux Q_j; celles du plan fondamental le sont aux P_i.

En général, l'équation $H = 0$ aura quatre racines distinctes; il y aura quatre points fondamentaux et autant de plans fondamentaux.

Je nommerai *correspondants* le point et le plan fondamentaux fournis par la même racine de H.

Lorsque H a des racines multiples, le problème se complique beaucoup.

Je vais procéder à une discussion approfondie des diverses manières d'être que peut affecter une racine. Cette discussion est la base de la classification pour les connexes linéaires.

5. *Racine simple.* On peut toujours supposer que la racine à étudier est zéro. Supposons en effet qu'elle soit $\rho_0 \pm 0$. Alors, pour le point fondamental x,

$$A_i(x) = -\rho_0 x_i; \qquad \mathfrak{A}(x; u) = -\rho_0 \omega; \qquad \Sigma u_i \{A_i(x) + \rho_0 x_i\} = 0.$$

Or, au point de vue de la permanence, il est indifférent d'attribuer au connexe $\mathfrak{A}$ pour équation

$$\text{soit} \quad \mathfrak{A} = 0, \qquad \text{soit} \quad \mathfrak{A} + \rho_0 \omega = 0.$$

6. Développons l'équation $H(\rho) = 0$. Elle sera

$$\rho^4 + S_1\rho^3 + S_2\rho^2 + S_3\rho + S_4 = 0$$

où, sous le bénéfice de

$$A = [a_{ij}] \qquad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \qquad S_4 = A; \quad S_3 = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44};$$

$$S_2 = (12) + (23) + (31) + (14) + (24) + (34), \qquad (ji) = (ij) = \begin{vmatrix} a_{ii} & a_{ij} \\ a_{ji} & a_{jj} \end{vmatrix};$$

$$S_1 = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44}.$$

7. S'il y a racine nulle, $A = 0$. $A_{ji} = \xi_i \eta_j$, les ξ_i étant les coordonnées du point fondamental ξ; les η_j étant celles du plan fondamental η.

On a d'ailleurs aussi, si $A = 0$,

$$a_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + r_i R_j; \qquad \xi_j = (PQR)_j; \qquad \eta_i = (pqr)_i.$$



ξ est l'intersection des trois plans P, Q, R;
η est le plan des trois points p, q, r.

8. *Racine double n'annulant pas tous les mineurs de H.* Pour qu'il y ait racine double nulle, il faut, outre $S_4 = A = 0$, encore (n° **7**)

$$S_3 = A_{11} + A_{22} + \cdots = \Sigma\xi\eta = 0.$$

« Le point fondamental est situé sur le plan fondamental. » La condition est d'ailleurs suffisante.

Ainsi il est légitime de parler de l'*élément fondamental* (ξ, η) fourni par la racine double.

Fixons les coordonnées de façon à avoir

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \eta_1 = \eta_2 = \eta_4 = 0.$$

Les équations (1) et (2) du n° **3** deviennent ici

$$a_{i4} = 0 \qquad \text{et} \qquad a_{3i} = 0; \qquad i = 1, 2, 3, 4.$$

Le tableau des coefficients a_{ij} est

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 \end{pmatrix}.$$

Cherchons s'il existe un élément $(\xi + x'\varepsilon, \eta + u'\zeta)$, ε et ζ étant des infiniment petits, qui soit encore fondamental.

9. On doit avoir pour un pareil élément, en vertu de ce qui précède, $\mathfrak{X}_{ij} = 0$, c'est-à-dire

$$\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_1(x') & A_2(x') & A_3(x') & A_4(x') \end{Vmatrix} = 0,$$

$\mathfrak{U}_{ij} = 0$, c'est-à-dire

$$\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \mathfrak{A}_1(u') & \mathfrak{A}_2(u') & \mathfrak{A}_3(u') & \mathfrak{A}_4(u') \end{Vmatrix} = 0,$$

puisque

$$A_i(\xi) = \mathcal{A}_i(\eta) = 0.$$

Le point x' est défini par les relations

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{l} A_1(x') = a_{11}x'_1 + a_{12}x'_2 + a_{13}x'_3 = 0 \\ A_2(x') = a_{21}x'_1 + a_{22}x'_2 + a_{23}x'_3 = 0 \\ A_3(x') \equiv 0 \end{array} \right\}.$$

Les deux points ξ et x' définissent une droite X dont les coordonnées-plans sont les six mineurs de la matrice

$$\left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \end{array} \right\|.$$

Pareillement le plan u' sera défini par les équations

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A}_1(u') = a_{11}u'_1 + a_{21}u'_2 + a_{41}u'_4 = 0 \\ \mathcal{A}_2(u') = a_{12}u'_1 + a_{22}u'_2 + a_{42}u'_4 = 0 \\ \mathcal{A}_4(u') \equiv 0 \end{array} \right\}.$$

Les plans u et u' déterminent une droite U dont les coordonnées-points sont les mineurs de la matrice

$$\left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{21} & 0 & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & 0 & a_{42} \end{array} \right\|.$$

Ainsi « une racine double fournit deux éléments fondamentaux infini- » ment voisins ». Dans le déplacement infinitésimal Δ qui fait passer de l'un à l'autre, les droites X et U sont respectivement la directrice et la caractéristique, au sens donné à ces mots dans la première partie.

10. Il est évident que :

« les quadriques $\mathcal{X}_{ij} = 0$ ont deux points communs réunis en ξ sur la » droite X, »

« les quadriques $\mathcal{U}_{ij} = 0$ ont deux plans tangents communs, réunis en η » autour de la droite U. »

11. Remarquons que dans le cas actuel, on a dans l'équation H (n° **6**)

$$A = S_4 = S_3 = 0, \qquad S_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

« Le carré de S_2 est l'invariant simultané des deux droites X et U. »

12. *Racine double annulant tous les mineurs de H.* Remarquons d'abord qu'une racine de H ne peut annuler tous les mineurs H_{ij} du déterminant H sans être double.

En effet,

$$\frac{\partial H}{\partial \rho} = \sum_{ij} H_{ij} \frac{\partial h_{ij}}{\partial \rho}.$$

C. Q. F. D.

Si $H_{ij} = 0$, pour une racine nulle; on a $A_{ij} = 0$ et par conséquent

$$a_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j.$$

Les équations (1) et (2) du n° **3** deviennent, ξ et η étant le point et le plan fondamentaux

$$(1') \qquad p_i P(\xi) + q_i Q(\xi) = 0 \qquad P(\xi) = \sum_j P_j \xi_j, \ldots\ldots$$

$$(2') \qquad P_j p(\eta) + Q_j q(\eta) = 0 \qquad p(\eta) = \Sigma p_i \eta_i, \ldots\ldots$$

« Sont fondamentaux :

« tous les points de la droite $\overline{PQ}$ ou $\bar{\xi}$, intersection des deux plans » P et Q;

» tous les plans passant par la droite $\bar{\eta}$, sur laquelle sont situés les deux » points p et q. »

Il est évident que « la droite $\bar{\xi}$ est une génératrice commune aux six » quadriques $\mathfrak{X}_{ij} = 0$ » et que « la droite $\bar{\eta}$ est une génératrice commune » aux six quadriques $\mathfrak{U}_{ij} = 0$ ».

13. Remarquons que le coefficient S_2 de l'équation H est maintenant

$$S_2 = (pq)_{12}(PQ)_{12} + \cdots\cdots + (pq)_{34}(PQ)_{34}$$

$$(pq)_{ij} = \begin{vmatrix} p_i & p_j \\ q_i & q_j \end{vmatrix} \qquad (PQ)_{ij} = \begin{vmatrix} P_i & P_j \\ Q_i & Q_j \end{vmatrix}.$$

« S_2 est l'invariant simultané des deux droites ξ et $\bar{\eta}$. »

14. *Racine triple, sans évanouissement des mineurs.* Continuons l'analyse du n° **11.** Pour qu'une racine triple apparaisse, il faut et il suffit que S_2 s'évanouisse, c'est-à-dire que « les deux droites X et U se rencontrent ». Les deux éléments fondamentaux infiniment voisins sont *en situation réunie.*

15. *Racine triple, avec évanouissement des premiers mineurs.* Continuons l'analyse du n° **13.** Il faut et il suffit encore, pour l'apparition d'une racine triple, que $S_2 = 0$, c'est-à-dire que les deux droites ξ et $\bar{\eta}$ se rencontrent.

16. *Racine triple, avec évanouissement des seconds mineurs.* Remarquons qu'une racine ne peut annuler les seconds mineurs sans être triple.

En effet

$$\frac{\partial H}{\partial \rho} = \sum_{ij} H_{ij} \frac{\partial h_{ij}}{\partial \rho}; \qquad \{i, j, k, l = 1, 2, 3, 4\};$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \rho^2} = \sum_{ijkl} \frac{\partial^2 H}{\partial h_{ik} \partial h_{jl}} \cdot \frac{\partial h_{ik}}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial h_{jl}}{\partial \rho}.$$

C. Q. F. D.

Si les seconds mineurs sont tous nuls, pour une racine nulle, on a

$$a_{ij} = p_i P_j; \qquad \mathfrak{A}(x, u) = (\Sigma pu)\ (\Sigma Px).$$

Le connexe linéaire $\mathfrak{A}$ est décomposable, cas que nous excluons, avec, aussi dorénavant, l'hypothèse que les seconds mineurs puissent s'évanouir.

17. *Racine quadruple, sans évanouissement des mineurs.* Continuons l'analyse du n° **14.** Les droites X et U se rencontrent; X est située dans le plan fondamental η où $x_3 = 0$. Nous pouvons donc prendre X pour l'arête $x_1 = x_3 = 0$ du tétraèdre de référence et supposer (n° **9**) $x'_1 = x'_3 = 0$, c'est-à-dire $a_{12} = a_{22} = 0$. Mais alors tous les mineurs H_{ij} ou A_{ij} sont nuls, excepté

$$A_{34} = - a_{42}(a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}),$$

qui par hypothèse ± 0.



Le plan u' est défini par les relations (2) du n° **9**, savoir

$$a_{11}u'_1 + a_{21}u'_2 + a_{41}u'_4 = 0,$$

$a_{42}u'_4 = 0$, c'est-à-dire, puisque $a_{42} \pm 0$,

$$a_{11}u'_1 + a_{21}u'_2 = u'_4 = 0.$$

Pour l'apparition d'une racine quadruple, il faut et il suffit que le coefficient S_1 de l'équation H s'évanouisse aussi après S_4, S_3, S_2. Or ici

$$S_1 = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44}$$

se réduit à a_{11}. Si $a_{11} = 0$, il reste pour définir le plan u'

$$a_{21}u'_2 = 0,$$

$a_{21} \pm 0$, sans quoi A_{34} serait nul. Bref

$$u'_2 = u'_4 = 0,$$

U coïncide avec $x_1 = x_3 = 0$, c'est-à-dire avec X.

Ainsi « quand il y a racine quadruple, les droites X et U coïncident; le » déplacement infinitésimal Δ qui place l'un sur l'autre les deux éléments » fondamentaux a sa directrice confondue avec sa caractéristique ».

18. *Racine quadruple, avec évanouissement des mineurs.* Continuons l'analyse du n° **15**. Les deux droites $\bar{\xi}$ et $\bar{\eta}$ se rencontrent. Prenons $\bar{\xi}$ pour l'arête $0 = x_1 = x_2 = u_3 = u_4$ du tétraèdre de référence, d'où

$$P_1 = P_3 = P_4 = 0, \qquad Q_2 = Q_3 = Q_4 = 0,$$

et plaçons $\bar{\eta}$ dans le plan $x_2 = 0$, d'où $p_2 = q_2 = 0$. Aucune des deux droites $\bar{\xi}$ et $\bar{\eta}$ ne peut être indéterminée sans que tous les seconds mineurs s'évanouissent, car les trente-six seconds mineurs sont trente-six produits

$$(pq)_{ij}(PQ)_{kl} \qquad [i, j, k, l = 1, 2, 3, 4].$$

Dans le cas actuel, $S_1 = q_1Q_1$. Or $Q_1 \pm 0$, et pour l'apparition de la racine quadruple, il faut et il suffit que

$$S_1 = q_1 = 0,$$

« $\bar{\eta}$ coïncide avec $\bar{\xi}$ ».



CHAPITRE II.

CONNEXES AVEC UN NOMBRE FINI DE POINTS OU PLANS FONDAMENTAUX ; FORMES CANONIQUES.

19. Je me propose, par un choix convenable de coordonnées et utilisant les résultats obtenus au précédent chapitre, de ramener l'équation du connexe $\mathfrak{A}$ à diverses formes très simples *canoniques*. Je supposerai qu'une des racines de l'équation H est zéro, avec les manières d'être variées énumérées au chapitre I[er].

Je ne m'occuperai tout d'abord que des connexes avec un nombre fini de points ou plans fondamentaux. Cela suppose qu'aucune des racines de H n'annule tous les mineurs du déterminant H.

Je désignerai par $\xi^{(\rho)}$ et $\eta^{(\rho)}$ les point et plan fondamentaux fournis par la la racine ρ de H.

20. Supposons distinctes d'abord les quatre racines de H. Alors $\xi^{(0)}$ n'est pas situé sur le plan $\eta^{(0)}$ (n° **8**). Mettons

$$\begin{array}{ll} \xi^{(0)} \text{ au point} & x_1 = x_2 = x_3 = u_4 = 0, \\ \eta^{(0)} \text{ sur le plan} & u_1 = u_2 = u_3 = x_4 = 0; \end{array}$$

il viendra, eu égard aux équations (1) et (2) du n° **3**,

$$0 = a_{i4} = a_{4i}, \qquad i = 1, 2, 3, 4.$$

La forme $\mathfrak{A}\,(x\,;\,u)$ ne contient plus ni x_4 ni u_4. Les équations (1) et (2) du n° **3** deviennent pour une racine $\rho \pm 0$ de H

$$\begin{array}{rl} a_{11}\xi_1^{(\rho)} + a_{12}\xi_2^{(\rho)} + a_{13}\xi_3^{(\rho)} &= -\rho\xi_1^{(\rho)}, \\ \cdots \quad\quad \cdots \quad\quad \cdots & \\ a_{31}\xi_1^{(\rho)} + \ldots \quad + a_{33}\xi_3^{(\rho)} &= -\rho\xi_3^{(\rho)} \\ 0 &= -\rho\xi_4^{(\rho)} \\ a_{11}\eta_1^{(\rho)} + a_{21}\eta_2^{(\rho)} + a_{31}\eta_3^{(\rho)} &= -\rho\eta_1^{(\rho)}, \\ \cdots \quad\quad \cdots & \\ 0 &= -\rho\eta_4^{(\rho)}. \end{array}$$

Ainsi $\xi^{(\rho)}$ est sur le plan $\eta^{(0)}$, $\eta^{(\rho)}$ passe par le point $\xi^{(0)}$.



Comme x_4 et u_4 manquent dans $\mathfrak{A}(x; u)$, on est ramené sur le terrain ternaire. On met alors $\mathfrak{A}$ sous la forme canonique connue

$$K_1 x_1 u_1 + K_2 x_2 u_2 + K_3 x_3 u_3.$$

Nous prendrons pour forme canonique, dans le cas où les quatre racines sont distinctes, plus symétriquement

(Type I) $$\sum_i R_i x_i u_i = 0.$$

Les différences $R_i - R_j$ sont des quantités permanentes dont aucune n'est nulle, car les R_i sont les racines de H. On pourra d'ailleurs évidemment supposer

$$\sum_i R_i = 0$$

On voit que le type I comporte un tétraèdre fondamental $\mathfrak{E}$, lequel coïncide avec le tétraèdre de référence dans la forme canonique. Une racine de H fournit comme point fondamental un sommet de $\mathfrak{E}$ et comme plan fondamental la face opposée de $\mathfrak{E}$.

21. Supposons maintenant la racine nulle double sans évanouissement des mineurs Continuons l'analyse des n^{os} **8, 9, 10, 11.** Les droites X et U ne se rencontrent pas. Nous prendrons pour X la droite

$$x_1 = x_2 = u_3 = u_4 = 0,$$

U la droite

$$u_1 = u_2 = x_3 = x_4 = 0.$$

Alors (formules (1) et (2), n° **9**)

$$x'_1 = x'_2 = 0, \quad \text{d'où} \quad a_{13} = a_{23} = 0;$$
$$u'_1 = u'_2 = 0, \quad \text{»} \quad a_{41} = a_{42} = 0.$$

Après départ du facteur ρ^2, H devient

$$\begin{vmatrix} a_{11} + \rho & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} + \rho \end{vmatrix} = \rho^2 + \rho(a_{11} + a_{22}) + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$



Soient ρ et ρ' les deux racines que je supposerai d'abord distinctes. On a

$$\left\{\begin{aligned} (a_{11}+\rho)\xi_1^{(\rho)} + a_{12}\xi_2^{(\rho)} &= 0, \\ a_{21}\xi_1^{(\rho)} + (a_{22}+\rho)\xi_2^{(\rho)} &= 0, \\ \rho\xi_3^{(\rho)} &= 0, \\ a_{43}\xi_3^{(\rho)} + \rho\xi_4^{(\rho)} &= 0, \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} (a_{11}+\rho)\eta_1^{(\rho)} + a_{21}\eta_2^{(\rho)} &= 0, \\ a_{12}\eta_1^{(\rho)} + (a_{22}+\rho)\eta_2^{(\rho)} &= 0, \\ \rho\eta_3^{(\rho)} + a_{43}\eta_4^{(\rho)} &= 0, \\ \rho\eta_4^{(\rho)} &= 0. \end{aligned}\right.$$

Pareillement pour ρ'.

On a donc sur U deux points fondamentaux. Ils sont distincts car la relation

$$\xi_2^{(\rho)} : \xi_1^{(\rho)} = \xi_2^{(\rho')} : \xi_1^{(\rho')}$$

entraine $\rho = \rho'$.

Nous prendrons

$$0 = \xi_2^{(\rho)} = \xi_3^{(\rho)} = \xi_4^{(\rho)}, \qquad \text{d'où} \qquad 0 = a_{21}, \quad \rho = -a_{11};$$
$$0 = \xi_1^{(\rho')} = \xi_3^{(\rho')} = \xi_4^{(\rho')}, \qquad \text{»} \qquad 0 = a_{12}, \quad \rho' = -a_{22}.$$

Il y a deux plans fondamentaux passant par la droite X :

$$0 = \eta_3^{(\rho)} = \eta_4^{(\rho)} = \eta_2^{(\rho)} \quad \text{passant par} \quad \xi^{(\rho')};$$
$$0 = \eta_3^{(\rho')} = \eta_4^{(\rho')} = \eta_1^{(\rho')} \quad \text{»} \quad \xi^{(\rho)}.$$

La forme canonique est

(Type II) $$a_{11}x_1u_1 + a_{22}x_2u_2 + a_{43}x_3u_4 = 0.$$

Dans le déterminant A tous les mineurs sont nuls, sauf $A_{34} = -a_{11}a_{22}a_{43}$. La racine double nulle n'annule pas tous les mineurs et $a_{43} \pm 0$. On écrira donc plus simplement

(Type II) $$R_1x_1u_1 + R_2x_2u_2 + x_3u_4 = 0.$$

22. Supposons maintenant que les deux racines ρ et ρ' sont égales. On prendra encore

$$0 = \xi_2^{(\rho)} = \xi_3^{(\rho)} = \xi_4^{(\rho)} = a_{21} \qquad \rho = -a_{11}.$$

Le discriminant de H est maintenant

$$(a_{11}+a_{22})^2 - 4a_{11}a_{22} = (a_{11}-a_{22})^2,$$

donc $K = a_{22} = a_{11}$. Le déterminant $H(\rho)$ a tous ses mineurs nuls, sauf

$$H_{12} = -\rho^2 a_{12}, \qquad \text{et} \qquad a_{12} \pm 0.$$



De plus, $a_{12}\eta_1^{(\rho)} = 0$ donne $\eta_1^{(\rho)} = 0$ et

$$\eta_1^{(\rho)} = \eta_3^{(\rho)} = \eta_4^{(\rho)} = 0.$$

« La racine double ρ fournit un second élément fondamental », savoir $(\xi^{(\rho)}, \eta^{(\rho)})$,

$$0 = x_3 = x_4 = x_2 = u_3 = u_4 = u_1 = 0$$

et deux droites $X^{(\rho)}$ et $U^{(\rho)}$.

Les deux points fondamentaux infiniment voisins réunis en $\xi^{(\rho)}$ sont sur la droite $x_3 = x_4 = 0$, c'est-à-dire U. Donc la droite $X^{(\rho)}$ est précisément U; de même, la droite $U^{(\rho)}$ est précisément X. Comme au nº **21** $a_{43} \pm 0$. En d'autres termes, les deux racines doubles, zéro et ρ, jouent un rôle tout à fait symétrique.

La forme canonique est

$$\mathfrak{A} = K(u_1x_1 + u_2x_2) + a_{12}u_1x_2 + a_{43}u_4x_3 = 0.$$

Sans changer

$$\begin{aligned} &\xi^{(0)} \; \{ \; u_4 = x_1 = x_2 = x_3 = 0 \; \} \\ &\xi^{(\rho)} \; \{ \; u_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0 \; \} \\ &\eta^{(0)} \; \{ \; u_1 = u_2 = u_4 = x_3 = 0 \; \} \end{aligned}$$

ni

$$\eta^{(\rho)} \; \{ \; u_1 = u_3 = u_4 = x_2 = 0 \; \},$$

on peut effectuer la collinéation

$$\begin{vmatrix} x_i & b_i \, x_i \\ u_i & b_i^{-1} u_i \end{vmatrix}.$$

$\mathfrak{A}$ devient

$$a_{12}b_2b_1^{-1}x_2u_1 + a_{43}b_3b_4^{-1}x_3u_4 + K(u_1x_1 + u_2x_2).$$

Comme $a_{12}a_{43}K \pm 0$, on peut poser

$$a_{12}b_2b_1^{-1} = a_{43}b_3b_4^{-1} = K$$

et on a la forme canonique

(Type III) $$u_1x_1 + u_2x_2 + x_2u_1 + x_3u_4 = 0.$$

23. Supposons maintenant la racine nulle triple. Continuons l'analyse du n° **14**. Les droites X et U se rencontrent sans coïncider. Les deux éléments fondamentaux infiniment voisins sont en situation réunie. X et U sont dans le plan $\eta^{(0)}$ et se rencontrent en $\xi^{(0)}$ (n° **31** de la première partie). Nous prendrons donc pour

$$
\begin{array}{ll}
\xi^{(0)} & x_1 = x_2 = x_3 = u_4 = 0, \\
\eta^{(0)} & u_1 = u_2 = x_3 = u_4 = 0, \\
\mathrm{X} & x_1 = x_3 = u_2 = u_4 = 0, \\
\mathrm{U} & x_2 = x_3 = u_1 = u_4 = 0,
\end{array}
$$

d'où

$$a_{44} = a_{34} = 0.$$

Ensuite [n° **9**, formules (1) et (2)]

$$
\begin{array}{lcl}
x'_1 = x'_3 = 0, & \text{d'où} & a_{12} = a_{32} = 0, \\
u'_1 = u'_4 = 0, & \text{»} & a_{31} = a_{33} = 0.
\end{array}
$$

Soit $\rho \pm 0$ la quatrième racine. On a pour tableau des coefficients a_{ij}

$$
\begin{array}{cccc}
a_{11} & 0 & a_{13} & 0, \\
0 & 0 & a_{23} & 0, \\
0 & 0 & 0 & 0, \\
a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0.
\end{array}
$$

Tous les mineurs A_{ij} sont nuls, sauf

$$A_{34} = a_{11} a_{23} a_{42}$$

qui doit être $\pm$ 0.

L'équation H (ρ)

$$
-\begin{vmatrix}
a_{11} + \rho & 0 & a_{13} & 0 \\
0 & \rho & a_{23} & 0 \\
0 & 0 & \rho & 0 \\
a_{41} & a_{42} & a_{43} & \rho
\end{vmatrix} = \rho^3(\rho + a_{11}) = 0
$$

fournit $\rho = - a_{11}$.

Les équations (1) et (2) du n° **3** donnent, par un calcul facile,

$$
\begin{array}{l}
0 = \xi_3^{(\rho)} = \xi_2^{(\rho)} = \rho \xi_4^{(\rho)} + a_{41} \xi_1^{(\rho)}, \\
0 = \eta_2^{(\rho)} = \eta_4^{(\rho)} = \rho \eta_3^{(\rho)} + a_{13} \eta_1^{(\rho)}.
\end{array}
$$

$\xi^{(\rho)}$ est situé sur U et $\eta^{(\rho)}$ passe par X.

Nous pouvons placer :

en $\xi^{(\rho)}$, le sommet $0 = x_2 = x_4 = x_3 = u_1$ du tétraèdre de référence, ce qui donne $\xi_4^{(\rho)} = a_{41} = 0$;

sur $\eta^{(\rho)}$, la face $u_2 = u_4 = u_3 = x_1 = 0$ du même tétraèdre, ce qui donne $\eta_3^{(\rho)} = a_{13} = 0$.

Enfin nous pouvons faire tourner le plan

$$a_{42}x_2 + a_{43}x_3 = 0$$

autour de $x_2 = x_3 = 0$ ou U, jusqu'à ce qu'il coïncide avec $x_2 = 0$; cela revient à faire $a_{43} = 0$.

La forme canonique est

$$\mathfrak{A} = a_{11}x_1u_1 + a_{23}x_3u_2 + a_{42}u_4x_2$$

ou, par l'intervention d'une collinéation

$$\begin{vmatrix} x_i & b_i x_i \\ u_i & b_i^{-1} u_i \end{vmatrix}$$

convenable, puisque $a_{11}a_{23}a_{42} \pm 0$,

(Type IV) $$x_1u_1 + x_3u_2 + x_2u_4 = 0.$$

24. Supposons enfin la racine nulle quadruple et continuons l'analyse du n° **17**. X et U sont confondues. Prenons

$\xi^{(0)}$	$x_1 = x_2 = x_3 = u_4 = 0,$
$\eta^{(0)}$	$u_1 = u_2 = x_3 = u_4 = 0,$
X ou U	$x_2 = x_3 = u_1 = u_4 = 0;$

d'où [n° **9**, formules (1) et (2)]

$$x'_2 = x'_3 = 0, \qquad a_{11} = a_{31} = 0,$$
$$u'_1 = u'_4 = 0, \qquad a_{21} = a_{22} = 0.$$

Le tableau des coefficients est

0	a_{12}	a_{13}	0
0	0	a_{23}	0
0	0	0	0
a_{41}	a_{42}	a_{43}	0.



Alors dans le déterminant A tous les mineurs sont nuls, sauf

$$-A_{34} = a_{12}a_{23}a_{41} \pm 0$$

Faisons tourner le plan

$$A_1(x) = a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$$

autour de X et le plan

$$A_4(x) = a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 = 0$$

autour $\xi^{(0)}$, jusqu'à les faire coïncider respectivement avec $x_2 = 0$ et $x_1 = 0$. Cela revient à faire

$$a_{13} = a_{42} = a_{43} = 0.$$

La forme canonique est

$$a_{12}x_2u_1 + a_{23}x_3u_2 + a_{41}x_1u_4 = 0,$$

ou, plus simplement, par collinéation,

(Type V) $$x_2u_1 + x_3u_2 + x_1u_4 = 0.$$

Revenons aux cordonnées non homogènes $x = x_1 : x_4$, $y = x_1 : x_4$, $z = x_3 : x_4$; envisageons la matrice (n° 1) dont les $\mathfrak{X}_{ij}$ sont les déterminants. Cette matrice est

$$\begin{Vmatrix} x & y & z & 1 \\ y & z & 0 & x \end{Vmatrix}$$

dont les six déterminants sont

$$\mathfrak{X}_{12} = xz - y^2 \qquad \mathfrak{X}_{23} = -z^2 \qquad \mathfrak{X}_{31} = yz$$
$$\mathfrak{X}_{14} = x^2 - y \qquad \mathfrak{X}_{24} = yx - z \qquad \mathfrak{X}_{34} = xz.$$

Si on fait $y = x^2$ et $z = x^3$, chacune des $\mathfrak{X}_{ij}$ devient divisible par x^4 au moins. La cubique gauche

(0) $$y = x^2 \qquad z = x^3$$

perce chacune des quadriques $\mathfrak{X}_{ij} = 0$ en quatre points au moins confondus à l'*origine*. On peut dire « qu'il y a quatre points fondamentaux infiniment » voisins, situés à l'origine sur la cubique gauche (0) ».



CHAPITRE III.

CONNEXES AVEC UN NOMBRE INFINI DE POINTS OU DE PLANS FONDAMENTAUX; FORMES CANONIQUES.

25. Supposons la racine double nulle, avec évanouissement des mineurs. Continuons l'analyse du n° **12**. On a

$$a_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j \qquad \mathfrak{A}(x;u) = p(u)P(x) + q(u)Q(x) \qquad p(u) = p_1 u_1 + \cdots + p_4 u_4, \text{ etc}$$

On peut prendre les deux points p et q, dont p_i et q_i sont les coordonnées, pour sommets $x_1 = x_2 = x_3 x_4 = 0$ du tétraèdre de référence. Cela revient à faire

$$p_1 = p_2 = p_4 = 0, \qquad p_3 = 1, \qquad q_1 = q_2 = q_3 = 0, \qquad q_4 = 1.$$

De même on peut supposer, puisque $\bar{\xi}$ et $\bar{\eta}$ ne se rencontrent pas, que $\bar{\xi}$ coïncide avec

$$x_3 = x_4 = u_1 = u_2 = 0,$$

d'où

$$P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2 = 0.$$

$$\mathfrak{A} = u_3(P_3 x_3 + P_4 x_4) + u_4(Q_3 x_3 + Q_4 x_4).$$

On a

$$\begin{vmatrix} P_3 & P_4 \\ Q_3 & Q_4 \end{vmatrix} \pm 0,$$

sans quoi le connexe serait décomposable; après départ de ρ^2, l'équation H devient

$$\begin{vmatrix} P_3 + \rho & P_4 \\ Q_3 & Q_4 + \rho \end{vmatrix} = \rho^2 + (P_3 + Q_4)\rho + \begin{vmatrix} P_3 & P_4 \\ Q_3 & Q_4 \end{vmatrix} = 0$$

Soient ρ et ρ' les deux racines, avec, d'abord, $\rho - \rho' \pm 0$.

On a

$$\xi_1^{(\rho)} = \xi_2^{(\rho)} = \eta_1^{(\rho)} = \eta_2^{(\rho)} = 0.$$

« Il y a deux points fondamentaux $\xi^{(\rho)}$ et $\xi^{(\rho')}$ situés sur $\bar{\eta}$ et deux plans » fondamentaux $\eta^{(\rho)}$ et $\eta^{(\rho')}$ passant par $\bar{\xi}$. »



Prenons $\xi_3^{(\rho)} = 0$, d'où $P_4 = 0$, $\rho = -Q_4$, et $\xi_4^{(\rho')} = 0$, d'où $Q_3 = 0$, $\rho' = -P_3$.

On voit que $\eta^{(\rho)}$ passe par $\xi^{(\rho')}$ et $\eta^{(\rho')}$ par $\xi^{(\rho)}$.

La forme canonique est

$$P_3 x_3 u_3 + Q_4 x_4 u_4 = 0$$

ou

(Type VI) $$K_3 x_3 u_3 + K_4 x_4 u_4 = 0,$$
$$K_3 - K_4 \pm 0.$$

26. Supposons maintenant $\rho' = \rho$. Il vient encore

$$\left\{\begin{aligned} \xi_1^{(\rho)} = \xi_2^{(\rho)} = 0 \\ (P_3 + \rho)\xi_3^{(\rho)} + P_4\xi_4^{(\rho)} = 0 \\ Q_3\xi_3^{(\rho)} + (Q_4 + \rho)\xi_4^{(\rho)} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \left\{\begin{aligned} \eta_1^{(\rho)} = \eta_2^{(\rho)} = 0 \\ (P_3 + \rho)\eta_3^{(\rho)} + Q_3\eta_4^{(\rho)} \\ P_4\eta_3^{(\rho)} + (Q_4 + \rho)\eta_4^{(\rho)} \end{aligned}\right\}.$$

$\xi^{(\rho)}$ et $\eta^{(\rho)}$ sont toujours déterminés. Autrement il faudrait avoir

$$0 = P_4 = Q_3 \qquad -\rho = P_3 = Q_4,$$
$$\mathfrak{A} = x_3 u_3 + x_4 u_4,$$

ce que nous discutons séparément plus bas (n° **27**).

On pourra poser $\xi_3^{(\rho)} = 0$, d'où $P_4 = 0$, $-\rho = Q_4 = P_3$, et comme $Q_3 \pm 0$, $\eta_4^{(\rho)} = 0$. $\eta^{(\rho)}$ passe par $\xi^{(\rho)}$, comme il fallait s'y attendre, la racine ρ étant double.

La forme canonique est

$$-\rho(x_3 u_3 + x_4 u_4) + Q_3 u_4 x_3$$

ou, plus simplement, par collinéation,

(Type VII) $$x_3 u_3 + x_4 u_4 + x_3 u_4 = 0.$$

27. La racine double ρ peut aussi annuler tous les mineurs; alors $\xi^{(\rho)}$ et $\eta^{(\rho)}$ deviennent indéterminés. Nous venons de voir que cela revient à faire $Q_3 = 0$ et mène à la forme canonique

(Type VIII) $$x_3 u_3 + x_4 u_4 = 0.$$



28. Supposons une racine nulle triple avec évanouissement des mineurs et continuons l'analyse du n° **15**. Les droites $\bar{\xi}$ et $\bar{\eta}$ se rencontrent. Nous prendrons pour

$\bar{\xi}$ $$x_1 = x_3 = u_2 = u_4 = 0,$$

$\bar{\eta}$ $$x_2 = x_3 = u_1 = u_4 = 0.$$

Alors

$$p_1 = 1, \qquad p_2 = p_3 = p_4 = 0,$$
$$q_4 = 1, \qquad q_2 = q_3 = q_1 = 0,$$
$$0 = P_2 = P_4 = Q_2 = Q_4,$$
$$\mathfrak{A} = p(u)P(x) + q(u)Q(x) = u_1(P_1x_1 + P_3x_3) + u_4(Q_1x_1 + Q_3x_3).$$

Après départ de ρ^3, l'équation $H(\rho)$ devient

$$\rho + P_1 = 0 \qquad \rho = -P_1 \pm 0.$$

On a

$$0 = P_3\xi_3^{(\rho)} = \rho\xi_2^{(\rho)} = \rho\xi_3^{(\rho)} = Q_1\xi_1^{(\rho)} + Q_3\xi_3^{(\rho)} + \rho\xi_4^{(\rho)}$$

ou

$$\xi_3^{(\rho)} = \xi_2^{(\rho)} = 0;$$

$\xi^{(\rho)}$ est sur $\bar{\eta}$.

On peut supposer $\xi_4^{(\rho)} = 0$ ou $Q_1 = 0$.

De même, pour $Q_1 = 0$,

$$0 = \rho\eta_2^{(\rho)} = P_3\eta_1^{(\rho)} + \rho\eta_3^{(\rho)} + Q_3\eta_4^{(\rho)} = \rho\eta_4^{(\rho)},$$

$\eta^{(\rho)}$ passe par $\bar{\xi}$. On peut admettre que $\eta^{(\rho)}$ coïncide avec $x_1 = 0$, c'est-à-dire $\eta_3^{(\rho)} = 0$ et $P_3 = 0$. Alors

$$\mathfrak{A} = P_1u_1x_1 + Q_3u_4x_3$$

ou, plus simplement, par collinéation,

(Type IX) $$u_1x_1 + u_4x_3 = 0.$$

29. Supposons enfin une racine nulle quadruple, avec évanouissement des mineurs. Continuons l'analyse du n° **18**. $\bar{\xi}$ coïncide avec $\bar{\eta}$.

Nous prendrons pour $\bar{\xi}$ ou $\bar{\eta}$ la droite

$$x_1 = x_2 = u_3 = u_4 = 0.$$

Alors

$$p_1 = p_2 = p_4 = 0 \qquad p_3 = 1,$$
$$q_1 = q_2 = q_3 = 0 \qquad q_4 = 1,$$
$$P_3 = P_4 = Q_3 = Q_4 = 0,$$
$$\mathfrak{A} = u_3(P_1x_1 + P_2x_2) + u_4(Q_1x_1 + Q_2x_2),$$
$$P_1Q_2 - P_2Q_1 = 1.$$

Effectuons la collinéation

$$\left|\begin{array}{cc} x_1 & Q_2x_1 - P_2x_2 \\ x_2 & -Q_1x_1 + P_1x_2 \\ x_3 & x_3 \\ x_4 & x_4 \\ u_1 & P_1u_1 + Q_1u_2 \\ u_2 & P_2u_1 + Q_2u_2 \\ u_3 & u_3 \\ u_4 & u_4 \end{array}\right|$$

Il viendra la forme canonique

(Type X) $$u_3x_1 + u_4x_2 = 0.$$

CHAPITRE IV.

ÉQUATION DE JACOBI DANS L'ESPACE.

30. Soit un connexe linéo-linéaire de Clebsch, c'est-à-dire plan,

$$u_1A_1 + u_2A_2 + u_3A_3 = 0,$$
$$A_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3.$$

Faisons

$$x_3 = 1 \qquad x_2 = y \qquad x_1 = x,$$
$$u_1 = -p \qquad u_2 = 1 \qquad u_3 = px - y,$$

c'est-à-dire, revenons aux coordonnées non homogènes (x, y, p) du plan. L'équation différentielle ordinaire dite « de Jacobi »

$$\begin{aligned} &-p(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}) \\ &+(a_{21}x + a_{22}y + a_{23}) \\ &+(px - y)(a_{31}x + a_{32}y + a_{33}) = 0 \end{aligned} \qquad p = \frac{dy}{dx}$$

s'intègre au moyen de la réduction du connexe plan à ses formes canoniques (*).

31. Prenons maintenant le connexe de l'espace

$$\mathfrak{A}(x_1, x_2, x_3, x_4; u_1, u_2, u_3, u_4) = \mathfrak{A}(x; u) = 0$$

et envisageons (voir n° **57** de la première partie) l'équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre

$$\mathfrak{A}(x, y, z, 1; p, q, -1, z - px - qy) = 0, \qquad (\Delta)$$

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial z}{\partial x}.$$

(*) CLEBSCH, *Leçons sur la géométrie*, traduction de A. BENOIST, t. III, pp. 405, 430 et suivantes.

Je l'appelle *équation de Jacobi dans l'espace* et je me propose de l'intégrer grâce à la réduction, faite dans les deux chapitres précédents, du connexe $\mathfrak{A}$ à ses formes canoniques.

Par les théories élémentaires du calcul intégral, on sait qu'il suffit de construire les courbes caractéristiques Γ. J'ai rappelé (voir nos **62**, **63**, **64** de la première partie) que la tangente à la caractéristique en un point est une génératrice du cône qui correspond à ce point dans le connexe. Dans le cas actuel, le cône se réduit à la droite $\mathfrak{X}$ (n° **1**), par laquelle passent ∞ plans u qui, avec le point x, forment des éléments du connexe $\mathfrak{A}$.

Les courbes Γ se trouvent être ainsi les courbes qui, en chaque point x de l'espace, admettent pour tangente la droite $\mathfrak{X}$ correspondante.

32. Soit, sur une courbe Γ, un point quelconque x, de coordonnées x_i. Les x_i sont des fonctions d'une variable unique t. La tangente est $\mathfrak{X}$, c'est-à-dire la droite des deux points $\overline{xA}$, l'équation du connexe étant, comme toujours,

$$0 = \mathfrak{A}(x; u) = \sum_i u_i A_i(x).$$

On a donc (voir calcul analogue au n° **63** de la première partie)

$$\text{(0)} \qquad \frac{dx_i}{dt} = x_i\alpha(t) + A_i(x)\beta(t).$$

Posons $x_i = \sigma y_i$ et $s = \varphi(t)$; il viendra

$$\text{(0')} \quad y_i\left[\frac{d\sigma}{ds} - \frac{\sigma\alpha(t)}{\varphi'}\right] + \sigma\left[\frac{dy_i}{ds} - \frac{\beta}{\varphi'}A_i(y)\right] = 0 \qquad \varphi' = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Déterminons les deux fonctions σ et φ de t par les conditions

$$\varphi'(t) = \beta(t) \qquad \text{d'où} \qquad s = \varphi(t) = \int \beta(t)\,dt,$$

$$d\sigma = \sigma\alpha(t)\,\frac{ds}{\varphi'} = \sigma\alpha(t)\,dt \qquad \text{»} \qquad \sigma = e^{\int \alpha(t)dt}.$$

L'équation différentielle des courbes Γ devient simplement

$$\text{(1)} \qquad \frac{dy_i}{ds} = A_i(y).$$



Une fois l'intégration faite et y_i obtenue en fonction de s, $y_i = \chi_i(s)$, on éliminera s et σ entre les quatre équations

$$\sigma^{-1}x_i = \chi_i(s)$$

et on aura les deux équations de la caractéristique Γ.

Il ne reste plus maintenant qu'à appliquer le procédé aux dix types canoniques du connexe $\mathfrak{A}$. Ces types sont fort simples et l'on peut prévoir que l'intégration du système (1) ne présentera aucune difficulté.

33. Type I.

$$\mathfrak{A} = \sum_i k_i x_i u_i, \qquad \Lambda_i = k_i x_i, \qquad \frac{dy_i}{ds} = k_i y_i.$$

On posera $t = e^s$ et il viendra

$$\frac{dy_i}{y_i} = k_i \frac{dt}{t}, \qquad y_i = \alpha_i t^{k_i}, \qquad \alpha_i = c^{te} \text{ arbitr.}$$

Écrivons

$$k_i = K_i + K_i'\sqrt{-1};$$

pour $t = 0$ sont nuls, ceux des y_i dont le K_i est positif; pour $t = \infty$, sont nuls ceux des y_i dont le K_i est négatif.

Les quatre K_i ne peuvent avoir le même signe. En effet, les k_i sont les quatre racines de l'équation fondamentale H; ne sont *permanentes* que les différences deux à deux des racines, et l'on peut faire toujours

$$\sum_i k_i = \sum_i K_i = 0.$$

La construction des Γ ne présente aucune difficulté.

34. Type II.

$$\mathfrak{A} = k_1 x_1 u_1 + k_2 x_2 u_2 + x_3 u_4, \qquad \frac{dy_1}{k_1 y_1} = \frac{dy_2}{k_2 y_2} = \frac{dy_3}{0} = \frac{dy_4}{y_3} = ds,$$

$$y_1 = \alpha_1 e^{k_1 s}, \qquad y_2 = \alpha_2 e^{k_2 s}, \qquad y_3 = \alpha_3, \qquad y_4 = \alpha_3 s + \alpha_4,$$

où les α_i sont des constantes arbitraires, c'est-à-dire

$$\frac{x_1}{x_3} e^{-k_1 \frac{x_4}{x_3}} = c^{te}, \qquad \frac{x_2}{x_3} e^{-k_2 \frac{x_4}{x_3}} = c^{te}$$



35. Type III.

$$\mathfrak{A} = x_1u_1 + x_2u_2 + x_2u_1 + x_3u_4. \qquad ds = \frac{dy_1}{y_1 + y_2} = \frac{dy_2}{y_2} = \frac{dy_3}{0} = \frac{dy_4}{y_3},$$

$$y_1 = e^s(\alpha_1 + \alpha_2 s), \qquad y_2 = \alpha_2 e^s, \qquad y_3 = \alpha_3, \qquad y_4 = \alpha_3 s + \alpha_4,$$

où les α_i sont des constantes arbitraires; il vient

$$\frac{x_2}{x_3} e^{-\frac{x_4}{x_3}} = \text{c}^{\text{te}}, \qquad \frac{x_1}{x_2} - \frac{x_4}{x_3} = \text{c}^{\text{te}}$$

pour les deux équations de la caractéristique Γ.

36. Type IV.

$$\mathfrak{A} = x_1u_1 + x_3u_2 + x_2u_4, \qquad ds = \frac{dy_1}{y_1} = \frac{dy_2}{y_3} = \frac{dy_3}{0} = \frac{dy_4}{y_2}$$

d'où, choisissant convenablement la valeur initiale de s et désignant par α_i des constantes arbitraires,

$$y_1 = \alpha_1 e^s, \qquad y_2 = \alpha_3 s, \qquad y_3 = \alpha_3, \qquad y_4 = \alpha_4 + \tfrac{1}{2}\alpha_3 s^2, \qquad \alpha_i = \text{c}^{\text{te}} \text{ arbitr.},$$

c'est-à-dire

$$\frac{x_1}{x_3} e^{-\frac{x_2}{x_3}} = \text{c}^{\text{te}}, \qquad \frac{x_4}{x_3} - \frac{x_2^2}{2x_3^2} = \text{c}^{\text{te}}$$

pour les équations de Γ.

37. Type V.

$$\mathfrak{A} = x_2u_1 + x_3u_2 + x_1u_4, \qquad ds = \frac{dy_1}{y_2} = \frac{dy_2}{y_3} = \frac{dy_3}{0} = \frac{dy_4}{y_1},$$

$$y_1 = \alpha_1 + \tfrac{1}{2}\alpha_3 s^2, \qquad y_2 = \alpha_3 s, \qquad y_3 = \alpha_3, \qquad y_4 = \alpha_4 + \alpha_1 s + \tfrac{1}{6}\alpha_3 s^3,$$

c'est-à-dire

$$\frac{x_1}{x_3} - \frac{1}{2}\frac{x_2^2}{x_3^2} = \text{C}, \qquad \frac{x_4}{x_3} = \frac{1}{6}\frac{x_2^3}{x_3^3} + \text{C}\frac{x_2}{x_3} + \text{C}'.$$

38. Type VI.

$$\mathfrak{A} = K_3 x_3 u_3 + K_4 x_4 u_4, \qquad ds = \frac{dy_1}{0} = \frac{dy_2}{0} = \frac{dy_3}{K_3 y_3} = \frac{dy_4}{K_4 y_4},$$

$$y_1 = \alpha_1, \qquad y_2 = \alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3 e^{K_3 s}, \qquad y_4 = \alpha_4 e^{K_4 s},$$

c'est-à-dire

$$x_1 : x_2 = c^{te} \qquad \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^{K_4} \left(\frac{x_4}{x_2}\right)^{-K_3} = c^{te}.$$

39. Type VII.

$$\mathfrak{A} = x_3 u_3 + x_4 u_4 + x_3 u_4, \qquad ds = \frac{dy_1}{0} = \frac{dy_2}{0} = \frac{dy^3}{y^3} = \frac{dy_4}{y_4 + y_3},$$

$$y_1 = \alpha_1, \qquad y_2 = \alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3 e^s, \qquad y_4 = e^s(\alpha_3 s + \alpha_4),$$

c'est-à-dire

$$x_2 : x_1 = c^{te}, \qquad \frac{x_1}{x_3} e^{\frac{x_4}{x_3}} = c^{te}.$$

40. Type VIII.

$$\mathfrak{A} = x_3 u_3 + x_4 u_4 \qquad ds = \frac{dy_1}{0} = \frac{dy_2}{0} = \frac{dy_3}{y_3} = \frac{dy_4}{y_4},$$

$$y_1 = \alpha_1, \qquad y_2 = \alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3 e^s, \qquad y_4 = \alpha_4 e^s,$$

c'est-à-dire

$$x_1 : x_2 = c^{te}, \qquad x_3 : x_4 = c^{te};$$

les courbes Γ sont des droites.

41. Type IX.

$$\mathfrak{A} = u_1 x_1 + u_4 x_3, \qquad ds = \frac{dy_1}{y_1} = \frac{dy_2}{0} = \frac{dy_3}{0} = \frac{dy_4}{y_3},$$

$$y_1 = \alpha_1 e^s, \qquad y_2 = \alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3, \qquad y_4 = \alpha_4 + \alpha_3 s,$$

c'est-à-dire

$$x_2 : x_3 = c^{te}, \qquad \frac{x_1}{x_2} e^{-\frac{x_4}{x_3}} = c^{te}.$$

42. Type X.

$$\mathfrak{A} = u_3 x_1 + u_4 x_2, \qquad ds = \frac{dy_1}{0} = \frac{dy_2}{0} = \frac{dy_3}{y_1} = \frac{dy_4}{y_2},$$

$$y_1 = \alpha_1, \qquad y_2 = \alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_1 + \alpha_3 s, \qquad y_4 = \alpha_4 + \alpha_2 s,$$

c'est-à-dire

$$x_1 : x_2 = c^{te}, \qquad \frac{x_3}{x_1} - \frac{x_4}{x_2} = c^{te}.$$

Les courbes Γ sont des droites.

43. On pourrait étudier les relations mutuelles de position entre les courbes caractéristiques Γ et les points et plans fondamentaux. La discussion se ferait, par les procédés classiques de Briot et Bouquet (*), pour l'étude de la singularité en un point d'une intégrale. Cette discussion, sans être dépourvue d'intérêt, est trop longue et méticuleuse pour être entreprise ici. Je me bornerai à donner une relation géométrique simple entre les plans fondamentaux et les caractéristiques Γ.

44. Considérons un point quelconque x de l'espace et la droite $\mathcal{X}$ (nº **1**) qui passe par ce point. Les coordonnées du point courant y sur $\mathcal{X}$ sont données par les relations

$$\tau y_i = \sigma x_i - A_i(x) \qquad (\sigma = \text{paramètre variable}).$$

Cherchons le point où $\mathcal{X}$ perce un plan fondamental η. On a

$$(1) \qquad \tau\Sigma\eta y = \sigma\Sigma\eta x - \sum_i \eta_i A_i(x) = 0.$$

Or

$$\sum_i \eta_i A_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{A}_j(\eta),$$

en vertu des notations du nº **1**.

Comme η est fondamental, on a, par définition, $\mathcal{A}_j(\eta) = -\rho\eta_j$. Donc (1) devient

$$0 = (\sigma + \rho)\Sigma x\eta,$$

x n'est pas sur le plan η et $\sigma = -\rho$.

Ainsi « l'équation fondamentale $\Pi(\rho) = 0$ fournit les paramètres $-\rho$ des
» quatre points où la droite $\mathcal{X}$

$$-\tau y_i = \rho x_i + A_i(x)$$

» perce les quatre plans fondamentaux ».

(*) Briot et Bouquet, *Journal de l'École polytechnique*, 36[e] cahier.

On peut dire aussi que « le rapport anharmonique suivant lequel la » droite $\mathfrak{X}$ perce les quatre plans fondamentaux est constant ».

45. On verrait dualistiquement de même que « le rapport anharmo- » nique des quatre plans menés par la droite $\mathfrak{U}$ (n° **1**) et les quatre points » fondamentaux est constant ».

Les droites $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{U}$ sont situées sur un complexe tétraédral ou complexe de Reye (*).

Je ne poursuis pas plus loin la discussion de l'équation de Jacobi dans l'espace, n'ayant pas, comme je l'ai expliqué dans l'Introduction, l'intention de développer les présentes considérations dans le sens du calcul intégral.

(*) Sturm, *Die Gebilde ersten und zweiten Grades in der Liniengeometrie*, t. I, p. 333.

CHAPITRE V.

SYSTÈME DE DEUX CONNEXES LINÉAIRES.

46. Soient $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ deux connexes linéaires

$$\mathfrak{A}(x; u) = \sum_{ij} a_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i A_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{A}_j(u),$$

$$\mathfrak{B}(x; u) = \sum_{ij} b_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i B_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{B}_j(u).$$

Je me propose d'étudier dans le présent chapitre aussi bien l'ensemble des éléments communs aux deux connexes, l'intersection des deux connexes, que le faisceau linéaire des ∞ connexes $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$

$$\mathfrak{P}_{\lambda\mu} = \lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} = 0 \qquad \lambda : \mu = \text{paramètre variable.}$$

47. Nommons $\mathfrak{G}_3$, variété à trois dimensions, l'ensemble des ∞^3 éléments communs aux deux connexes.

A un point quelconque x de l'espace correspond dans chacun des deux connexes une droite $\mathfrak{X}$ (n° **1**). Cette droite est respectivement $\overline{xA}$ et $\overline{xB}$. Donc à un point x est associé dans $\mathfrak{G}_3$ un seul plan X, qui est le plan $\overline{xAB}$, et dont les coordonnées X_i ou $(xAB)_i$ sont les déterminants de la matrice

$$\begin{Vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{Vmatrix}$$

Le plan X est aussi le lieu des droites $\mathfrak{X}$ dans le faisceau $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$.

48. Pareillement les points x, associés, dans $\mathfrak{G}_3$, à un plan quelconque u,



se réduisent à un point U ou $\overline{u\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$, dont les coordonnées U_i ou $(u\mathfrak{A}\mathfrak{B})_i$ sont les déterminants de la matrice

$$\begin{Vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ \mathfrak{A}_1 & \mathfrak{A}_2 & \mathfrak{A}_3 & \mathfrak{A}_4 \\ \mathfrak{B}_1 & \mathfrak{B}_2 & \mathfrak{B}_3 & \mathfrak{B}_4 \end{Vmatrix}$$

Passent par le point U les diverses droites $\mathfrak{U}$ (n° **1**) dans le faisceau $\mathfrak{p}_{\lambda\mu}$.

49. Le plan X peut devenir indéterminé, et cela de plusieurs façons. Les deux droites $\mathfrak{X}$ issues de x peuvent coïncider; la droite $\mathfrak{X}$ peut, dans le faisceau $\mathfrak{p}_{\lambda\mu}$, ne pas varier avec $\lambda:\mu$; le point x peut être fondamental pour l'un des connexes ou même pour les deux.

Dans tous les cas, la position de x doit être telle que $X_i = (x\mathrm{AB})_i = 0$. Les deux surfaces cubiques $(x\mathrm{AB})_3 = 0$ et $(x\mathrm{AB})_4 = 0$ se coupent suivant une courbe du neuvième degré c_9. Considérons, d'autre part, les trois quadriques obtenues en annulant la matrice

$$\begin{Vmatrix} x_1 & A_1 & B_1 \\ x_2 & A_2 & B_2 \end{Vmatrix}$$

Deux d'entre elles,

$$A_2x_1 - A_1x_2 = 0, \qquad B_2x_1 - B_1x_2 = 0,$$

par exemple, ont la génératrice $x_1 = x_2 = 0$ commune et aussi une courbe cubique c_3, laquelle est aussi sur la troisième quadrique. Cette cubique c_3 est aussi sur la courbe c_9. En dehors de c_3, il reste sur c_9 une courbe du sixième degré C, laquelle est aussi sur les deux surfaces cubiques

$$(x\mathrm{AB})_1 = 0 \qquad \text{et} \qquad (x\mathrm{AB})_2 = 0.$$

Ainsi, « le lieu des points x pour lesquels le plan X est indéterminé, est » une courbe du sixième degré C ».

50. Si les douze lettres x_i, A_i, B_i avaient désigné des formes linéaires ternaires en ρ, λ, μ, ces trois lettres désignant les coordonnées homogènes



d'un point σ dans un plan $\mathfrak{M}$, le raisonnement ci-dessus nous aurait mené à la proposition suivante : « les quatre courbes cubiques $(x\mathrm{AB})_i = 0$, ont six » points communs ».

Ce résultat nous sera utile un peu plus loin (n° **57**).

51. Le même raisonnement qu'au n° **49** fournit une contrepartie dualistique : « les plans tangents communs aux quatre surfaces de troisième » classe $(u\mathfrak{A}\mathfrak{B})_i = 0$ enveloppent une développable Γ de sixième classe ».

Ainsi « les plans u pour lesquels le point U est indéterminé enveloppent » une développable Γ de sixième classe ».

52. Il existe un moyen simple de montrer la dépendance mutuelle des deux figures C et Γ. Soient ξ un point de C et η un plan tangent à Γ. On a

$$\begin{Vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ A_1(\xi) & \dots & & \dots \\ B_1(\xi) & \dots & & \dots \end{Vmatrix} = 0 \qquad \begin{Vmatrix} \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \\ \mathfrak{A}_1(\eta) & \dots & & \dots \\ \mathfrak{B}_1(\eta) & \dots & & \dots \end{Vmatrix} = 0.$$

Il existe donc trois quantités ρ, λ, μ telles que

$$\rho\xi_i + \lambda A_i(\xi) + \mu B_i(\xi) = 0,$$

ou

$$(0) \qquad \sum_j \xi_j h_{ij} = 0,$$

en posant

$$h_{ii} = \rho + \lambda a_{ii} + \mu b_{ii}, \qquad h_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu b_{ij} \qquad (i \pm j).$$

Les équations (0) ne sont compatibles que si $\mathrm{H} = [h_{ij}] = 0$. Envisageons les ρ, λ, μ comme les coordonnées homogènes d'un point σ sur un certain plan $\mathfrak{M}$. L'équation $\mathrm{H} = 0$ représente sur $\mathfrak{M}$ une certaine courbe $\mathfrak{C}$ du quatrième degré. Quand σ est sur $\mathfrak{C}$, le système (0) fournit un point ξ de C.

L'équation $\mathrm{H} = 0$ est aussi l'équation fondamentale relative au connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu}$; ξ est un point fondamental pour ce connexe.

Donc « le lieu des points fondamentaux » pour les ∞ connexes du » faisceau est une courbe C du sixième degré. »



53. Pareillement, pour un plan tangent à la développable Γ on a

$$\begin{Vmatrix} \eta_1 & \cdots \\ \mathfrak{A}_1(\eta) & \cdots \\ \mathfrak{B}_1(\eta) & \cdots \end{Vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \rho'\eta_i + \lambda'\mathfrak{A}_i(\eta) + \mu'\mathfrak{B}_i(\eta) = 0,$$

ou encore

$$(0) \qquad 0 = \sum_j h'_{ji}\eta_j,$$

$$h'_{ii} = \rho' + \lambda' a_{ii} + \mu' b_{ii}, \qquad h'_{ij} = \lambda' a_{ij} + \mu' b_{ij} \qquad (i \pm j).$$

Le point σ', qui a dans le plan $\mathfrak{M}$ précédent (n° **52**) les coordonnées σ', λ', μ', est sur la courbe $H(\rho', \lambda', \mu') = [h'_{ji}] = 0$, c'est-à-dire encore sur $\mathfrak{C}$.

Comme ci-dessus, « chaque point σ de $\mathfrak{C}$ fournit un plan tangent à la » développable Γ.

» Γ est l'enveloppe des plans fondamentaux pour les ∞ connexes du » faisceau $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$ ».

54. Un même point σ fournit, par les équations (0) des n°s **52** et **53**, un point ξ de C et un plan tangent η de Γ. Comme on l'a vu au chapitre Ier, ξ et η sont le sommet et la face opposés du tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}_{\lambda\mu}$ afférent au connexe $\mathfrak{P}_{\lambda\mu}$.

Fixons pour un instant le rapport $\lambda : \mu = \lambda_0 : \mu_0$. Sur le plan $\mathfrak{M}$, la droite

$$\mu_0\lambda - \lambda_0\mu = 0,$$

issue du sommet $\lambda = \mu = 0$ du triangle de référence, coupe la courbe $\mathfrak{C}$ en quatre points qui fournissent les quatre sommets et les quatre faces du tétraèdre $\mathfrak{T}_{\lambda_0\mu_0}$.

Du point $\lambda = \mu = 0$ sont issues à $\mathfrak{C}$ douze tangentes, donc « le faisceau » contient douze connexes du type II (n° **21**). » Éventuellement, une droite issue de $\lambda = \mu = 0$ peut couper $\mathfrak{C}$ en trois ou quatre points confondus et le faisceau contient des connexes des types IV, V, etc.

La courbe $\mathfrak{C}$ est ainsi la figuration exacte du faisceau.



55. Effectuons dans le plan $\mathfrak{M}$, lieu du point $\sigma(\lambda, \mu, \rho)$, un changement quelconque de coordonnées

$$\begin{vmatrix} \lambda & c_{11}\lambda + c_{12}\mu + c_{13}\rho \\ \mu & c_{21}\lambda + c_{22}\mu + c_{23}\rho \\ \rho & c_{31}\lambda + c_{32}\mu + c_{33}\rho \end{vmatrix}.$$

Les équations

$$(1) \qquad \rho x_i + \lambda A_i(x) + \mu B_i(x) = 0$$

du n° **52** deviennent

$$(1') \quad \rho \{ c_{33}x_i + c_{13}A_i + c_{23}B_i \} + \lambda \{ c_{31}x_i + c_{11}A_i + c_{21}B_i \} + \mu \{ c_{32}x_i + c_{12}A_i + c_{22}B_i \} = 0.$$

Pour que l'équation obtenue en annulant le déterminant des x_i soit une équation fondamentale afférente à un connexe du faisceau, il faut que le système (1′) ait la même forme que le système (1). Donc

$$c_{13} = c_{23} = 0,$$

« le changement de coordonnées laisse fixe le sommet $\lambda = \mu = 0$ du
» triangle de référence sur le plan $\mathfrak{M}$ ».

56. Les équations

$$\sum_j \xi_j h_{ij}(\lambda, \mu, \rho) = 0, \qquad \sum_j \eta_j h_{ji}(\lambda, \mu, \rho) = 0$$

fournissent ξ, et η rationnellement, dès que l'on a choisi le point $\sigma(\lambda, \mu, \rho)$, sur la courbe $\mathfrak{C}$.

On peut prendre

$$\xi_j = \sum_\alpha H_{\alpha j} k_\alpha, \qquad \eta_i = \sum_\beta H_{i\beta} l_\beta, \qquad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, \qquad H_{\alpha j} = \frac{\partial H}{\partial h_{\alpha j}}, \qquad k_\alpha, l_\beta = C^{te} \text{ arbitraire.}$$

La valeur des k et des l est indifférente; en effet, considérons

$$\xi'_j = \Sigma H_{\alpha j} k'_\alpha,$$

$$\begin{vmatrix} \xi_i & \xi_j \\ \xi'_i & \xi'_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum_\alpha H_{\alpha i} k_\alpha & \sum_\beta H_{\beta j} k_\beta \\ \sum_\alpha H_{\alpha i} k'_\alpha & \sum_\beta H_{\beta j} k'_\beta \end{vmatrix} = \sum_{\alpha, \beta} \begin{vmatrix} k_\alpha & k_\beta \\ k'_\alpha & k'_\beta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_{\alpha i} & H_{\alpha j} \\ H_{\beta i} & H_{\beta j} \end{vmatrix}.$$



Or, d'après la théorie des déterminants,

$$\begin{vmatrix} H_{\alpha i} & H_{\alpha j} \\ H_{\beta i} & H_{\beta j} \end{vmatrix} = H \frac{\partial^2 H}{\partial h_{\alpha i} \partial h_{\beta j}}$$

si σ est sur $\mathfrak{C}$, $H = 0$; alors les ξ_i sont proportionnels aux ξ'_i et l'on a toujours le même point ξ.

57. Les quatre cubiques $H_{\alpha j} = 0$ $(\alpha = 1, 2, 3, 4)$ du plan $\mathfrak{M}$ se coupent en six points (nº **50**), car les quatre cubiques $H_{\alpha 4}(\lambda, \mu, \rho) = 0$, par exemple, correspondent aux quatre déterminants de la matrice

$$\begin{Vmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} \end{Vmatrix}$$

et tout le raisonnement du nº **49** subsiste. Ces six points sont situés sur la courbe $H = 0$, c'est-à-dire $\mathfrak{C}$, car

$$H = \sum_\alpha h_{\alpha j} H_{\alpha j}.$$

Par conséquent, les ∞^3 courbes

$$\sum_\alpha K_\alpha H_{\alpha j} = 0 \quad (K_\alpha = \text{param. var.})$$

coupent $\mathfrak{C}$ en douze points, dont six seulement dépendent des paramètres variables K. Cela prouve que la courbe C est coupée par le plan quelconque

$$\sum_\alpha K_\alpha t_\alpha = 0 \quad (t_\alpha = \text{coordonnée courante})$$

en six points; C est du sixième degré, ce que nous savions déjà autrement.

Pareillement, les ∞^3 cubiques planes

$$\sum_\beta L_\beta H_{i\beta}(\lambda, \mu, \rho) = 0 \quad (L_\beta = \text{param. var.})$$

coupent $\mathfrak{C}$ en douze points, dont six seulement varient avec les L_β. La développable Γ est de la sixième classe.



58. Pour abréger le langage, je désignerai par s_j le groupe des six points

$$H = H_{\alpha j} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4)$$

et par $S_K^{(j)}$ le groupe des six autres points

$$H = \sum_\alpha K_\alpha H_{\alpha j} = 0.$$

De même t_i sera le groupe des six points

$$H = H_{i\beta} = 0 \quad (\beta = 1, 2, 3, 4)$$

et $\mathcal{T}_L^{(i)}$ le groupe des six autres points

$$H = \sum_\beta L_\beta H_{i\beta} = 0.$$

Comme on l'a vu plus haut (nº **56**), sur la courbe $\mathfrak{C}$, on a

$$H_{\alpha i} H_{\beta j} = H_{\alpha j} H_{\beta i},$$
$$H_{\alpha i} \sum_\beta H_{\beta j} l_\beta = H_{\alpha j} \sum_\beta H_{\beta i} l_\beta \quad (l_\beta = \text{C}^{\text{te}} \text{ arbitr.}).$$

Les vingt-quatre points

$$H = H_{\alpha i} \sum_\beta H_{\beta j} l_\beta = 0$$

sont les groupes t_α, s_i, s_j, $S_l^{(j)}$.

Les vingt-quatre points, qui sont les mêmes,

$$H = H_{\alpha j} \sum_\beta H_{\beta i} l_\beta = 0,$$

sont les groupes s_i, s_j, t_α, $S_l^{(i)}$.

Bref, les groupes $S_l^{(j)}$ et $S_l^{(i)}$ coïncident. Il en est de même pour les groupes $\mathcal{T}_l^{(i)}$ et $\mathcal{T}_l^{(j)}$.

Ainsi, « parmi les douze points

$$H = \sum_\alpha K_\alpha H_{\alpha i} = 0,$$

» six ne dépendent que de l'indice i et non des paramètres K; au contraire,
» six points ne dépendent que des paramètres K et non de l'indice i. De
» même parmi les douze points

$$H = \sum_\beta L_\beta H_{i\beta} = 0,$$

» six dépendent seulement de i et six seulement de β ».

Enfin, « parmi les douze points

$$H = \sum_{\alpha\beta} K_\alpha L_\beta H_{\alpha\beta} = 0,$$

» six dépendent seulement des K et six seulement des L ».

59. Existe-t-il des points σ sur la courbe $\mathfrak{C}$ pour lesquels ξ, point de la courbe C, soit indéterminé? Il faudrait pour cela que (n° **56**)

$$\sum_\alpha k_\alpha H_{\alpha j} = 0 \qquad (\alpha, j = 1, 2, 3, 4).$$

Les quatre groupes s_j auraient au moins un point commun. Comme les douze points $H = H_{\alpha j} = 0$ comprennent les six points t_α et les six points s_j, les seize mineurs $H_{\alpha j}$ auraient des zéros communs. En un pareil point, les trois dérivées partielles

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad \frac{\partial H}{\partial \mu}, \quad \frac{\partial H}{\partial \rho}$$

s'évanouiraient et la courbe $\mathfrak{C}$ aurait un point multiple.

60. « Un point ξ de C a, dans tous les connexes du faisceau, la même » droite $\mathfrak{X}$ (n° **1**). »

En effet, dans le connexe $\mathfrak{p}_{\lambda'\mu'}$ les six coordonnées de la droite $\mathfrak{X}$ sont les six déterminants

$$\begin{vmatrix} x_i & \lambda' A_i + \mu' B_i \\ x_j & \lambda' A_j + \mu' B_j \end{vmatrix}.$$

Soit σ, (λ, μ, ρ) le point de $\mathfrak{C}$ qui correspond à ξ. On a

$$\rho x_i + \lambda A_i + \mu B_i = 0,$$

$$\lambda' A_i + \mu' B_i = A_i \frac{\lambda'\mu - \mu\lambda'}{\mu} - \frac{\rho\mu'}{\mu} x_i.$$

Les coordonnées de $\mathfrak{X}$ sont les six déterminants

$$\frac{\lambda'\mu - \mu\lambda'}{\mu} \begin{vmatrix} x_i & A_i \\ x_j & A_j \end{vmatrix}.$$

$\mathfrak{X}$ ne dépend pas du rapport $\lambda' : \mu'$ et est la même pour tous les ∞ connexes du faisceau.



$\mathfrak{X}$ devient indéterminée pour $\lambda : \mu = \lambda' : \mu'$. Mais ξ est fondamental pour le connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu}$ (n° **52**); il n'y a rien d'étonnant à ce que la droite $\mathfrak{X}$ du point ξ soit, dans le connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu}$, indéterminée.

De même « un plan tangent η de la développable Γ possède la même » droite $\mathfrak{U}$ dans tous les connexes du faisceau ». Pour un de ces connexes, le plan η est fondamental et la droite $\mathfrak{U}$ est indéterminée.

61. Soit (x, u) un élément quelconque de la variété à trois dimensions $\mathfrak{G}_3$ du n° **47**, c'est-à-dire commun aux deux connexes $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$. Nous avons vu que les u_i sont proportionnels aux X_i, c'est-à-dire aux $(x\mathrm{AB})_i$, et les x_i sont proportionnelles aux U_i, c'est-à-dire aux $(u\mathcal{A}\mathcal{B})_i$. Posons

$$\varphi_i(u) = (u\mathcal{A}\mathcal{B})_i \qquad \psi_i(x) = (x\mathrm{AB})_i;$$

on pourra écrire (φ_0, ψ_0 définis comme dans la première partie, n° **3**)

$$x_i\varphi_0(u) = \varphi_i(u), \qquad u_i\psi_0(x) = \psi_i(x).$$

D'ailleurs, évidemment,

$\varphi_i(\psi)$ proportionnel à x_i,
$\psi_i(\varphi)$ » u_i.

62. Soit $\mathfrak{X}_2$ une variété à deux dimensions située sur $\mathfrak{G}_3$ et *intégrale*, c'est-à-dire intégrale commune aux deux équations de Jacobi $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ (chapitre IV). Pour un déplacement infinitésimal Δ de l'élément courant (x, u) sur $\mathfrak{X}$, on a

$$\begin{array}{llll} \Sigma u dx = 0, & \Sigma u x = 0, & \Sigma u \mathrm{A} = 0, & \Sigma u \mathrm{B} = 0, \\ \Sigma x du = 0, & \Sigma x u = 0, & \Sigma x \mathcal{A} = 0, & \Sigma x \mathcal{B} = 0, \end{array}$$

c'est-à-dire

$$(\mathrm{AB}x dx) = 0 \qquad \text{et} \qquad (\mathcal{A}\mathcal{B} u du) = 0.$$

L'intégration de $(\mathrm{AB}x dx) = 0$ fournira l'équation de $\mathfrak{X}$ en coordonnées-points ; sous la forme $(\mathcal{A}\mathcal{B}udu) = 0$ on a l'équation différentielle des surfaces $\mathfrak{X}_2$ en coordonnées-plans.

Soit $f(x) = 0$, $F(u) = 0$ la double équation d'une surface intégrale $\mathfrak{X}_2$ en coordonnées-points et coordonnées-plans. Il est évident que $f[\varphi(u)] = 0$



est une conséquence de $F(u) = 0$; $F[\psi(x)] = 0$ est de même une conséquence de $f(x) = 0$. Si la surface $\mathfrak{X}_2$ est algébrique et indécomposable, les formes quaternaires $f(x)$ et $F(u)$ divisent respectivement les formes quaternaires $F(\psi)$ et $f(\varphi)$.

Quoique la matière soit encore très riche, je n'insisterai pas davantage sur la construction des intégrales communes à deux équations de Jacobi.

On voit que les considérations du présent n° **62** sont une application immédiate des propriétés des variétés intégrales étudiées au chapitre IV de la première partie.

CHAPITRE VI.

SYSTÈME DE TROIS CONNEXES LINÉAIRES.

63. Soient trois connexes linéaires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$:

$$\mathfrak{A} = \sum_{ij} a_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i A_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{A}_j(u),$$
$$\mathfrak{B} = \sum_{ij} b_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i B_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{B}_j(u),$$
$$\mathfrak{C} = \sum_{ij} c_{ij} u_i x_j = \sum_i u_i C_i(x) = \sum_j x_j \mathcal{C}_j(u).$$

Je me propose d'étudier la variété à deux dimensions $\mathfrak{G}_2$ constituée par les éléments communs aux trois connexes.

Soit (x, u) un élément quelconque de $\mathfrak{G}_2$. On a évidemment

$$\Sigma xu = 0, \quad \Sigma Au = 0, \quad \Sigma Bu = 0, \quad \Sigma Cu = 0,$$
$$\Sigma ux = 0, \quad \Sigma \mathcal{A}x = 0, \quad \Sigma \mathcal{B}x = 0, \quad \Sigma \mathcal{C}x = 0,$$

d'où

$$(xABC) = 0 \qquad (u\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}) = 0.$$

« La variété $\mathfrak{G}_2$ a ses points x situés sur une surface du quatrième degré X

$$(xABC) = 0,$$

» et ses plans u tangents à une surface de la quatrième classe U

$$(u\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}) = 0. \text{ »}$$

Il y a évidemment d'ailleurs correspondance birationnelle entre les points de X et les plans tangents à U.

64. Nous allons maintenant introduire pour la figuration de X et U un procédé entièrement analogue à celui du chapitre précédent (n° **52**). La relation

$$(xABC) = 0$$

exprime qu'il existe quatre quantités λ, μ, ν, ρ telles que

$$(i = 1, 2, 3, 4), \qquad \rho x_i + \lambda A_i(x) + \mu B_i(x) + \nu C_i(x) = 0,$$

ou

$$(0) \qquad \sum_j x_j h_{ij} = 0,$$
$$h_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu b_{ij} + \nu c_{ij} \qquad (i \pm j),$$
$$h_{ii} = \rho + \lambda a_{ii} + \mu b_{ii} + \nu c_{ii}.$$

On doit avoir $H = [h_{ij}] = H(\lambda, \mu, \nu, \rho) = 0$. Envisageons λ, μ, ν, ρ comme les quatre coordonnées homogènes d'un point ζ dans un espace $\mathfrak{M}$. L'équation $H = 0$ exprime que ζ est sur une certaine surface Ω du quatrième degré. Ω est l'équivalent de la courbe $\mathfrak{C}_4$ du chapitre précédent.

65. On verrait de même que l'on a pour un plan tangent u à U

$$\rho' u_i + \lambda' \mathcal{A}_i(u) + \mu' \mathcal{B}_i(u) + \nu' \mathcal{C}_i(u) = 0$$
$$(1) \qquad \sum_j u_j h_{ji}(\lambda', \mu', \nu', \rho') = 0.$$

Le point ζ' qui, dans l'espace $\mathfrak{M}$, a pour coordonnées λ', μ', ν', ρ', est situé sur la même surface Ω.

66. Appelons $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu}$ le connexe

$$\lambda \mathfrak{A} + \mu \mathfrak{B} + \nu \mathfrak{C} = 0.$$

Quand les rapports $\lambda : \mu : \nu$ varient, il y a un réseau de ∞^2 connexes $\mathfrak{p}$.

Nommons ϖ le sommet $\lambda = \mu = \nu = 0$ du tétraèdre de référence dans l'espace $\mathfrak{M}$. A chaque droite issue de ϖ correspond un connexe du réseau et réciproquement.

Cherchons le tétraèdre fondamental du connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu}$. L'équation

$$H(\rho, \underline{\lambda}, \underline{\mu}, \underline{\nu}) = 0$$

est précisément l'équation fondamentale, où le soulignement a la signification expliquée au n° **2** de la première partie. ρ, étant une racine de cette équation, fournit un point fondamental x par les équations (0) du n° **64** et un plan fondamental u par les équations (1) du n° **65**.



Ainsi : « quand le connexe $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu}$ parcourt le réseau,
» le point ζ, $(\rho, \lambda, \mu, \nu)$ parcourt la surface Ω,
» les sommets du tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}_{\lambda\mu\nu}$ parcourent la surface X,
» les faces du tétraèdre $\mathfrak{T}_{\lambda\mu\nu}$ enveloppent la surface U ».

En d'autres termes, « la variété $\mathfrak{G}_2$ des éléments communs aux trois » connexes est constituée par les points et plans fondamentaux des ∞^2 » connexes du réseau ».

67. Posons $H_{ij}(\rho, \lambda, \mu, \nu) = \frac{\partial H}{\partial h_{ij}}$. On verra, comme au chapitre précédent, qu'un point ζ, $(\rho, \lambda, \mu, \nu)$ étant fixé sur Ω, les équations

$$(0) \qquad \xi_j = \sum_\alpha R_\alpha H_{\alpha j} \qquad \eta_i = \sum_\beta l_\beta H_{i\beta} \qquad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, \qquad k_\alpha, l_\beta = \text{const. arbitr.},$$

fournissent un point ξ de X et un plan tangent η de U.

Nous dirons que « le point ζ de Ω fournit le point ξ de X et le plan η de U ».

N. B. — En général, η ne passe pas par ξ, et ξ et η ne constituent pas par leur association un élément de la variété $\mathfrak{G}_2$, c'est-à-dire commun aux trois connexes.

Voici plus nettement ce qui se passe.

68. Par le sommet $\varpi(\lambda = \mu = \nu = 0)$ du tétraèdre de référence dans l'espace $\mathfrak{M}$, menons une droite

$$(1) \qquad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{\nu}{\nu_0}.$$

Elle perce Ω en quatre points et détermine dans le réseau un connexe $\mathfrak{P}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$:

$$\lambda_0\mathfrak{A} + \mu_0\mathfrak{B} + \nu_0\mathfrak{C} = 0.$$

Chacun des quatre points fournit (n° **20**, *in fine*) un sommet et la face opposée dans le tétraèdre $\mathfrak{T}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$ fondamendal pour $\mathfrak{P}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$.



Si (nº **67**) le plan η passait par ξ, le tétraèdre $\mathfrak{T}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$ dégénérerait (nº **8**). L'équation fondamentale $H(\rho) = 0$ aurait une racine double

$$H = \frac{\partial H}{\partial \rho} = 0.$$

La droite (1) serait une tangente menée de ϖ à la surface Ω.

Le connexe $\mathfrak{P}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$ serait du type II.

Il y a ∞ génératrices sur le cône, de sommet ϖ, circonscrit à Ω : « il y » a dans le réseau ∞ connexes du type II ».

Sur ledit cône, il y a un nombre fini de génératrices qui percent Ω en trois points confondus : « sur le réseau, il y a un nombre fini de connexes » du type IV ».

Voilà ce qui se passe en général, mais on aperçoit immédiatement de très nombreux cas particuliers dans la description desquels je n'entrerai pas.

69. Par un raisonnement tout pareil à celui du nº **55**, on verra qu'il est licite d'opérer, dans l'espace $\mathfrak{M}$, tout changement de coordonnées qui laisse fixe le point ϖ ou $\lambda = \mu = \nu = 0$.

70. Nous avons fait voir que les points x de X et les plans tangents u de U correspondaient rationnellement aux points de Ω. La correspondance est birationnelle.

Posons, pour plus de symétrie,

$$\tau_2 = \lambda \qquad \tau_3 = \mu \qquad \tau_4 = \nu \qquad \tau_1 = \rho$$
$$x_j = t_{1j} \quad A_j = t_{2j} \quad B_j = t_{3j} \quad C_j = t_{4j}$$
$$T = [t_{ij}] \qquad T_{ij} = \frac{\partial T}{\partial t_{ij}}.$$

Les équations

$$\rho x_i + \lambda A_i + \mu B_i + \nu C_i = 0$$

deviennent

$$\sum_j t_{ji}\tau_j = 0.$$

Les équations

$$\omega = \mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = 0$$

deviennent

$$\sum_j t_{ij}u_j = 0.$$

La relation $(x\text{ABC}) = 0$ est $\text{T} = 0$. Alors, en vertu d'un calcul déjà plusieurs fois expliqué, les variables τ et les u_i sont rationnels en t_{ij} :

$$u_j = \sum_\alpha k_\alpha \text{T}_{\alpha j}, \qquad \tau_i = \sum_\beta l_\beta \text{T}_{i\beta}.$$

Nous avons donc complètement établi les correspondances birationnelles entre :

les points de Ω et les points de X,
les points de Ω et les plans tangents à U,
les points de X et les plans de U.

71. Soit (x, u) un élément de la variété $\mathfrak{G}_2$. Le point ζ de Ω qui fournit x fournit aussi un plan tangent η à U; je dirai que η est *conjugué* avec x. Pareillement, le plan tangent u à U comporte un point *conjugué* ξ sur X. Enfin, le point x et le plan u seront dits *associés* dans la variété $\mathfrak{G}_2$. On vient de voir qu'il y a correspondance birationnelle entre deux quelconques des séries de variables x_i, u_i, ξ_i, η_i et aussi entre les coordonnées du point ζ sur Ω, qui fournit x et η, et celles du point ζ' sur Ω qui fournit u et ξ. Donc, « il existe une transformation birationnelle qui transforme en » elle-même la surface Ω ».

72. Il existe encore un point et un plan remarquables. C'est le point y où u touche U et le plan v tangent en x à X.

Cherchons les coordonnées de y et v. Soient ρ, λ, μ, ν les coordonnées de ζ et h_{ij} les coefficients connus (n° **64**). ζ fournit x.

Des relations (0) du n° **67** que j'écris

$$(1) \qquad x_j = \sum_l k_l \text{H}_{lj}, \qquad l = 1, 2, 3, 4, \qquad k_l = \text{const. arbitr.},$$

on tire l'identité

$$\text{H}k_i = \sum_j h_{ij} x_j,$$

x_j étant la fonction de ρ, λ, μ, ν définie par les formules (1). Différentions et remarquons que

$$(i \pm j) \quad \frac{\partial h_{ij}}{\partial \lambda} = a_{ij} \quad \frac{\partial h_{ij}}{\partial \mu} = b_{ij} \quad \frac{\partial h_{ij}}{\partial \nu} = c_{ij} \quad \frac{\partial h_{ii}}{\partial \rho} = 1 \quad \frac{\partial h_{ij}}{\partial \rho} = 0,$$



il viendra

$$k_i \frac{\partial H}{\partial \lambda} = A_i + \sum_j h_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial \lambda} \quad \text{car. } A_i = \Sigma a_{ij} x_j$$

$$k_i \frac{\partial H}{\partial \mu} = B_i + \sum_j h_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial \mu}$$

$$k_i \frac{\partial H}{\partial \nu} = C_i + \sum_j h_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial \nu}$$

$$k_i \frac{\partial H}{\partial \rho} = x_i + \sum_j h_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial \rho}.$$

Soit u le plan associé à x (n° **71**) dans la variété $\mathfrak{G}_2$; on a

$$\Sigma xu = \Sigma Au = \Sigma Bu = \Sigma Cu = 0$$

et, par conséquent,

$$\sum_j \frac{\partial x_j}{\partial \lambda} \sum_i u_i h_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \Sigma ku$$

$$\sum_j \frac{\partial x_j}{\partial \mu} \sum_i u_i h_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \mu} \Sigma ku$$

$$\sum_j \frac{\partial x_j}{\partial \nu} \sum_i u_i h_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \nu} \Sigma ku$$

$$\sum_j \frac{\partial x_j}{\partial \rho} \sum_i u_i h_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \rho} \Sigma ku.$$

Multiplions par $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, $d\rho$ et ajoutons

$$\sum_j dx_j \sum_i u_i h_{ij} = dH \Sigma ku.$$

Quand le point ζ se meut sur Ω, $dH = 0$, les différentielles dx_j correspondent à un déplacement infinitésimal sur X.

Donc, « les coordonnées v_i du plan tangent v en x à X sont proportion-
» nelles à

$$\sum_j u_j h_{ji} \text{ ».}$$

73. Un raisonnement tout pareil montre que « les coordonnées y_i du
» point y où u touche U sont proportionnelles à

$$\sum_j x_j h'_{ij} \text{ ».}$$

$h'_{ij} = h_{ij}(\rho', \lambda', \mu', \nu')$, le point ζ', $(\rho', \lambda', \mu', \nu')$, de Ω étant celui qui fournit



le plan u, de même que, au nº **72**, ρ, λ, μ, ν étaient les coordonnées du point ζ, qui fournissait le point x.

74. Soit (x, u) un élément de $\mathfrak{G}_3$; nommons *conjugués* les deux points ζ et ζ' sur Ω dont l'un ζ fournit x et l'autre ζ' fournit u. On a vu au nº **71** qu'il existe une substitution birationnelle $\mathcal{S}$, laquelle remplace chaque point ζ de Ω par son conjugué ζ' et laisse, par suite, invariante la surface Ω.

Je me propose d'examiner la forme que revêt $\mathcal{S}$ dans un cas particulier important pour la suite.

Ce cas est celui où les deux surfaces X et U se confondent; alors les équations

$$(x\mathrm{ABC}) = 0 \qquad (u\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}) = 0$$

réprésentent en coordonnées-points et coordonnées-plans la même surface T. Le point x de T a pour plan associé u dans la variété $\mathfrak{G}_2$ précisément le plan tangent v à U, c'est-à-dire à T. Le plan tangent u à U, c'est-à-dire à T, a pour associé le point x ou y, où u touche T.

Bref, il faut faire dans les formules du nº **72** les v_i proportionnelles aux u_i. Il vient alors

$$\tau u_i = \sum_j u_j h_{ji}(\rho, \lambda, \mu, \nu)$$

ou

$$\sum_j u_j h_{ji}(\rho - \tau, \lambda. \mu, \nu) = 0.$$

Soit ζ' le point conjugué de ζ sur Ω. On a (nº **65**) par définition

$$\sum_j u_j h_{ji}(\rho', \lambda', \mu', \nu') = 0.$$

Ainsi le plan u est fourni à la fois par le point ζ' et par le point qui a pour coordonnées

$$\rho - \tau, \quad \lambda, \mu, \nu.$$

Mais il y a correspondance birationnelle entre le plan u et le point ζ' qui le fournit. Donc

$$\frac{\rho'}{\rho - \tau} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\nu'}{\nu}.$$

« Les deux points ζ et ζ' sont sur une même droite issue de ϖ », ou $\lambda = \mu = \nu = 0$.

« La substitution S ne peut que permuter entre eux les quatre points où » une droite issue de ϖ perce Ω ».

75. La substitution S se traduit sur la surface T par une substitution birationnelle $\mathcal{F}$, qui laisse T invariante.

Étudions $\mathcal{F}$.

On a vu au cours du présent chapitre, qu'il y avait ∞^2 tétraèdres inscrits dans la surface X et circonscrits à la surface U. C'étaient les ∞^2 tétraèdres $\mathfrak{Q}_{\lambda\mu\nu}$ des connexes $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu}$ du réseau.

Quand X et U coïncident avec la surface unique T, cette dernière possède les ∞^2 tétraèdres fondamentaux $\mathfrak{Q}_{\lambda\mu\nu}$ du réseau à la fois comme inscrits et comme circonscrits.

S ne fait que permuter entre eux les quatre points (n° **74**) où Ω est percée par une droite issue de ϖ. Une pareille droite

$$\lambda : \lambda_0 = \mu : \mu_0 = \nu : \nu_0$$

détermine un connexe $\mathfrak{p}_{\lambda_0\mu_0\nu_0}$ du réseau.

Donc « la substitution $\mathcal{F}$ laisse fixe chacun des ∞^2 tétraèdres inscrits et circonscrits à T ».

Par l'effet de $\mathcal{F}$, chacun de ces tétraèdres subit un dérangement qui le replace sur lui-même.

76. Soit une droite issue de ϖ qui perce Ω en quatre points, généralement distincts, $\zeta, \zeta^{(1)}, \zeta^{(2)}, \zeta^{(3)}$. Je dis que « la substitution S ne laisse fixe » aucun des quatre points ».

S remplace chaque point de Ω par son conjugué; si S laisse fixe par exemple ζ, c'est que ζ coïncide avec son conjugué. Donc ζ fournit un point x et un plan u *associés* (n° **71**), mais x et u sont le sommet et la face opposés d'un certain tétraèdre fondamental dans un certain connexe du réseau. Ledit connexe serait du type II; l'équation fondamentale

$$H(\rho, \underline{\lambda}, \underline{\mu}, \underline{\nu}) = 0$$



aurait une racine double et les quatre points $\zeta, \zeta^{(1)}, \ldots, \zeta^{(3)}$ ne seraient plus distincts.

Ainsi « S bouge les quatre points ». C. Q. F. D.

Une autre conclusion est encore à tirer « dans la substitution $\mathcal{S}$, le » dérangement, qui replace sur lui-même chaque tétraèdre, bouge chacun » des sommets et chacune des faces ».

Numérotons 1, 2, 3, 4 les quatre sommets; le dérangement du tétraèdre sera représenté par les symboles (*)

$$(12)(34) \quad \text{ou} \quad (1234),$$

puisque aucun des quatre chiffres ne peut rester fixe.

(*) Notations de M. Jordan, *Traité des substitutions*.

CHAPITRE VII.

SURFACE INTÉGRALE COMMUNE A TROIS ÉQUATIONS DE JACOBI.

77. Conservons toutes les notations et locutions du chapitre précédent. Supposons que les trois équations de Jacobi provenant des trois connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ ont une surface intégrale commune T. Alors les ∞^2 éléments de la variété $\mathfrak{G}_2$, c'est-à-dire communs aux trois connexes, sont les ∞^2 éléments adhérents à T. Les deux surfaces X et U coïncident. Le plan u, associé avec le point x de T pour former l'élément (x, u) de $\mathfrak{G}_2$, est le plan tangent en x à T.

Rien n'est ainsi à changer aux raisonnements des nos **74, 75** et **76.**

Je me propose de construire T.

78. Il convient d'étudier tout d'abord l'équation H.

On a vu que la substitution birationnelle $\mathcal{S}$ (n° **74**) qui laisse fixe la surface Ω, ne change pas les quotients $\lambda:\mu:\nu$. $\mathcal{S}$ permute entre elles les quatre racines a, b, c, d de l'équation du quatrième degré, à inconnue unique ρ

$$H(\rho, \underline{\lambda}, \underline{\mu}, \underline{\nu}) = 0.$$

$\mathcal{S}$ permute entre elles les quatre lettres a, b, c, d de l'une des deux façons marquées par les symboles (n° **76**)

$$(abcd) \qquad \text{ou} \qquad (ac)(bd).$$

L'expression algébrique de $\mathcal{S}$ est

$$\left| \rho \qquad \psi(\rho) \right|$$

ψ désignant une fonction rationnelle, dont les coefficients sont des formes ternaires en λ, μ et ν.



On a dans les deux cas qui viennent d'être énumérés respectivement :

$$\psi(a) = b,\quad \psi(b) = c,\quad \psi(c) = d,\quad \psi(d) = a,$$

ou bien

$$\psi(a) = c,\quad \psi(c) = a;\quad \psi(b) = d,\quad \psi(d) = b.$$

Si l'on écrit $\psi^2(c)$ pour $\psi[\psi(c)]$, $\psi^3(c)$ pour $\psi[\psi^2(c)]$,..., on pourra avoir

$$b = \psi(a),\quad c = \psi^2(a),\quad d = \psi^3(a),\quad a = \psi^4(a),\quad b = \psi(a),\quad \psi^2(a) = a,\quad \ldots$$

79. Soit $p(\lambda, \mu, \nu)$ une forme ternaire; je poserai pour abréger $|p| =$ le degré de la forme ternaire. L'équation $H(\rho) = 0$ est

$$\rho^4 + S_1\rho^3 + S_2\rho^2 + S_3\rho + S_4 = 0$$
$$|S_1| = 1,\quad |S_2| = 2,\quad |S_3| = 3,\quad |S_4| = 4.$$

« Une racine quelconque ρ est une fonction algébrique homogène de λ, » μ, ν et du premier degré d'homogénéité. » Si en effet on multiplie λ, μ, ν par K, ρ se multiplie par le même facteur K.

« ρ est une fonction *entière* de λ, μ, ν. » En effet, tant que λ, μ, ν restent finies, ρ reste aussi finie. Cela provient de ce que ρ^4 a pour coefficient l'unité.

Soit $\chi(a, b, c, d)$ une forme quaternaire de degré m en a, b, c, d. Si $\chi \equiv q(\lambda, \mu, \nu)$, $q =$ forme ternaire; alors, en vertu de l'homogénéité, $|q| = m$. Si χ est identique à une fonction rationnelle en λ, μ, ν, cette fonction est évidemment entière en vertu de la remarque qui vient d'être faite.

Ces propositions très simples sont d'un continuel usage dans la discussion qui suit.

Construction de la surface Ω.

Premier cas : $S = (abcd)$.

80. Supposons d'abord que S échange circulairement les quatre racines, de la façon exprimée par le symbole

$$(abcd),$$

et que l'on ait

$$b = \psi(a),\qquad c = \psi^2(a),\qquad d = \psi^3(a).$$



Désignons par θ une racine primitive quatrième de l'unité,

$$\theta^2 + 1 = 0, \qquad \theta^3 = -\theta.$$

L'expression

$$(a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d)^4 = (a + \theta\psi(a) + \theta^2\psi^2(a) + \theta^3\psi^3(a))^4 = \chi(a)$$

ne change pas par l'effet de la substitution S; donc on a

$$\chi(a) = \chi(b) = \chi(c) = \chi(d) = \frac{\chi(a) + \chi(b) + \chi(c) + \chi(d)}{4}$$

= fonction rationnelle entière symétrique des racines, c'est-à-dire une fonction rationnelle entière de λ, μ et ν.

En vertu des explications données au n° **79**, on a

$$(a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d)^4 = p(\lambda, \mu, \nu)$$

avec $|p| = 4$.

De même

$$(a + \theta^3 b + \theta^2 c + \theta d)^4 = r(\lambda, \mu, \nu) \quad |r| = 4.$$

L'expression

$$(a + \theta^2 b + c + \theta^2 d)^2 = (a + \theta^2\psi(a) + \ldots)^2 = \varpi(a).$$

ne change pas par l'effet de la substitution S. On a

$$\varpi(a) = \varpi(b) = \varpi(c) = (d), \text{ etc.}$$

Il viendra encore

$$(a + \theta^2 b + c + \theta^2 d)^2 = q(\lambda, \mu, \nu), \quad |q| = 2.$$

81. Bref

$$\left\{\begin{array}{l} a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d = \sqrt[4]{p} \\ a + \theta^3 b + \theta^2 c + \theta d = \sqrt[4]{r} \\ a + \theta^2 b + c + \theta^2 d = \sqrt[2]{q} \end{array}\right\}$$

d'où aussi on peut tirer a, b, c, d en utilisant la relation

$$a + b + c + d = -S_1.$$

D'ailleurs, je dis que « sans restreindre la généralité, on peut faire $S_1 = 0$ ».

Il suffit en effet pour cela d'effectuer dans l'espace $\mathfrak{M}$, lieu de la surface Ω, la collinéation

$$\begin{vmatrix} \lambda & \lambda \\ \mu & \mu \\ \nu & \nu \\ \rho & \rho + \frac{1}{4} S_1 \end{vmatrix}$$

laquelle est licite, car elle laisse fixe le sommet $\lambda = \mu = \nu = 0$ du tétraèdre de référence dans l'espace $\mathfrak{M}$. Ce point résulte du n° **69**.

Du système

$$(1)\qquad \left\{ \begin{aligned} a + b + c + d &= 0, \\ a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d &= \sqrt[4]{p}, \\ a + \theta^3 b + \theta^2 c + \theta d &= \sqrt[4]{r}, \\ a + \theta^2 b + c + \theta^2 d &= \sqrt[2]{q}, \end{aligned} \right\}$$

on déduit

$$(2)\qquad \left\{ \begin{aligned} 4a &= \sqrt[4]{p} + \sqrt[2]{q} + \sqrt[4]{r}, \\ 4b &= \theta^3\sqrt[4]{p} + \theta^2\sqrt[2]{q} + \theta\sqrt[4]{r}, \\ 4c &= \theta^2\sqrt[4]{p} + \sqrt[2]{q} + \theta^2\sqrt[4]{r}, \\ 4d &= \theta\sqrt[4]{p} + \theta^2\sqrt[2]{q} + \theta^3\sqrt[4]{r}. \end{aligned} \right\}$$

82. Les deux expressions

$$\frac{(a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d)^3}{a + \theta^3 b + \theta^2 c + \theta d} = \sqrt[4]{\frac{p^3}{r}}, \qquad \frac{a + \theta^2 b + c + \theta^2 d}{(a + \theta b + \theta^2 c + \theta^3 d)^2} = \sqrt[2]{\frac{q}{p}}$$

ne changent pas par l'effet de la substitution S et sont, en vertu du même raisonnement qu'au n° **80**, rationnelles en λ, μ, ν.

On pourra ainsi poser

$$(1)' \qquad \frac{p^3}{r} = \frac{L^4}{l^4}, \qquad\qquad (2) \qquad \frac{p}{q} = \frac{M^2}{m^2};$$

L, l, M, m = formes ternaires en λ, μ, ν; les deux fractions $L : l$ et $M : m$ étant supposées irréductibles, c'est-à-dire L premier avec l et M avec m.

Remarquons en passant que les quotients $p : r$ et $p : q$ ne peuvent être des constantes, car d'abord $|p| = 4$ tandis que $|q| = 2$. D'autre part, si

$$p = \mathrm{K}r, \qquad \sqrt[4]{p^3 r^{-1}} = \sqrt[4]{\mathrm{K}^3 r^2} = \text{rationnelle}, \qquad r = \text{carré parfait}.$$

Mais alors $\sqrt[4]{r}$ n'aurait que deux valeurs et il en serait de même pour $a + \theta^3 b + \cdots$, ce qui est absurde.

83. « Dans la relation (1) du n° **82**, savoir :

$$\frac{p^3}{r} = \frac{\mathrm{L}^4}{l^4},$$

» on a $|l| = 0$ et $l = 1$. »

En effet, si l n'est pas une constante, on a, en vertu de $l^4 p^3 = \mathrm{L}^4 r$, r divisible par l^4, puisque l est premier avec L. Comme $|r| = 4$, il vient $|l| = 1$, $r = l^4$. Ensuite $p^3 = \mathrm{L}^4$, L est cube parfait, $\mathrm{L} = s^3$, $|s| = 1$, $p = s^4$.

Enfin, $q = p\frac{\mathrm{M}^2}{m^2}$ [relation (2) du n° **82**] et q est carré parfait, puisque $p = s^4$.

En résumé, les quantités $\sqrt[4]{p}$, $\sqrt[4]{q}$, $\sqrt[4]{r}$ seraient rationnelles. En vertu des équations (2) du n° **81**, les quatre racines a, b, c, d seraient rationnelles. L'équation $\mathrm{H}(\rho) = 0$ serait réductible et la surface Ω décomposable.

C'est une hypothèse que nous excluons.

Ainsi l est une constante que l'on peut toujours supposer égale à 1.

C. Q. F. D.

84. « L est carré parfait. »

En effet, faisons dans $p^3 l^4 = r\mathrm{L}^4$ $l = 1$, il vient $p^3 = r\mathrm{L}^4$ avec $|\mathrm{L}| = 2$. Alors L, qui n'est pas carré parfait, divise p. $p = p'\mathrm{L}$, $|p'| = 2$. Il vient $p'^3 = r\mathrm{L}$ et L divise p'. On a $p = p_0\mathrm{L}^2$, $|p_0| = 0$; enfin $r = p_0^3\mathrm{L}^2$.

Le quotient $p : r$ serait une constante, ce qui est absurde (n° **82**, *in fine*).

85. Ainsi, dans la relation $p^3l^4 = rL^4$, il faut faire $l = 1$, $L = s^2$ avec $|s| = 1$, puisque $|L^4| = 8$. De là

$$p^3 = rs^8.$$

p contient le facteur s au moins trois fois, car autrement p^3 ne serait pas divisible par s^8. Ainsi $p = s^3t$, $|t| = 1$. D'où

$$r = st^3.$$

Ensuite

$$\frac{p}{q} = \frac{s^3t}{q} = \frac{M^2}{m^2}$$

donne

$$\frac{st}{q} = \frac{M^2}{s^2m^2} = \text{carré parfait.}$$

On n'a pas $s : t =$ constante, puisque $p : r \pm$ constante. st n'est sûrement pas carré parfait. Donc $stq^{-1} =$ constante, car st doit diviser q et $|q| = 2$. En résumé

$$q = q_0^2 st, \qquad |q_0| = 0.$$

Ainsi

$$p = s^3t, \qquad r = st^3, \qquad q = q_0^2 st.$$

s et t sont deux formes linéaires en λ, μ, ν telles que $s : t \pm$ constante. On peut donc, par une collinéation convenable effectuée dans l'espace $\mathfrak{M}$, lieu de la surface Ω, faire

$$s = \lambda \qquad t = \mu.$$

86. Posons $\lambda = t_1^4$, $\mu = t_2^4$. Les équations (2) du n° **81** fourniront

$$4a = \sqrt[4]{p} + \sqrt[2]{q} + \sqrt[4]{r} = t_1t_2 \{ t_1^2 + t_2^2 + q_0t_1t_2 \}$$
$$a = \varphi(t_1, t_2).$$

Après quoi

$$b = \varphi(\theta t_1, t_2), \qquad c = \varphi(\theta^2 t_1, t_2), \qquad d = \varphi(\theta^3 t_1, t_2).$$

87. Les équations

$$\lambda = t_1^4, \qquad \mu = t_2^4, \qquad \rho = t_1t_2(t_1^2 + t_2^2 + q_0t_1t_2)$$

montrent que « la surface Ω est un cône ayant pour sommet le point

$$\lambda = \mu = \rho = 0$$

» et pour directrice, dans le plan $\nu = 0$, la courbe unicursale du quatrième » degré

$$\lambda = t_1^4 \qquad \mu = t_2^4 \qquad \rho = \cdots \text{»}$$

Second cas : s = (ac)(bd).

88. Nous reportant aux nos **78** et **79**, nous voyons que les quatre racines a, b, c, d sont liées par les relations

$$c = \psi(a), \qquad a = \psi(c); \qquad d = \psi(b), \qquad b = \psi(d);$$

ψ étant une fonction rationnelle à coefficients rationnels en λ, μ, ν.

De plus, comme au n° **81**, on peut supposer

$$a + b + c + d = 0,$$

c'est-à-dire, dans l'équation $H(\rho) = 0$, supposer nul le coefficient S_1 de ρ^3.

89. Je vais utiliser maintenant quelques propriétés bien connues que possèdent les équations algébriques et les groupes de substitutions entre leurs racines (*).

On sait que toute équation algébrique irréductible, $H(\rho) = 0$ par exemple, possède un « groupe de substitutions » G entre les racines. Toute fonction des racines dont les substitutions du groupe G n'altèrent pas la valeur numérique est exprimable rationnellement en fonction des coefficients de H. Réciproquement, toutes les substitutions de G laissent invariable une fonction des racines quelconque exprimable rationnellement.

90. Si aux coefficients de H on adjoint la racine a, G se réduit au groupe G_1 qui laisse a fixe. Mais c est rationnelle en a, G_1 laisse aussi c

(*) Voir M. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques.*



fixe. Bref, toute substitution de G laisse fixe un nombre pair de racines. G ne contient pas de substitution ternaire et a pour ordre huit au plus.

La substitution

$$\Delta = (ab)(cd)$$

se combine pour former G avec les quatre substitutions dérivées de

$$s_1 = (ac)(b)(d), \qquad s_2 = (bd)(a)(c).$$

Ces quatre sont

$$1, \quad s_1, \quad s_2, \qquad S = s_1 s_2 = s_2 s_1.$$

91. La fonction $(a+c)^2$, identique à $(b+d)^2$ en vertu de $a+b+c+d=0$, est invariable par les substitutions de G. Il en est de même pour les fonctions

$$ac + bd, \qquad (ac - bd)^2, \qquad \frac{ac - bd}{a + c}.$$

Ces quatre fonctions sont donc rationnelles par rapport aux coefficients de H, c'est-à-dire par rapport à λ, μ, γ.

En vertu des explications données au n° **79**, on peut écrire

$$\begin{aligned} (a+c)^2 = (b+d)^2 &= 4p(\lambda, \mu, \nu) & |p| &= 2 \\ ac + bd &= 2q(\lambda, \mu, \nu) & |q| &= 2 \\ (ac - bd)^2 &= 4P(\lambda, \mu, \nu) & |P| &= 4. \end{aligned}$$

Or

$$\frac{ac - bd}{a + c} = \sqrt{\frac{P}{p}}$$

doit être rationnel et

$$\frac{P}{p} = \frac{L^2}{l^2} = \text{fraction irréductible}$$

$$l^2 P = pL^2.$$

Si l n'est pas une constante, l^2 divise p et p est carré parfait, puisque tous les facteurs irréductibles de p doivent être d'exposants pairs. Alors $\sqrt{p}$ serait rationnel ainsi que $a + c$. $a + c$ ne changerait pas par les substitu-

tions de G; G ne contiendrait plus la substitution Δ du n° **90** et ne serait plus transitif. H ne serait plus irréductible.

Par conséquent l est une constante et on peut écrire

$$P = r^2 p \qquad |r| = 1.$$

92. Il résulte de là que

$$\left\{ \begin{aligned} a + c &= 2\sqrt{p} \\ ac &= q + r\sqrt{p} \end{aligned} \right\}; \qquad \left\{ \begin{aligned} b + d &= -2\sqrt{p} \\ bd &= q - r\sqrt{p} \end{aligned} \right\}.$$

De là, éliminant $\sqrt{p}$,

$$2ac = 2q + r(a + c), \qquad 2bd = 2q + r(b + d)$$

et enfin

$$\psi(t) = \frac{rt + 2q}{2t - r}; \qquad \psi^2(t) = t.$$

Ensuite

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{p} + \sqrt{p - q - r\sqrt{p}}, \\ c &= \sqrt{p} - \sqrt{p - q - r\sqrt{p}}, \\ b &= -\sqrt{p} + \sqrt{p - q + r\sqrt{p}}, \\ d &= -\sqrt{p} = \sqrt{p - q + r\sqrt{p}}. \end{aligned}$$

Enfin

$$f(\rho, \lambda, \mu, \nu) = (\rho^2 + q)^2 - p(2\rho - r)^2 = 0$$

est l'équation H et $f(\rho, \lambda, \mu, \nu) = 0$ est l'équation de la surface Ω.

On voit que sur cette surface se trouve la conique double

$$\rho^2 + q = 2\rho - r = 0.$$

93. La construction effective des trois connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ n'exige plus maintenant que des calculs, sans difficulté théorique, que je ne ferai pas à cause de leur longueur. Je terminerai le présent chapitre en donnant quelques propriétés géométriques tant de la surface intégrale T que du réseau $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu}$ qui possède cette surface intégrale. Je laisserai de côté les très nombreux cas particuliers que peut présenter la surface T ou le réseau.

94. « La surface T a toutes ses sections planes unicursales. »

On a vu, en effet, au chapitre VI que la surface T résulte de la superposition de la surface X, de degré quatre, avec la surface U, de classe quatre. Ainsi T a le degré et la classe quatre.

Soit (a, A) un élément quelconque de l'espace. Nommons

C, la section de T par le plan A,
Γ, le cône de sommet a, circonscrit à A.

Les quatre génératrices de Γ, situées dans le plan A, sont les quatre tangentes menées de a à C. La courbe plane C est de degré quatre et aussi de classe quatre, puisque a est quelconque sur le plan A. Donc C a pour genre zéro (*). C. Q. F. D.

95. M. Em. Picard a démontré, dans le *Journal de Crelle*, tome C, que toute surface algébrique T, $F(x, y, z) = 0$, ayant toutes ses sections planes unicursales, appartenait à l'un ou l'autre des deux types suivants :

surface de quatrième degré, dite « de Steiner » ;

surface réglée unicursale, représentable par les équations

$$x = za(t) + b(t), \quad y = zc(t) + d(t) \qquad (a, b, c, d = \text{fonction rationnelle de } t).$$

Ainsi, « la surface intégrale est ou une surface réglée ou une surface de » Steiner », mais « unicursale » toujours.

96. Considérons de nouveau dans l'espace $\mathfrak{M}$, lieu du point σ, $(\lambda, \mu, \nu, \rho)$, le cône du quatrième degré (n° **87**)

$$\lambda = t_1^4 \qquad \mu = t_2^4 \qquad \rho = t_1 t_2 (t_1^2 + t_2^2 + q_0 t_1 t_2), \qquad \nu = \nu,$$

qui est la surface Ω.

Quel est le lieu des points de Ω pour lesquels le plan tangent passe par le sommet $\varpi (\lambda = \mu = \nu = 0)$ du tétraèdre de référence? Ce sont les géné-

(*) Voir, par exemple, la *Classification des courbes du quatrième degré*, t. II, p. 68 des Leçons de Géométrie de Clebsch-Benoist.



ratrices du cône Ω qui aboutissent aux points de contact des tangentes menées par ϖ à la courbe plane unicursale du quatrième degré

$$\nu = 0 \qquad \lambda = t_1^4 \qquad \mu = t_2^4 \qquad \rho = t_1 t_2 (t_1^2 + t_2^2 + q t_1 t_2).$$

Les trois coordonnées homogènes de la tangente sont proportionnelles aux déterminants de la matrice

$$\begin{Vmatrix} \dfrac{\partial\lambda}{\partial t_1} & \dfrac{\partial\mu}{\partial t_1} & \dfrac{\partial\rho}{\partial t_1} \\[2mm] \dfrac{\partial\lambda}{\partial t_2} & \dfrac{\partial\mu}{\partial t_2} & \dfrac{\partial\rho}{\partial t_2} \end{Vmatrix},$$

c'est-à-dire à

$$\left\{ \begin{matrix} 4t_2^4(q + q_1 t_1) \\ 4t_1^4(q + q_2 t_2) \\ 16 t_1^3 t_2^3 \end{matrix} \right\} \qquad \begin{matrix} q = t_1^2 + t_2^2 + q_0 t_1 t_2 \\ q_1 = \dfrac{\partial q}{\partial t_2} \quad q_2 = \dfrac{\partial q}{\partial t_2}. \end{matrix}$$

Les génératrices cherchées sont données par

$$t_1 = 0, \quad \lambda = \rho = 0, \qquad \text{ou bien par} \qquad t_2 = 0, \quad \mu = \rho = 0$$

Ainsi « toute droite issue de ϖ, dans les plans $\lambda = 0$ ou $\mu = 0$, perce la » surface Ω en deux points confondus situés dans le plan $\rho = 0$ ».

Reportons-nous aux explications du n° **68**. Nous verrons que dans le réseau $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu}$ les ∞ connexes $\lambda = 0$ ou $\mu = 0$ sont du type II (équation fondamentale à racine double nulle, n° **21**).

La droite menée du point ϖ au sommet $\lambda = \mu = \nu = 0$ du cône Ω perce ce dernier en quatre points confondus. Donc, dans le réseau $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu}$, le connexe $\lambda = \mu = 0$ est du type V (n° **24**), c'est-à-dire avec une équation fondamentale à racine quadruple nulle. Ce connexe est le connexe $\mathfrak{C}$.

97. On peut faire des remarques analogues à propos de l'équation H

$$(\rho^2 + q)^2 - p(2\rho - r)^2 = f(\rho) = 0.$$

du n° **92** où p et q sont des formes quadratiques ternaires en λ, μ, ν.

Si $p = 0$, les quatre valeurs de ρ, racines de H, sont égales deux à deux. Toute génératrice du cône quadrique $p(\lambda, \mu, \nu) = 0$, de sommet ϖ, perce la surface Ω du n° **92** en quatre points réunis deux à deux.



L'équation fondamentale afférente à l'un des ∞ connexes

$$\left\{ \begin{array}{r} \lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} + \nu\mathfrak{C} = 0 \\ p(\lambda, \mu, \nu) = 0 \end{array} \right\}$$

du réseau $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu}$ a ses quatre racines égales deux à deux. « Il y a ∞ connexes » du type III (n° **22**). »

Les quatre droites issues de ϖ définies par les équations $p = q = 0$ percent Ω en quatre points confondus. L'équation fondamentale a une racine quadruple nulle. « Le connexe est du type V (n° **24**). »

Toutes ces remarques seraient utiles pour la construction effective du réseau $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu}$ et de la surface T intégrale.

CHAPITRE VIII.

SYSTÈMES DE QUATRE ET DE CINQ CONNEXES LINÉAIRES.

98. Soient les quatre connexes linéaires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$

$$\mathfrak{A} = \Sigma u A(x) = \Sigma x \mathcal{A}(u) = 0,$$
$$\mathfrak{B} = \Sigma u B(x) = \Sigma x \mathcal{B}(u) = 0,$$
$$\mathfrak{C} = \Sigma u C(x) = \Sigma x \mathcal{C}(u) = 0,$$
$$\mathfrak{D} = \Sigma u D(x) = \Sigma x \mathcal{D}(u) = 0.$$

Je vais :

construire la variété à une dimension $\mathfrak{G}_1$ intersection des quatre connexes, c'est-à-dire constituée par les ∞ éléments communs aux quatre connexes;

étudier l'*hyperréseau* $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ des ∞^3 connexes

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} + \nu\mathfrak{C} + \varpi\mathfrak{D} = 0 \qquad \lambda, \mu, \nu, \varpi = \text{constantes arbitraires.}$$

99. Éliminons les u_i entre les cinq équations

$$\Sigma ux = \Sigma uA = \Sigma uB = \Sigma uC = \Sigma uD = 0,$$

c'est-à-dire

$$\omega = \mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \mathfrak{D} = 0.$$

Les x_i doivent satisfaire à la condition

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ x_2 & A_2 & B_2 & C_1 & D_2 \\ x_3 & A_3 & B_3 & C_2 & D_3 \\ x_4 & A_4 & B_4 & C_4 & D_4 \end{matrix} \right\| = 0,$$

c'est-à-dire que x est un point commun aux cinq surfaces du quatrième degré

$$(x) = (ABCD) = 0 \quad (A) = (BCDx) \quad (B) = (CDxA) \quad (C) = (DxAB) \quad (D) = (xABC).$$

Les deux surfaces du quatrième degré

$$(C) = (xABD) = 0 \qquad \text{et} \qquad (D) = (xABC) = 0$$

se coupent suivant une courbe C_{16} du seizième degré. Sur C_{16} figurent tous les points pour lesquels on a

$$(0) \qquad \begin{Vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{Vmatrix} = 0.$$

On a vu au Chapitre V que ces derniers points sont situés sur une courbe du sixième degré C_6, lieu des points fondamentaux pour les connexes du faisceau

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} = 0.$$

La courbe C_{16} se décompose en la courbe C_6 et en une courbe du dixième degré C_{10}.

100. Soit x un point de C_{10} non situé sur C_6. Les courbes C_{10} et C_6 n'ont pas en général de branche commune, et il est licite d'admettre l'existence d'un pareil point x. Pour x, un au moins des quatre déterminants de la matrice (0) du n° **99** n'est pas zéro, et l'on a, en vertu de

$$(xABD) = (xABC) = 0,$$

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} D_i &= x_i\delta + A_i\delta' + B_i\delta'' \\ C_i &= x_i\gamma + A_i\gamma' + B_i\gamma'' \end{aligned} \right\}.$$

Mais alors les trois déterminants du n° **99** (x), (A), (B) sont aussi zéro. La courbe C_{10} est ainsi sur les cinq surfaces du quatrième degré.

Pour un point x de C_{10} et en vertu des relations (1), on a

$$\mathfrak{C} = \omega\gamma + \mathfrak{A}\gamma' + \mathfrak{B}\gamma'' \qquad \mathfrak{D} = \omega\delta + \mathfrak{A}\delta' + \mathfrak{B}\delta''.$$

Si l'on détermine le plan u par les conditions

$$\Sigma xu = \Sigma Au = \Sigma Bu = 0$$

(ce qui est toujours possible, tant que x n'est pas sur C_6), l'élément (x, u) sera sur les quatre connexes à la fois.



101. Par un raisonnement tout à fait analogue, on démontrera que le plan u enveloppe une développable Γ_{10} de la dixième classe, définie par les cinq équations

$$(u\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}) = (u\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{D}) = (u\mathcal{A}\mathcal{C}\mathcal{D}) = (u\mathcal{B}\mathcal{C}\mathcal{D}) = (\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\mathcal{D}) = 0.$$

102. En résumé, « lorsque l'élément (x, u) parcourt la variété $\mathfrak{G}_1$ inter-
» section des quatre connexes, le point x parcourt une courbe du dixième
» degré C_{10}, tandis que le plan u enveloppe une développable Γ_{10} de la
» dixième classe ».

103. Il est utile pour la suite de savoir combien il y a de points communs aux deux courbes C_{10} et C_6 considérées plus haut.

Pour un point de C_6 on a

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ A_1 & \dots & & \\ B_1 & \dots & & \end{matrix} \right\| = 0,$$

c'est-à-dire

$$\rho x_i + \lambda A_i + \mu B_i = 0.$$

Les points $\rho = 0$ sont les quatre points pour lesquels les A_i sont proportionnels aux B_i, et ces quatre points sont sur C_6. En effet, les quatre équations $A_i + \tau B_i = 0$ en x deviennent compatibles et fournissent un seul point x en général, dès que τ est une des quatre racines de l'équation obtenue en annulant le déterminant des $a_{ij} + \tau b_{ij}$. Des faits analogues se passent pour les points $\lambda = 0$ ou $\mu = 0$. Il n'existera d'ailleurs pas en général de points sur C_6 pour lesquels deux des trois quantités λ, μ, ρ s'évanouissent simultanément.

Cela posé, cherchons les valeurs que prennent sur la courbe C_6 les cinq déterminants (n° **99**)

$$(x), \quad (A), \quad (B), \quad (C), \quad (D).$$

On a, par un calcul facile, $(C) = (D) = 0$.

$$(1) \qquad \frac{(x)}{\rho} = \frac{(A)}{\lambda} = \frac{(B)}{\mu}.$$

C_6 perce la surface $(x) = 0$ du quatrième degré en vingt-quatre points, parmi lesquels vingt où ρ ne s'évanouit pas, et quatre où ρ s'évanouit. En effet, si ρ s'évanouit, les A_i sont proportionnels aux B_i et $(x) = (ABCD) = 0$.

D'ailleurs, si $(x) = 0$ et $\rho \pm 0$, alors en vertu des relations (1),

$$(A) = (B) = 0.$$

Par suite, les vingt points de C_6, où $(x) = 0$ et $\rho \pm 0$ sont sur la courbe intersection des deux surfaces $(A) = 0$, $(B) = 0$. Je dis que ces vingt points sont sur C_{10}.

En effet, les deux surfaces se coupent suivant

la courbe C_{10},

la courbe C_6' afférente au faisceau

$$\varpi\mathfrak{D} + \nu\mathfrak{C} = 0.$$

Les deux courbes C_6 et C_6' n'ont pas en général de points communs car, en général, il n'y a pas de point fondamental commun à deux connexes

$$\text{l'un du faisceau} \quad \lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} = 0,$$
$$\text{l'autre du faisceau } \nu\mathfrak{C} + \varpi\mathfrak{D} = 0,$$

les deux faisceaux étant pris arbitrairement.

Ainsi les vingt points en question sont sur la courbe C_{10}; « les deux » courbes C_6 et C_{10} ont vingt points communs ».

Ce résultat nous sera utile plus loin (n° **109**).

104. Après avoir construit l'intersection $\mathfrak{S}_4$ des quatre connexes, étudions le système ou hyperréseau des ∞^3 connexes

$$\lambda\mathfrak{A} + \mu\mathfrak{B} + \nu\mathfrak{C} + \varpi\mathfrak{D} = 0 \qquad \lambda, \mu, \nu, \varpi = \text{constantes arbitraires}$$

ou hyperréseau des $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu\varpi}$.

Posons, par analogie avec ce qui a été fait dans les chapitres précédents,

$$h_{ij} = \lambda a_{ij} + \mu b_{ij} + \nu c_{ij} + \varpi d_{ij} \qquad h_{ii} = \rho + \lambda a_{ii} + \cdots$$

L'équation fondamentale relative au connexe $\mathfrak{P}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ est

$$H(\rho) = [h_{ij}] = 0.$$



Envisageons les cinq lettres λ, μ, ν, ϖ, ρ comme les cinq coordonnées homogènes d'un point σ dans un espace M_4 à quatre dimensions. L'équation

$$H(\rho) = F(\rho, \lambda, \mu, \nu, \varpi) = 0$$

représente une hypersurface Ω_3 de dimension 3.

A chaque connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ correspond dans M_4 un système de valeurs pour les rapports

$$\lambda : \mu : \nu : \varpi,$$

c'est-à-dire une hyperdroite issue du sommet

$$\lambda = \mu = \nu = \varpi = 0$$

du pentaèdre de référence. L'hyperdroite perce l'hypersurface Ω_3 en quatre points dont les ρ sont les racines de l'équation fondamentale.

105. Soit ξ un point fondamental du connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$; on a les équations connues

$$0 = \rho\xi_i + \lambda A_i(\xi) + \mu B_i(\xi) + \nu C_i(\xi) + \varpi D_i(\xi)$$

ou

$$\sum_j h_{ij}\xi_j = 0,$$

les h_{ij} venant d'être définis (n° **104**).

De là, comme aux chapitres précédents,

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \xi = \sum_l k_l H_{lj} & H_{lj} = \dfrac{\partial H}{\partial h_{lj}} \\ H = 0 & k_l = \text{c}^{\text{te}} \text{ arbitr.} \end{array} \right\}.$$

« Le point fondamental ξ du connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ est rationnellement lié au » point courant σ de l'hypersurface Ω_3. »

Je dis que σ est à son tour rationnellement lié au point ξ.

En effet, les relations

$$\rho\xi_i + \lambda A_i(\xi) + \mu B_i(\xi) + \nu C_i(\xi) + \varpi D_i(\xi) = 0$$

fournissent aussi

$$(2) \qquad \frac{\rho}{(x)} = \frac{\lambda}{(A)} = \frac{\mu}{(B)} = \frac{\nu}{(C)} = \frac{\varpi}{(D)},$$



les cinq déterminants (x), (A), (B), (C), (D) du n° **99** étant calculés pour le point fondamental x.

En résumé, il y a correspondance birationnelle entre les points ξ et σ.

106. Les relations (1) et (2) du n° **105** sont valables quand le point σ est quelconque sur l'hypersurface Ω_3 et quand ξ est quelconque dans l'espace ordinaire à trois dimensions, lieu des annexes. Ainsi :

« l'espace, lieu des connexes, est birationnellement rapporté à une
» hypersurface à trois dimensions Ω_3, sise dans un espace M_4 à quatre
» dimensions;

» à un point quelconque x de l'espace correspond un seul connexe
» $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ de l'hyperréseau, lequel connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ admet x pour point fonda-
» mental. »

Je n'insisterai pas sur l'analogie évidente de cette proposition avec ce que nous avons vu dans les chapitres précédents à propos des faisceaux et des réseaux de connexes.

A peine est-il besoin de dire que les ∞^3 plans u de l'espace ordinaire correspondent birationnellement aussi aux points σ de Ω_3. Un même point σ $(\lambda, \mu, \nu, \varpi, \rho)$ de Ω_3 fournit à la fois

$$\left\{\begin{matrix}\text{un point } \xi \\ \text{un plan } \eta\end{matrix}\right\} \quad \left\{\begin{matrix}\text{sommet et face opposée du tétraèdre} \\ \text{fondamental afférent à } \mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}\end{matrix}\right\}.$$

On voit aussi que l'hyperréseau fournit une correspondance birationnelle entre les points et les plans de l'espace ordinaire : le point et le plan correspondants sont le sommet et la face opposés dans le tétraèdre fondamental $\mathfrak{T}_{\lambda\mu\nu\varpi}$, afférent au connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ de l'hyperréseau.

107. Pour un point x de la courbe C_{10} définie au n° **102,** les cinq dénominateurs des relations (2) du n° **105** s'évanouissent à la fois; les rapports $\lambda : \mu : \nu : \varpi$ sont indéterminés, ainsi que le point σ de Ω_3 et le connexe $\mathfrak{p}_{\lambda\mu\nu\varpi}$ de l'hyperréseau. Ainsi « il y a dans l'hyperréseau une infi-
» nité de connexes qui admettent pour point fondamental un point donné
» de C_{10} ».



Pareillement pour la développable Γ_{10} du n° **102**, « il y a dans l'hyper-
» réseau une infinité de connexes qui admettent pour plan fondamental un
» plan tangent de la développable ».

108. Si l'on voulait que la variété $\mathfrak{G}_1$, intersection des quatre connexes, devînt une variété intégrale $\mathfrak{E}_1$ (première partie, chapitre IV), la condition nécessaire et suffisante serait celle-ci :

le plan tangent u à la développable Γ_{10} touche en x la courbe C_{10} (n° **51** de la première partie). « C_{10} est tracée sur Γ_{10}. »

Si C_{10} est l'arête de rebroussement pour la développable Γ_{10}, la variété $\mathfrak{G}_1$ devient une variété $\mathfrak{K}_1$ (première partie, n° **53**).

109. Passons maintenant au système des cinq connexes linéaires $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ (déjà définis) et $\mathfrak{E}$.

$$\mathfrak{E} = \Sigma u \mathrm{E}(x) = \Sigma u \mathcal{E}(u) = 0.$$

Je vais me borner à calculer, dans le cas général, le nombre des éléments communs aux cinq connexes.

Reprenons les deux courbes C_6 et C_{10} longuement considérées au cours du présent chapitre et appelons (x, u) un élément commun aux cinq connexes.

L'élimination des u_i entre les six équations

$$\omega = \mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \mathfrak{D} = \mathfrak{E} = 0 \quad \text{ou} \quad 0 = \Sigma ux = \Sigma u\mathrm{A} = \Sigma u\mathrm{B} = \Sigma u\mathrm{C} = \Sigma u\mathrm{D} = \Sigma u\mathrm{E}$$

montre qu'en x s'évanouissent les quinze déterminants de la matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 \\ x_2 & A_1 & \dots & & & \\ x_3 & A_3 & & & \dots & \\ x_4 & A_4 & & & & \end{matrix} \right\|$$

La courbe du dixième degré C_{10} perce la surface du quatrième degré

$$(x\mathrm{ABE}) = 0$$

en quarante points; la surface passe par la courbe C_6; donc parmi les quarante points figurent les *vingt* (n° **103**) points communs à C_6 et à C_{10}.

En un des vingt points restants on a déjà (puisqu'il est sur C_{10} sans être sur C_6) les relations (1) du n° **100**

$$C_i = x_i\gamma + A_i\gamma' + B_i\gamma''$$
$$D_i = x_i\delta + A_i\delta' + B_i\delta''$$

et aussi, puisque $(x\text{ABE}) = (0)$,

$$E_i = x_i\epsilon + A_i\epsilon' + B_i\epsilon''.$$

Donc en un pareil point

$$(0) \qquad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{C} &= \omega\gamma + \mathfrak{A}\gamma' + \mathfrak{B}\gamma'' \\ \mathfrak{D} &= \omega\delta + \mathfrak{A}\delta' + \mathfrak{B}\delta'' \\ \mathfrak{E} &= \omega\epsilon + \mathfrak{A}\epsilon' + \mathfrak{B}\epsilon'' \end{aligned} \right\},$$

si on détermine les u_i par les relations

$$\Sigma x u = \Sigma A u = \Sigma B u = 0$$

(bien déterminées, puisque x n'est pas sur C_6), l'élément (x, u) est commun aux cinq connexes en vertu des égalités (0).

Donc, « il y a vingt éléments communs à cinq connexes linéaires pris « arbitrairement ».

Si les cinq connexes ne sont plus simultanément arbitraires, le théorème subit évidemment des modifications.



CHAPITRE IX.

CONNEXES DE CLASSE UN.

110. Bon nombre des résultats exposés dans cette deuxième partie se généralisent sans peine pour le cas où, au lieu d'être linéaires, les connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ sont de la classe un et des degrés

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$$

respectivement. On suppose, en un mot,

$$A_i\binom{\alpha}{x} \quad B_i\binom{\beta}{x} \quad C_i\binom{\gamma}{x} \quad D_i\binom{\delta}{x} \quad E_i\binom{\varepsilon}{x}.$$

Voici d'abord un lemme utile pour la suite.

111. « Il y a $(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)$ points x, pour lesquels les A_i sont » proportionnels aux B_i. »

Un pareil point x est situé à la fois sur les six surfaces de degré $\alpha + \beta$

(1)	$A_1B_4 - A_4B_1 = 0$	(1′)	$A_2B_3 - A_3B_2 = 0$
(2)	$A_2B_4 - A_4B_2 = 0$	(2′)	$A_3B_1 - A_1B_3 = 0$
(3)	$A_3B_4 - A_4B_3 = 0$	(3′)	$A_1B_2 - A_2B_1 = 0$.

L'intersection Δ_{12} des deux surfaces (1) et (2) comprend exclusivement :

la courbe τ, $A_4 = B_4 = 0$, de degré $\alpha\beta$;
la courbe σ restante, de degré $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$.

σ est d'ailleurs sur la surface (3′) et τ ne peut rencontrer σ que sur (3′).

Admettons provisoirement que les $\alpha\beta(\alpha + \beta)$ points θ où τ perce (3′) soient aussi sur la courbe σ.



Il en résultera que les deux courbes σ et τ ont $\alpha\beta(\alpha+\beta)$ points communs.

Cela posé, la courbe σ perce la surface (3) en $(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta]$ points. Comme τ est sur (3), il y a, parmi ces points, les $\alpha\beta(\alpha+\beta)$ points θ communs à σ et τ, puis

$$(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta]-\alpha\beta(\alpha+\beta)=(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2)$$

autres points. Pour ces derniers, ils sont situés sur les six surfaces (1), ..., (3′) et répondent à la question. C. Q. F. D.

Reste à montrer que les points θ sont sur σ. Il n'y a, en général, aucun motif pour que (3′) passe par les points multiples de τ. Si donc θ est multiple sur la courbe Δ_{12} ci-dessus [intersection de (1) avec (2)], θ sera aussi sur σ. Or, θ est multiple sur Δ_{12}, car les deux surfaces (1) et (2) se touchent en θ, puisque les coordonnées des plans tangents sont respectivement ($j=1, 2, 3, 4$)

$$A_1\frac{\partial B_4}{\partial x_j}-B_1\frac{\partial A_4}{\partial x_j}\quad \text{pour}\quad (1)$$

$$A_2\frac{\partial B_4}{\partial x_j}-B_2\frac{\partial A_4}{\partial x_j}\quad \text{pour}\quad (2)$$

et que, θ étant sur (3′), on a $A_1B_2-A_2B_1=0$.

112. « Un connexe de classe un et de degré α a $(1+\alpha)(1+\alpha^2)$ » points fondamentaux. »

Soit le connexe $\mathfrak{A}$

$$\mathfrak{A}=\sum_i u_i A_i\binom{\alpha}{x}=0.$$

Raisonnons comme au n° **1**. Pour un point fondamental x, la droite $\mathfrak{X}$ doit devenir indéterminée et les A_i sont proportionnels aux x_i.

Il suffit donc dans la démonstration du n° **111** de faire $B_i=x_i$, c'est-à-dire $\beta=1$. Il y a bien $(1+\alpha)(1+\alpha^2)$ points fondamentaux, en général. C. Q. F. D.

113. Passons au système de deux connexes $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ de degrés α et β et raisonnons comme au chapitre V.



Calculons le degré $\mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ de la courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$, lieu des points x tels que le plan X du n° **47** ne soit plus déterminé. La courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ est la généralisation de la courbe C du sixième degré, du n° **49**.

Pour un point x où le plan X est indéterminé, on a les quatre relations $(x\mathrm{AB})_i = 0$. x est un point commun à ces quatre surfaces de degré $1 + \alpha + \beta$.

Les points cherchés sont ceux des points communs aux deux surfaces $(x\mathrm{AB})_3 = 0$, $(x\mathrm{AB})_4 = 0$, qui n'annulent pas la matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & A_1 & B_1 \\ x_2 & A_2 & B_2 \end{matrix} \right\|.$$

Les deux surfaces $x_2A_1 - x_1A_2 = 0$, $x_2B_1 - x_1B_2 = 0$ se coupent suivant une courbe de degré $(1 + \alpha)(1 + \beta)$, laquelle se décompose

en la droite $x_2 = x_1 = 0$,
en une courbe de degré $(1 + \alpha)(1 + \beta) - 1$

située aussi sur la surface $B_1A_2 - B_2A_1 = 0$. Sur cette dernière courbe la matrice par conséquent s'évanouit.

L'intersection $(x\mathrm{AB})_3 = (x\mathrm{AB})_4 = 0$ comprend

cette courbe de degré $(1 + \alpha)(1 + \beta) - 1$,
la courbe cherchée $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$

dont « le degré cherché $\mathfrak{N}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ est ainsi

$$\mathfrak{N}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] = (1 + \alpha + \beta)^2 - (1 + \alpha)(1 + \beta) + 1,$$
$$\mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = 1 + \alpha + \beta + \alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2 \text{ ».}$$
$$\mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = 6 \quad \text{pour} \quad \alpha = \beta = 1.$$

C'est ce qu'on a vu au chapitre V.

114. Je ne dirai rien de particulier sur le système de trois connexes $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ de degré α, β, γ.



Notons seulement que la surface X

$$(x\mathrm{ABC}) = 0$$

du n° **63** a pour degré

$$1 + \alpha + \beta + \gamma.$$

115. Passons aux systèmes de quatre connexes, étudiés au chapitre VIII, $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$ de degrés $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Lorsque l'élément (x, u) parcourt la variété $\mathfrak{G}_1$, intersection des quatre connexes, le point x décrit une courbe

$$(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}).$$

Quel est le degré $\mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D})$ de cette courbe, généralisation de la courbe C_{10} du chapitre VIII?

Raisonnons comme au n° **99** et conservons-en les notations.

Les deux surfaces de degré $1 + \alpha + \beta + \delta$ et $1 + \alpha + \beta + \gamma$, respectivement

$$(\mathrm{C}) = 0, \qquad (\mathrm{D}) = 0,$$

se coupent
d'abord suivant la courbe

$$\left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \mathrm{A}_1 & \mathrm{A}_2 & \mathrm{A}_3 & \mathrm{A}_4 \\ \mathrm{B}_1 & \mathrm{B}_2 & \mathrm{B}_3 & \mathrm{B}_4 \end{matrix} \right\| = 0.$$

qui est la courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ du n° **113**,
ensuite suivant la courbe cherchée

$$[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}].$$

Donc

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}) &= (1 + \alpha + \beta + \gamma)(1 + \alpha + \beta + \delta) - \mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) \\ &= \alpha + \beta + \gamma + \delta + \alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta. \end{aligned}$$

Pour

$$\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1 \qquad \mathfrak{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}) = 10,$$

comme au chapitre VII.

Ainsi : « pour que l'élément (x, u) appartienne à quatre connexes de
» classe un et de degrés $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ respectivement, il faut et il suffit que x
» soit sur une courbe de degré

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta \text{ ».}$$

116. « Les deux courbes $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ et $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$ ont en commun

$$\mathfrak{N} = (\alpha + \beta + \gamma + \delta)\, \mathfrak{M}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) - (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)$$

» points. »

Cette proposition est la généralisation du n° **103** et le raisonnement est à peine différent.

Pour un point de $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ on a encore

$$\rho x_i + \lambda A_i + \mu B_i = 0 \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

et, parmi les cinq déterminants

$$(x) \quad (A) \quad (B) \quad (C) \quad (D),$$

on a

$$(C) = (D) = 0 \qquad \frac{(x)}{\rho} = \frac{(A)}{\lambda} = \frac{(B)}{\mu}.$$

Les points $\rho = 0$ sont ceux où les A_i sont proportionnels aux B_i. Ces points sont (n° **111**) au nombre de $(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)$, tous situés à la surface $(x) = 0$.

La courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ de degré $\mathfrak{M}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ perce la surface $(x) = 0$ de degré $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ en

$$(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) \text{ points} \quad \rho = 0,$$
$$\mathfrak{N}' = (\alpha + \beta + \gamma + \delta)\, \mathfrak{M}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) - (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) \text{ points}, \quad \rho \pm 0.$$

Or, on a sur $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$

$$(A) = \frac{\lambda}{\rho}(x) \qquad (B) = \frac{\mu}{\rho}(x).$$

Les $\mathfrak{N}'$ points sont donc à la fois sur trois surfaces

$$(A) = 0 \qquad (B) = 0 \qquad (x) = 0.$$

Or, ces trois surfaces ont en commun seulement

la courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$,

la courbe $[\mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$, analogue à $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ pour les deux connexes $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$.

Les deux courbes $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ et $[\mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$ ne se rencontrent en général pas. Donc les $\mathfrak{N}'$ points sont sur la courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$. D'autre part, les $\mathfrak{A}$ points communs à $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ et $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$ sont évidemment sur la surface $(x) = 0$.

Ainsi $\mathfrak{N}' = \mathfrak{N}$, « les deux courbes $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ et $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$ ont

$$\mathfrak{N} = (\alpha + \beta + \gamma + \delta)\ \mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) - (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)$$

» points communs ».

117. Combien y a-t-il d'éléments communs aux cinq connexes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ de classe un et degrés $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ respectivement?

Conservons le raisonnement et les notations du nº **109**.

La courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$, qui joue ici le rôle de C_{10}, perce la surface

$$(x\mathrm{ABE}) = 0$$

de degré $1 + \alpha + \beta + \varepsilon$ en

$$(1 + \alpha + \beta + \varepsilon)\ \mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D})$$

points, parmi lesquels figurent les $\mathfrak{N}$ points communs à $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$ et $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$.

Raisonnant comme au nº **109**, on voit que les éléments communs aux cinq connexes sont fournis par ceux des points communs à $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}]$ et à la surface

$$(x\mathrm{ABE}) = 0,$$

qui ne sont pas aussi sur la courbe $[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}]$. Le nombre cherché des éléments communs aux cinq connexes est ainsi

$$(1 + \alpha + \beta + \varepsilon)\ \mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}) - \mathfrak{N}.$$

Or,

$$\mathfrak{N} = (\alpha + \beta + \gamma + \delta)\ \mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) - (\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) \qquad (\text{nº } \mathbf{116})$$

$$\mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}) = \alpha + \cdots + \delta + \alpha\beta + \cdots + \gamma\delta \qquad (\text{nº } \mathbf{115})$$

$$\mathcal{N}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = 1 + \alpha + \beta + \alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2 \qquad (\text{nº } \mathbf{113})$$

Tout calcul fait, le nombre cherché est

$$\alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \alpha\varepsilon + \beta\gamma + \beta\delta + \beta\varepsilon + \gamma\delta + \gamma\varepsilon + \delta\varepsilon + \gamma\delta\varepsilon + \beta\delta\varepsilon + \beta\gamma\varepsilon$$
$$+ \beta\gamma\delta + \alpha\delta\varepsilon + \alpha\gamma\varepsilon + \alpha\gamma\delta + \alpha\beta\varepsilon + \alpha\beta\varepsilon + \alpha\beta\delta + \alpha\beta\gamma.$$

Ainsi, « pour calculer le nombre des éléments communs à cinq connexes
» de classe un, il faut multiplier les cinq degrés deux à deux, puis trois à
» trois et additionner les vingt produits ».

Pour $\alpha = \dots = \varepsilon = 1$, la formule donne bien 20, ainsi qu'il fallait d'après le n° **109**.



TROISIÈME PARTIE

SUBSTITUTIONS CRÉMONIENNES.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITION ET COMPOSITION DES CRÉMONIENNES.

1. Prenons dans deux espaces U et V les deux éléments (x, u) et (v, y) respectivement. Établissons entre les deux éléments une correspondance telle que chacune des coordonnées de l'un soit proportionnelle à une forme biquaternaire des coordonnées de l'autre élément. Pour préciser,

$$
\begin{array}{lcl}
y \text{ sera proportionnelle à} & & \varphi_i\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix}, \\
v_i & \text{»} & \psi_i\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix}, \\
x_i & \text{»} & \theta_i\begin{pmatrix} p & p' \\ y; & v \end{pmatrix}, \\
u_i & \text{»} & \eta_i\begin{pmatrix} q & q' \\ y; & v \end{pmatrix}.
\end{array}
$$

Posons, comme toujours (nos **3** et **4** de la première partie),

$$\varphi_0 = \Sigma e\varphi, \qquad \psi_0 = \Sigma g\psi, \qquad \theta_0 = \Sigma e\theta, \qquad \eta_0 = \Sigma g\eta;$$

on aura les égalités

$$
(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} y_i\varphi_0(x;\, u) = \varphi_i(x;\, u) \\ v_i\psi_0(x;\, u) = \psi_i(x;\, u) \end{array} \right\}
$$

$$
(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_i\theta_0(y;\, v) = \theta_i(y;\, v) \\ u_i\eta_0(y;\, v) = \eta_i(y;\, v) \end{array} \right\}. \qquad (i = 1, 2, 3, 4)
$$

Les égalités (1) et (2) définissent entre les deux espaces U et V une *correspondance birationnelle* élément à élément.

Il faut d'ailleurs, bien entendu, que l'on ait, sous le bénéfice de

$$\Sigma xu = \Sigma yv = 0,$$

$$(5)\quad \begin{cases} \Sigma\varphi\psi = 0, \quad \Sigma\theta\eta = 0, \quad \text{avec} \\ \theta_i(\varphi;\psi) = x_i P(x;u), \quad \varphi_i(\theta;\eta) = y_i Q(y;v), \\ \eta_i(\varphi;\psi) = u_i P'(x;u); \quad \psi_i(\theta;\eta) = v_i Q'(y;v). \end{cases}$$

2. On peut aussi envisager (x, u) et (y, u) comme deux éléments situés dans un même espace W, dans lequel les t_i et w_i sont les coordonnées-points et les coordonnées-plans courantes. Appelons alors s la ***substitution*** qui remplace un élément (x, u) de W par l'élément (y, v), les coordonnées duquel sont fournies par les équations (1) du n° **1** ; la substitution inverse s^{-1} remplacera un élément (y, v) par un élément (x, u), dont les coordonnées seront fournies par les égalités (2) du n° **1**. Pour désigner ces ***substitutions***, j'introduirai les symboles

$$s = \begin{vmatrix} t_i & \varphi_i(t;w) \\ w_i & \psi_i(t;w) \end{vmatrix} \quad \text{ou simplement} \quad s = \begin{vmatrix} t & \varphi(t;w) \\ w & \psi(t;w) \end{vmatrix}$$

et

$$s^{-1} = \begin{vmatrix} t_i & \theta_i(t;w) \\ w_i & \eta_i(t;w) \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad s^{-1} = \begin{vmatrix} t & \theta(t;w) \\ w & \eta(t;w) \end{vmatrix}.$$

Je dirai que l'élément (y, v) est l'*image par s* de l'élément (x, u) et je poserai

$$(y, v) = s[(x, u)].$$

Pareillement $(x, u) = s^{-1}[(y, v)]$ sera l'*image par* s^{-1} de l'élément (v, y).

Pour mettre en évidence les dimensions des variables x_i, u_i, y_i, v_i dans les formes biquaternaires

$$\varphi_i\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix}, \quad \psi_i\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix}, \quad \theta_i\begin{pmatrix} p & p' \\ y; & v \end{pmatrix}, \quad \eta_i\begin{pmatrix} q & q' \\ y; & v \end{pmatrix},$$

on introduira aussi les notations

$$s = \begin{pmatrix} m\ m' & p\ p' \\ n\ n' & q\ q' \end{pmatrix}, \quad s^{-1} = \begin{pmatrix} p\ p' & m\ m' \\ q\ q' & n\ n' \end{pmatrix}.$$



3. Il est évidemment équivalent d'étudier soit la correspondance birationnelle, définie au n° **1**, entre deux espaces U et V; soit les substitutions birationnelles s et s^{-1}, définies au n° **2**, dans un espace unique W.

C'est ce second point de vue que nous adoptons pour la suite. N'envisageant plus qu'un espace unique, je le nommerai U avec les x_i et les u_i pour coordonnées-points et coordonnées-plans courantes.

Alors j'écrirai, conformément aux notations du n° **2**,

$$s = \begin{pmatrix} m\ m' \\ n\ n' \end{pmatrix}\begin{vmatrix} p\ p' \\ q\ q' \end{vmatrix} = \left| \begin{matrix} x & \varphi\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} \\ u & \psi\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix} \end{matrix} \right|,$$

$$s^{-1} = \begin{pmatrix} p\ p' \\ q\ q' \end{pmatrix}\begin{vmatrix} m\ m' \\ n\ n' \end{vmatrix} = \left| \begin{matrix} x & \theta\begin{pmatrix} p & p' \\ x; & u \end{pmatrix} \\ u & \eta\begin{pmatrix} q & q' \\ x; & u \end{pmatrix} \end{matrix} \right|.$$

4. Introduisons maintenant pour la substitution birationnelle s une sujétion de plus. Soient deux éléments infiniment voisins (x, u) et $(x + dx, u + du)$ en ***situation réunie***, avec

$$\Sigma u dx = \Sigma x du = 0.$$

« Leurs images (y, v) et $(y + dy,\ v + dv)$ devront être aussi en situation » réunie », c'est-à-dire

$$\Sigma v dy = \Sigma y dv = 0.$$

Différentions les relations (1) du n° **1**; il viendra

$$\begin{Bmatrix} y_i d\varphi_0 + \varphi_0 dy_i = d\varphi_i \\ v_i d\psi_0 + \psi_0 dv_i = d\psi_i \end{Bmatrix},$$

d'où

$$d\varphi_0 \Sigma v y + \varphi_0 \Sigma v dy = \Sigma v d\varphi,$$
$$d\psi_0 \Sigma v y + \psi_0 \Sigma y dv = \Sigma y d\psi;$$

d'où, à cause de

$$\Sigma v y = 0, \qquad \Sigma v dy = 0,$$

on tire

$$\Sigma v d\varphi = 0, \qquad \Sigma y d\psi = 0,$$

ou

(1) $$\Sigma \psi d\varphi = 0, \qquad \Sigma \varphi d\psi = 0,$$



sous le bénéfice de

$$\Sigma ux = 0, \qquad \Sigma udz = 0, \qquad \Sigma xdu = 0.$$

La même propriété devra appartenir à la substitution s^{-1}, et l'on devra avoir encore, sous le bénéfice de $\Sigma xu = \Sigma udx = \Sigma xdu = 0$, et de $\Sigma\theta\eta = 0$,

$$(2) \qquad \Sigma\theta d\eta = 0, \qquad \Sigma\eta d\theta = 0.$$

5. Une substitution birationnelle s qui possédera la propriété indiquée se nommera une *substitution crémonienne* ou simplement une *crémonienne*. La terminologie a été inventée par Autonne (*Journal de Mathématiques*, tome IV, 1888, fascicule II, page 178) pour les substitutions analogues du plan. La terminologie s'étend tout naturellement à mes recherches actuelles sur la géométrie de l'espace.

6. Je vais définir maintenant la *composition* ou la *multiplication* des crémoniennes, ainsi que les *groupes* de crémoniennes. Pour tout ce qui est multiplication et groupe de substitutions, je suivrai les notations et locutions bien connues de M. Jordan (*Traité des substitutions...*).

Soient deux crémoniennes

$$s' = \begin{vmatrix} x & \varphi'(x;u) \\ u & \psi'(x;u) \end{vmatrix}, \qquad s = \begin{vmatrix} x & \varphi(x;u) \\ u & \psi(x;u) \end{vmatrix}.$$

La substitution

$$s's = \begin{vmatrix} x & \varphi'(\varphi;\psi) \\ u & \psi'(\varphi;\psi) \end{vmatrix}$$

sera, *par définition*, le *produit* $s's$ de s' par s, *dans l'ordre indiqué des facteurs*.

Au point de vue géométrique, $s's$ équivaut aux deux substitutions s et s' successivement faites; s et s' changent, par hypothèse, les éléments infiniment voisins placés en situation réunie en éléments infiniment voisins placés de même. $s's$ a donc la même propriété et conserve la situation réunie des éléments.



Posons maintenant

$$(y, v) = s[(x, u)]; \qquad (t, w) = s'[(y, v)].$$

On aura évidemment

$$(t, w) = s's[(x, u)].$$

L'inverse s'^{-1} de s' transforme birationnellement (t, w) en l'élément unique (y, v). s^{-1} transforme birationnellement (y, v) en l'élément unique (x, u). On a ainsi

$$(x, u) = s^{-1}[(y, v)], \qquad (y, v) = s'^{-1}[(t, w)],$$
$$(x, u) = s^{-1}\left[s'^{-1}[(t, w)]\right] = s^{-1}s'^{-1}[(t, w)].$$

Mais $s^{-1}s'^{-1} = (s's)^{-1}$, puisque $s^{-1}s'^{-1}s's = 1$ (notations de M. Jordan); donc

$$(x, u) = (s's)^{-1}[(t, w)].$$

La substitution $s's$ a donc une inverse aussi birationnelle. $s's$ possède ainsi les propriétés caractéristiques d'une crémonienne et est une crémonienne. Ainsi « le produit de deux crémoniennes est aussi une crémonienne »; autrement : « les crémoniennes forment un groupe : le *groupe crémonien* ».

7. Prenons seize constantes quelconques a_{ij}, $i, j = 1, 2, 3, 4$, dont le déterminant

$$A = [a_{ij}] \pm 0, \qquad \text{avec} \qquad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}.$$

On voit immédiatement que la substitution

$$t = \begin{vmatrix} x_i & \sum\limits_j a_{ij}x_j \\ u_i & \sum\limits_j A_{ij}u_j \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\!\!\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

est crémonienne et a pour inverse

$$t^{-1} = \begin{vmatrix} x_i & \sum\limits_j A_{ji}x_j \\ u_i & \sum\limits_j a_{ji}u_j \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\!\!\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

En effet, Σux se transforme par l en l'expression

$$\sum_i(\sum_j a_{ij}x_j)(\sum_k A_{ik}u_k) = \sum_{kj} u_k x_j \sum_i a_{ij} A_{ik} = A\Sigma ux, \qquad (k = 1, 2, 3, 4)$$

par l^{-1}, de même en l'expression

$$\sum_i(\sum_j a_{ji}u_j)(\sum_k A_{ki}x_k) = \sum_{jk} u_j x_k \sum_i a_{ji} A_{ki} = A\Sigma ux.$$

Par le même calcul, on voit que l et l^{-1} multiplient simplement par le facteur A les expressions différentielles Σudx et Σxdu.

Ainsi l est crémonienne, car elle est birationnelle et conserve la situation réunie des éléments.

D'ailleurs, l n'est qu'une collinéation, c'est-à-dire un simple changement de coordonnées (changement du tétraèdre de référence, etc.), et il est évident que le changement de coordonnées est une substitution crémonienne.

8. Pareillement la substitution

$$\varepsilon = \varepsilon^{-1} = \begin{vmatrix} x_i & u_i \\ u_i & x_i \end{vmatrix} = \left(\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}\right)$$

est aussi crémonienne. Je la nomme *substitution d'échange*, car elle ne fait qu'échanger les deux séries de variables. Au point de vue géométrique, ε est la transformation par polaires réciproques, par rapport à la *quadrique de base*

$$\Sigma x_i^2 = 0.$$

Nous introduisons de suite les crémoniennes l et ε, car elles servent à étudier les autres. Mais l et ε rentrent dans des types beaucoup plus généraux que nous examinerons plus loin (chapitre VI).

9. Les conditions pour la conservation de la situation réunie des éléments seront discutées en détail aux chapitres suivants. Mais dès à présent, il convient de préciser ce que j'entends par la birationnalité de la substitution s.



Prenons les relations (1) du 1° qui s'écrivent

$$(0')\qquad \begin{cases} \dfrac{\varphi_1}{y_1}=\dfrac{\varphi_2}{y_2}=\dfrac{\varphi_3}{y_3}=\dfrac{\varphi_4}{y_4} \\ \dfrac{\psi_1}{v_1}=\dfrac{\psi_2}{v_2}=\dfrac{\psi_3}{v_3}=\dfrac{\psi_4}{v_4}. \end{cases}$$

Les x_i et u_i, envisagées comme des inconnues, satisfont au système d'équations

$$(0)\qquad \begin{cases} \dfrac{\varphi_1(x;u)}{\underline{y_1}}=\dfrac{\varphi_2(x;u)}{\underline{y_2}}=\cdots \\ \dfrac{\psi_1(x;u)}{\underline{v_1}}=\dfrac{\psi_2(x;u)}{\underline{v_2}}=\cdots \\ \Sigma ux=0, \end{cases}$$

où les y_i et v_i sont envisagés comme des paramètres quelconques, avec la condition $\Sigma vy=0$.

La résolution du système (0) sera l'« inversion » des équations (0′).

Parmi les solutions de (0), les unes seront *fixes*, c'est-à-dire indépendantes des paramètres y et v; les autres solutions seront *mobiles*, c'est-à-dire variables avec ces paramètres.

S'il y a une solution mobile *unique*, elle s'obtiendra rationnellement et sera fournie par les équations (2) du 1°. Mais la réciproque n'est pas vraie; l'inversion du système (0′) pourra fournir plusieurs solutions, rationnelles par rapport aux paramètres y et v, les unes simples, les autres multiples.

Je supposerai toujours que l'inversion du système (0′) fournit une solution (x, u) mobile *unique* et par conséquent rationnelle.

Voilà de quelle façon j'entends la birationnalité de la crémonienne s. Pareillement l'inversion du système

$$(0'')\qquad \begin{cases} \dfrac{\theta_1(y;v)}{\underline{x_1}}=\dfrac{\theta_2(y;v)}{\underline{x_2}}=\cdots \\ \dfrac{\eta_1(y;v)}{\underline{u_1}}=\cdots \qquad \text{avec} \qquad \Sigma yv=0 \end{cases}$$

doit fournir une solution *mobile* (y, v) *unique*, et alors y_i et v_i seront fournis rationnellement en fonction des x_i et u_i pour les relations (1) du n° **1**.

10. Pour mieux me faire comprendre, j'emprunte un exemple analogue à une théorie bien connue, celle des transformations quadratiques du plan. Supposons que les trois coordonnées y_1, y_2, y_3 d'un point y sont proportionnelles à trois formes quadratiques $\varphi_k(x_1, x_2, x_3)$, $k = 1, 2, 3$ des coordonnées du point x. Alors, si y est donné, x s'obtiendra par l'*inversion* du système

$$(0)\qquad \frac{\varphi_1}{y_1} = \frac{\varphi_2}{y_2} = \frac{\varphi_3}{y_3}.$$

Si l'on a $\Sigma\alpha y = \Sigma\beta y = 0$, $\alpha_k = \beta_k = C^{te}$, x sera à l'intersection des deux coniques

$$(1)\qquad \Sigma\alpha\varphi = 0, \qquad \Sigma\beta\varphi = 0.$$

On a supposé, pour établir la théorie des transformations quadratiques birationnelles, que le réseau des coniques $\Sigma\alpha\varphi = 0$ était à trois points fixes (*homaloïde* suivant la terminologie consacrée), c'est-à-dire que l'intersection des deux coniques (1), *mobile* avec les paramètres α et β, c'est-à-dire y, était *unique*. Les x_k sont alors rationnelles en y_k.

On voit que c'est une hypothèse pareille que je fais pour édifier la théorie des crémoniennes de l'espace.

Mais la transformation quadratique plane aurait pu être birationnelle autrement.

Il aurait suffi, par exemple, de supposer que les deux coniques

$$\Sigma\alpha\varphi = 0, \qquad \Sigma\beta\varphi = 0$$

ont deux points communs fixes, tout en se touchant en un troisième point x mobile avec les α et β. Les coordonnées de x auraient encore été rationnelles en y_i.

Je n'ai pas cherché quelle théorie aurait pu être établie sur une pareille hypothèse. Nous remarquerons seulement que l'hypothèse n'a pas été retenue par les fondateurs (MM. Cremona, Nœther, ...) de la théorie des transformations birationnelles quadratiques planes.

J'écarterai de même l'hypothèse analogue relative aux crémoniennes de l'espace. Je supposerai toujours que l'inversion des systèmes tels que (0) et



$(0'')$ du n° **9** fournit une solution *mobile unique* et par conséquent rationnelle. La rationnalité sera envisagée comme une conséquence de l'hypothèse que la solution mobile est unique.

11. Donnons maintenant quelques explications sur la façon dont les crémoniennes s et s^{-1} transforment les figures ou variétés de l'espace.

Soit une forme mixte $T(x; u)$; la forme mixte $T(\varphi; \psi)$ sera par définition la *transformée par* s *de la forme* **T**, et l'on écrira

$$T(\varphi; \psi) = s[T(x; u)].$$

De même

$$T(\theta; \eta) = s^{-1}[T(x; u)].$$

Soit une variété E_r, à r dimensions, de l'espace, définie comme l'intersection de certains connexes

$$(0) \qquad T(x; u) = 0, \qquad T'(x; u) = 0, \ldots$$

Si l'élément (x, u) parcourt E_r, l'élément $(y, v) = s[(x, u)]$ parcourt une autre variété E'_r à r dimensions en général. E'_r sera par définition la *transformée par* s *de la variété* E_r et l'on écrira

$$E'_r = s[E_r].$$

Comme x_i et u_i sont proportionnelles à $\theta_i(y; v)$ et $\eta_i(y; v)$ (voir n° **1**), les équations (0) deviennent

$$T\Big(\theta(y; v); \eta(y; v)\Big) = 0, \qquad T'\Big(\theta(y; v); \ldots\Big) = 0.$$

Ainsi « la variété $E'_r = s[E_r]$ se présente comme l'intersection des » connexes

$$s^{-1}[T] = 0, \qquad s^{-1}[T'] = 0, \ldots \text{»}$$

12. Par hypothèse, s est crémonienne et conserve la situation réunie des éléments. Si la variété E_r (n° **11**), $r = 2$, est constituée par les ∞^2 éléments adhérents à une surface, E'_r sera aussi constituée par les ∞^2 éléments adhérents à une surface. Deux surfaces tangentes resteront telles après transformation : « s conserve le contact des surfaces ». Pour parler le lan-

gage de Lie, s est une *transformation de contact* (Berührungstransformation). Les *crémoniennes* seront les substitutions de l'espace qui sont à la fois :

biralionnelles,

de contact.

Dorénavant les conditions pour la conservation de la situation réunie des éléments se nommeront, plus brièvement, *conditions de contact*. Cette dernière manière de parler est plus commode, déjà consacrée dans la géométrie plane (*), quoiqu'elle soit, à la rigueur, un peu moins générale que la première. Nous prendrons, *par définition*, comme équivalentes les locutions :

conservation du contact,

conservation de la situation réunie des éléments infiniment voisins.

13. Dans la construction et l'étude des crémoniennes, qui vont nous occuper maintenant, nous pouvons évidemment considérer comme non essentiellement distinctes les substitutions

$$s, \quad s\varepsilon, \quad \varepsilon s, \quad \varepsilon s\varepsilon, \quad sl, \quad l's, \quad l's\varepsilon,$$

où ε est la substitution d'échange (n° **8**) et l et l' deux substitutions du type étudié au n° **7**.

Pareillement, il reviendra au même d'étudier s ou s^{-1}.

On aura successivement

$$s = \begin{pmatrix} m & m' & | & p & p' \\ n & n' & | & q & q' \end{pmatrix}, \quad s^{-1} = \begin{pmatrix} p & p' & | & m & m' \\ q & q' & | & n & n' \end{pmatrix}, \quad s\varepsilon = \begin{pmatrix} m' & m & | & q & q' \\ n' & n & | & p & p' \end{pmatrix},$$

$$\varepsilon s = \begin{pmatrix} n & n' & | & p' & p \\ m & m' & | & q' & q \end{pmatrix}, \quad \varepsilon s\varepsilon = \begin{pmatrix} n' & n & | & q' & q \\ m' & m & | & p' & p \end{pmatrix}.$$

En résumé, prendre s^{-1} au lieu de s, revient à effectuer sur les huit entiers $m, m', n, n', q, q', p, p'$ la substitution binaire (notations de M. **Jordan**)

$$\alpha = (mp)\,(m'p')\,(nq)\,(n'q').$$

Prendre $s\varepsilon$ au lieu de s, c'est effectuer la substitution binaire aussi

$$\beta = (mm')\,(nn')\,(pq)\,(p'q').$$

(*) Voir, notamment, Autonne, *Journal de Mathématiques*, 1888.



Prendre $\varepsilon s = (s^{-1}\varepsilon)^{-1}$, c'est effectuer la substitution

$$(mn)\,(m'n')\,(pp')\,(qq') = \alpha\beta\alpha.$$

Prendre $\varepsilon s \varepsilon$, c'est effectuer la substitution

$$(mn')\,(m'n)\,(pq')\,(qp') = (\alpha\beta)^2.$$

Construisons le groupe Γ dérivé des substitutions α et β. Posons

$$\begin{aligned} &\gamma = \alpha\beta = (mqn'p')\,(pm'q'n) \qquad (\gamma^4 = 1) \\ &\alpha^{-1}\gamma\alpha = \beta\alpha = \gamma^3 = \gamma^{-1} \\ &\beta^{-1}\gamma\beta = \beta\alpha = \gamma^3 = \gamma^{-1}. \end{aligned}$$

Γ contient le sous-groupe Γ_0 d'ordre 4 formé par les puissances de γ; Γ_0 est permutable aux deux substitutions α et β. D'ailleurs $\alpha = \gamma\beta$. Ainsi Γ est d'ordre 8 et s'obtient en multipliant par β les substitutions de Γ_0. Les huit substitutions de Γ sont

$$\begin{matrix} 1 & \gamma & \gamma^2 & \gamma^3, \\ \beta & \gamma\beta & \gamma^2\beta & \gamma^3\beta. \end{matrix}$$

On vérifie sans peine que Γ est transitif et permet de remplacer un des huit entiers positifs

$$m,\ m',\ n,\ n',\ p,\ p',\ q,\ q'$$

par un quelconque des sept autres.

De la présente discussion, nous retiendrons ce résultat commode pour la construction des crémoniennes : « si on fait une hypothèse sur un des » huit entiers $m \ldots, q'$, on peut, sans restreindre la généralité, faire l'hypo- » thèse sur celui des huit entiers que l'on voudra »; les huit entiers jouent le même rôle.

14. On peut faire usage aussi des coordonnées non homogènes

$$x,\ y,\ z,\ p,\ q$$



des éléments. Alors il viendra pour les crémoniennes s et s^{-1} les symboles

$$s = \begin{vmatrix} x & X(x, y, z, p, q) \\ y & Y(x, \dots\quad) \\ z & Z(\quad\dots\quad) \\ p & P(\quad\dots\quad) \\ q & Q(\quad\dots\quad) \end{vmatrix}, \qquad s^{-1} = \begin{vmatrix} x & X'(x, y, z, p, q) \\ y & Y' \\ z & Z' \\ p & P' \\ q & Q' \end{vmatrix}$$

où X, Y..., Q′ sont des fractions rationnelles. On a évidemment

$$X'(X, Y, Z, P, Q) = x$$
$$X(X', Y', Z', P', Q') = x$$
$$\dots\dots \quad \dots\dots \quad \dots\dots$$

La condition de contact est que les expressions différentielles

$$dZ - PdX - QdY, \qquad dZ' - P'dX' - Q'dY'$$

s'évanouissent sous le bénéfice de

$$dz - pdx - qdy = 0.$$

Quand l'élément (x, y, z, p, q) parcourt tout l'espace, son élément-image

$$(X, Y, Z, P, Q)$$

doit aussi parcourir tout l'espace; les cinq fonctions X..., Q des variables $x, y..., q$ sont indépendantes, « le jacobien n'est pas nul,

$$\frac{\partial(X, Y, Z, P, Q)}{\partial(x, y, z, p, q)} \pm 0 \text{ ».}$$

De même

$$\frac{\partial(X', Y', Z', P', Q')}{\partial(x, y, z, p, q)} \pm 0.$$

15. Soient

$$\alpha\begin{pmatrix} m_0 & m'_0 \\ x; & u \end{pmatrix}, \quad \varpi_i\begin{pmatrix} m + m_0 - 1 & ; & m' + m'_0 - 1 \\ x & & u \end{pmatrix} \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

cinq formes mixtes quelconques. On peut évidemment, sans changer la nature géométrique de la crémonienne s, remplacer $\varphi_i\binom{m\ m'}{x;\ u}$ par

$$\alpha\begin{pmatrix} m_0 & m'_0 \\ x; & u \end{pmatrix} \varphi_i \begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x; & u \end{pmatrix} \varpi_i \begin{pmatrix} m + m_0 - 1 & \\ x; & \dots \end{pmatrix}.$$

Comme on peut toujours supposer les φ_i premiers entre eux, sous le bénéfice de $\omega = 0$, je me bornerai à envisager le cas $m_0 = m'_0 = 0$ $\alpha = c^{te}$. Alors φ_i est susceptible d'une infinité d'expressions différentes

$$\varphi_i + \omega\varpi_i \begin{pmatrix} m-1 & m'-1 \\ x; & u \end{pmatrix}$$

toutes équivalentes géométriquement.

Je n'étudierai bien entendu que les propriétés de s *permanentes,* c'est-à-dire celles qui sont indépendantes du choix des ϖ_i. Celles-là seules importent au point de vue géométrique (voir chapitre II de la première partie). De même pour φ_i on écrira

$$\psi_i \begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix} + \omega\chi_i \begin{pmatrix} n-1 & n'-1 \\ x; & u \end{pmatrix}, \text{ etc.}$$

Ces modifications des φ_i et ψ_i ont du reste quelque importance, seulement pour le calcul des dérivées partielles

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_j} \text{ qui deviennent } \frac{\partial\varphi_i}{\partial x_j} + \varpi_i u_j$$

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial u_j} \quad \text{»} \quad \frac{\partial\varphi_i}{\partial u_j} + \varpi_i x_j$$

$$\frac{\partial\psi_i}{\partial x_j} \quad \text{»} \quad \frac{\partial\psi_i}{\partial x_j} + \chi_i u_j$$

$$\frac{\partial\psi_i}{\partial u_j} \quad \text{»} \quad \frac{\partial\psi_i}{\partial u_j} + \chi_i x_j$$

sous le bénéfice de $\omega = 0$.



CHAPITRE II.

MATRICES ; PERMANENCE ; CONDITIONS DE CONTACT.

16. Introduisons quelques notations abrégées d'un usage continuel dans la suite. Posons, pour $i, j = 1, 2, 3, 4$,

$$\varphi_{ij} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}, \quad \varphi'_{ij} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}, \quad \Phi = [\varphi_{ij}], \quad \Phi_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{ij}}, \quad \Phi' = [\varphi'_{ij}], \quad \Phi'_{ij} = \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi'_{ij}}.$$

Désignons par $\{\varphi\}$ et $\{\varphi'\}$ les matrices

$$\{\varphi\} = \left\| \begin{matrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{matrix} \right\| \qquad \{\varphi'\} = \left\| \begin{matrix} \varphi'_{11} & \varphi'_{12} & \varphi'_{13} & \varphi'_{14} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi'_{41} & \varphi'_{42} & \varphi'_{43} & \varphi'_{44} \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \right\|.$$

Les cinq déterminants à seize éléments de $\{\varphi\}$ sont respectivement

$$\Phi_i = \sum_j u_j \Phi_{ij} = -\frac{\partial D}{\partial a_i} \qquad \text{et} \qquad \Phi = \frac{\partial D}{\partial c},$$

D étant le déterminant à vingt-cinq éléments

$$D(a; c) = \left| \begin{matrix} a_1 & \varphi_{11} & \dots\dots & & \varphi_{14} \\ a_2 & \vdots & & & \\ a_3 & \varphi_{31} & \dots\dots & & \varphi_{34} \\ a_4 & \varphi_{41} & \dots\dots & & \varphi_{44} \\ c & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{matrix} \right|$$ où a_i et c sont des constantes arbitraires.

Il y aura de même les dérivées

$$\psi_{ij} = \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j} \qquad \psi'_{ij} = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j},$$



les déterminants Ψ, Ψ', les mineurs Ψ_{ij}, Ψ'_{ij}, les matrices $\{\psi\}$, $\{\psi'\}$, les expressions

$$\Psi_i = \sum_j u_j \Psi_{ij}, \qquad \Psi'_i = \sum_j x_j \Psi'_{ij}, \text{ etc.}$$

Pareillement, les θ_i fourniront les dérivées partielles θ_{ij} et θ'_{ij}, les déterminants

$$\Theta = [\theta_{ij}] \qquad \Theta' = [\theta'_{ij}],$$

les mineurs $\Theta_{ij} = \frac{\partial \Theta}{\partial \theta_{ij}}, \ldots$ les matrices $\{\theta\}$ et $\{\theta'\}, \ldots$

Enfin, les η_i fourniront les formations analogues η_{ij}, η'_{ij}, H, H', H_{ij}, H'_{ij}, $\{\eta\}$, $\{\eta'\}, \ldots$

Désignons par Δ le déterminant à quatre-vingt-un éléments

$$\Delta = \Delta(a; b; c) = \begin{vmatrix} a_1 & \varphi_{11} & \ldots & \varphi_{14} & \varphi'_{11} & \ldots & \varphi'_{14} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_4 & \varphi_{41} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \varphi'_{44} \\ b_1 & \psi_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \psi'_{14} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_4 & \psi_{41} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \psi'_{44} \\ c & u_1 & u_2 & u_3 \ldots & x_1 & \ldots & x_4 \end{vmatrix}$$

$(a_i, b_i, c = \text{c}^{\text{tes}} \text{ arbitr.})$

et par ∇ la matrice obtenue en supprimant dans Δ la première colonne. Les neufs déterminants à soixante-quatre éléments de ∇ seront

$$\frac{\partial \Delta}{\partial a_i}, \quad \frac{\partial \Delta}{\partial b_i}, \quad \frac{\partial \Delta}{\partial c}.$$

Définition : « La notation $\{\varphi\} = 0, \ldots, \{\eta'\} = 0$, $\nabla = 0$, indiquera l'éva-
» nouissement de tous les déterminants contenus dans la matrice désignée. »

17. Les matrices que nous venons d'introduire et leur évanouissement jouent un très grand rôle dans la suite. Les conséquences géométriques de l'évanouissement seront développées dans les chapitres suivants. Pour le moment, j'établirai quelques propriétés algébriques des matrices.

Calculons d'abord les neuf déterminants $\frac{\partial \Delta}{\partial a_i}$, $\frac{\partial \Delta}{\partial b_i}$, $\frac{\partial \Delta}{\partial c}$ de la matrice ∇ (n° **16**). Observons d'abord que l'on doit avoir [relations (3) du n° **1**]

$$\Sigma \varphi \psi = \Sigma \varphi_i \psi_i = 0,$$

et, par conséquent, sous le bénéfice de

$$d\omega = \Sigma u dx + \Sigma x du = 0,$$

la relation infinitésimale

$$d\sum_i \psi_i \varphi_i = \sum_i \psi_i d\varphi_i + \sum_i \varphi_i d\psi_i = \sum_j dx_j \left\{ \sum_i \psi_i \varphi_{ij} + \sum_i \varphi_i \psi_{ij} \right\} + \sum_j du_j \left\{ \sum_i \psi_i \varphi'_{ij} + \sum_i \varphi_i \psi'_{ij} \right\} = 0.$$

De là

$$(0) \qquad \left\{ \begin{aligned} u_j \tau(x;\, u) &= \sum_i \psi_i \varphi_{ij} + \sum_i \varphi_i \psi_{ij} \\ x_j \tau &= \sum_i \psi_i \varphi'_{ij} + \sum_i \varphi_i \psi'_{ij} \end{aligned} \right\}$$

de façon à avoir $d\Sigma\varphi\psi = \tau d\omega$.

Cela posé, reprenons le déterminant Δ que j'écrirai d'une façon abrégée

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_i & \varphi_{ij} & \varphi'_{ij} \\ b_i & \psi_{ij} & \psi'_{ij} \\ c & u_j & x_j \end{vmatrix} \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

Multiplions la dernière ligne par τ, la ligne où figure a_i par $-\psi_i$, la ligne où figure b_i par $-\varphi_i$; puis ajoutons, colonne par colonne, aux éléments de la dernière ligne.

Sous le bénéfice des relations (0), il viendra, toujours avec la même notation abrégée pour Δ,

$$\tau\Delta = \begin{vmatrix} a_i & \varphi_{ij} & \varphi'_{ij} \\ b_i & \psi_{ij} & \psi'_{ij} \\ \tau c - \Sigma a\psi - \Sigma b\varphi & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

c'est-à-dire

$$\tau\Delta = \tau \left\{ c\frac{\partial\Delta}{\partial c} + \sum_i a_i \frac{\partial\Delta}{\partial a_i} + \sum_i b_i \frac{\partial\Delta}{\partial b_i} \right\} = \left\{ \tau c - \sum_i a_i\psi_i - \sum_i b_i\varphi_i \right\} \frac{\partial\Delta}{\partial c},$$

d'où, après réductions,

$$0 \equiv \Sigma a_i \left(\psi_i \frac{\partial\Delta}{\partial c} + \tau \frac{\partial\Delta}{\partial a_i} \right) + \sum_i b_i \left(\varphi_i \frac{\partial\Delta}{\partial c} + \tau \frac{\partial\Delta}{\partial b_i} \right).$$

Les constantes a_i et b_i sont arbitraires, et il vient

$$\frac{\frac{\partial\Delta}{\partial a_i}}{\psi_i} = \frac{\frac{\partial\Delta}{\partial b_i}}{\varphi_i} = -\frac{\frac{\partial\Delta}{\partial c}}{\tau}.$$

Lemme : « Les neuf déterminants de la matrice ∇ sont proportionnels » respectivement à

$$\psi_i, \quad \varphi_i, \quad -\tau. \text{ »}$$

18. Théorème. — « On ne peut avoir $\nabla = 0$ », c'est-à-dire nuls les neuf déterminants de la matrice $\nabla = 0$.

L'élément (x, u) a dans l'espace quatre directions d'avancement linéairement indépendantes (n° **28** de la première partie), et les différentielles dx_i et du_i sont liées seulement par la relation infinitésimale $\Sigma u dx + \Sigma x du = 0$ (tant qu'on ne fixe pas la valeur absolue des coordonnées par $\Sigma ex = 1$, $\Sigma gu = 1$). Il doit en être de même pour l'élément-image (y, v) ou (φ, ψ). Les huit différentielles $d\varphi_i$ et $d\psi_i$ sont liées par une relation linéaire homogène unique

$$\sum_i \psi_i d\varphi_i + \sum_i \varphi_i d\psi_i = \tau d\omega, \tag{0}$$

conséquence de $\Sigma u dx + \Sigma x du = d\omega = 0$.

Cherchons à quelles conditions peut exister une seconde relation

$$\sum_i \alpha_i d\varphi_i + \sum_i \beta_i d\psi_i = 0 \tag{1}$$

distincte de (0) (et conséquence, comme elle, de $\Sigma u dx + \Sigma x du = 0$), c'est-à-dire à quelles conditions on peut écrire

$$\Sigma \alpha d\varphi + \Sigma \beta d\psi = \gamma(\Sigma x du + \Sigma u dx).$$

On aurait

$$d\varphi_i = \sum_j \varphi_{ij} dx_j + \sum_j \varphi'_{ij} du_j, \qquad d\psi_i = \sum_j \psi_{ij} dx_j + \sum_j \psi'_{ij} du_j$$

et par conséquent

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i (\alpha_i \varphi_{ij} + \beta_i \psi_{ij} - \gamma u_j) = 0 \\ \sum_i (\alpha_i \varphi'_{ij} + \beta_i \psi'_{ij} - \gamma x_j) = 0 \end{array} \right\}, \tag{2}$$

système de huit équations linéaires et homogènes qui fournissent les rapports des neuf inconnues α_i, β_i, $-\gamma$.

Tant que $\nabla \pm 0$, le système (2) fournit pour les inconnues des valeurs proportionnelles aux déterminants de ∇, c'est-à-dire proportionnelles à

$$\psi_i, \quad \varphi_i, \quad -\tau,$$

en vertu du lemme précédent (n° **17**).

Alors

$$\frac{\alpha_i}{\psi_i} = \frac{\beta_i}{\varphi_i} = \frac{\gamma}{\tau}$$

et la relation cherchée (1) n'est pas distincte de (0).

Au contraire, si $\nabla = 0$, le système (2) fournit pour α_i, β_i, $-\gamma$ au moins un système de valeurs non proportionnelles à ψ_i, φ_i, $-\tau$, et l'on peut former au moins une seconde relation (1) distincte de (0). Cela est contraire à l'hypothèse primitive de l'existence pour l'élément-image (y, v) ou (φ, ψ) de quatre directions d'avancement linéairement indépendantes.

Ainsi $\nabla \pm 0$ et le théorème est démontré.

La présente proposition n'est d'ailleurs que la traduction en coordonnées-homogènes du non-évanouissement du jacobien

$$\frac{\partial(X, Y, Z, P, Q)}{\partial(x, y, z, p, q)}$$

établi au n° **14**.

19. Nous n'étudions bien entendu que les propriétés permanentes (n° **15**) des matrices. Il faut donc voir ce que deviennent les matrices quand (n° **15**)

φ_{ij}	devient	$\varphi_{ij} + \varpi_i u_j$,
φ'_{ij}	»	$\varphi'_{ij} + \varpi_i x_j$,
ψ_{ij}	»	$\psi_{ij} + \chi_i u_j$,
ψ'_{ij}	»	$\psi'_{ij} + \chi_i x_j$.
...	...	.....

Le déterminant $\Phi = [\varphi_{ij}]$ devient $[\varphi_{ij} + \varpi_i u_j]$, c'est-à-dire

$$\Phi + \sum_{ij} \varpi_i u_j \Phi_{ij} = \Phi + \sum_i \varpi_i \Phi_i$$



avec les notations du n° **16**. On voit de suite que pour que $\Phi = 0$ indépendamment des ϖ_i, il faut et il suffit que

$$\Phi = \Phi_1 = 0,$$

d'où

LEMME : « L'évanouissement *permanent* de Φ est équivalent à l'évanouissement de la matrice $\{\varphi\}$ ».

De même l'évanouissement *permanent* de Φ' est équivalent à $\{\varphi'\} = 0$, etc., etc.

D'ailleurs, les expressions telles que

$$\Phi_i = \sum_j u_j \Phi_{ij}, \qquad \Phi'_i = \sum_j x_j \Phi'_{ij}$$

sont *permanentes*, c'est-à-dire indépendantes des ϖ_i.

De plus, si $\Phi = 0$, $\Phi_{ij} = P_i Q_j$ en vertu de théories démontrées dans l'appendice, $\Phi_i = P_i \sum_j Q_j u_j$. Les relations $\{\varphi\} = 0$ sont assurées par les deux égalités $\Phi = 0$, $\sum_j Q_j u_j = 0$.

20. Passons maintenant au déterminant Δ et à la matrice ∇ du n° **16**. J'écrirai le déterminant Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_i & \varphi_{ij} & \varphi'_{ij} \\ b_i & \psi_{ij} & \psi'_{ij} \\ c & u_j & x_j \end{vmatrix}$$

avec la notation abrégée déjà employée au n° **17**.

Quand φ_{ij}, φ'_{ij}, ψ_{ij}, ψ'_{ij} deviennent respectivement

$$\begin{array}{ll} \varphi_{ij} + \varpi_i u_j, & \varphi'_{ij} + \varpi_i x_j, \\ \psi_{ij} + \chi_i u_j, & \psi_{ij} + \chi_i x_j, \end{array}$$

Δ devient

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_i & \varphi_{ij} + \varpi_i u_j & \varphi'_{ij} + \varpi_i x_j \\ b_i & \psi_{ij} + \chi_i u_j & \psi'_{ij} + \chi_i x_j \\ c & u_j & x_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_i - c\varpi_i & \varphi_{ij} & \varphi'_{ij} \\ b_i - c\chi_i & \psi_{ij} & \psi'_{ij} \\ c & u_j & x_j \end{vmatrix}$$

$$= \sum_i a_i \frac{\partial \Delta}{\partial a_i} + \sum_i b_i \frac{\partial \Delta}{\partial a_i} + c \left\{ \frac{\partial \Delta}{\partial c} - \sum_i \varpi_i \frac{\partial \Delta}{\partial a_i} - \sum_i \chi_i \frac{\partial \Delta}{\partial b_i} \right\}.$$

Alors

$$\frac{\partial \Delta_1}{\partial a_i} = \frac{\partial \Delta}{\partial a_i}, \quad \frac{\partial \Delta_1}{\partial b_i} = \frac{\partial \Delta}{\partial b_i}, \qquad \frac{\partial \Delta_1}{\partial c} = \frac{\partial \Delta}{\partial c} - \sum_i \varpi_i \frac{\partial \Delta}{\partial a_i} - \sum_i \chi_i \frac{\partial \Delta}{\partial b_i}.$$

Bref, les huit premiers déterminants $\frac{\partial \Delta}{\partial a_i}$, $\frac{\partial \Delta}{\partial b_i}$ de ∇ ne changent pas et le neuvième $\frac{\partial \Delta}{\partial c}$ devient

$$\frac{\partial \Delta}{\partial c} - \sum_i \varpi_i \frac{\partial \Delta}{\partial a_i} - \sum_i \chi_i \frac{\partial \Delta}{\partial b_i}.$$

Ainsi les $\frac{\partial \Delta}{\partial a_i}$ et $\frac{\partial \Delta}{\partial b_i}$ sont des formations permanentes. Si l'on poursuit l'évanouissement permanent de $\frac{\partial \Delta}{\partial c}$, il faut annuler tous les neuf déterminants de la matrice ∇. Ainsi

« L'évanouissement *permanent* du déterminant $\frac{\partial \Delta}{\partial c}$ est équivalent à » $\nabla = 0$. » Ce déterminant $\frac{\partial \Delta}{\partial c}$ correspond au jacobien

$$\frac{\partial(X, Y, Z, P, Q)}{\partial(x, y, z, p, q)}$$

du n° **14**. C'est la nécessité de la permanence de l'évanouissement qui fait traduire en coordonnées homogènes l'évanouissement du jacobien par l'évanouissement (n° **18**) de la matrice ∇. Les théorèmes du n° **14** et du n° **18** coïncident au fond.

Ce que nous retiendrons surtout de la présente discussion (nos **16** à **20**), c'est que « l'évanouissement des dix matrices

» $\{\varphi\}, \{\varphi'\}, \{\psi\}, \{\psi'\}, \{\theta\}, \{\theta'\}, \{\eta\}, \{\eta'\}, \nabla, \nabla_1$

» (∇_1 est la matrice de s^{-1} analogue à ∇) est pour chacune une pro- » priété permanente ». C'est l'évanouissement ou le non-évanouissement de certaines matrices qui servira à classer et construire les crémoniennes.

21. Lorsque $\{\varphi\} = 0$, les seize dérivées partielles φ_{ij} peuvent se mettre sous une forme remarquable, dont je ferai grand emploi dans la suite.

Si $\{\varphi\} = 0$, $\Phi = 0$, je suppose que les seize mineurs Φ_{ij} ne sont pas tous nuls. Alors on pourra poser

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + r_i R_j$$

et envisager les p_i, q_i, r_i comme les coordonnées de trois points p, q, r et les P_j, Q_j, R_j comme les coordonnées de trois plans P, Q, R. Alors

$$\Phi_{ij} = (pqr)_i (PQR)_j \qquad \Phi_i = \sum_j u_j \Phi_{ij} = (pqr)_i (PQRu) = 0.$$

On ne peut avoir les quatre $(pqr)_i = 0$, car alors $\Phi_{ij} = 0$. Ainsi

$$(PQRu) = 0 \qquad \text{et} \qquad R_j = \alpha P_j + \beta Q_j + \gamma u_j$$
$$\varphi_{ij} = P_j(p_i + \alpha r_i) + Q_j(q_i + \beta r_i) + \gamma r_i u_j$$

ou, plus simplement

(1) $$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + \varepsilon_i u_j,$$

en changeant légèrement de notations. La formule (1) est permanente, car si φ_i devient $\varphi_i + \omega\varpi_i$, φ_{ij} devient $\varphi_{ij} + \varpi_i u_j$ et il suffit dans la formule (1) de changer la valeur de ε_i.

De même, si $\{\varphi'\} = 0$,

(1′) $$\varphi'_{ij} = p'_i P'_j + q'_i Q'_j + \varepsilon'_i x_j$$

D'ailleurs et réciproquement, si φ_{ij} est de la forme (1), $\{\varphi\} = 0$.

Ainsi « la condition nécessaire et suffisante, pour que $\{\varphi\} = 0$, est que

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + \varepsilon_i u_j. \text{ »}$$

22. Passons maintenant au cas $\Phi_{ij} = 0$. L'évanouissement simultané de ces seize mineurs n'est pas une propriété permanente. En effet, si $\Phi_{ij} = 0$,

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j,$$

si on change φ_i en $\varphi_i + \omega\varpi_i$, φ_{ij} devient $\varphi_{ij} + \varpi_i u_j$, c'est-à-dire

$$p_i P_j + q_i Q_j + \varpi_i u_j;$$



Φ_{ij} devient

$$(pq\varpi)_i (PQu)_j.$$

Pour l'évanouissement simultané permanent des seize mineurs Φ_{ij}, il faut que $(PQu)_j = 0$, $Q_j = \alpha P_j + \beta u_j$; alors

$$\varphi_{ij} = P_j(p_i + \alpha q_i) + \beta q_i u_j$$

ou, simplifiant l'écriture,

(1) $$\varphi_{ij} = p_i P_j + \varepsilon_i u_j,$$

formule permanente. Dans ce cas, tous les mineurs de tous les déterminants de $\{\varphi\}$ s'évanouissent simultanément. On s'en assure aisément. Par exemple, sur

$$\Phi_1 = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ p_2P_1 & p_2P_2 & p_2P_3 & p_2P_4 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_4P_1 & \cdots & & \end{vmatrix}.$$

Réciproquement, supposons que tous les cinq déterminants de $\{\varphi\}$ aient tous leurs premiers mineurs nuls.

D'abord, puisque $\Phi_{ij} = 0$, $\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j$. Appelons Π_i le plan $\Sigma\varphi_{ij} t_j = 0$, t_j = coordonnée courante. Les quatre plans Π_i passent par la droite $\overline{PQ}$, intersection des deux plans $\sum_j P_j t_j = \sum_j Q_j t_j = 0$. Cela étant, si tous les mineurs du déterminant Φ_1, par exemple, sont nuls, le plan u doit passer par la droite $\overline{PQ}$ intersection commune des trois plans Π_2, Π_3, Π_4. Bref, $Q_j = \alpha P_j + \beta u_j$ et l'on retombe sur la formule (1).

Ainsi « l'évanouissement simultané de tous les premiers mineurs dans » tous les cinq déterminants de $\{\varphi\}$ est la condition nécessaire et suffisante » pour que l'on ait

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + \varepsilon_i u_j. \text{ »}$$

23. Il est inutile d'examiner le cas où tous les seconds mineurs de Φ sont nuls simultanément. En effet, alors, $\varphi_{ij} = p_i P_j$ et, à cause de la permanence,

$$\varphi_{ij} = \varepsilon_i u_j, \qquad m\varphi_i = \sum_j \varphi_{ij} x_j = \varepsilon_i \sum_j x_j u_j = 0,$$

ce qui est absurde.

24. Je suis maintenant à même d'aborder une discussion un peu plus approfondie des conditions de contact définies au n° **12** et au n° **4**.

Il faut avoir

$$\Sigma\psi d\varphi = 0 \qquad \Sigma\varphi d\psi = 0,$$

sous le bénéfice de $\omega = d\omega = \Sigma\varphi\psi = d\Sigma\varphi\psi = 0 = \Sigma u dx = \Sigma x du$. D'ailleurs, en vertu de $d\omega = 0$, $\Sigma u dx = -\Sigma x du$.

On devra avoir

$$\sum_i \psi_i d\varphi_i = \sum_j dx_j \sum_i \psi_i \varphi_{ij} + \sum_j du_j \sum_i \psi_i \varphi'_{ij} = \lambda_1 \sum_j u_j dx_j + \mu_1 \left\{ \sum_j u_j dx_j + \sum_j x_j du_j \right\}$$
$$= (\lambda_1 + \mu_1) \sum_j u_j dx_j + \mu_1 \sum_j x_j du_j$$

ou, plus symétriquement,

$$\sum_j dx_j \sum_i \psi_i \varphi_{ij} + \sum_j du_j \sum_i \psi_i \varphi'_{ij} = \lambda \Sigma u dx + \lambda' \Sigma x du,$$

d'où

(1) $$\sum_i \psi_i \varphi_{ij} = \lambda u_j, \qquad \sum_i \psi_i \varphi'_{ij} = \lambda' x_j.$$

Pareillement,

$$\Sigma \varphi d\psi = \mu \Sigma u dx + \mu' \Sigma x du$$

et

(2) $$\sum_i \varphi_i \varphi_{ij} = \mu u_j, \qquad \sum_i \varphi_i \psi'_{ij} = \mu' x_j.$$

D'ailleurs,

$$\Sigma \varphi d\psi + \Sigma \psi d\varphi = d\Sigma \varphi \psi = \tau d\omega,$$

d'où

$$\lambda + \mu = \lambda' + \mu' = \tau.$$

Les θ_i et η_i fourniraient des systèmes analogues à (1) et (2).

25. On possède ainsi quatre systèmes de quatre équations

(1) $\sum_i \psi_i \varphi_{ij} - \lambda u_j = 0,$ (2) $\sum_i \psi_i \varphi'_{ij} - \lambda' x_j = 0,$

(3) $\sum_i \varphi_i \psi_{ij} - \mu u_j = 0,$ (4) $\sum_i \varphi_i \psi'_{ij} - \mu' x_j = 0.$

D'où, en résolvant par rapport aux inconnues φ_i et ψ_i,

(5) $\dfrac{\psi_i}{\Phi_i} = \dfrac{\lambda}{\Phi},$ (6) $\dfrac{\psi_i}{\Phi'_i} = \dfrac{\lambda'}{\Phi'},$

(7) $\dfrac{\varphi_i}{\Psi_i} = \dfrac{\mu}{\Psi},$ (8) $\dfrac{\varphi_i}{\Psi'_i} = \dfrac{\mu'}{\Psi'}$

toujours avec les notations du n° **16**.

Si les φ_i sont données, l'un ou l'autre des systèmes (5) ou (6) fournira les ψ_i, tant que $\{\varphi\} \pm 0$, $\{\varphi'\} \pm 0$. Si $\{\varphi'\} = 0$, le système (5) subsistera seul, etc. Si $\{\varphi\} = \{\varphi'\} = 0$, on ne pourra plus former les ψ_i à l'aide des φ_i, etc.

Nous verrons dans les chapitres suivants quelle conséquence entraîne pour les conditions de contact [dont les équations (1) à (8) sont l'expression algébrique complète] l'évanouissement simultané de diverses matrices.

26. Examinons pour finir la permanence des conditions de contact. Si, comme toujours,

$$\begin{array}{lll} \varphi_{ij} \text{ devient } \varphi_{ij} + \varpi_i u_j, & \psi_{ij} \text{ devient } \psi_{ij} + \chi_i u_j. \\ \varphi'_{ij} \quad \text{»} \quad \varphi'_{ij} + \varpi_i x_j, & \psi'_{ij} \quad \text{»} \quad \psi'_{ij} + \chi_i x_j \end{array}$$

Les systèmes (1) à (4) du n° **25** deviennent respectivement

$$\begin{array}{ll} \Sigma\psi_i\varphi_{ij} - u_j\left\{\lambda - \sum_i \psi_i\varpi_i\right\} = 0, & \sum_i \psi_i\varphi'_{ij} - x_j\left\{\lambda' - \sum_i \psi_i\varpi_i\right\} = 0, \\ \sum_i \varphi_i\psi_{ij} - u_j\left\{\mu - \sum_i \varphi_i\chi_i\right\} = 0, & \sum_i \varphi_i\psi'_{ij} - x_i\left\{\mu' - \sum_i \varphi_i\chi_i\right\} = 0. \end{array}$$

La permanence est assurée, car tout se réduit à modifier convenablement λ, λ', μ, μ'. C'est ce que montrera aussi la discussion des systèmes (5) à (8) du n° **25**.



CHAPITRE III.

ÉLÉMENTS FONDAMENTAUX ET VARIÉTÉS FONDAMENTALES; VARIÉTÉS PRIMORDIALES.

27. On appelle points fondamentaux, dans la théorie des transformations ponctuelles planes ou dans l'espace, tout point dont l'image n'est pas unique, la transformation étant birationnelle (*).

Je nommerai, de même, élément *fondamental* (**) de la crémonienne s, tout élément (x_0, u_0) dont l'image par s n'est plus unique. Cela exige que, pour (x_0, u_0),

$$\varphi_i = 0, \qquad \text{ou} \qquad \psi_i = 0, \qquad \text{ou} \qquad \varphi_i = \psi_i = 0.$$

Par analogie avec ce que l'on fait dans la théorie des transformations rationnelles ponctuelles, je nommerai *image* (y_0, v_0) de (x_0, u_0) la limite vers laquelle tend

$$(y, v) = s[(x, u)]$$

quand (x, u) tend vers (x_0, u_0). Seulement (y_0, v_0) peut n'être pas unique et dépendre de la loi suivant laquelle (x, u) tend vers (x_0, u_0). Les images d'un élément fondamental peuvent être en nombre infini et constituer des *variétés fondamentales* à une ou plusieurs dimensions.

28. Je ne m'occuperai pas dans les présentes recherches de la construction des variétés fondamentales, parce que ce problème est contenu dans un autre plus général qui a été résolu par Autonne (***).

(*) Voir, par exemple, NOETHER, *Ueber eindeutige Raumtransformationen*. (MATHEMATISCHE ANNALEN, t. III.)

(**) Aucune ambiguïté n'est possible avec les points, plans, éléments fondamentaux, étudiés dans les parties précédentes du présent mémoire.

(***) *Sur les pôles des fonctions uniformes à plusieurs variables indépendantes*. (ACTA MATHEMATICA, 1897.)

Attribuons à l'élément (x, u) des coordonnées non homogènes x, y, z, p, q et supposons qu'elles soient nulles toutes les cinq pour l'élément fondamental (x_0, u_0) lui-même. Alors φ_i et ψ_i deviennent des polynômes $X_i(x, y, z, p, q)$ et $P_i(x, y, z, p, q)$ avec

$$X_i(0, \ldots, 0) = 0, \quad \text{ou} \quad P_i(0, \ldots, 0) = 0, \quad \text{ou} \quad X_i(0, \ldots, 0) = P_i(0, \ldots, 0) = 0.$$

Les y_i et v_i, liées par $\Sigma yv = 0$, peuvent être envisagées comme les coordonnées homogènes d'un point dans un espace à cinq dimensions.

Or, le problème résolu par Autonne est le suivant :

Prenons dans un espace E_N, à N dimensions, les coordonnées homogènes $\xi_j (j = 0, 1, \ldots, N)$ d'un point ξ. Prenons aussi dans un espace E_r à r dimensions des coordonnées $t_i (i = 1, 2, \ldots, r)$. Supposons que l'on ait enfin $\rho =$ facteur de proportionnalité,

$$\rho\xi_j = F_j(t_1, \ldots, t_r), \qquad \} r \leqslant N \{,$$

les F_j étant des fonctions régulières pour $|t_i|$ assez petit et nulles quand tous les t s'évanouissent. Le point ξ de E_N sera l'*image* du point t, ayant dans E_r les t_i pour coordonnées.

29. Quelle est l'image du point t_0 où tous les t sont nuls? Cette image sera *par définition* le point ξ_0, limite vers laquelle tend ξ, quand t tend vers t_0. ξ_0 n'est pas unique et dépend de l'itinéraire $\mathfrak{W}$, suivant lequel t tend vers t_0. L'ensemble des points ξ_0 constitue une variété Ω_σ, à σ dimensions, située dans l'espace E_N. Autonne enseigne à construire Ω_σ et démontre que « $\sigma \leqslant r - 1$ ».

30. Notre problème actuel n'est que le problème d'Autonne, pour $N = r = 5$, où les fonctions régulières F_j sont des polynômes, ce qui ne peut que simplifier les calculs.

Nous ne construirons pas les variétés fondamentales, ce qui serait assez long et n'est pas l'objet principal de ces recherches. On pourra toujours, sur une crémonienne donnée, appliquer le procédé d'Autonne. Je retiendrai



seulement que « le nombre des dimensions pour une variété fondamentale ne » peut dépasser quatre », puisque (nº **29**) $\sigma \leqslant r - 1$ et que $r = 5$.

D'ailleurs les éléments fondamentaux peuvent être eux-mêmes en nombre infini (il existe même toujours au moins ∞ éléments pour lesquels $\varphi_i = 0$, ou $\psi_i = 0$) et constituer des variétés à une ou plusieurs dimensions.

Je ne m'attarderai pas davantage à l'étude des éléments fondamentaux et des variétés fondamentales. Je n'en signalerai notamment pas les propriétés algébriques. Ainsi, par exemple, si $\varphi_i = 0$ pour un élément (x, u), pour ce même élément la matrice $\{\varphi\} = 0$, etc.

Je passe maintenant à une matière beaucoup plus importante pour la construction des crémoniennes, objet principal des présentes recherches.

31. Envisageons les ∞^2 éléments $(x, \underline{u})$ ou $(\underline{x}, u)$ adhérents à un plan donné *quelconque* u, ou à un point donné *quelconque* x. Je nomme *variété primordiale* $\mathfrak{L}_u$, ou $\mathfrak{L}_x$, *afférente* au plan u, ou au point x, l'ensemble des éléments

$$s[(x, \underline{u})] \qquad \text{ou} \qquad s[(\underline{x}, u)]$$

respectivement. La construction des primordiales est un des plus importants problèmes que nous nous proposerons. Cela tient à ce que la connaissance d'une $\mathfrak{L}_u$ ou d'une $\mathfrak{L}_x$ assure sans ambiguïté celle de la crémonienne s. C'est ce que nous établissons un peu plus loin.

32. Théorème. — « Toute variété primordiale est à deux dimensions, » c'est-à-dire comprend ∞^2 éléments. » Il est évident que, grâce à la dualité ou à la substitution d'échange ε (nº **8**) et aux explications du nº **13**, il est licite de supposer que la variété primordiale envisagée est, par exemple, $\mathfrak{L}_u$, afférente au plan u. Nommons ρ le nombre des dimensions de $\mathfrak{L}_u$. Je vais montrer que $\rho = 2$.

D'abord : « ρ ne peut dépasser 2 », car il n'y a que ∞^2 éléments $(x, \underline{u})$ adhérents au plan u; ces ∞^2 éléments n'ont que ∞^2 images.

En second lieu, « ρ ne peut être inférieur à 2 ». Montrons que l'égalité $\rho = 1$ est absurde. Prenons les coordonnées non homogènes et les notations



du nº **14**. Soient x', y', z', p', q' les coordonnées de l'image (y, v). On aura

$$(0)\qquad \left\{\begin{matrix} x' = X(x, y, z, p, q & p' = P(\ldots) \\ y' = Y(\ldots) & q' = Q(\ldots) \\ z' = Z(\ldots) & \end{matrix}\right\}.$$

Pour avoir $\mathfrak{L}_u$, il suffit évidemment de traiter dans le système (0) p et q comme des paramètres donnés. $\mathfrak{L}_u$ sera, quand x, y, z varient, représentée par les équations

$$(1)\qquad \left\{\begin{matrix} x' = X(x, y, z, \underline{p}, \underline{q}) \\ y' = Y(x, y, z, \underline{p}, \underline{q}) \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \end{matrix}\right\}.$$

Comme on a, l'élément (x, u) devant être adhérent au plan u,

$$dz = pdx + qdy,$$

il y aura, pour l'élément $(x', \ldots, q')$, *deux* directions d'avancement linéairement indépendantes sur $\mathfrak{L}_u$. Ces deux directions seront fournies par les relations différentielles

$$(2)\qquad \left\{\begin{matrix} dx' = dx \left\{ \dfrac{\partial X}{\partial x} + p \dfrac{\partial X}{\partial z} \right\} + dy \left\{ \dfrac{\partial X}{\partial y} + q \dfrac{\partial X}{\partial z} \right\} \\ dy' = \ldots \\ \ldots \qquad \ldots\ldots \end{matrix}\right\}.$$

Si $\mathfrak{L}_u$ est à une dimension, il ne doit y avoir qu'une seule direction d'avancement pour l'élément-image. Cela exige

$$\alpha \left\{ \frac{\partial X}{\partial x} + p \frac{\partial X}{\partial z} \right\} + \beta \left\{ \frac{\partial X}{\partial y} + q \frac{\partial X}{\partial z} \right\} = 0,$$

$$\alpha \left\{ \frac{\partial Y}{\partial x} + p \frac{\partial Y}{\partial z} \right\} + \beta \left\{ \frac{\partial Y}{\partial y} + q \frac{\partial Y}{\partial z} \right\} = 0,$$

$$\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots$$

ou encore

$$\alpha \frac{\partial X}{\partial x} + \beta \frac{\partial X}{\partial y} + (\alpha p + \beta q) \frac{\partial X}{\partial z} = 0.$$

$$\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots$$

Comme on n'a pas $\alpha = \beta = \alpha p + \beta q = 0$, la matrice

$$(3) \qquad \begin{Vmatrix} \frac{\partial X}{\partial x} & \frac{\partial X}{\partial y} & \frac{\partial X}{\partial x} \\ \frac{\partial Y}{\partial x} & \frac{\partial Y}{\partial y} & \frac{\partial Y}{\partial z} \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{Vmatrix} = 0$$

pour tout point du plan u. Mais alors, pour tout point du plan u, le jacobien

$$J = \frac{\partial(X, Y, Z, P, Q)}{\partial(x, y, z, p, q)} = 0.$$

Comme u est quelconque, les valeurs attribuées aux paramètres p et q sont quelconques et $J \equiv 0$. Cela est absurde en vertu du n° **14**.

Pareillement, le nombre ρ des dimensions de $\mathfrak{T}_u$ ne peut être zéro. En effet, alors le système (2) doit fournir

$$dx' = dy' = dz' = dp' = dq' = 0,$$

c'est-à-dire

$$\begin{matrix} \frac{\partial X}{\partial x} + p\frac{\partial X}{\partial z} = \frac{\partial X}{\partial y} + q\frac{\partial X}{\partial z} = 0. \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \end{matrix}$$

La matrice (3) est encore nulle et encore $J \equiv 0$.

En résumé, les deux hypothèses $\rho < 2$, $\rho > 2$ sont à rejeter; donc

$$\rho = 2.$$

C. Q. F. D.

33. Une objection peut être faite à la partie de la démonstration précédente où l'on établit que ρ ne peut dépasser 2.

Le plan u, parmi ses éléments adhérents, peut compter un, ou plusieurs, ou même un nombre infini d'éléments fondamentaux tels que $(x_0, \underline{u})$. Quand $(x, \underline{u})$ tend vers $(x_0, \underline{u})$ de toutes les façons possibles (c'est-à-dire quand le point x tend vers le point x_0 par tous les itinéraires possibles, sans toutefois sortir du plan u), l'élément-image (y, v) parcourt une portion R_τ, à τ dimen-

sions, de la variété fondamentale, afférente à l'élément fondamental (x_0, u). R_τ est située sur la variété primordiale P_u.

Or, « il n'est pas évident que τ ne peut dépasser 2 ». Même « il peut » y avoir sur u, ∞, ou ∞^2, ... éléments fondamentaux et autant de » figures R_τ ».

Il s'agit de lever l'objection.

34. Reprenons les formules du n° **32** et faisons-y, ce qui ne restreint pas la généralité, $p = q = 0$, d'où $z = 0$. Mettant en évidence les dénominateurs, on écrira

$$X = X_1(x, y) : X_0(x, y),$$
$$Y = Y_1(x, y) : Y_0(x, y),$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots$$

X_1, X_0, Y_1, Y_0, ... étant des polynômes; X_1 sera supposé premier avec X_0, etc.

Pour qu'un élément (ξ, u) soit fondamental, il faut qu'au point ξ une au moins des cinq fractions rationnelles X, ..., Q, en x et y, prenne la forme $\frac{0}{0}$. Or, comme X_1 et X_0 sont premiers entre eux, les deux courbes $X_1 = 0$ et $X_0 = 0$, par exemple, n'ont qu'un nombre fini de points communs.

Ainsi : « il n'y aura, parmi les éléments adhérents à u, qu'un nombre » fini *au plus* d'éléments fondamentaux ».

Soit (ξ, u) un pareil élément fondamental. Appliquons, pour construire la portion R_τ (n° **33**) de la variété fondamentale afférente à (ξ, u), le procédé d'Autonne (n° **28**). Il n'y a plus que *deux* variables, x et y, analogues aux t_i, $r = 2$; la figure Ω est à une dimension au plus (n° **29**). Par conséquent R_τ coïncide avec Ω et « τ ne peut dépasser l'unité ».

Ainsi « la présence, sur la primordiale $\mathfrak{P}_u$, de variétés R_τ ne peut porter » à plus de 2 le nombre des dimensions de $\mathfrak{P}_u$ ». En effet, $\tau = 0$ ou 1, et il n'y a qu'un nombre fini de variétés R_τ. En résumé, « ρ ne peut dépasser 2 », et l'objection faite au n° **32** est levée.

35. L'importance des primordiales pour la classification et la construction des crémoniennes résulte de la proposition suivante :

Théorème. — « Si, à un même plan u (ou point x) quelconque dans



» l'espace, correspond la même primordiale $\mathfrak{L}_u$ (ou $\mathfrak{L}_x$), en vertu de deux » crémoniennes s et s', ces deux crémoniennes ne sont pas distinctes, et » $s = s'$ ».

La démonstration est fondée sur plusieurs lemmes que nous allons énumérer.

Lemme premier : « Toute crémonienne qui laisse fixe un point (ou un plan) quelconque de l'espace, se réduit à la substitution unité $(y, v) = (x, u)$. »

Ce lemme sera établi plus loin (nº **69** du chapitre VI de la présente partie).

Lemme deuxième : « Soit dans un espace U la crémonienne s. Si l'on » transforme U par une crémonienne t, s devient $t^{-1}st$. »

$t^{-1}st$ est, pour employer la terminologie bien connue de M. Jordan, la transformée de s par t.

En effet, on a $(y, v) = s[(x, u)]$. Transformons U par t, (x, u) devient $t[(x, u)]$ et (y, v) devient $t[(y, v)]$. Ensuite

$$t[(y, v)] = st[(x, u)], \qquad (y, v) = t^{-1}st[(x, u)].$$

C. Q. F. D.

Lemme troisième : « Soit $\mathfrak{L}_x$ la primordiale du point quelconque x dans » la crémonienne s. Si une crémonienne t laisse fixe chacune des ∞^3 variétés » $\mathfrak{L}_x$ (pour les ∞^3 points x), alors $t = 1$. »

Transformons tout l'espace par la crémonienne s^{-1}; les ∞^2 éléments de $\mathfrak{L}_x$ deviennent les ∞^2 éléments adhérents à x. t qui laisse immobile $\mathfrak{L}_x$ échange entre eux les ∞^2 éléments de $\mathfrak{L}_x$. Par l'effet de s^{-1}, t devient (lemme deuxième) sts^{-1} et doit échanger entre eux les ∞^2 éléments adhérents à x. Donc sts^{-1} laisse immobile le point x et (lemme premier) $sts^{-1} = 1$, $t = 1$.

C. Q. F. D.

Revenons maintenant à la démonstration du théorème.

Par hypothèse, $s[(x, u)]$ et $s'[(x, u)]$ parcourent tous les deux la même primordiale $\mathfrak{L}_x$. Soit (y, v) un élément quelconque de $\mathfrak{L}_x$, $s^{-1}[(y, v)]$ adhère par définition à x et $s's^{-1}[(y, v)]$ est situé sur $\mathfrak{L}_x$.

Ainsi $s's^{-1}$ ne fait qu'échanger entre eux les ∞^2 éléments de $\mathfrak{L}_x$ et laisse $\mathfrak{L}_x$ immobile; donc (lemme troisième) $s's^{-1} = 1$, $s' = s$.

C. Q. F. D.

36. Pour construire une crémonienne s, on pourra donc partir d'une quelconque de ses primordiales. C'est ce que je ferai dans les chapitres suivants.

$\mathfrak{L}_u$, par exemple, contient ∞^2 éléments (nº **32**), mais, comme on l'établit plus loin (chapitres IV et V), $\mathfrak{L}_u$ est susceptible de plusieurs natures géométriques différentes.

$\mathfrak{L}_u$ peut être constituée :

I. par les ∞^2 éléments adhérents à une surface (∞^2 points et ∞^2 plans) non développable;

II. par les ∞^2 éléments adhérents à une courbe (∞ points et ∞^2 plans);

III. par les ∞^2 éléments adhérents à une surface développable (∞^2 points et ∞ plans);

IV. par les ∞^2 éléments adhérents à une droite (∞ points et ∞ plans);

V. par les ∞^2 éléments adhérents à un plan (∞^2 points);

VI. par les ∞^2 éléments adhérents à un point (∞^2 plans).

Les cas II et III, V et VI se correspondent dualistiquement; les cas I et IV se correspondent dualistiquement à eux-mêmes.

La distinction des six types précédents dépend de l'évanouissement ou du non-évanouissement de certaines des matrices $\{\varphi\}$, $\{\psi\}$, ... étudiées au chapitre II.

37. La crémonienne s et son inverse s^{-1} étant définies par les relations (1) et (2) du nº **1**, savoir :

$$y_i\varphi_0(x; u) = \varphi_i(x; u) \qquad x_i\theta_0(y; v) = \theta_i(y; v)$$
$$v_i\psi_0(x; u) = \psi_i(x; u) \qquad u_i\eta_0(y; v) = \eta_i(y; v),$$

la primordiale $\mathfrak{L}_u$, par exemple, du plan u, dans la crémonienne s, est définie par les équations

$$(0) \qquad \left\{ \begin{array}{c} y_i\varphi_0(x; \underline{u}) = \varphi_i(x; \underline{u}) \\ v_i\psi_0(x; \underline{u}) = \psi_i(x; \underline{u}) \\ \sum_i x_i\underline{u}_i = 0 \end{array} \right\}.$$

Réciproquement, si (y, v) est sur $\mathfrak{L}_u$, les coordonnées x_i du point x sur u sont exprimées rationnellement par

$$x_i \theta_0 = \theta_i.$$

Les y_i et les v_i de l'élément (y, v) de $\mathfrak{L}_u$ sont liées par les relations

$$\frac{y_1}{u_1} = \frac{y_2}{u_2} = \cdots, \qquad \Sigma yv = 0.$$

La discussion détaillée du système (0) est la matière des chapitres suivants.

On s'aperçoit aisément de la parenté étroite qui existe entre les présentes théories et celles du chapitre IV de la précédente première partie.

Les variétés à deux dimensions, constituées par les ∞^2 éléments adhérents à un point ou à un plan, sont évidemment des « variétés intégrales ». En vertu de la condition de contact, c'est-à-dire de la définition même de la crémonienne s, les variétés primordiales sont aussi des variétés intégrales.

Il n'y a donc rien d'étonnant à ce que les six types de $\mathfrak{P}_x$ ou $\mathfrak{P}_u$ coïncident avec les six types des variétés C_2 du chapitre IV de la première partie.

CHAPITRE IV.

SURFACE PRIMORDIALE; COURBE OU DÉVELOPPABLE PRIMORDIALE.

38. Nous allons construire la variété primordiale $\mathfrak{L}_u$ de s. Les coordonnées de l'élément courant (y, v) sur $\mathfrak{L}_u$ sont fournies par le système (0) du n° **37**, savoir

$$(0)\quad \begin{cases} y_i\varphi_0\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & \underline{u} \end{pmatrix} = \varphi_i\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & \underline{u} \end{pmatrix} \\ v_i\psi_0\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & \underline{u} \end{pmatrix} = \psi_i\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & \underline{u} \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\sum_i x_i u_i = 0$$

quand le point x parcourt le plan u.

Je supposerai pour commencer

$$\}\varphi\{ \pm 0 \qquad \text{et} \qquad \}\psi\{ \pm 0.$$

Les cinq déterminants Φ et $\Phi_i = \Sigma u_j \Phi_{ij}$ étudiés au chapitre II ne sont pas tous zéro.

39. Prenons sur u des coordonnées linéaires homogènes planes ξ_k $(k = 1, 2, 3)$ définies par

$$\xi_k = \sum_j c_{kj} x_j \qquad\qquad (c_{kj} = \text{c}^{\text{te}}).$$

Ces équations, jointes à $\Sigma x_j u_j = 0$, $\Sigma e_j x_j = 1$, donnent les x_j en fonction des ξ_k. Alors les y_i deviennent proportionnelles à des formes ternaires en ξ_k et l'on voit que « le lieu du point y est une *surface primordiale* P_u ». P_u est unicursale et a ses points rapportés birationnellement aux points de u.

Je dis que P_u est une véritable surface et ne peut se réduire à une courbe. En effet, différentions (0) du n° **38**,

$$y_i d\varphi_0 + \varphi_0 dy_i = d\varphi_i,$$
$$\varphi_i d\varphi_0 + \varphi_0^2 dy_i = \varphi_0 d\varphi_i$$

et

(1) $$d\varphi_0 \sum_i \varphi_i \Phi_i + \varphi_0^2 \sum_i \Phi_i dy_i = \varphi_0 \sum_i \Phi_i d\varphi_i.$$

Or

$$\sum_i \varphi_i \Phi_i = \frac{1}{m} \sum_{ijk} \Phi_{ij} u_j \varphi_{ik} x_k = \frac{1}{m} \sum_{jk} x_k u_j \sum_i \Phi_{ij} \varphi_{ik} = \frac{\Phi}{m} \sum_i x_i u_i = 0$$

pour $i, j, k = 1, 2, 3, 4$ et, eu égard au théorème d'Euler,

$$m\varphi_i = \sum_k \varphi_{ik} x_k.$$

Pareillement

$$\sum_i \Phi_i d\varphi_i = \sum_{ijk} \Phi_{ik} \varphi_{ij} u_k dx_j = \sum_{jk} u_k dx_j \sum_i \Phi_{ik} \varphi_{ij} = \Phi \sum_i u_j dx_j = 0,$$

puisque x se meut sur le plan u.

La relation (1) se réduit à

$$\sum_i \Phi_i dy_i = 0.$$

Il y a sur P_u deux directions d'avancement linéairement indépendantes pour y et P_u est une vraie surface.

40. Le plan tangent à P_u en y a Φ_i comme coordonnées. Puisque $\{\varphi\} \pm 0$, Φ_i est proportionnelle à ψ_i en vertu de la condition de contact (n° **25**), c'est-à-dire proportionnelle à v_i. Ainsi le « plan tangent est v; l'élément (y, v) adhère à P_u ».

Par un raisonnement analogue, on verra que le plan v a deux directions d'avancement, en vertu de $\{\psi\} \pm 0$, linéairement indépendantes.

La surface P_u, qui a déjà ∞^2 points y, a aussi ∞^2 plans tangents v et *n'est pas développable.*

En vertu des équations

$$v_i \psi_0(x;\, \underline{u}) = \psi_i(x;\, \underline{u}),$$

le plan v enveloppe une certaine surface qui est précisément P_u; le point de contact est y.

Ainsi « quand $\{\varphi\} \pm 0$, $\{\psi\} \pm 0$, la primordiale $\mathfrak{L}_u$ appartient au type I

» du nº **36** ». On a *une surface primordiale* P_u; $\mathfrak{T}_u$ est constituée par les ∞^2 éléments adhérents à P_u; il y a ∞^2 points et ∞^2 plans.

41. Je vais chercher l'équation de P_u; elle s'obtient évidemment en annulant une forme quaternaire $\mathcal{F}(y; \underline{u})$ en y_i, dont les coefficients sont fonctions des u_i.

Traitons les y_i et les u_i comme des paramètres, les x_i comme des coordonnées courantes, et envisageons les quatre surfaces

$$(0) \qquad \left\{ \begin{array}{c} \dfrac{\varphi_1(x;u)}{y_1} = \dfrac{\varphi_2(x;u)}{y_2} = \dfrac{\varphi_3(x;u)}{y_3} = \dfrac{\varphi_4(x;u)}{y_4} \\ \sum_i x_i u_i = 0 \end{array} \right\}.$$

Soit $F(y; u) = 0$ la condition pour que les quatre surfaces aient au moins un point commun. F sera une forme biquaternaire et sera le résultant des quatre équations (0) par rapport aux inconnues x_i.

Nommons P'_u la surface $F(y; \underline{u}) = 0$.

Quelles sont les relations mutuelles des deux surfaces P_u et P'_u?

« Tout point y de P_u est aussi sur P'_u. » En effet, soit x le point de u dont y est l'image; x devra appartenir aux quatre surfaces (0); elles devront avoir au moins un point commun et le résultant $F(y; u) = 0$. Ainsi y est sur P'_u.

Réciproquement, « tout point y de P'_u est aussi sur P_u ». En effet, si, pour y, $F = 0$, les quatre surfaces (0) auront au moins un point x commun; l'image de x sera sur P_u et sera précisément y.

La conséquence est celle-ci : « les facteurs irréductibles de $F(y; \underline{u})$ et » de $\mathcal{F}(y; \underline{u})$ sont les mêmes ». On a

$$\left. \begin{array}{l} F = Q^{\alpha} Q'^{\alpha'} Q''^{\alpha''} \ldots\ldots \\ \mathcal{F} = Q^{\beta} Q'^{\beta'} Q''^{\beta''} \ldots\ldots \end{array} \right\} \alpha, \alpha', \ldots, \beta, \beta', \ldots = \text{entiers positifs},$$

où les Q désignent des formes quaternaires irréductibles en y_i, à coefficients fonctions des u_i.

Admettons provisoirement, ce que je démontrerai tout à l'heure, que la



surface primordiale est indécomposable. Il n'y aura qu'un seul facteur Q et il viendra

$$\mathcal{F} = Q, \qquad F = Q^{\alpha}.$$

F s'obtient par des procédés purement rationnels. Soient K_i quatre constantes arbitraires ; on aura

$$\Delta F = \sum_i K_i \frac{\partial F}{\partial y_i} = \alpha Q^{\alpha-1} \sum_i K_i \frac{\partial Q}{\partial y_i}.$$

On formera, ce qui n'exige encore que des procédés purement rationnels, le plus grand commun diviseur $Q^{\alpha-1} = D$ de F et de ΔF. Q, c'est-à-dire $\mathcal{F}$, sera le quotient F : D. Ainsi : « l'équation $Q = 0$ ou $\mathcal{F} = 0$ de la surface » primordiale P_u s'obtient par des procédés purement rationnels ».

En d'autres termes, si on élimine les x_i entre les quatre équations

$$\sum_i u_i x_i = 0 \qquad \frac{\varphi_1(x\,;\,u)}{y_1} = \dots = \frac{\varphi_4(x\,;\,u)}{y_4},$$

on obtient l'équation de la surface primordiale P_u *comptée une ou plusieurs fois* (α fois).

42. Reste à montrer que P_u est indécomposable.

Nommons point *fondamental* x_0 de u, tout point x_0 tel que l'élément (x_0, u) soit fondamental pour la crémonienne s. J'ai démontré au n° **34** :

que les points x_0 étaient en nombre fini ;

que l'image d'un point x_0 était, sur la variété primordiale $\mathfrak{P}_u$, une variété à une dimension, au plus.

Sur la surface P_u, cette variété est ou un élément adhérent ou la variété formée par les ∞ éléments, constitués par les points d'une courbe tracée sur P_u et les plans tangents en ces points.

Cela posé, je vais établir que P_u ne peut comprendre deux surfaces indécomposables T et T′ distinctes ou confondues.

Soit y le point-image du point x de u. Lorsque y parcourt toute la sur-



face T, trois hypothèses seulement sont à faire pour les déplacements de x :

1° x occupe sur le plan u un nombre fini de positions ξ;

2° x parcourt sur u une courbe g, indécomposable ou non;

3° x parcourt tout le plan u.

Algébriquement, cela veut dire ceci : Dans le système

$$\frac{\varphi_1(x, u)}{y_1} = \dots = \frac{\varphi_4(x; u)}{y_4} \qquad \Sigma xu = 0$$

des quatre équations en x_i, quand les paramètres y sont liés par l'équation de la surface T, les solutions x_i sont liées par deux, une, aucune relations.

La première hypothèse est à rejeter, car un au moins des points ξ devrait être fondamental et admettre pour image la surface T tout entière, figure à *deux* dimensions. Cela est absurde (n° **34**).

La seconde hypothèse est à rejeter aussi. Comme il y a ∞^2 points sur la surface T et seulement ∞ sur la courbe g, il y aurait sur g ∞ points fondamentaux; cela est absurde (n° **34**).

La troisième hypothèse est seule admissible. Quand y parcourt T, x parcourt tout le plan u.

De même quand y parcourt T′, x parcourt aussi tout le plan u.

Soit maintenant un point *quelconque* x de u. x aurait *deux* images, l'une sur T, l'autre sur T′; elles seraient distinctes, si T et T′ le sont, confondues, si T et T′ le sont.

L'image de x doit être unique et la surface primordiale P_u ne peut être qu'indécomposable. C. Q. F. D.

43. En opérant sur les φ_i par les procédés qui viennent d'être indiqués (n° **41**), on obtient l'équation de P_u en coordonnées-points y_i. Opérant sur les ψ_i, on a l'équation de P_u en coordonnées-plans v_i.

Pareillement si $\{\varphi'\} \pm 0$, $\{\psi'\} \pm 0$, il y aura une surface primordiale P_x afférente à x. P_x sera définie en coordonnées-points et en coordonnées-plans par les deux équations

$$f(y; \underline{x}) = 0 \qquad F(v; \underline{x}) = 0.$$

En vertu de ce qui précède, v_i sera proportionnelle à $\frac{\partial f}{\partial y_i}$ et y_i à $\frac{\partial F}{\partial v_i}$.



Quand u tourne autour de x, on voit, par ce qui précède, que (y, v) coïncide successivement avec tous les éléments adhérents à P_x; notamment y parcourt P_x tout entière.

Lorsque, réciproquement, le plan v tourne autour de y, l'élément $(x, u) = s^{-1}[(y, v)]$ décrit la primordiale afférente à y dans la crémonienne s^{-1}. x se meut sur la surface $f(\underline{y}; x) = 0$, mais il n'est pas évident que x parcoure cette surface tout entière.

44. Je passe maintenant, dans la discussion du système

$$(0) \qquad \left\{ \begin{array}{l} y_i\varphi_0(x;\underline{u}) = \varphi_i(x;\underline{u}) \\ v_i\psi_0(x;\underline{u}) = \psi_i(x;\underline{u}) \end{array} \right\},$$

au cas $\{\varphi\} = 0$, $\{\psi\} \pm 0$.

Alors (n° **21**)

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + \varepsilon_i u_j, \qquad m\varphi_i = \sum_j \varphi_{ij} x_j = p_i \Sigma P x + q_i \Sigma Q x,$$
$$d\varphi_i = \Sigma \varphi_{ij} dx_j = p_i \Sigma P dx + q_i \Sigma Q dx$$

sous le bénéfice du théorème d'Euler et des relations $\Sigma \underline{u} x = \Sigma \underline{u} dx = 0$.

Différentions (0) et posons $p_0 = \sum_i e_i p_i$, $q_0 = \sum_i e_i q_i$. Il viendra

$$\varphi_0^2 dy_i = \begin{vmatrix} d\varphi_i & \varphi_i \\ d\varphi_0 & \varphi_0 \end{vmatrix} = \frac{1}{m} \begin{vmatrix} p_i\Sigma P dx + q_i \Sigma Q dx & p_i \Sigma P x + q_i \Sigma Q x \\ p_0 \Sigma P dx + q_0 \Sigma Q dx & p_0 \Sigma P x + q_0 \Sigma Q x \end{vmatrix}$$
$$= \frac{1}{m} \begin{vmatrix} p_i & q \\ p_0 & q \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Sigma P dx & \Sigma Q dx \\ \Sigma P x & \Sigma Q x \end{vmatrix}.$$

Quand x parcourt u, il n'y a pour y qu'une seule direction d'avancement, donc y parcourt une *courbe primordiale* Γ_u. Les six déterminants

$$(pq)_{ij} = \begin{vmatrix} p_i & q_i \\ p_j & q_j \end{vmatrix}$$

sont les six coordonnées-points de la tangente à Γ_u.

La condition de contact (n° **24**) $\sum_i \psi_i d\varphi_i = 0$ devient ici

$$\sum_{ij} \psi_i \varphi_{ij} dx_j = \sum_{ij} \psi_i dx_j (p_i P_j + q_i Q_j + \varepsilon_i u_j) = (\Sigma P dx)(\sum_i \psi_i p_i) + (\Sigma Q dx)(\sum_i \psi_i q_i) = 0.$$

Or $\sum_i \psi_i \varphi_i = 0$, c'est-à-dire

$$(\Sigma \mathrm{P}x)(\sum_i \psi_i p_i) + (\Sigma \mathrm{Q}x)(\Sigma \psi_i q_i) = 0$$

On ne peut avoir, quelles que soient les dx_i,

$$\delta = \begin{vmatrix} \Sigma \mathrm{P}dx & \Sigma \mathrm{Q}dx \\ \Sigma \mathrm{P}x & \Sigma \mathrm{Q}x \end{vmatrix} = 0,$$

car alors $dy_i = 0$. De plus, la relation $\delta = 0$ exprime que la droite des deux plans P et Q (ayant les P_i et Q_i pour coordonnées) rencontre constamment la droite $\overline{x, x + dx}$. Cette dernière, quand les dx_i changent, tourne, dans le plan u, autour du point x, sans cesser de rencontrer la droite $\overline{\mathrm{PQ}}$. Donc ou bien les trois plans P, Q et u se coupent en x et alors $\Sigma \mathrm{P}x = \Sigma \mathrm{Q}x = 0$, $m\varphi_i = p_i \Sigma \mathrm{P}x + q_i \Sigma \mathrm{Q}x = 0$ (n° **44**), ce qui est absurde, ou bien $\overline{\mathrm{PQ}}$ est dans le plan u et l'on a

$$\mathrm{Q}_j = \alpha \mathrm{P}_j + \gamma u_j \qquad \varphi_{ij} = \mathrm{P}_j(p_i + \alpha q_i) + u_j(\varepsilon_i + \gamma q_i),$$

c'est-à-dire que (n° **22**) la matrice $\{\varphi\}$ à tous les premiers mineurs nuls dans ses cinq déterminants. C'est un cas particulier dont nous réservons la discussion pour plus tard (chapitre VI).

Ainsi $\delta \pm 0$ et, par conséquent, en vertu de la condition de contact,

$$\Sigma p \psi = \Sigma q \psi = 0,$$

c'est-à-dire

$$\Sigma p v = \Sigma q v = 0;$$

» le plan v passe par la tangente à la courbe primordiale Γ_u ».

45. La variété primordiale $\mathfrak{P}_u$ doit avoir ∞^2 éléments (n° **32**). Il n'existe que ∞ points y; il doit exister ∞^2 plans v. Ces plans sont évidemment adhérents à la courbe primordiale Γ_u. $\mathfrak{P}_u$ appartient au type II du n° **36**.

Si, au lieu d'avoir $\{\varphi\} = 0$ et $\{\psi\} \pm 0$, on avait eu $\{\varphi\} \pm 0$, $\{\psi\} = 0$, alors $\mathfrak{P}_u$ aurait été du type III du n° **36**. Il y aurait eu ∞^2 points y, les ∞^2 points d'une *développable primordiale* Π_u, et ∞ plans v, les ∞ plans tangents à la développable Π_u.



46. Reprenons les coordonnées rectilignes ξ homogènes du plan u, définies, comme au n° **39**, par le système

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_k = \sum_j c_{kj} x_j \\ 0 = \sum_j u_j x_j \end{array} \right\} \qquad (k = 1, 2, 3)$$

d'où

$$U x_j = \sum_k \xi_k \frac{\partial U}{\partial c_{kj}}$$

$$U = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{vmatrix}.$$

Alors l'expression différentielle

$$\delta = \begin{vmatrix} \Sigma P dx & \Sigma Q dx \\ \Sigma P x & \Sigma Q x \end{vmatrix}$$

du n° **44** devient (les X_1, ..., étant rationnelles)

$$X = X_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3)(\xi_2 d\xi_3 - \xi_3 d\xi_2) + t \ldots = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \\ d\xi_1 & d\xi_2 & \xi d_3 \end{vmatrix}.$$

L'équation différentielle $X = 0$ définit sur le plan u un système Ξ de ∞ courbes Y. Comme on sait, par *tout* point x de u passe une, et une seule, courbe Y; il n'y a exception que pour un nombre fini de points *critiques,* par lesquels passent plusieurs ou ∞ courbes Y.

Tout cela est maintenant bien connu, grâce aux recherches récentes de plusieurs géomètres (MM. Poincaré, Painlevé, Autonne, ...), que l'on trouvera résumées dans le grand ouvrage de M. Painlevé sur les équations différentielles (Paris, 1897; Hermann, éditeur).

47. Prenons un point quelconque x sur u, et soit Y_x la courbe du système Ξ qui passe par x. x a sur la courbe primordiale Γ_u pour image un point y et il vient (n° **44**)

$$\varphi_0^2 dy_i = \begin{vmatrix} p_i & q_i \\ p_0 & q_0 \end{vmatrix} \delta.$$

Si l'on se meut sur la courbe Y_x, on a constamment $\partial = X = 0$, c'est-à-dire $dy_i = 0$, y_i reste fixe et « tous les points d'une même courbe Y ont, » sur Γ_u, même point-image y ».

Je désignerai par Y_y la courbe Y, dont tous les points ont y pour image. Quand y parcourt Γ_u, Y_y balaie le plan u. Lorsque x parcourt Y_y, y reste fixe; v ne peut rester fixe, car alors la variété primordiale $\mathfrak{X}_u$ n'aurait plus ∞^2 éléments; comme v doit passer par la tangente t_y à Γ_u en y (n° **44** *in fine*), « v tourne autour de t_y quand x parcourt Y_y ».

La crémonienne s^{-1} étant définie par le système

$$(0) \qquad \left\{ \begin{array}{l} x_i \theta_0 \begin{pmatrix} p & p' \\ y; & v \end{pmatrix} = \theta_i \begin{pmatrix} p & p' \\ y; & v \end{pmatrix} \\ u_i \eta_0 \begin{pmatrix} q & q' \\ y; & v \end{pmatrix} = \eta_i \begin{pmatrix} q & q' \\ y; & v \end{pmatrix} \end{array} \right\},$$

je dis que « Y_y est une courbe unicursale de degré p' ».

En effet, comme v tourne autour de t_y quand x parcourt Y_y, on peut poser $v_i = \lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2$, $\lambda_1 : \lambda_2 =$ paramètre variable et α_1 et α_2 ne dépendant que de u et du point y sur Γ_u. En vertu de (0), les coordonnées du point courant sur Y_y deviennent des formes binaires d'ordre p' en λ_1 et λ_2, ce qui démontre la proposition.

48. Si, au lieu d'avoir une courbe primordiale Γ_u, on avait une développable primordiale Π_u (n° **45**), voici ce qui se passerait : il y aurait encore sur u un système de ∞ courbes unicursales de degré p; lorsque x parcourt une pareille courbe, v reste fixe et y parcourt une génératrice rectiligne de la développable.

49. Dans l'appendice du présent travail, j'étends à un espace à N dimensions le théorème démontré par Lüroth (*Mathematische Annalen*, t. **IX**) sur la représentation paramétrique des coordonnées d'un point sur une courbe unicursale plane.



Dans le cas de l'espace ordinaire $N = 3$, la proposition (que j'aurai immédiatement à appliquer) consiste en ce qui suit :

Soit la courbe unicursale C définie par les équations

$$(0') \qquad \left\{ \begin{array}{l} \alpha y_i = f_i(\tau) \quad f_i = \text{polynôme en } \tau \\ \alpha = \text{facteur de proportionnalité} \end{array} \right\}.$$

Si à un point *quelconque* y de C correspond plus d'une valeur du paramètre τ, on peut toujours, *par des opérations purement rationnelles*, obtenir :

d'abord un second paramètre t, fraction rationnelle en τ,

ensuite une expression $\chi(y) : \chi_0(y)$, où les χ sont deux formes quaternaires, de même degré, en y_i,

de façon à ce que les propriétés ci-après existent :

1° La courbe C est représentée par le système (0) analogue à (0′)

$$(0) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \beta y_i = F_i(t), \ F_i = \text{polynôme en } t \\ \beta = \text{facteur de proportionnalité} \end{array} \right\},$$

mais à un point y correspond *une seule* valeur du paramètre t;

2° Le faisceau de surfaces $t = \chi : \chi_0$ coupe C en *un seul* point y mobile avec t; les coordonnées y_i de y sont précisément fournies par le système (0).

Pour abréger le langage, je dirai que t est la *variable de Lüroth*.

Cela posé, revenons à la courbe primordiale Γ_u.

50. Théorème. — « Γ_u est unicursale. » Les y_i restant fixes quand x voyage sur la courbe Y_y, il suffit, pour obtenir les y_i, de les calculer en plaçant x à l'intersection de Y_y avec une droite quelconque h de u, c'est-à-dire en faisant voyager x sur h. Mais, sur h, on a $x_i = a_i\tau + b_i$, où τ est un paramètre, les a_i et les b_i des constantes avec $\Sigma ua = \Sigma ub = 0$. Alors les coordonnées y_i du point y sur Γ_u sont fournies par le système

$$\begin{aligned} y_i = \varphi_i(x; u) : \varphi_0(x; u) &= \varphi_i(a\tau + b; u) : \varphi_0(a\tau + b; u) \\ &= f_i(\tau; u) : f_0(\tau; u), \quad f_i = \text{polynôme en } \tau, \end{aligned}$$

ce qui établit le théorème.



En général, τ ne sera pas une *variable de Lüroth* (n° **49**). En effet, Y_y coupe la droite h en plusieurs points, dont chacun fournit une valeur différente pour τ.

Appliquons la proposition énoncée au n° **49** et construisons la variable de Lüroth t. Cela, comme on l'a vu, n'exige que des opérations rationnelles sur les f_i, c'est-à-dire aussi sur les u_i.

On aura donc un faisceau de surfaces $t = \chi(y; u) : \chi_0(y; u)$, où les χ sont des formes biquaternaires de mêmes dimensions en y_i, ou en u_i. La surface $t = \chi : \chi$ coupera Γ_u en un seul point y, dont les coordonnées seront proportionnelles à des polynômes $F_i(t; u)$, lesquels sont aussi des formes quaternaires de même degré en u_i. Enfin, on peut, dans les χ, remplacer les y_i par les φ_i. Alors t devient

$$t = \frac{\varpi(x; u)}{\varpi_0(x; u)},$$

c'est-à-dire une fraction rationnelle de degré zéro en x_i ou u_i.

Les surfaces $t = \varpi(x; u) : \varpi_0(x, u) = \mathrm{c}^{\mathrm{te}}$ découpent sur le plan u un faisceau de courbes, lequel n'est pas distinct du faisceau Ξ introduit au n° **46**. Si, dans l'expression différentielle $dt = d\,\frac{\varpi}{\varpi_0}$, on introduit les variables ξ_k du n° **46**, dt ne diffère de l'expression X du n° **46** que par un facteur indépendant des $d\xi_k$, $k = 1, 2, 3$.

J'établis plus loin (n° **82**) que le faisceau Ξ est constitué par des droites qui rayonnent autour d'un point.

51. Toute la présente discussion, à partir du n° **44**, du cas $\{\varphi\} = 0$, conduit au résultat suivant : « Si $\{\varphi\} = 0$, les quatre expressions $\varphi_i(x; \underline{u})$ » sont proportionnelles à des formes binaires par rapport aux deux » variables ϖ et ϖ_0, les coefficients de ces formes binaires étant des formes » quaternaires en u_i. »

Les $y_i = \varphi_i(x; \underline{u}) : \varphi_0(x; \underline{u})$ ne dépendent que d'une seule variable t ou $\varpi : \varpi_0$. Voilà pourquoi, quand x parcourt u tout entier, y parcourt seulement une courbe, la courbe primordiale Γ_u.



52. Cherchons non plus la *représentation paramétrique* mais bien les équations de la courbe Γ_u. On peut, en vertu de ce qui précède et les f_i étant des polynômes, écrire, au lieu de $y_i\varphi_0 = \varphi_i$, le système

$$(0) \qquad \frac{f_1(t;\, u)}{y_1} = \frac{f_2(t;\, u)}{y_2} = \frac{f_3(t;\, u)}{y_3} = \frac{f_4(t;\, u)}{y_4}.$$

Soient $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ une combinaison quelconque de quatre nombres 1, 2, 3, 4 et le système de deux équations en t

$$(\delta) \qquad f_\alpha : y_\alpha = f_\beta : y_\beta = f_\gamma : y_\gamma.$$

L'élimination de l'inconnue t fournira l'équation suivante rendue entière

$$Q_\delta(y;\, u) = 0, \qquad \text{où} \qquad \frac{\partial Q_\delta}{\partial y_\delta} = 0,$$

puisque les f sont des polynômes en t et des formes quaternaires en u_i.

Envisageons les quatre équations $Q_j(y;\, \underline{u}) = 0$, $j = 1, 2, 3, 4$. Les quatre surfaces $Q_j(y;\, \underline{u}) = 0$ ont évidemment une courbe commune G_u, puisque, si deux des systèmes (δ) sont satisfaits, les deux autres le seront aussi.

G_u se composera, en général, d'une partie fixe G_u^0, indépendante des u, et d'une courbe Γ'_u, mobile avec les u.

« Tout point de Γ'_u est sur la courbe primordiale Γ_u. » En effet, si y est *sur* Γ'_u, les quatre résultants Q_j sont nuls et les trois équations (0) en t ont une (je dis *une,* car t est la variable de Lüroth, et, comme on le voit à l'Appendice, les six polynômes en t, $y_\alpha f_\beta - y_\beta f_\alpha$, où α et β sont 1, 2, 3, 4, ont un plus grand commun diviseur du premier degré en t) solution commune. t étant connu, on aura la courbe $t\varpi_0 - \varpi = 0$ du plan u, dont chaque point x aura pour image le point y. y est donc sur Γ_u.

C. Q. F. D.

Réciproquement, « tout point de Γ_u est sur Γ'_u ». En effet, si y est sur Γ_u, *il existe* une valeur de t pour laquelle le système (0) est satisfait et les quatre rapports $f_i : y_i$ égaux. Alors les systèmes (δ) sont satisfaits aussi; s'évanouissent les quatre résultants Q_j. y est donc sur Γ'_u. C. Q. F. D.



Cette démonstration, analogue à celle du n° **41**, ne permet pas de conclure à l'identité nécessaire des courbes Γ_u et Γ'_u. Γ'_u peut être la courbe Γ_u comptée plusieurs fois; c'est une propriété analogue à celle du n° **41** pour les surfaces $F = 0$ et $\mathcal{F} = 0$.

53. C'est même ce qui se passera, en général, à cause de la présence sur le plan u, de points *fondamentaux* $\varphi_i = 0$. Ces points (n° **34**) sont en nombre fini et chacun a pour image une courbe de l'espace ***située sur la primordiale*** Γ_u. Si les φ_i sont nuls, leurs rapports, ou les rapports des polynômes $f_i(t; u)$ en t, sont indéterminés. On ne peut avoir $f_i = 0$, car on peut toujours supposer les polynômes f_i débarrassés de leur plus grand commun diviseur. Il faut donc avoir $t = \varpi : \varpi_0 =$ indéterminé, c'est-à-dire $\varpi = \varpi_0 = 0$.

Les points fondamentaux sont donc les points ***fixes*** du faisceau de courbes (ou points de base du faisceau)

$$(\Xi) \text{ du n° } \mathbf{46} \qquad \varpi_0 t - \varpi = 0, \qquad \Sigma ux = 0,$$

c'est-à-dire du faisceau Ξ. Les points fondamentaux sont les points ***critiques*** de l'équation différentielle $X = 0$ du n° **46**.

Soit x_0 un pareil point critique, par lequel passent toutes les courbes du faisceau Ξ. Vers quelle limite tendra (conformément aux théories du chapitre III) y, quand x tend vers x_0, par tous les itinéraires $\mathfrak{w}$ possibles dans le plan u? On peut prendre pour $\mathfrak{w}$ la courbe de Ξ qui correspond à une valeur *arbitraire* de t. Alors la limite, pour $x = x_0$, du quotient $\varpi : \varpi_0$ est précisément t et y est quelconque sur la primordiale Γ_u. On peut ainsi faire tendre y vers un point arbitraire de Γ_u et « l'image du point fondamental est la primordiale Γ_u tout entière ».

Ainsi l'image complète du plan u se composera de la courbe Γ_u comptée plusieurs fois, une fois comme image des ∞^2 points non fondamentaux de u, un certain nombre de fois comme image des points fondamentaux.

54. Ces résultats sont à rapprocher de ceux du n° **42**.

Quand $\{\varphi\} \pm 0$, la variété primordiale $\mathfrak{T}_u$ est une certaine surface P_u sur



laquelle sont situées les courbes R, images des différents points fondamentaux de u. Lorsque $\{\varphi\} = 0$, la surface P_u dégénère en une courbe Γ_u. Les courbes R, qui ne peuvent quitter la surface P_u, viennent s'appliquer sur Γ_u. Si on avait, non plus $\{\varphi\} = 0$, $\{\psi\} \pm 0$, mais $\{\varphi\} \pm 0$, $\{\psi\} = 0$, l'image complète du plan u comprendrait la développable primordiale Π_u du n° **45** comptée plusieurs fois, à cause de la présence sur u de points fondamentaux. On verrait sans peine comment se modifient dualistiquement pour Π_u les diverses propriétés de Γ_u établies au cours du présent chapitre.

L'évanouissement de la matrice $\{\varphi\}$ est, comme on l'a vu, la condition suffisante pour que la surface primordiale P_u dégénère en courbe primordiale Γ_u. Mais la condition est aussi nécessaire, car, si elle n'était pas remplie, la variété primordiale $\mathfrak{X}_u$ serait une surface P_u et il y aurait ∞^2 points y; le lieu de ces points ne pourrait être une courbe Γ_u.

CHAPITRE V.

DROITE PRIMORDIALE; POINT OU PLAN PRIMORDIAL.

55. Passons maintenant au cas où, dans le système

$$y_i\varphi_0(x;\underline{u}) = \varphi_i(x;\underline{u}) \qquad v_i\psi_0(x;\underline{u}) = \psi_i(x;\underline{u})$$

qui définit la variété primordiale $\mathfrak{L}_u$, on a $\{\varphi\} = 0$ et $\{\psi\} = 0$.

Nous allons voir qu'alors $\mathfrak{L}_u$ appartient forcément au type IV du n° **36**, c'est-à-dire comprend les ∞^2 éléments formés par les ∞ points situés sur une droite et les ∞ plans passant par la droite.

56. Si $\{\varphi\} = 0$, il y aura ∞ points y, situés sur une courbe unicursale g; les y_i seront des polynômes par rapport à une variable de Lüroth s. C'est ce qui résulte du chapitre précédent.

De même, à cause de $\{\psi\} = 0$, il y aura ∞ plans v, dont les coordonnées v_i sont des polynômes par rapport à une variable de Lüroth t.

Donnons-nous t, c'est-à-dire le plan v. Si g n'est pas une courbe plane située dans le plan v, v coupe g en un certain nombre de points y, dont chacun fournit une valeur de s. Ainsi quand on se donne t, s est déterminée. Il n'y a qu'une variable indépendante unique, dont dépendraient à la fois les coordonnées y_i et v_i de l'élément courant (y, v) sur la variété primordiale $\mathfrak{L}_u$. $\mathfrak{L}_u$ n'aurait qu'une dimension, au lieu de deux, ce qui est absurde, en vertu du chapitre III.

Par conséquent, pour que les deux variables s et t soient indépendantes, il faut que l'intersection de g avec le plan v soit indéterminée, c'est-à-dire que g soit une courbe plane située sur v.

Soit v' un second plan v; g doit, pour les mêmes motifs, être située aussi sur v'. Donc « g est une droite par laquelle passent tous les plans v ». C'est bien le type IV du n° **36**.

Je nommerai cette droite la *droite primordiale* Δ_u. La variété primordiale $\mathfrak{L}$ comprend les ∞ faisceaux, de ∞ éléments chacun, formés : 1° par un point y de Δ_u et les ∞ plans v passant par Δ_u, ou bien, 2° par un plan v, passant par Δ_u et les ∞ points y situés sur Δ_u.

57. Une objection semble pouvoir être opposée au raisonnement précédent. On peut dire : le plan *quelconque* v, fourni par une valeur de t, coupe la courbe g *exclusivement* en des points spéciaux y pour lesquels s est indéterminée; g n'a donc pas besoin d'être située dans le plan v.

Voici comment l'objection se lève : par un point *quelconque* y de g doit, en vertu de l'identité

$$\Sigma\varphi\psi = 0 \qquad \text{ou} \qquad \sum_i v_i y_i = 0,$$

passer au moins un plan v. Les plans v ne peuvent donc couper g exclusivement en des points spéciaux, en nombre fini, pour lesquels s est indéterminée.

58. On vient de voir que $\mathfrak{L}_u$ se réduit à la droite primordiale Δ_u, lorsque $\{\varphi\} = 0$, $\{\psi\} = 0$. Réciproquement, si $\mathfrak{L}_u$ se réduit à Δ_u, il y a :

seulement ∞ points y et, en vertu du chapitre précédent, $\{\varphi\} = 0$;

seulement ∞ plans v et, par conséquent, $\{\psi\} = 0$.

En résumé, « l'évanouissement des deux matrices $\{\varphi\}$ et $\{\psi\}$ est la condi-
» tion nécessaire et suffisante pour que la variété primordiale $\mathfrak{L}_u$ appartienne
» au type IV du n° **36** ».

D'ailleurs, tout comme pour la courbe primordiale Γ_u, l'existence sur u de points fondamentaux fait que l'image complète du plan u se compose de la droite primordiale Δ_u, *comptée éventuellement plusieurs fois*.

Les raisonnements sont les mêmes qu'au précédent chapitre.

59. Je suppose maintenant qu'une des matrices, $\{\varphi'\}$ par exemple, non seulement s'évanouisse, mais encore ait tous les premiers mineurs nuls dans tous ses cinq déterminants. Alors la dérivée partielle $\varphi'_{ij} = \frac{\partial\varphi_i}{\partial u_j}$ a (n° **22**) l'expression suivante :

$$\varphi'_{ij} = p_i P_j + \zeta_i x_j.$$

D'où, quand u tourne autour du point fixe x,

$$m'\varphi_i = \sum_j u_j\varphi'_{ij} = p_i\Sigma Pu \quad m'\varphi_0 = p_0\Sigma Pu \qquad d\varphi_i = \sum_j \varphi'_{ij}du_j = p_i\Sigma Pdu \quad d\varphi_0 = p_0\Sigma Pdu$$

$$dy_i = d\frac{\varphi_i}{\varphi_0} \qquad \varphi_0^2 dy_i = \begin{vmatrix} d\varphi_i & \varphi_i \\ d\varphi_0 & \varphi_0 \end{vmatrix} = 0,$$

c'est-à-dire $\frac{\partial y_i}{\partial u_j} = 0$. Le point y reste fixe quand le plan u tourne autour de x. y ne dépend que de x. Cela revient à admettre que, dans les φ_i, les u_i manquent et $m' = 0$.

Alors « la primordiale $\mathfrak{L}_x$ se compose des ∞^2 éléments adhérents à un » point y; $\mathfrak{L}_x$ appartient au type VI du n° **36** ».

Si c'était la matrice correspondante $\{\psi'\}$ qui avait nuls tous les premiers mineurs de ses cinq déterminants, $\mathfrak{L}_x$ appartiendrait au type V du n° **36**.

Il y a donc des *points primordiaux* (cas du type VI) et des *plans primordiaux* (cas du type V).

60. Je viens donc de retrouver les six types de variété primordiale énumérés au n° **36** et de montrer qu'il n'en existe pas d'autres. On a vu au chapitre III que la connaissance d'une variété primordiale $\mathfrak{L}$ suffisait à assurer celle de la crémonienne s. *L'inversion* (chapitre Ier) de s fait connaître s^{-1}.

Bref, connaissant $\mathfrak{L}$, on connait s, s^{-1}, c'est-à-dire toutes les primordiales. Ces dernières sont ainsi déterminées par $\mathfrak{L}$ et ne peuvent plus être arbitraires.

Dans les chapitres suivants, je prendrai donc une primordiale pour base soit de la classification, soit de la construction effective des substitutions crémoniennes.

Je résume la discussion comprise dans les chapitres IV et V dans le tableau ci-contre, lequel donne la structure géométrique (type du n° **36**) à laquelle appartient la primordiale $\mathfrak{L}_u$, qui correspond dans la crémonienne s au plan quelconque u.

HYPOTHÈSE SUR LES MATRICES.	NATURE DES ∞^2 ÉLÉMENTS QUI CONSTITUENT LA VARIÉTÉ PRIMORDIALE P_n.	TYPE.	CONTRE-PARTIE DUALISTIQUE.
$\}\varphi\{ \pm 0 \quad \}\psi\{ \pm 0$	Adhérents à une surface non développable P_n.	I	I
$\}\varphi\{ = 0 \quad \}\psi\{ \pm 0$	Adhérents à une courbe non rectiligne Γ_n .	II	III
$\}\varphi\{ \pm 0 \quad \}\psi\{ = 0$	Adhérents à une développable Π_n, qui n'est pas plane.	III	II
$\}\varphi\{ = \}\psi\{ = 0$ . . .	Adhérents à une droite Δ_n.	IV	IV
Tous les mineurs de $\}\varphi\{$ nuls.	Adhérents à un point	VI	V
Tous les mineurs de $\}\psi\{$ nuls.	Adhérents à un plan.	V	VI

Comparer à la classification des variétés intégrales $\mathfrak{C}_2$ qui ont été examinées au chapitre IV de la première partie.

CHAPITRE VI.

SUBSTITUTIONS CRÉMONIQUES.

61. Je me propose d'étudier dans le présent chapitre les crémoniennes s, dans lesquelles une au moins des huit matrices $\{\varphi\}$, $\{\varphi'\}$, $\{\psi\}$, $\{\psi'\}$, $\{\theta\}$, $\{\theta'\}$, $\{\eta\}$, $\{\eta'\}$ a tous les premiers mineurs nuls dans ses cinq déterminants.

En vertu des explications du n° **13**, il est licite, sans restreindre la généralité, d'attribuer la propriété précitée à une quelconque des huit matrices, par exemple à $\{\varphi'\}$. Alors (n° **59**) les u_i manquent dans les φ_i, qui deviennent des formes quaternaires en x_i. Parmi les huit entiers m, m', n, n', p, p' (n° **13**), $m' = 0$.

62. Je dis que (les notations sont les mêmes qu'au chapitre II) $\Phi = [\varphi_{ij}] \pm 0$. En effet, si $\Phi = 0$,

$$\varphi_{ij} = p_i P_j + q_i Q_j + r_i R_j \qquad d\varphi_i = p_i \Sigma P dx + q_i \Sigma Q dx + r_i \Sigma R dx$$

et

$$(pqr\ d\varphi) = 0.$$

Quand x prend dans l'espace un déplacement infinitésimal quelconque, les déplacements infinitésimaux du point y (ou du point φ) sont toujours contenus dans le plan qui a pour coordonnées $(pqr)_i$. Ainsi y se meut sur une variété à deux dimensions et ne peut parcourir tout l'espace. Quand l'élément (x, u) parcourt tout l'espace, l'élément-image (y, v) ne parcourrait pas tout l'espace. C'est une supposition que nous avons exclue dès l'origine.

Si $(pqr)_i = 0$, tous les premiers mineurs de Φ seraient nuls, y parcourrait une variété à une dimension et le raisonnement subsisterait *a fortiori*.



63. Bref, $\Phi \pm 0$. On peut alors utiliser pour la construction des ψ_i les conditions de contact (n° **25**) et prendre pour ψ_i les expressions

$$\Phi_i = \sum_j u_j \Phi_{ij} \qquad \Phi_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{ij}}$$

débarrassées, s'il y a lieu, de leur plus grand commun diviseur.

Les u_i ne peuvent manquer dans les ψ_i, sinon les φ_i et ψ_i, c'est-à-dire les y_i et v_i, dépendraient exclusivement des coordonnées x_i ou de trois variables; l'élément (y, v) parcourrait une variété à trois dimensions, ce qui est absurde.

Ainsi $m' = 0$ entraîne $n' = 1$. Les Φ_{ij} sont de degré $3(m-1)$ et, en général, $n = 3(m-1)$, mais n peut s'abaisser si les Φ_{ij} ont un commun diviseur. En général,

$$s = \left(\begin{array}{cc|c} m & 0 & \cdots \\ 3(m-1) & 1 & \cdots \end{array}\right).$$

Que sont les matrices? $\{\varphi\} \pm 0$ puisque $\Phi \pm 0$. $\{\varphi'\} = 0$ avec tous ses mineurs par hypothèse. $\{\psi'\} \pm 0$, car $\Psi' = [\Phi_{ij}] = \Phi^3 \pm 0$.

Nous verrons plus tard si $\{\psi\} \pm 0$ ou $= 0$. Passons à la construction de la crémonienne s^{-1}, c'est-à-dire à l'*inversion* (chapitre I[er]) des équations

$$y_i \varphi_0 = \varphi_i \qquad v_i \psi_0 = \psi_i.$$

64. Ayant à considérer à la fois les variétés primordiales $\mathfrak{X}$ de s et celles de s^{-1}, je désignerai ces dernières par $\mathfrak{X}'$, $\mathfrak{X}'_y$, $\mathfrak{X}'_v$, ...

Je dis que, tout d'abord, « $\mathfrak{X}'_y$ est un point primordial »; en d'autres termes, que « la matrice $\{\theta'\}$ a tous ses premiers mineurs nuls ».

Faisons en effet sur $\{\theta'\}$ toute autre hypothèse. Quand v tournera autour de y, x parcourra une variété à une ou deux dimensions. En d'autres termes, il existera au moins une direction d'avancement de x pour laquelle y restera fixe et $dy_i = 0$.

On devra donc avoir, pour un certain système de différentielles dx_i,

$$dy_i = \varphi_0 d\varphi_i - \varphi_i d\varphi_0 = 0 = \sum_j \varphi_{ij}\left[\varphi_0 dx_j - \frac{1}{m} x_j d\varphi_0\right].$$



Comme $\Phi = [\varphi_{ij}] \pm 0$, il faut que

$$\frac{dx_j}{x_j} = \frac{d\varphi_0}{m\varphi_0} \qquad dx_j = x_j \frac{d\varphi_0}{m\varphi_0}$$

et, faisant l'opération Σe_j sur dx_j et x_j,

$$dx_0 = 0 = x_0 \frac{d\varphi_0}{m\varphi_0}, \text{ c'est-à-dire } d\varphi_0 = 0.$$

Comme les e_j sont arbitraires, il faut avoir $d\varphi_i = 0$ et, comme $\Phi \pm 0$, $dx_i = 0$, ce qui est absurde.

Ainsi la matrice $\{\theta'\}$ a tous ses mineurs nuls. $\mathfrak{X}'_y$ est un point primordial x et, comme au chapitre V (n° **59**), les v_i manquent dans les $\theta_i(y; v)$. Comme Φ au n° **62**, le déterminant $[\theta_{ij}] = \Theta \pm 0$ et les $\eta_i(y, v)$ sont proportionnelles aux

$$\Theta_i = \sum_j v_j \Theta_{ij} \qquad \Theta_{ij} = \frac{\partial \Theta}{\partial \theta_{ij}}.$$

Enfin, $p' = 0$, $q' = 1$, $q = 3(p - 1)$.

Il vient, en résumé,

$$s = \left(\begin{matrix} m & 0 \\ 3(m-1) & 1 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} p & 0 \\ 3(p-1) & 1 \end{matrix} \right).$$

65. On voit que la crémonienne s est obtenue au moyen d'une transformation birationnelle ponctuelle ou « substitution cremona de l'espace ordi» naire », savoir :

$$(\sigma) \qquad \left\{ \begin{array}{l} y_i \varphi_0 \binom{m}{x} = \varphi_i \binom{m}{x} \\ x_i \theta_0 \binom{p}{y} = \theta_i \binom{p}{y} \end{array} \right\};$$

pour parler le langage de M. Lie, s est précisément la substitution ponctuelle σ *prolongée* (erweiterte Punkttransformation) (*).

(*) Voir *Theorie der Transformationsgruppen*, Bd II, S. 46.



66. Appelons substitution *crémonique*, toute substitution crémonienne dans laquelle : 1° une au moins des huit matrices a tous les premiers mineurs de ses cinq déterminants nuls, ou bien, ce qui revient au même, 2° une des variétés primordiales est des types V ou VI du tableau qui clôt le chapitre V. L'expression « crémonique » a été introduite par Autonne (*) pour désigner des substitutions analogues du plan.

La discussion du présent chapitre, rapprochée du n° **13**, se résume en quelques propositions simples.

Théorème premier. — « Une crémonique a pour inverse aussi une » crémonique ».

En effet, nous avons vu que si $\{\varphi'\}$ avait tous ses mineurs nuls, il en était de même pour $\{\theta'\}$.

Théorème second. — « Grâce à la substitution d'échange, toute crémonique » se réduit à une substitution cremona, c'est-à-dire ponctuelle, *prolongée*. »

C'est ce qui résulte du n° **65**.

67. Je n'insisterai pas sur la construction effective des crémoniques, car, en vertu de ce qui précède, elle se réduit à celle des substitutions birationnelles ponctuelles σ.

Ces dernières ont été étudiées par M. Nœther (**), et, plus récemment, par Autonne (***).

Autonne a surtout étudié les points fondamentaux et leurs images.

Il est utile toutefois de rappeler quelques propriétés d'ailleurs bien connues de σ.

Soit en coordonnées t_i

$$\sigma = |\, t_i \quad \varphi_i(t) \,| \qquad \sigma^{-1} = |\, t_i \quad \theta_i(t) \,|$$

φ_i, θ_i = forme quaternaire.

(*) *Journal de mathématiques*, 1888, second fascicule, p. 179.

(**) *Eindeutige Transformation des Raumes*. (Mathematische Annalen, Bd III.)

(***) *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 11 mai 1896.



Les systèmes de surfaces,

$$\Sigma k\varphi = 0, \qquad \Sigma l\theta = 0, \qquad k_i,\, l_i = \text{c}^{\text{te}} \text{ arbitraire},$$

sont des « réseaux homaloïdes », c'est-à-dire que trois surfaces

(K) $$\Sigma k\varphi = \Sigma k'\varphi = \Sigma k''\varphi = 0$$

ou

(L) $$\Sigma l\theta = \Sigma l'\theta = \Sigma l''\theta = 0$$

ne se coupent qu'*en un seul* point mobile avec les k_i, k'_i, k''_i ou les l_i, l'_i, l''_i.

Ce point mobile a ses coordonnées proportionnelles, dans le réseau **K**, à $\theta_i(t)$ où $t_i = (kk'k'')_i$, dans le réseau L, à $\varphi_i(t)$, où $t_i = (ll'l'')_i$.

68. Il est facile maintenant de construire toutes les variétés primordiales d'une substitution ponctuelle prolongée

$$s = \left(\begin{array}{cc|cc} m & 0 & p & 0 \\ 3(m-1) & 1 & 3(p-1) & 1 \end{array}\right)$$

$$y_i\varphi_0 = \varphi_i \qquad v_i\psi_0 = \psi_i$$

$$x_i\theta_0 = \theta_i \qquad u_i\eta_0 = \eta_i$$

$$\psi_i = \sum_j u_j\Phi_{ij} \qquad \eta_i = \sum_j v_j\Theta_{ij}.$$

$\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont des points. Quand x parcourt u, y parcourt la surface $\sum_i u_i\theta_i(y) = 0$ du réseau homaloïde afférent à la ponctuelle σ^{-1}. Quand y parcourt v, x parcourt la surface $\sum_i v_i\varphi_i(x) = 0$ du réseau homaloïde afférent à la ponctuelle σ^{-1}. Par conséquent,

$\mathfrak{L}_u$ est la surface primordiale $\Sigma u\theta(y) = 0$

$\mathfrak{L}'_v$ » » $\Sigma v\varphi(x) = 0$

Je suis maintenant à même de terminer la discussion des matrices commencée au n° **63** et de chercher si la matrice $\{\psi\}$ de s, ou la matrice correspondante $\{\eta\}$ de s^{-1}, peuvent s'évanouir.



$\{\psi\} = 0$ est la condition nécessaire et suffisante pour que la surface primordiale P_u devienne développable (n° **45**). Ainsi $\{\psi\} \pm 0$ ou $\{\psi\} = 0$ suivant que la surface générale

$$\Sigma u \theta(y) = 0$$

d'un réseau homaloïde n'est pas ou est développable.

De même $\{\eta\} = 0$ ou $\{\eta\} \pm 0$ suivant que la surface

$$\Sigma v \varphi(x) = 0$$

est ou n'est pas développable.

Je ne connais pas de réseaux homaloïdes à surfaces développables; je n'ai pas cherché s'il existe de tels réseaux.

69. Une crémonique intéressante est la substitution linéaire ponctuelle prolongée, c'est-à-dire le cas

$$m = 1 \qquad \varphi_i = \sum_j a_{ij} x_j \qquad\qquad (a_{ij} = c^{te}).$$

$$\Phi = A = [a_{ij}] \pm 0 \qquad \Phi_{ij} = A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}} \qquad \psi_i = \sum_j u_j A_{ij}.$$

$$\theta_i = \sum_j A_{ji} y_j \qquad \eta_i = \sum_j a_{ji} v_j \qquad p = 1.$$

C'est la substitution l du n° **7**.

La ponctuelle correspondante est

$$\alpha = | \, t_i \qquad \sum_j a_{ij} t_j \, | .$$

Si une crémonienne s laisse fixe un point quelconque x de l'espace, c'est le cas actuel avec $\varphi_i = x_i$, $\alpha = 1$. Alors $a_{ij} = A_{ij} = 0$ pour $i \pm j$; $a_{ii} = A_{ii} = 1$; $\psi_i = v_i$; $\theta_i = y_i$; $\eta_i = v_i$ et finalement

$$s = 1.$$

Nous venons ainsi d'établir le lemme premier du n° **35**.

70. Dans une crémonique il y a des entiers $m, m', n, n', p, p', q, q'$ qui sont nuls.

Cette propriété peut être prise pour définition. On peut dire : « une » crémonienne devient crémonique quand un au moins de ses huit entiers » $m, \ldots, q'$ est zéro. »

En effet, grâce aux explications du n° **13**, on peut sans restreindre la généralité annuler un quelconque des huit entiers, par exemple, $m' = 0$. Alors les x_i figurent seuls dans les φ_i, et toute la théorie du présent chapitre subsiste.

Dans une crémonique il y a des entiers $m, \ldots, q'$ qui sont égaux à l'unité, mais on ne peut dire qu' « une crémonienne, où un au moins de ces huit » entiers est égal à l'unité, soit nécessairement une crémonique. »

Soit, par exemple, $n' = 1$, $\psi_i = \sum_j u_j \mathrm{X}_{ij}(x)$, $\mathrm{X}_{ij} = \psi'_{ij}$. Tant que $\{\psi'\} \pm 0$, on peut appliquer la condition de contact (n° **25**) et prendre $\varphi_i = \sum_j x_j \Psi'_{ij}$. Alors $m' = 0$, et l'on retombe sur le cas précédent.

Supposons, au contraire,

$$\{\psi'\} = 0 \qquad \psi'_{ij} = p_i \mathrm{P}_j + q_i \mathrm{Q}_j + \zeta_i x_j \qquad \text{(n° 21)};$$

alors

$$\psi_i = p_i \Sigma \mathrm{P} u + q_i \Sigma \mathrm{Q} u$$

et, pour x fixe,

$$d\psi_i = p_i \Sigma \mathrm{P} du + q_i \Sigma \mathrm{Q} du.$$

Lorsque u tourne autour de x, v tourne autour d'une droite, la droite des deux plans p, et q de coordonnées p_i et q_i. Il n'est pas évident que la variété primordiale $\mathfrak{X}_x$ ne soit pas une droite primordiale Δ_x.

On voit que les crémoniques méritent aussi le nom de crémoniennes « à point primordial » ou « à plan primordial ».

71. Comme exemple de crémonique ou plutôt de substitution ponctuelle birationnelle prolongée, je citerai celle où le système homaloïde (n° **67**) de la substitution ponctuelle σ est un système de ∞^3 quadriques qui ont en commun

un point fixe $\quad x_1 = x_2 = x_3 = 0,$

une conique fixe $\quad x_4 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0.$



Alors

$$\varphi_i = a_{i1}x_1x_4 + a_{i2}x_2x_4 + a_{i3}x_3x_4 + a_{i4}P,$$
$$P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Effectuant sur les y un changement de coordonnées convenable, on peut écrire simplement

$$\sigma = \sigma^{-1} = \begin{vmatrix} t_1 & t_1t_4 \\ t_2 & t_2t_4 \\ t_3 & t_3t_4 \\ t_4 & P(t) \end{vmatrix}.$$

L'application des méthodes du présent chapitre, c'est-à-dire des conditions de contact, fournit la crémonienne suivante $s = s^{-1}$, savoir

$$\begin{array}{ll} \varphi_1 = x_1x_4 & \psi_1 = 2x_1x_4u_4 + u_1P \\ \varphi_2 = x_2x_4 & \psi_2 = 2x_2x_4u_4 + u_2P \\ \varphi_3 = x_3x_4 & \psi_3 = 2x_3x_4u_4 + u_3P \\ \varphi_4 = P & -\psi_4 = 2x_4^2u_4. \end{array}$$

On voit que

$$s = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right).$$

La recherche des éléments fondamentaux et des variétés fondamentales se ferait sans peine au moyen des procédés de Nœther et d'Autonne appliqués à la ponctuelle σ. Mais cette recherche nous entrainerait trop loin, sans présenter rien d'essentiellement neuf, et nous ne la ferons pas.



CHAPITRE VII.

CONSTRUCTION D'UNE CRÉMONIENNE ADMETTANT UNE COURBE PRIMORDIALE DONNÉE.

72. Dans les chapitres IV et V, je me suis attaché à construire les variétés primordiales $\mathfrak{T}$, c'est-à-dire surface P, courbe Γ, développable Π, droite Δ, etc., qui se présentent dans une crémonienne donnée s. Je me propose maintenant de traiter le problème inverse : une variété à deux dimensions $\mathfrak{T}$, munie des propriétés expliquées aux chapitres IV et V, étant donnée, construire la crémonienne qui admet la variété $\mathfrak{T}$ pour primordiale. On sait par le chapitre III que la crémonienne est unique (n° **35**).

Il est inutile d'ailleurs de considérer un point primordial ou un plan primordial, car alors on obtiendrait, d'après le chapitre VI, une crémonique.

73. Je vais d'abord construire la crémonienne s qui admet pour primordiale $\mathfrak{T}_x$ une courbe Γ_x.

Γ_x est une courbe unicursale de degré r; elle peut (chapitre IV) être supposée donnée par les équations

$$y_i h_0 \begin{pmatrix} r & \rho \\ t; & x \end{pmatrix} = h_j \begin{pmatrix} r & \rho \\ t; & x \end{pmatrix}$$

où les h_i sont des polynômes de degré r en t et des formes quaternaires de degré ρ en x_i. Il est aussi licite d'admettre que le paramètre t est la variable de Lüroth. Alors, « à un point y de Γ_x ne peuvent correspondre plusieurs » valeurs de t, distinctes ou confondues ».

Pour remonter des h_i aux φ_i, il suffit de calculer t en fonction des x_i et des u_i (n° **50**), $t = \varpi(x;u) : \varpi_0(x;u)$. Retenons que t ne peut être indépendant des u_i, car alors les u_i ne figureraient pas dans les φ_i, et l'on obtiendrait une crémonique.

Pour construire s, je vais employer un procédé qui repose bien au fond



sur les conditions de contact (nos **24** et **25**), mais qui comporte plus de précision au point de vue de la birationnalité.

74. Soit donc la courbe Γ_x

$$y_i h_0 \begin{pmatrix} r & \rho \\ t; & x \end{pmatrix} = h_i \begin{pmatrix} r & \rho \\ t; & x \end{pmatrix},$$

où t est la variable de Lüroth. Posons

$$h'_i = \frac{\partial h_i}{\partial t}, \qquad h_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial x_j}, \qquad \mathrm{H} = [h_{ij}], \qquad \mathrm{H}_{ij} = \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial h_{ij}}.$$

Le plan v adhère à la courbe Γ_x et il vient $\Sigma vh = \Sigma vh' = 0$. Ensuite, en vertu de la condition de contact, on doit avoir

$$\Sigma v dh = h_0 \Sigma v dy + dh_0 \Sigma vy = h_0 \tau \Sigma u dx.$$

Il vient ainsi pour déterminer les cinq inconnues τ et v_i le système de cinq équations linéaires homogènes

$$(0) \qquad \tau u_j = \sum_i v_i h_{ij}, \qquad \sum_i h'_i v_i = 0.$$

Je ne parle pas de $\Sigma vh = 0$, car multipliant par x_j et ajoutant on a

$$0 = \sum_{ij} v_i h_{ij} x_j = \rho \Sigma vh.$$

$\Sigma vh = 0$ est donc une conséquence du système (0).

Le déterminant des inconnues est, comme il est aisé de le voir,

$$\mathfrak{D} \begin{pmatrix} 4r-1 & 1 & 4\rho-3 \\ t; & u; & x \end{pmatrix} = \mathfrak{D}(t) = \sum_{ij} v_j h'_i \mathrm{H}_{ij}(t; x).$$

Lorsque t est une des $4r-1$ racines de $\mathfrak{D}(t) = 0$, le système (0) fournit sans ambiguïté les inconnues τ et v_i, *tant qu'un au moins des premiers mineurs du déterminant* $\mathfrak{D}$ *n'est pas nul.*

75. Admettons jusqu'à nouvel ordre que le polynôme $H(t)$ en t n'est pas identiquement nul, $H(t) \pm 0$, et étudions de plus près l'équation $\Phi(t) = 0$.

« On ne peut avoir $\Phi(t) \equiv 0$. » On aurait, en effet, alors

$$\Phi = \sum_{ij} u_j h'_i H_{ij} = T_0 \Sigma xu \qquad \sum_i h'_i H_{ij} = T_0 x_j.$$

Résolvons par rapport aux h'_i, puisque $H \pm 0$; il viendra, après départ de H^2,

$$H h'_i = T_0 \sum_j h_{ij} x_j = \rho T_0 h_i.$$

Par suite,

$$\begin{vmatrix} h'_i & h'_j \\ h_i & h_j \end{vmatrix} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t} \frac{h_i}{h_j} = 0.$$

Le point y ne varierait pas avec t et la courbe Γ_x se réduirait à un point; s serait crémonique.

Nommons racine *impropre* de $\Phi(t) = 0$ celle qui ne dépend pas des u_i; une racine impropre est une fonction des x_i ou une simple constante. Il est évident (n° **73**) qu'une racine impropre ne peut fournir une crémonienne.

« Sur les $4r - 1$ racines de $\Phi(t) = 0$, il y a $4r - 2$ impropres », autrement dit *une seule* racine dépend des u_i.

Supposons, en effet, qu'à un élément (x, u) correspondent, en vertu de l'équation $\Phi = 0$, deux racines non impropres t et t', distinctes ou confondues; y doit être unique sur la primordiale Γ_x; donc à un point y de Γ_x correspondraient deux valeurs t et t', distinctes ou confondues, du paramètre t, c'est-à-dire de la variable de Lüroth. Cela est absurde (n° **73**).

« Toute racine impropre annule soit le polynôme $H(t)$, soit chacun des » polynômes $h'_i(t) h_j(t) - h'_j(t) h_i(t)$. »

Soit t une racine impropre. On a $\Phi(t) = \sum_{ij} u_j h'_i H_{ij} = 0$ quels que soient les u_i; donc, comme plus haut,

$$\sum_i h'_i H_{ij} = T_0 x_j, \qquad \text{et, si} \qquad H(t) \pm 0, \qquad H h'_i = \rho T_0 h_i.$$

Ainsi, ou $H = 0$, ou $h'_i h_j - h'_j h'_i = 0$.



On peut écrire immédiatement les polynômes H et $h'_i h'_j - h'_j h'_i$. La recherche des racines impropres n'exige plus que des divisions de polynômes.

76. On obtient ainsi, par des procédés purement rationnels, l'équation

$$T\begin{pmatrix} 4r-2 & \\ t; & x \end{pmatrix} = 0,$$

qui fournit les $4r-2$ racines impropres, chacune avec le degré de multiplicité qu'elle a dans l'équation $\mathfrak{D}(t) = 0$.

Il vient alors

$$\mathfrak{D}\begin{pmatrix} 4r-1 & 1 & \\ t; & u; & x \end{pmatrix} = T\begin{pmatrix} 4r-2 & \\ t; & x \end{pmatrix}\Omega\begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ t; & u; & x \end{pmatrix}.$$

L'unique racine non impropre s'obtient par $\Omega = 0$, et l'on a

$$t = \frac{\sum\limits_1 B_i(x) u_i}{\sum\limits_1 u_i A_i(x)}.$$

Pour obtenir les φ_i, il suffit (n° **73**) de transporter dans les $h_i(t; x)$ cette valeur de t

$$t = \frac{\Sigma u B}{\Sigma u A}.$$

Retenons que « pour la racine non impropre, $\Omega = 0$, $\frac{\partial \Omega}{\partial t} \pm 0$, $T \pm 0$ ».
$T \pm 0$, parce qu'une racine impropre ne peut être identique avec une racine non impropre. D'autre part, si $\frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0$, on aurait $\Sigma u A = \Sigma u B = 0$, $\Omega \equiv 0$, $\mathfrak{D} \equiv 0$, ce qui est absurde (n° **75**).

77. Passons à la construction des ψ_i.

Le système (0) du n° **74** fournit les v_i et τ en fonction des x_i et de t, sans ambiguïté aucune. Les ψ_i sont proportionnelles aux v_i, où l'on a remplacé t par la racine non impropre $t = \Sigma B u : \Sigma A u$.



Reste à montrer que la racine non impropre t ne peut faire évanouir tous les premiers mineurs du déterminant $\mathfrak{O}$ (n° **74**). Un de ces mineurs est **H**; or H n'est pas identiquement zéro, et, d'autre part, les racines de H ne dépendent pas des u_i. On peut raisonner de même sur les mineurs

$$\frac{\partial \mathfrak{O}}{\partial u_j} = \sum_i h'_i \mathrm{H}_{ij}.$$

Si $\frac{\partial \mathfrak{O}}{\partial u_j} = 0$, il viendrait $[\mathrm{H}_{ij}] = \mathrm{H}^3 = 0$, etc.

En vertu du système (0) du n° **74** les v_i sont linéaires par rapport aux u_i. Il en résule que

$$\psi_i = \sum_i u_j \mathrm{R}_{ij}(\Sigma u\mathrm{B},\ \Sigma u\mathrm{A}\,;\ x),$$

où R_{ij} est une forme quaternaire en x_i et binaire par rapport aux deux expressions $\Sigma u\mathrm{B}$ et $\Sigma u\mathrm{A}$, dont t est le quotient.

78. Il convient maintenant de discuter le cas $\mathrm{H}(t) = 0$, laissé provisoirement de côté (n° **75**).

Remarquons d'abord que l'hypothèse $\mathrm{H}_{ij}(t) = 0$, pour $i, j = 1, 2, 3, 4$, est impossible.

En effet, si $\mathrm{H}_{ij} = 0$, on a

$$h_{ij} = a_i\mathrm{A}'_j + b_i\mathrm{B}'_j \qquad dh_i = h'_i dt + a_i\Sigma\mathrm{A}'dx + b_i\Sigma\mathrm{B}'dx \qquad (abh'dh) = 0 = \sum_i (abh')_i dh_i.$$

Quand l'élément (x, u) se meut de toutes les façons possibles, le point y, dont les coordonnées sont proportionnelles aux h_i, ne pourrait prendre que les ∞ directions d'avancement issues de y dans le plan, qui a les $(abh')_i$ pour coordonnées. Cela est impossible; il faut que $(abh')_i = 0$.

Mais alors $h'_i = \lambda a_i + \mu b_i$

$$dh_i = a_i\{\lambda dt + \Sigma\mathrm{A}'dx\} + b_i\{\mu dt + \Sigma\mathrm{B}'dx\}.$$

Il n'y aurait plus pour y qu'une seule direction d'avancement, ce qui est encore plus absurde.

Nous discutons donc le cas où $\mathrm{H}(t) = 0$, avec un au moins des mineurs $\mathrm{H}_{ij} \neq 0$.



79. Si $H(t)\equiv 0$, $H_{ij}=P_i(t)Q_j(t)$, un au moins de P_i et un au moins des Q_j n'est pas nul. Alors (Appendice, note II)

$$\Phi(t)=\sum_{ij} u_j h'_i H_{ij}=\sum_{ij} u_j h'_i P_i Q_j=(\Sigma P h')(\Sigma Q u)$$

$$\left.\begin{matrix} P_i(t) \\ Q_j(t)\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{polynôme en } t; \\ \text{forme quaternaire en } x_i\end{matrix}\right.$$

et, comme

$$dh_i = h'_i dt + \sum_j h_{ij} dx_j, \qquad k=1,2,3,4, \qquad \sum_i H_{ik} dh_i = \sum_i h'_i H_{ik} dt + \sum_{ij} h_{ij} H_{ik} dx_j,$$

c'est-à-dire, comme $H_{ik}=P_iQ_k$, et $\sum_i h_{ij} H_{ik}\equiv 0$,

$$Q_k\{\Sigma P dh - dt \Sigma P h'\}=0.$$

Comme les Q_k ne sont pas tous nuls,

$$\Sigma P dh = dt \Sigma P h'.$$

On ne peut supposer $\Sigma P h'=0$, car alors $\Sigma P dh=0$ et aussi, comme on le voit sans peine, $\Sigma P h=0$. Toutes les directions d'avancement possibles pour y seraient dans le plan de coordonnées P_i, ce qui est absurde (n° **78**).

80. Ainsi t est racine de

$$\Phi(t)=(\Sigma P h')(\Sigma Q u)=0,$$

c'est-à-dire, comme $\Sigma P h' \pm 0$, de l'équation

$$Q(t)=\sum_j Q_j u_j = 0.$$

Je dis que $Q(t)\pm 0$. En effet, dans le cas contraire, $Q_j = q_0 x_j$; or, $q_0 \pm 0$, *et*, successivement,

$$\rho h_i = \sum_j x_j h_{ij} \qquad \rho h_i q_0 P_k = \sum_j x_j q_0 P_k h_{ij} = \sum_j h_{ij} H_{kj} \equiv 0 \qquad (k=1,2,3,4),$$

puisque

$$H_{kj}=P_kQ_j=q_0x_jP_k.$$

Finalement, $h_i\equiv 0$, ce qui est inadmissible.

Je puis raisonner sur l'équation $Q(t) = 0$ comme on l'a fait plus haut, pour $H(t) \pm 0$, sur l'équation $\mathfrak{D}(t) = 0$. Je distinguerai encore les racines *impropres*. Pour une pareille racine $Q_j = q_0 x_j$, c'est-à-dire

$$x_i Q_j - Q_i x_j = 0.$$

D'ailleurs, un au moins de ces six polynômes en t n'est pas $\equiv 0$, sans quoi $Q(t) \equiv 0$.

La recherche des racines impropres ne présente pas plus de difficultés qu'au n° **75**. On aura encore, comme au n° **76**,

$$\mathfrak{D}(t) = (\Sigma P h')(\Sigma Q u) = T(x;u)\,\Omega\begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ t; & u; & x \end{pmatrix}.$$

L'unique racine non impropre est fournie par $\Omega = 0$; pour cette racine,

$$T \pm 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial t} \pm 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} \pm 0.$$

La construction des φ_i et des ψ_i se fait comme aux n^{os} **76** et **77**. Reste à montrer que, pour la racine non impropre, tous les mineurs du déterminant $\mathfrak{D}$ ne peuvent s'évanouir à la fois.

On a

$$\mathfrak{D} = \sum_{ij} u_j h_i' H_{ij} \qquad \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = \sum_{ij} h_{ij}' \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial h_{ij}} + \sum_i h_i'' \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial h_i'} \qquad h_{ij}' = \frac{\partial h_{ij}}{\partial t}, \qquad h_i'' = \frac{\partial^2 h_i}{\partial t^2}.$$

Si tous les mineurs sont nuls,

$$\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial h_{ij}} = 0 \quad \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial h_i'} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = 0.$$

Or, nous venons de voir que pour la racine non impropre

$$\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} \pm 0.$$

En résumé, la construction de la crémonienne s, c'est-à-dire des φ_i et des ψ_i, n'est pas différente dans les cas $H \pm 0$ et $H = 0$.



81. Il n'y a à cela rien de surprenant, car l'évanouissement identique du déterminant H ne représente rien au point de vue géométrique et peut toujours être évité. Voici pourquoi :

Sans changer la courbe primordiale Γ_x, on peut, au lieu de la variable t, en introduire une autre T, liée birationnellement à t. T sera encore une variable de Lüroth. Entre deux variables t et T, la seule relation birationnelle est

$$t = \frac{\alpha T + \beta}{\gamma T + \delta} \qquad T = \frac{\delta t - \beta}{-\gamma t + \alpha}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta =$ quatre formes quaternaires en x_i de même degré et d'ailleurs quelconques.

Alors h_i est une fonction de T et on a $\frac{\partial h_i}{\partial T} = h'_i \frac{\partial t}{\partial T}$; $h_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial x_j}$ devient avec la variable T, $h_{ij} + h'_i \frac{\partial t}{\partial x_j}$, avec

$$\frac{\partial t}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \frac{\alpha T + \beta}{\gamma T + \delta} \qquad \frac{\partial t}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\alpha T + \beta}{\gamma T + \delta}.$$

Cela posé, que devient le calcul du n° **74**? On a encore

$$\sum_i v_i h'_i = \left(\frac{\partial t}{\partial T}\right)^{-1} \sum_i v_i \frac{\partial h_i}{\partial T} = 0,$$

$$\tau u_j = \sum_i v_i \left\{ h_{ij} + h'_i \frac{\partial t}{\partial x_j} \right\} = \sum_i v_i h_{ij}.$$

Ainsi le système (0) du n° **74** ne subit aucune modification; il en est de même pour les rapports $v_i : \tau$. Les φ_i et les ψ_i ne subissent aucune modification géométrique.

Or H devient

$$\left[h_{ij} + h'_i \frac{\partial t}{\partial x_j}\right] = \mathrm{H} + \sum_j \frac{\partial t}{\partial x_j} \sum_i h'_i \mathrm{H}_{ij}.$$

Je dis que l'on peut toujours faire en sorte que cette dernière expression ± 0.

En effet, si $\mathrm{H} \equiv 0$, $\mathrm{H}_{ij} \equiv \mathrm{P}_i \mathrm{Q}_j$ (n° **79**); et

$$\sum_j \frac{\partial t}{\partial x_j} \sum_i h'_i \mathrm{H}_{ij} = \Sigma \mathrm{P} h' \times \sum_j \mathrm{Q}_j \frac{\partial t}{\partial x_j} \pm 0.$$



En effet, $\Sigma P h' \pm 0$ (nº **79**); d'autre part, les $\frac{\partial t}{\partial x j}$ sont quelconques, et pour que $\sum_j Q_j \frac{\partial t}{\partial x j} = 0$, il faudrait que $Q_j = q_0 x_j$, ce qui est absurde (nº **80**).

En résumé, on peut toujours s'arranger de façon à éviter l'évanouissement identique du déterminant H.

Néanmoins, le calcul du nº **80** était utile à indiquer, afin de n'avoir pas besoin, le cas échéant, de changer de paramètre t.

82. Nous avons trouvé pour t l'expression

$$t = \frac{\Sigma u B(x)}{\Sigma u A(x)} \qquad (\text{n}^\circ\ 76).$$

On en peut déduire une conséquence géométrique intéressante.

Pour mieux rendre les considérations actuelles comparables avec celles du chapitre IV, je considérerai non plus une Γ_x, mais, comme à ce chapitre, une Γ_u.

Alors

$$t = \frac{\Sigma x B(u)}{\Sigma x A(u)}.$$

Les courbes $y_i = c^{te}$ ou les courbes Y du faisceau Ξ (nº **46**) sont ici les courbes $t = c^{te}$, c'est-à-dire les *droites* du plan u qui rayonnent autour du point

$$\Sigma x B(u) = \Sigma x A(u) = \Sigma x u = 0.$$

Il est pareillement facile d'indiquer une propriété géométrique des points de Γ_x, où s'évanouissent les six polynômes

$$h_i' h_j - h_j' h_i$$

rencontrés au nº **75**. Alors, en effet, $h_i' = K h_i$. Coupons Γ_x par un plan quelconque k de coordonnées k_i; les t des m points d'intersection sont fournis par l'équation en t

$$\Sigma k_i h_i(t) = 0.$$



Soient : y un point où s'évanouissent les six polynômes et k un plan quelconque qui passe par y. On a, en y,

$$\sum_i k_i h_i = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\sum_i k_i h_i = \sum_i k_i h'_i = K\sum_i k_i h_i = 0.$$

Donc, tout plan coupe Γ_x en y *en deux points confondus au moins;* y *est un point multiple de* Γ_x.

83. Il est à peine besoin de faire remarquer que la forme trouvée au présent chapitre pour les φ_i et les ψ_i

$$\varphi_i(t;\, x) \qquad \psi_i = \sum_j u_j B_{ij}(t;\, x) \qquad t = (\Sigma u B) : (\Sigma u A)$$

est nécessaire pour qu'il y ait crémonienne, admettant la courbe donnée pour primordiale, mais n'est pas suffisante. Il faut encore qu'il y ait birationnalité! Le problème de la birationnalité dans l'espace n'a pas été résolu, dans le cas général, pour les transformations ponctuelles, et semble encore plus difficile pour les substitutions crémoniennes.



CHAPITRE VIII.

CONSTRUCTION D'UNE CRÉMONIENNE ADMETTANT UNE DROITE PRIMORDIALE DONNÉE.

84. Les calculs du chapitre précédent subsistent lorsque le degré r de la courbe primordiale Γ_x se réduit à l'unité, c'est-à-dire lorsque Γ_x se réduit à la droite primordiale Δ_x. On a pour représenter Δ_x, à volonté, soit les équations

$$y_i h_0 = h_i \qquad h_i = ta_i(x) + b_i(x),$$

soit les équations

$$v_i g_0 = g_i \qquad g_i = \tau c_i(x) + d_i(x),$$

suivant que Δ_x est envisagée comme lieu des points y, ou comme enveloppe des plans v. Les deux variables de Lüroth t et τ sont indépendantes, sans quoi la variété primordiale serait à une dimension. On doit avoir

$$0 = \Sigma yv = \sum_i (ta_i + b_i)(\tau c_i + d_i) = t\tau \sum_i a_i c_i + t\sum_i a_i d_i + \tau \sum_i b_i c_i + \sum_i b_i d_i$$

c'est-à-dire que chacun des plans c et d passe par chacun des points a et b, ce qui était évident.

On peut, par les méthodes du chapitre précédent, opérer soit sur les h_i, soit sur les g_i. Pour fixer les idées, nous opérerons sur les h_i.

85. L'équation $\mathfrak{D}(t) = 0$ (nº **74**) est cubique en t et il y a deux racines impropres; soit $T\binom{2}{t}; x) = 0$ l'équation qui les donne.

Posons

$$a_{ij} = \frac{\partial a_i}{\partial x_j}, \quad b_{ij} = \frac{\partial b_i}{\partial x_j}, \quad A = [a_{ij}], \quad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \quad B = [b_{ij}], \ldots$$

il viendra $h_{ij} = ta_{ij} + b_{ij}$, avec les notations du chapitre précédent, et

$$H(t) = [h_{ij}] = At^4 + t^3 \sum_{ij} b_{ij} A_{ij} + t^2 \sum_{ijkl} \frac{\partial^2 A}{\partial a_{ik} \partial a_{jl}} \begin{vmatrix} b_{ik} & b_{il} \\ b_{jk} & b_{jl} \end{vmatrix}$$
$$+ t \sum_i a_{ij} B_i + B \qquad (i, j, k, l = 1, 2, 3, 4).$$



Je dis que $H(t) \equiv 0$. Si $H(t) \pm 0$, on peut toujours admettre que l'équation $H(t) = 0$ n'a pas de racine infinie, c'est-à-dire que $A \pm 0$. Je vais montrer que cette dernière hypothèse est absurde.

86. On a (n° 76)

$$\Phi(t) = T\binom{2}{t}\sum_j u_j(\alpha_j t + \beta_j) = \sum_{ij} u_j a_i H_{ij},$$

puisque

$$a_i = h_i' = \frac{\partial h_i}{\partial t}.$$

Ensuite,

$$\sum_j u_j \{T(t\alpha_j + \beta_j) - \sum_i a_i H_{ij}\} = 0,$$

(1) $$\sum_i a_i H_{ij} = T(t\alpha_j + \beta_j) + x_j \Lambda\binom{3}{t}.$$

Résolvant par rapport aux a_i, puisque $H \pm 0$ par hypothèse, il vient

$$Ha_i = \sum_j h_{ij}\{T(t\alpha_j + \beta_j) + x_j\Lambda\} = T\sum_j h_{ij}(t\alpha_j + \beta_j) + \rho\Lambda(ta_i + b_i);$$
$$a_i\{H - \rho\Lambda t\} - \rho\Lambda b_i = T\sum_j h_{ij}(t\alpha_j + \beta_j).$$

Débarrassons T, Λ, H de leur plus grand commun diviseur en t, et soient T_0, Λ_0, H_0 les quotients premiers entre eux. Je dis que t ne figure plus dans T_0.

On a, en effet,

$$a_i\{H_0 - \rho\Lambda_0 t\} - \rho\Lambda_0 b_i = T_0\sum_j h_{ij}(t\alpha_j + \beta_j).$$

Si, pour $t = t_0$, T_0 s'annule, alors, comme les points a et b sont distincts, $\Lambda_0(t_0) = H_0(t_0) = 0$. $t - t_0$ diviserait T_0, H_0, Λ_0; cela est contraire à l'hypothèse.

Ainsi on peut poser

$$T_0 = 1 \qquad \Lambda = T\Lambda_0 = T\big(t\Lambda_{01}(x) + \Lambda_{00}(x)\big) \qquad H = TH_0 = T\{H_{02}t^2 + H_{01}t + H_{00}\}.$$

L'équation (1) ci-dessus devient

(2) $$\sum a_i H_{ij} = T\{t(\alpha_j + x_j\Lambda_{01}) + \beta_j + x_j\Lambda_{00}\}.$$

Dans la formule qui donne t (n° **76**)

$$-t = \frac{\Sigma u\beta}{\Sigma u\alpha},$$

il est indifférent d'écrire $\alpha_j + x_j\Lambda_{01}$ et $\beta_j + x_j\Lambda_{00}$ ou α_j et β_j; il est licite alors, dans (2) de biffer Λ_{01} et Λ_{00}, et

$$\sum_i a_i \mathrm{H}_{ij} = \mathrm{T} \{ t\alpha_j + \beta_j \}.$$

Résolvant et divisant par T

$$a_i \mathrm{H}_0 = a_i \{ t^2 \mathrm{H}_{02}(x) + \cdots \} = \sum_j h_{ij}'(t\alpha_j + \beta_j).$$

Identifiant les coefficients des puissances de t,

$$\rho a_i \mathrm{H}_{02} = \sum_j x_j a_{ij} \mathrm{H}_{02} = \rho \sum_j a_{ij}\alpha_j$$

$$[i, j = 1, 2, 3, 4] \qquad \sum_j a_{ij} \{ x_j \mathrm{H}_{02} - \rho\alpha_j \} = 0.$$

Or $\mathrm{A} = [a_{ij}] \pm 0$ par hypothèse (n° **85**, *in fine*); par suite

$$x_j \mathrm{H}_{02} - \rho\alpha_j = 0 \qquad \text{et} \qquad t = \infty,$$

ce qui est impossible.

La conclusion annoncée, $\mathrm{H}(t) \equiv 0$, est établie.

87. Puisque $\mathrm{H} \equiv 0$, appliquons le mode de calcul exposé au n° **79**.

$$\mathrm{H}_{ij}\binom{3}{t} = \mathrm{P}_i(t)\mathrm{Q}_j(t),$$

$$\mathfrak{D}(t) = (\Sigma \mathrm{P}a)(\Sigma \mathrm{Q}u) = \mathrm{T}\sum_j u_j(t\alpha_j + \beta_j),$$

t est donnée par l'équation $\Sigma u\mathrm{Q}(t) = 0$ et il n'y a plus qu'à se débarrasser des racines impropres, c'est-à-dire des racines communes aux six polynômes en t

$$(x\mathrm{Q})_{ij} = x_j\mathrm{Q}_i(t) - x_i\mathrm{Q}_j(t) = 0.$$

Soit σ le degré en t des P_i; appelons σ' le nombre des racines impropres de $\Sigma u Q = 0$. On a

$$5 - \sigma - \sigma' = 1 \qquad \sigma + \sigma' = 2.$$

Il n'y a plus qu'à appliquer le reste des procédés du chapitre précédent.

88. Poussons plus loin le calcul effectif dans le cas particulier où, dans $h_i = ta_i + b_i$, les formes a_i et b_i sont linéaires en x_i. Alors a_{ij} et b_{ij} sont des constantes; les polynômes P_i et Q_j en t sont à coefficients constants. Je dis que l'équation $\Sigma u Q = 0$ n'a pas de racines impropres, $\sigma' = 0$. En effet, les six conditions $(xQ)_{ij} = 0$ expriment que la courbe unicursale ζ

$$\gamma z_j = Q_j(t)$$

passe par le point x. Or, maintenant, la courbe ζ ne bouge pas quand x voyage; on peut donc toujours ne pas placer x sur ζ. Ainsi $\sigma' = 0$, $\sigma = 2$. P_i est quadratique en t, Q_j est linéaire (si les Q_j avaient un facteur commun, on le ferait entrer dans les P_i). On peut prendre $t\alpha_j + \beta_j$ pour Q_j et $\Sigma P a$ pour T.

Il vient alors

$$0 \equiv H \equiv \sum_j h_{ij} H_{ij} \equiv P_i \sum_j h_{ij} Q_j \equiv P_i \sum_j h_{ij}(t\alpha_j + \beta_j),$$

d'où, puisque $h_{ij} = ta_{ij} + b_{ij}$,

$$0 = \sum_j a_{ij}\alpha_j = \sum_j a_{ij}\beta_j + \sum_j b_{ij}\alpha_j = \sum_j b_{ij}\beta_{ij}.$$

Par suite,

$$A = [a_{ij}] = 0 \qquad B = [b_{ij}] = 0 \qquad A_{ij} = A'_i A_j \qquad B_{ij} = B'_i B_j.$$

Les α_j sont proportionnels aux A_j et les β_j sont proportionnels aux B_j. Cela fournit le moyen de calculer t. On posera

$$\alpha_j = \alpha_{00} A_j \qquad \beta_j = \beta_{00} B_j,$$

d'où

$$-t = \frac{\beta_{00} \Sigma u B}{\alpha_{00} \Sigma u A};$$

$\beta_{00} : \alpha_{00}$ est la valeur commune des quatre rapports

$$-\frac{\sum_j b_{ij} A_j}{\sum_j a_{ij} B_j}. \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4).$$

Il faut, bien entendu, que les trente-deux constantes a_{ij} et b_{ij} soient choisies de façon à rendre égaux les quatre rapports ci-dessus indiqués.

89. Comme exemple, je vais construire une « transformation de contact » déjà donnée par M. Lie (*). Entre les deux éléments (notations de M. Lie)

$$x,\ y,\ z,\ p,\ q$$
$$x_1,\ y_1,\ z_1,\ p_1,\ q_1$$

doivent exister les deux relations

$$y - y_1 = 0 \qquad z + z_1 + xx_1 = 0.$$

Avec mes notations ordinaires, pour les deux éléments (x, u) et (y, v), en coordonnées homogènes, il viendra

$$(1) \qquad 0 = x_4y_2 - x_2y_4 = x_1y_1 + x_3y_4 + x_4y_3.$$

Pour x donné, y se meut sur la Δ_x représentée par les deux équations (1). v passe par cette droite, et l'on a immédiatement, pour définir Δ_x, les équations du n° **84**,

$$v_i = \frac{c_i\tau + d_i}{c_0\tau + d_0}.$$

Posons $h_{ij} = \tau c_{ij} + d_{.j} = \frac{\partial hi}{\partial xj}$ et remarquons que dans le cas actuel, eu égard à (1),

$$\begin{array}{llll} c_1 = 0, & c_2 = -x_4, & c_3 = 0, & c_4 = x_2, \\ d_1 = x_1, & d_2 = 0, & d_3 = x_4, & d_4 = x_2. \end{array}$$

$$H(\tau) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \tau & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

$$H_{ij}(\tau) = P_i(\tau)Q_j(\tau),$$

$$\begin{array}{llll} P_1 = 0, & P_2 = -1, & P_3 = -\tau, & P_4 = 0, \\ Q_1 = 0, & Q_2 = 1, & Q_3 = -\tau, & Q_4 = 0. \end{array}$$

$$\sum_j u_jQ_j = u_2 - \tau u_3 = 0, \qquad \tau = \frac{u_2}{u_3}.$$

(*) *Theorie der Transformationsgruppen*, zweiter Abschnitt, S. 64.

On prendra donc

$$\psi_1 = x_1 u_3, \qquad \psi_2 = -x_4 u_2, \qquad \psi_3 = x_4 u_3, \qquad \psi_4 = x_2 u_2 + x_3 u_3,$$

en rendant $c_i\tau + d_i$ entiers après remplacement de τ par $\frac{u_2}{u_3}$.

Construisons les φ_i. Les équations analogues aux relations (0) du n° **74** sont ici

$$\sigma u_1 = y_1, \qquad \sigma u_2 = \tau y_4, \qquad \sigma u_3 = y_4, \qquad \sigma u_4 = -\tau y_2 + y_3.$$

Éliminant σ et τ, on a uniquement

$$u_3 y_1 - u_1 y_4 = 0.$$

Cette relation, jointe aux équations (1), fournit les y. On prendra donc

$$\varphi_1 = x_4 u_1, \qquad \varphi_2 = x_2 u_3, \qquad -\varphi_3 = x_1 u_1 + x_3 u_3, \qquad \varphi_4 = x_4 u_3.$$

On vérifie aisément que $\Sigma\varphi\psi = 0$.

Les relations (1) sont symétriques par rapport aux x_i et y_i. Donc la transformation est identique avec son inverse. La crémonienne $s = s^{-1}$ ou $s^2 = 1$, ce qui se vérifie aisément. La crémonienne est

$$s = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right),$$

les huit entiers $m = m' = \ldots = q' = 1$. Voilà un exemple de la propriété annoncée au n° **70**. Il y a des entiers $m, \ldots, q'$ égaux à l'unité sans que la crémonienne dégénère en crémonique.

Dans la crémonienne que nous venons d'étudier, la droite primordiale Δ_x était représentée par l'évanouissement de deux formes bilinéaires en x_i et y_i.

Il est intéressant d'examiner les autres crémoniennes qui possèdent la même propriété. En effet, la relation qui lie y à x et celle qui lie x à y sont de même nature. s et s^{-1} ont des propriétés pareilles. Cela simplifie grandement l'établissement des conditions de birationnalité (n° **83**).

Ce sera la matière du chapitre suivant, lequel sera une application immédiate des théories qui viennent d'être exposées et que je n'y rappellerai plus.

CHAPITRE IX.

APPLICATIONS.

90. Je me propose de construire la crémonienne s, dans laquelle la droite primordiale Δ_x est donnée par les deux équations $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, où

$$\left.\begin{array}{l}\mathfrak{A} = \sum_{ij} y_i x_j a_{ij} = \sum_i y_i A_i(x) \\ \mathfrak{B} = \sum_{ij} y_i x_j b_{ij} = \sum_i y_i B_i(x)\end{array}\right\} a_{ij},\ b_{ij} = c^{tes}.$$

Il est évident que la crémonienne s^{-1} aura la même propriété, puisque la primordiale $\mathfrak{X}_y$ dans s^{-1} est une droite définie non plus par

$$\mathfrak{A}(\underline{x}; y) = \mathfrak{B}(\underline{x}; y) = 0,$$

mais par

$$\mathfrak{A}(x; \underline{y}) = \mathfrak{B}(x; \underline{y}) = 0.$$

91. Le mode de calcul résulte immédiatement des deux chapitres précédents. On posera

$$h_{ij} = t a_{ij} + b_{ij}.$$

On devra avoir tout d'abord $H(t) = [h_{ij}] \equiv 0$

$$H = t^4 A + t^3 \sum_i A_{ij} b_{ij} + t^2 \sum_{ijkl} \begin{vmatrix} b_{ik} & b_{il} \\ b_{jk} & b_{jl} \end{vmatrix} \frac{\partial^2 A}{\partial a_{ik} \partial a_{jl}}$$

$$+ t \sum_{ij} B_{ij} a_{ij} + B, \quad \text{avec} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, 4;$$

$$A = [a_{ij}], \quad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \ldots\ldots$$

d'où

$$A = B = \sum_{ij} A_{ij} b_{ij} = \sum_{ij} B_{ij} a_{ij}$$

$$= \sum \begin{vmatrix} b_{ik} & b_{il} \\ b_{jk} & b_{jl} \end{vmatrix} \frac{\partial^2 A}{\partial a_{ik} \partial a_{jl}} = 0.$$

Alors

$$H_{ij}(t) = \frac{\partial H}{\partial h_{ij}} = P_i(t) Q_j(t).$$

Q_j doit être linéaire, $Q_j = t\alpha_j + \beta_j$.

Si l'on considère s^{-1} au lieu de s, cela revient à permuter dans $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ les x et les y, c'est-à-dire les indices i et j, ou encore les P et les Q. Donc P_i doit avoir la même propriété que les Q, qui doivent avoir un facteur et devenir linéaires après le départ de ce facteur. Donc

$$H_{ij}\binom{3}{t} = R\binom{1}{t} P_i \binom{1}{t} Q_j \binom{1}{t}.$$

Ensuite

$$\sum_j h_{ij} H_{ij} = 0 = \sum_j h_{ij} Q_j = \sum_j (t a_{ij} + b_{ij})(t\alpha_j + \beta_j),$$

c'est-à-dire

(0) $$\sum_j a_{ij}\alpha_j = \sum_j b_{ij}\beta_j = \sum_j a_{ij}\beta_j + \sum_j b_{ij}\alpha_j = 0.$$

Alors t est donné par l'équation $\Sigma u Q = 0$

$$-t = \frac{\Sigma u\beta}{\Sigma u\alpha}.$$

Si l'on envisage s^{-1} et $P_i = \gamma_i \tau + \delta_i$, on a les équations analogues à (0)

$$\sum_i a_{ij}\gamma_i = \sum_i b_{ij}\delta_i = \sum_i a_{ij}\delta_i + \sum_i b_{ij}\gamma_i = 0 \qquad -\tau = \frac{\Sigma v\delta}{\Sigma v\gamma}.$$

92. On pourra alors écrire immédiatement

$$\psi_i \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x ; u \end{pmatrix} = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial y_i} \Sigma u\beta - \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial y_i} \Sigma u\alpha,$$

$$\eta_i \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ y ; v \end{pmatrix} = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial x_i} \Sigma v\delta - \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial x_i} \Sigma v\gamma,$$

puisque Δ_x, par exemple, est définie comme enveloppe des plans v par les équations

$$v_i = \frac{tA_i + B_i}{tA_0 + B_0} \qquad A_i = \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial y_i}, \quad \text{etc.}$$

93. Passons au calcul des $\varphi_i(x; u)$ et des $\theta_i(y; v)$. Désignons par G_{ij} l'expression

$$a_{ij}\Sigma u\beta - b_{ij}\Sigma u\alpha = G_{ij}\begin{pmatrix}1\\u\end{pmatrix},$$

c'est-à-dire le terme h_{ij} rendu entier, après que t a été remplacé par sa valeur

$$-t = \frac{\Sigma u\beta}{\Sigma u\alpha}\cdot$$

Le point y sera fourni par les équations suivantes (analogues du système (0) du n° **74**)

$$\sigma u_j = \sum_i y_i G_{ij}.$$

Ces quatre équations se réduisent à trois distinctes, en vertu de

$$0 = \sum_j u_j Q'_j = \sum_{ij} y_i G_{ij} Q'_j \qquad Q'_j = \alpha_j \Sigma u\beta - \beta_j \Sigma u\alpha.$$

Éliminons σ; les y_i seront liées aux u_i par *deux* équations linéaires; quand le plan u sera donné, y se mouvra sur une droite Y_u. Les deux droites Y_u et Δ_x se couperont en y; les φ_i seront proportionnelles aux coordonnées du point d'intersection.

Un procédé tout à fait analogue donnera x_i en fonction de y et v, c'est-à-dire les $\theta_i(y; v)$.

94. Je vais appliquer la méthode à la construction des crémoniennes s égales à leur inverse s^{-1}. La discussion est intéressante par les considérations géométriques qui s'introduisent.

Si $s = s^{-1}$, les équations de la droite primordiale doivent subsister quand on permute les x_i et les y_i. Les relations du n° **90** étant $\mathfrak{A}(x; y) = 0$, $\mathfrak{B}(x; y) = 0$, on doit avoir $\mathfrak{A}(x; y) = \mathfrak{B}(y; x) = 0$ comme conséquence de $\mathfrak{A}(x; y) = \mathfrak{B}(x; y) = 0$.

Par conséquent

$$\mathfrak{A}(y; x) = \lambda_{11}\mathfrak{A}(x; y) + \lambda_{12}\mathfrak{B}(x; y),$$
$$\mathfrak{B}(y; x) = \lambda_{21}\mathfrak{A}(x; y) + \lambda_{22}\mathfrak{B}(x; y),$$

les λ étant des constantes.



Envisageons la collinéation binaire

$$\lambda = \begin{vmatrix} w_1 & \lambda_{11}w_1 + \lambda_{12}w_2 \\ w_2 & \lambda_{21}w_1 + \lambda_{22}w_2 \end{vmatrix};$$

on a évidemment $\lambda^2 = 1$, puisque, permutant une seconde fois les x_i et les y_i, on retombe sur les $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ primitifs.

On peut supposer que l'on a choisi les $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ de façon que λ ait la forme canonique; sinon on remplacerait $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ par $\mu_{11}\mathfrak{A} + \mu_{12}\mathfrak{B}$ et $\mu_{21}\mathfrak{A} + \mu_{22}\mathfrak{B}$, ce qui ne change pas la droite primordiale, les μ désignant des constantes convenables.

95. Il y a trois sortes de formes canoniques pour λ, savoir :

ou bien $\lambda = | w_1 \quad w_2 \quad -w_1 \quad -w_2 |$,

c'est-à-dire

$$\mathfrak{A}(y;x) = -\mathfrak{A}(x;y), \qquad a_{ij} + a_{ji} = 0, \qquad a_{ii} = 0$$

et

$$\mathfrak{B}(y;x) = -\mathfrak{B}(x;y), \qquad b_{ji} + b_{ij} = 0, \qquad b_{ii} = 0;$$

ou bien $\lambda = | w_1 \quad w_2 \quad -w_1 \quad w_2 |$,

c'est-à-dire

$$\mathfrak{A}(y;x) = -\mathfrak{A}(x;y), \qquad a_{ij} + a_{ji} = a_{ii} = 0,$$
$$\mathfrak{B}(x;y) = \mathfrak{B}(y;x), \qquad b_{ij} = b_{ji};$$

ou bien enfin $\lambda = | w_1 \quad w_2 \quad w_1 \quad w_2 |$,

c'est-à-dire

$$\mathfrak{A}(y;x) = \mathfrak{A}(x;y), \qquad a_{ij} = a_{ji},$$
$$\mathfrak{B}(y;x) = \mathfrak{B}(x;y), \qquad b_{ij} = b_{ji}.$$

96. La première hypothèse du n° **95**, savoir :

$$a_{ij} + a_{ji} = a_{ii} = 0, \qquad b_{ij} + b_{ji} = b_{ii} = 0$$

ne **fournit** pas de crémonienne.

En effet, alors $h_{ii} = 0; -h_{ij} = h_{ji}$.

Le déterminant H est *gauche* et, par suite de théories bien connues,

$$H = R^2 \qquad R = h_{12}h_{34} + h_{23}h_{14} + h_{31}h_{24}.$$

Tous les mineurs H_{ij} ont R en facteur. Si donc $H \equiv 0$, R est aussi $\equiv 0$, ainsi que tous les $H_{ij} \equiv 0$. Or cela est impossible (n° **78**).

La supposition $a_{ij} + a_{ji} = b_{ji} + b_{ij} = a_{ii} = b_{ii} = 0$ est donc à rejeter.

97. Passons au cas $a_{ii} = a_{ji} + a_{ij} = 0$, $b_{ij} = b_{ji}$ du n° **95**.

On a encore $A = R^2 = [a_{12}a_{34} + a_{23}a_{14} + a_{31}a_{24}]^2$. Comme $A = 0$, $R = 0$, tous les mineurs $A_{ij} = 0$; la relation

$$a_{12}a_{34} + a_{23}a_{14} + a_{31}a_{24} = 0$$

exprime que les six quantités $a_{12}, \ldots, a_{24}$ sont les six coordonnées homogènes d'une droite. Par un changement convenable de coordonnées, on peut faire

$$a_{12} = a_{23} = a_{31} = a_{14} = a_{34} = 0 \qquad a_{24} = -a_{42} = 1.$$

Exprimons, comme au n° **91**, que les coefficients des diverses puissances de t sont nulles dans H. On aura

$$B = 0; \qquad B_{24} - B_{42} = 0, \qquad \text{puisque} \qquad b_{ij} = b_{ji};$$

enfin

$$\sum \begin{vmatrix} a_{ik}a_{il} \\ a_{jk}a_{jl} \end{vmatrix} \frac{\partial^2 B}{\partial b_{ik}\partial b_{jl}} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{13} \\ b_{31} & b_{33} \end{vmatrix} = 0.$$

En vertu des conditions $b_{ij} = b_{ji}$, $B = 0$, l'équation

$$\sum_{ij} b_{ij} z_i z_j = 0$$

représente, en coordonnées courantes z, une quadrique-cône $\mathfrak{B}$.

L'expression $\mathfrak{A}(x; y)$ se réduit à $x_2y_4 - x_4y_2$; $\mathfrak{A} = 0$ exprime que la droite qui joint x à y rencontre la droite $z_2 = z_4 = 0$ ou D.

La condition $b_{11}b_{33} - b_{31}b_{13} = 0$ exprime que la droite D est tangente au cône $\mathfrak{B}$. Choisissons le tétraèdre de référence ainsi qu'il suit (prière de faire la figure) :

la droite D est $z_2 = z_4 = 0$;
le sommet du cône $\mathfrak{B}$ est le point $z_1 = z_3 = z_4 = 0$;
les plans $z_3 = 0$ et $z_4 = 0$ sont tangents à $\mathfrak{B}$, puisque D touche $\mathfrak{B}$;
les deux génératrices de contact sont dans le plan $z_1 = 0$.



Alors, comme on s'assure aisément, le cône $\mathfrak{B}$ a pour équation

$$z_1^2 + 2z_3z_4 = 0.$$

$$\mathfrak{B} = x_1y_1 + x_3y_4 + x_4y_3 \qquad \mathfrak{A} = x_4y_2 - x_2y_4.$$

Autrement dit, on retombe sur la crémonienne construite au n° **89**.

On peut reconnaître diverses dégénérescences dans la crémonienne du cas actuel : D peut passer par le sommet de $\mathfrak{B}$, être une génératrice de $\mathfrak{B}$; $\mathfrak{B}$ peut se réduire à un couple de plans, etc., etc.

Nous laisserons de côté cette discussion dépourvue maintenant de toute difficulté théorique.

98. Passons au troisième cas du n° **95**, savoir : $a_{ij} = a_{ji}$, $b_{ij} = b_{ji}$, c'est-à-dire $h_{ij} = h_{ji}$.

On a alors une quadrique S_t, mobile avec t,

$$\sum_{ij} h_{ij} z_i z_j = 0,$$

laquelle est même un cône en vertu de $H = 0$. Il vient aussi (n° **91**)

$$H_{ji}\binom{3}{t} = H_{ij}\binom{3}{t} = R\binom{1}{t}(t\alpha_i + \beta_i)(t\alpha_j + \beta_j) \qquad Q_j = t\alpha_j + \beta_j.$$

Le sommet Q du cône mobile S_t a les Q_j pour coordonnées et parcourt la droite $\overline{\alpha\beta}$ ou X des deux points α et β. Le cône est déterminé dès qu'on possède son sommet.

Les équations

$$\varpi v_i = tA_i + B_i = t\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial y_i} + \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial y_i}$$

expriment que v est le plan polaire de x par rapport au cône S_t. Lorsque t varie, v tourne autour de la droite Δ_x.

Les équations (n^{os} **74** et **93**)

$$\sigma u_j = \sum_i h_{ij} y_i$$

expriment que le point y a le plan polaire u par rapport au cône S_t.

En résumé : par rapport au cône S_t, x est le pôle du plan v, et y le pôle du plan u.

99. Cela posé, il est très facile de construire géométriquement l'élément (y, v) au moyen de l'élément (x, u).

Construisons d'abord le cône S_t. Il suffit d'avoir son sommet Q. Or $\Sigma u Q = 0$, et Q est l'intersection du plan u avec la droite X ou $\overline{\alpha\beta}$. Une fois le cône obtenu, v est le plan polaire de x, tandis que y est le pôle de u.

v s'obtient sur-le-champ. La construction de y n'est guère plus compliquée.

u passe par le sommet Q du cône et admet pour pôles tous les points d'une droite Y_u issue de Q. y est à la fois sur Y_u et sur la primordiale Δ_x. y est à l'intersection des deux droites.

Reste à montrer que Δ_x et Y_u sont dans un même plan, qui est v. Cela est évident, car si le point ξ voyage sur u, le plan polaire Ξ de ξ tourne autour de Y_u. Quand ξ vient en x, Ξ se confond avec le plan v, polaire de x. v, qui passe déjà par Δ_x, passe aussi par Y_u.

100. La construction effective de s par le calcul du n° **91** ne présente maintenant aucune difficulté.

Prenons X pour l'arête g_{12} du tétraèdre de référence et faisons

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = 0 \qquad \alpha_3 = 1$$
$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \qquad \beta_4 = -1.$$

Les équations du n° **91**, savoir :

$$\sum_j \beta_j b_{ij} = \sum_j \alpha_j a_{ij} = \sum_j \alpha_j b_{ij} + \Sigma \beta_j a_{ij} = 0,$$

sont ici

$$b_{i4} = a_{i3} = b_{i3} - a_{i4} = 0$$

et

$$H = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & l_1 & tl_1 \\ h_{21} & h_{22} & l_2 & tl_2 \\ l_1 & l_2 & 0 & 0 \\ tl_1 & tl_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad \begin{matrix} l_1 = b_{13} = a_{14} \\ l_2 = b_{23} = a_{24}, \end{matrix}$$

d'où

$$-t = \frac{\Sigma u\beta}{\Sigma u\alpha} \qquad t = \frac{u_4}{u_3} \qquad \text{et} \qquad \psi_i \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x; & u \end{pmatrix} = A_i u_4 + B_i u_3.$$

Ensuite

$$\mathfrak{A} = y_1p_1 + y_2p_2 + x_4L(y) + y_4L(x)$$
$$\mathfrak{B} = y_1q_1 + y_2q_2 + x_3L(y) + y_3L(x)$$

avec

$$p_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \qquad p_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2$$
$$q_1 = b_{11}x_1 + b_{12}x_2 \qquad q_2 = b_{21}x_1 + b_{22}x_2$$
$$L(x) = l_1x_1 + l_2x_2 \qquad L(y) = l_1y_1 + \ldots$$

Les équations $\tau u_j = \sum_i y_i h_{ij}$ sont ici

$$\tau u_1 = y_1(u_4a_{11} + u_3b_{11}) + y_2(u_4a_{12} + u_3b_{12}) + l_1(u_3y_3 + u_4y_4)$$
$$\tau u_2 = y_1(u_4a_{21} + u_3b_{21}) + y_2(u_4a_{22} + u_3b_{22}) + l_2(u_3y_3 + u_4y_4)$$
$$\tau u_3 = l_1y_1 + l_2y_2.$$

La quatrième n'est que la répétition de la troisième. Eliminons τ et $u_3y_3 + u_4y_4$, il viendra

$$y_1\begin{vmatrix} u_4a_{11} + u_3b_{11} & l_1 & u_1 \\ u_4a_{21} + u_3b_{21} & l_2 & u_2 \\ l_1 & 0 & u_3 \end{vmatrix} + y_2\begin{vmatrix} u_4a_{12} + u_3b_{12} & l_1 & u_1 \\ u_4a_{22} + u_3b_{22} & l_2 & u_2 \\ l_2 & 0 & u_3 \end{vmatrix} = y_1\chi_2\binom{2}{u} - y_2\chi_1\binom{2}{u} = 0.$$

C'est l'équation du plan passant par Y_u et X. En effet Y_u passe par le sommet Q du cône, lequel est sur X.

On peut écrire, ϖ étant un facteur de proportionnalité,

$$y_1 = \varpi\chi_1 \qquad y_2 = \varpi\chi_2$$

et, en vertu de $\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = 0$, puisque y est sur la primordiale Δ_x,

$$-y_3L(x) = \varpi[q_1\chi_1 + q_2\chi_2 + x_3L(\chi)]$$
$$-y_4L(x) = \varpi[p_1\chi_1 + p_2\chi_2 + x_4L(\chi)].$$

Ainsi

$$\left\{\begin{matrix} \varphi_1 = \chi_1L(x) \qquad \varphi_2 = \chi_2L(x) \\ -\varphi_3 = q_1\chi_1 + q_2\chi_2 + x_3L(\chi) \\ -\varphi_4 = p_1\chi_1 + p_2\chi_2 + x_4L(\chi) \end{matrix}\right\}.$$

En résumé (*)

$$s = s^{-1} = \left(\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}\,\middle|\,\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}\right).$$

(*) Une étude postérieure à la rédaction du présent Mémoire et que je publierai prochainement, montre que l'expression des crémoniennes construites dans ce chapitre peut être sensiblement simplifiée (septembre 1901).

CHAPITRE X.

CONSTRUCTION D'UNE CRÉMONIENNE ADMETTANT UNE SURFACE PRIMORDIALE DONNÉE.

101. Je me propose de construire une crémonienne s, admettant une surface primordiale P_x donnée.

Le fait capital qui domine la présente théorie est l'analogie avec les transformations birationnelles ponctuelles planes σ (voir, par exemple, *Clebsch-Benoist,* t. II, pp. 192 et suivantes).

Soit une pareille transformation

$$\sigma = | x_\alpha \quad \varphi_\alpha(x_1, x_2, x_3) | , \quad \varphi_{\alpha\beta} = \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x_\beta} \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3).$$

Le réseau

$$\sum_\alpha k_\alpha \varphi_\alpha = 0 \qquad (k_\alpha = \text{constante arbitraire})$$

est du genre zéro;

est à un seul point d'intersection, entre deux de ses courbes, mobile avec les k;

a tous ses points multiples fixes.

On exprime toutes ces propriétés en disant que le réseau est ***homaloïde.*** Le jacobien $[\varphi_{\alpha\beta}]$ joue aussi un grand rôle.

Pareillement, sur la surface P_x, nous trouverons, comme sur le plan, un réseau homaloïde de courbes et une expression tout à fait analogue au jacobien.

102. Cherchons la crémonienne

$$s = \begin{vmatrix} x_i & \varphi_i(x; u) \\ u_i & \psi_i(x; u) \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} m & m' & | & p & p' \\ n & n' & | & q & q' \end{pmatrix}$$



qui admet une surface primordiale P_x donnée, laquelle a pour équations, en coordonnées-points y_i et coordonnées-plans v_i, respectivement

$$f\begin{pmatrix} \rho+1 & M \\ x; & y \end{pmatrix} = 0 \quad \text{et} \quad F\begin{pmatrix} & M' \\ x; & v \end{pmatrix} = 0,$$

f, F étant deux formes biquaternaires de dimensions M en y_i et M′ en v_i.

Après différentiation, on a

$$(0) \qquad \sum_i dy_i \frac{\partial f}{\partial y_i} = -\sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i.$$

Mais, par la condition de contact,

$$(1) \qquad \Sigma v dy = \tau \Sigma u dx.$$

Les dx_i et dy_i ne sont liées que par la relation unique

$$\sum \frac{\partial f}{\partial x} dx + \sum \frac{\partial f}{\partial y} dy = 0,$$

identique à (0). Donc (1) est une conséquence de (0), ce qui donne

$$\alpha u_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad \beta v_i = \frac{\partial f}{\partial y_i},$$

α, β = facteur de proportionnalité.

Pareillement

$$\gamma u_i = \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad \delta y_i = \frac{\partial F}{\partial v_i}.$$

103. Envisageons le système K de courbes $c^{(k)}$ découpées sur P_x par les surfaces

$$\sum_i k_i f_i(\underline{x}, y) = 0, \qquad (k_i = \text{constante arbitraire}).$$

$$f_i(x; y) = \frac{\partial f}{\partial x_i}.$$

En vertu de la relation

$$\sum_i x_i f_i = (\rho + 1) f = 0,$$

il y a, dans le système K, ∞^2 courbes $c^{(k)}$.

Comme on a $\alpha u_i = f_i$ et $\sum_i k_i f_i = \sum_i k_i u_i = 0$, on voit que la courbe $c^{(k)}$ a la propriété suivante : « les éléments (y, v), adhérents à P_x le long de $c^{(k)}$, sont » les images par s des éléments (x, u), dont le plan u passe par le point k. » k a les k_i pour coordonnées.

Si u passe par les deux points x et k, on peut poser $u_i = ta_i + b_i$, les deux plans a et b passant par x et k, et t étant un paramètre variable. Les relations

$$y_i\varphi_0\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} = \varphi_i\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix}$$

$$v_i\psi_0\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix} = \psi_i\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix}$$

deviennent, quand u tourne autour de $\overline{kx}$,

$$y_i\varphi_0(x;\ ta + b) = \varphi_i(x;\ ta + b);$$
$$v_i\psi_0(x;\ ta + b) = \psi_i(x;\ ta + b).$$

Ainsi « $c^{(k)}$ est une courbe unicursale de degré m' » et « la développable » circonscrite à P_x le long de $c^{(k)}$ est unicursale et de classe n' ».

Les surfaces P_x et $\sum_i k_i f_i = 0$ sont toutes deux de degré M. Donc leur intersection se compose :

de la courbe $c^{(k)}$, de degré m';

d'une courbe fixe, indépendante des k_i et de degré $M^2 - m'$.

La contre-partie dualistique est exposée ci-après.

104. Les plans tangents v communs à P_x et à $\sum_i l_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$, $F(\underline{x}; v) = 0$ étant l'équation de P_x et $l_i = c^{te}$ arbitraire, forment une développable $\gamma^{(l)}$.

Il y a ∞^2 développables $\gamma^{(l)}$ dont l'ensemble est le système $\mathfrak{R}$. Les éléments (y, v) adhérents à P_x et qui ont leur plan v situé sur $\gamma^{(l)}$ sont les images par s des éléments (x, u), lesquels ont leur plan u passant par le point l. Ainsi le système de courbes K est constitué par les courbes de contact de P_x avec les développables du système $\mathfrak{R}$.

Par conséquent, la développable γ est unicursale avec la classe n'.



P_x est de classe M'; les plans tangents communs à P_x, ou $F = 0$, et à la surface

$$\sum_i l_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$$

forment :

une développable $\gamma^{(l)}$, mobile avec les l_i, avec n' pour classe;
une développable fixe, avec $M'^2 - n'$ pour classe.

105. Un plan u est déterminé par trois points x, k et k'; par conséquent le point y, qui figure dans l'élément-image (y, v) de l'élément (x, u), est à l'intersection des deux courbes $c^{(k)}$ et $c^{(k')}$. Donc « deux courbes du réseau K » n'ont qu'*un seul* point d'intersection mobile », lequel est y. Le plan tangent à P_x en y complète l'élément (y, v) image de (x, u).

Pareillement « deux développables du système $\mathfrak{K}$ ont un seul plan tangent » commun mobile »; c'est v, lequel, complété par son point de contact y avec P_x, donne l'élément-image (y, v).

106. Nommons K^0 le système des ∞^3 surfaces $C^{(k)}$, qui ont pour équation

$$\sum_i k_i f_i(\underline{x}; y) = 0.$$

Les surfaces $C^{(k)}$ découpent sur P_x les courbes $c^{(k)}$ du système K. Une même courbe $c^{(k)}$ est découpée par les ∞ surfaces $C^{(k')}$

$$k'_i = k_i + tx_i \qquad (t = \text{paramètre variable}).$$

Envisageons enfin la surface jacobienne

$$H(x; y) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_{i'}}\right] = 0$$

du système K^0.

Étudions l'intersection de P_x avec cette jacobienne.

Je dis que « H ne peut être nul en tous les points de P_x ».

En effet, on aurait alors, partout sur P_x,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_j} = a_i A_j + b_i B_j + c_i C_j$$

$$df_i = \sum_j dy_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_j} = a_i \Sigma A dy + b_i \Sigma B dy + c_i \Sigma C dy$$

$$M f_i = \sum_j y_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_j} = a_i \Sigma A y + \cdots$$

M (nº **102**) étant le degré de f en y_i.

Par conséquent, en vertu des relations

$$\alpha u_i = f_i \qquad \alpha du_i + u_i d\alpha = df_i,$$

il vient

$$(abcu) = 0 \qquad (abcdu) = 0.$$

Quelle que soit la direction d'avancement de y sur P_x, le plan u n'aurait qu'une direction d'avancement; u ne pourrait que tourner autour de la droite $\overline{xr}$, $r_i = (abc)_i$. Quand y parcourrait toute la surface P_x, u envelopperait un cône de sommet x. Cela est contraire à la définition de la surface primordiale : u doit pouvoir, quand y parcourt P_x, prendre toutes ses ∞^2 positions possibles autour de x.

Il faut toutefois, pour que la proposition subsiste, que les $(abc)_i = r_i$ ne soient pas proportionnelles aux x_i.

Mais alors $\Sigma xa = \Sigma xb = \Sigma xc = 0$ et

$$\sum_i x_i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_j} = \frac{\partial f}{\partial y_j} = 0.$$

La surface P_x aurait tous ses points multiples, ce qui est absurde.

Ainsi le théorème annoncé est établi ; nous pouvons légitimement parler de la *courbe* η_x intersection des surfaces P_x et $H = 0$.

107. « Les points fixes ou fondamentaux du système K sont sur la » courbe η_x ».

Posons $h_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_j}$. On a en un pareil point

$$0 = f_i = \sum_j y_j h_{ij}, \qquad \text{d'où} \qquad H = 0.$$

C. Q. F. D.

« Tout point multiple de la courbe $c^{(k)}$ du système K est sur η_x. »

En un pareil point y, les coordonnées du plan tangent à la surface P_x, où $f\binom{\rho\ \ \mathrm{M}}{x\,;\,y} = 0$, sont $\frac{\partial f}{\partial y_j}$. Les coordonnées du plan tangent à la surface $C^{(k)}$, où

$$\sum_i k_i f_i = 0,$$

sont

$$\frac{\partial}{\partial y_j} \sum_i k_i f_i = \sum_i k_i h_{ij}.$$

Il faut donc, pour qu'il y ait point multiple sur $c^{(k)}$,

$$\sum_i k_i h_{ij} = \sigma \frac{\partial f}{\partial y_j} = \frac{\sigma}{\rho} \sum_i x_i h_{ij},$$

en vertu du théorème d'Euler. Par suite

$$\sum_i h_{ij}\left(k_i - \frac{\sigma}{\rho} x_i\right) = 0.$$

Les deux points x et k sont distincts et $\mathrm{H} = 0$. C. Q. F. D.

108. « La courbe $c^{(k)}$ n'a aucun point multiple mobile. »

Un tel point ne pourrait que parcourir la courbe η_x; il y a ∞^2 courbes $c^{(k)}$ et ∞ points sur η_x; un point quelconque de η_x est multiple pour ∞ courbes $c^{(k)}$.

Soit une courbe quelconque $c^{(k)}$; soient y son point multiple sur η_x et $c^{(k')}$ une autre courbe ayant aussi y pour point multiple.

Le nombre des intersections, pour $c^{(k)}$ et $c^{(k')}$, confondues en y, est sûrement supérieur à un.

Donc l'élément formé par le point x et le plan des trois points x, k, k' a plus d'une image (y, v) (n° **105**). Cet élément est fondamental pour la crémonienne s. Il y aurait un nombre infini d'éléments fondamentaux adhérents à un point quelconque x de l'espace. Cela est impossible, car ce serait la contre-partie dualistique d'une proposition dont j'ai déjà, au n° **34**, établi l'absurdité, savoir : existence de ∞ éléments fondamentaux adhérents à un plan quelconque u de l'espace.

109. Les diverses propriétés établies pour le système K appartiennent aussi (n° **101**) au réseau homaloïde d'une substitution ponctuelle plane. Je nommerai donc le système K, le « réseau homaloïde de la primordiale P_x ». La courbe η_x joue le rôle de la jacobienne du réseau homaloïde plan.

Il y aura de même, contre-partie dualistique, un réseau $\mathfrak{K}$ homaloïde de développables, circonscrites à P_x le long des courbes du réseau K.

110. Dès lors la construction de la crémonienne s se ramène à celle des réseaux homaloïdes K et $\mathfrak{K}$ sur la primordiale donnée P_x, laquelle doit, bien entendu, être unicursale.

La recherche des réseaux homaloïdes ressemble beaucoup au problème analogue dans la géométrie plane.

Nous nous bornerons donc à un exemple simple, objet du chapitre suivant.

111. Le système K, « réseau homaloïde », peut-il dégénérer et contenir seulement ∞ courbes ou même un nombre fini seulement ?

Rappelons que la courbe $c^{(k)}$, intersection de P_x par la surface

$$\sum_i k_i f_i = 0,$$

a la propriété suivante : les éléments (y, v), adhérents à P_x le long de $c^{(k)}$, sont les images des éléments (x, u) pour lesquels le plan u passe par la droite $\overline{xk}$. Je dirai, pour abréger, que $c^{(k)}$ *correspond* à la droite $\overline{xk}$.

Admettons maintenant que le système K, découpé sur P_x par les surfaces $C^{(k)}$

$$\sum_i k_i f_i = 0,$$

ne contienne que ∞ courbes; soit γ une quelconque de ces dernières. Comme il y a ∞^2 droites $\overline{xk}$ et ∞ courbes γ, γ résultera de la superposition de ∞ courbes $c^{(k)}$ et correspondra à ∞ droites $\overline{xk}$, c'est-à-dire aux ∞ génératrices d'un certain cône ayant x pour sommet.

Soient $\overline{xk}$ et $\overline{xk'}$ deux quelconques de ces génératrices ; les courbes $c^{(k)}$ et $c^{(k')}$ auront en commun les ∞ points de la courbe γ. L'élément, constitué par



le point x et le plan $\overline{xkk'}$, aura une infinité d'éléments-images, savoir les ∞ éléments adhérents à P_x le long de γ. Le plan $\overline{xkk'}$ serait fondamental et il y aurait ∞^2 éléments fondamentaux adhérents à x. Cela est absurde (nos **34** et **108**).

Si les surfaces $C^{(k)}$ découpent sur P_x une courbe fixe γ_0 seulement, γ_0 résulte de la superposition de ∞^2 courbes $c^{(k)}$; le raisonnement précédent subsiste *a fortiori*.

Bref, les réseaux homaloïdes

$$\left.\begin{array}{lr} \text{K} \quad \text{de courbes} & c^{(k)} \\ \mathfrak{K} \quad \text{de développables} & \gamma^{(k)} \end{array}\right\} \text{toutes deux au nombre de } \infty^2$$

existent toujours.

CHAPITRE XI.

APPLICATIONS.

112. Soit $f\binom{2\ \ 2}{x;\,y}$ une forme biquaternaire en x_i et y_i, quadratique pour chaque série de variables.

Je suppose que les équations

$$f(\underline{x};y)=0 \qquad \text{et} \qquad f(x;\underline{y})=0$$

respectivement représentent :

la surface primordiale P_x, afférente au point x dans la crémonienne s;
la surface primordiale P'_y, afférente au point y dans la crémonienne s^{-1}.

Je me propose de construire cette crémonienne

$$s=\begin{vmatrix} x_i & \varphi_i\begin{pmatrix} m & m' \\ x; & u \end{pmatrix} \\ u_i & \psi_i\begin{pmatrix} n & n' \\ x; & u \end{pmatrix} \end{vmatrix} \qquad s^{-1}=\begin{vmatrix} y_i & \theta_i\begin{pmatrix} p & p' \\ y; & v \end{pmatrix} \\ v_i & \eta_i\begin{pmatrix} q & q' \\ y; & v \end{pmatrix} \end{vmatrix},$$

en faisant $m'=n'=2=p'=q'$. Je ne chercherai pas à construire *toutes* les crémoniennes de cette sorte, mais à donner simplement un exemple de ces crémoniennes.

113. Comme il a été expliqué au précédent chapitre, les courbes $c^{(k)}$ du réseau homaloïde sont des coniques, $m'=2$; les développables $\gamma^{(k)}$ du réseau homaloïde sont des cônes-quadriques, $n'=2$; ces cônes ont pour sommets $t^{(k)}$ les pôles, par rapport à la quadrique P_x, des plans $e^{(k)}$ des coniques $c^{(k)}$.

Comme les surfaces $C^{(k)}$ où $\Sigma k_i f_i(\underline{x};y)=0$ sont aussi des quadriques, $C^{(k)}$ coupe la quadrique P_x suivant une conique $c^{(k)}$ et une seconde conique $c^{(0)}$, de plan $e^{(0)}$.

Soit $F\binom{\ \ 2}{x;\,v}=0$ l'équation de la surface primordiale P_x, en coordonnées-



plans v. Les plans tangents communs à P_x et à la quadrique $\sum_i l_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$ enveloppent deux cônes-quadriques, savoir :

le cône $\gamma^{(l)}$, de sommet $t^{(l)}$;

un cône fixe $\gamma^{(0)}$, de sommet $t^{(0)}$.

En vertu de la condition $p' = q' = 2$, le réseau homaloïde sur la quadrique primordiale P'_y, afférente à y dans la crémonienne s^{-1}, sera constitué, d'une façon entièrement pareille, par des coniques et des quadriques-cônes.

114. Deux coniques $c^{(k)}$ et $c^{(k')}$ ne doivent avoir qu'un seul point d'intersection mobile avec les k_t et k'_t. Ces coniques se coupent en deux points, savoir : ceux où la quadrique P_x est percée par la droite, intersection des plans $e^{(k)}$ et $e^{(k')}$ des deux coniques.

Cette droite doit donc percer P_x en un point $\mathfrak{X}$ fixe, c'est-à-dire indépendant des valeurs des paramètres k_t.

Deux cônes-quadriques $\gamma^{(k)}$ et $\gamma^{(k')}$ ne doivent avoir qu'un seul plan tangent commun mobile. Ces deux cônes ont deux plans tangents communs, savoir : ceux menés à la quadrique P_x par la droite qui joint les sommets $t^{(k)}$ et $t^{(k')}$ des deux cônes $\gamma^{(k)}$ et $\gamma^{(k')}$. Ladite droite se trouve donc dans un plan fixe $\mathfrak{U}$, tangent à P_x.

Ainsi, tous les plans $e^{(k)}$ passent par $\mathfrak{X}$; tous les points $t^{(k)}$ sont situés sur $\mathfrak{U}$; mais les sommets $t^{(k)}$ des cônes, circonscrits à P_x le long des coniques $c^{(k)}$, sont les pôles des plans $e^{(k)}$ des coniques. $\mathfrak{X}$ est ainsi le pôle de $\mathfrak{U}$; $\mathfrak{X}$ est situé sur P_x, donc l'élément $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ existe et adhère à P_x.

115. La position dans l'espace de l'élément $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ dépend de x. Je supposerai, pour simplifier, que l'élément soit entièrement fixe, c'est-à-dire le même pour toutes les quadriques P_x. Ces dernières auront donc un élément adhérent $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ commun.

Pareillement les primordiales P'_y, afférentes à y dans la crémonienne s^{-1}, auront un élément fixe $(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V})$ adhérent commun.

L'intersection des deux quadriques P_x et $P_{x'}$ possédera en $\mathfrak{X}$ un point



double. Envisageons deux quadriques primordiales infiniment voisines P_x et P_{x+dx}, les dx_i étant proportionnelles à k_i. L'intersection est la courbe

$$f(\underline{x};\, y) = \sum_i k_i f_i(\underline{x};\, y) = 0$$

et comprend par hypothèse (n° **113**) :

la conique fixe $c^{(0)}$;

la conique mobile $c^{(k)}$, laquelle posséderait en $\mathfrak{X}$ un point double.

Si $\mathfrak{X}$ n'est pas sur $c^{(0)}$, l'intersection aurait trois points doubles, savoir $\mathfrak{X}$ et les deux points où le plan $e^{(k)}$ de $c^{(k)}$ rencontre $c^{(0)}$; $c^{(k)}$ serait un couple de droites et le plan $e^{(k)}$ toucherait la quadrique P_x. Cela est absurde, car $e^{(k)}$ est quelconque autour de $\mathfrak{X}$, puisqu'il doit y avoir ∞^2 coniques $c^{(k)}$ (n° **111**).

La conclusion est que « $\mathfrak{X}$ est sur la conique fixe $c^{(0)}$ ». Pareillement, par dualité, « $\mathfrak{U}$ touche le cône fixe $\gamma^{(0)}$ » (n° **113**).

116. Remarquons que, lorsque x voyage dans l'espace, $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ reste fixe absolument, tandis que

le plan $e^{(0)}$ de la conique $c^{(0)}$ tourne autour de $\mathfrak{X}$,

le sommet $t^{(0)}$ du cône $\gamma^{(0)}$ se meut sur le plan $\mathfrak{U}$.

Notons aussi que le système K^0 des ∞^3 quadriques $C^{(k)}$ du n° **106**

$$\sum_i k_i f_i(\underline{x};\, y) = 0$$

comporte :

une conique fixe $c^{(0)}$ de plan $e^{(0)}$;

un cône tangent fixe $\gamma^{(0)}$ de sommet $t^{(0)}$;

un élément adhérent fixe $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$, où le point $\mathfrak{X}$ est situé sur $c^{(0)}$ et le plan $\mathfrak{U}$ touche $\gamma^{(0)}$.

117. Laissons provisoirement de côté la condition relative au cône $\gamma^{(0)}$ et étudions le système W de quadriques qui ont l'élément adhérent fixe $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$, où

$$\mathfrak{X} \qquad y_1 = y_2 = y_3 = 0 = v_4,$$
$$\mathfrak{U} \qquad v_1 = v_2 = v_4 = 0 = y_3$$



et la conique fixe

$$y_2 = 2y_3y_4 + p(y_1, y_3) = 0 \qquad (p = \text{forme quadratique binaire}),$$

où le plan $c^{(0)}$ est $y_2 = 0$.

Soit la quadrique générale

$$\sum_{ij} a_{ij}y_iy_j = 0 \qquad (a_{ij} = a_{ji}).$$

Elle adhère à $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$; donc

$$0 = a_{44} = a_{41} = a_{42}.$$

Faisons $y_2 = 0$, il viendra

$$2a_{34}y_3y_4 + a_{11}y_1^2 + 2a_{13}y_1y_3 + a_{33}y_3^2$$

et l'on posera $a_{34} = 1$

$$a_{11}y_1^2 + \cdots = p(y_1, y_3).$$

Le système W sera

$$0 = 2w_1y_1y_2 + w_2y_2^2 + 2w_3y_2y_3 + w_4\{2y_3y_4 + p(y_1, y_3)\} \quad (w_i = \text{c}^{\text{te}} \text{ arbitraire}).$$

W comprend ∞^3 quadriques; le jacobien du système est celui des quatre formes quadratiques quaternaires

$$y_1y_2, \quad y_2^2, \quad y_2y_3, \qquad 2y_3y_4 + p(y_1, y_3),$$

c'est-à-dire $y_2^3y_3$. La surface jacobienne se compose donc :

du plan $\mathfrak{U}$;

du plan $e^{(0)}$, de la conique fixe $c^{(0)}$, compté trois fois.

118. Appliquons ce résultat géométrique aux deux systèmes de quadriques

(1) $$\sum_i k_i \frac{\partial f(\underline{x}; y)}{\partial \underline{x}_i} = 0,$$

(2) $$\sum_i k_i \frac{\partial f(x; \underline{y})}{\partial \underline{y}_i} = 0,$$

qui sont respectivement les surfaces $C^{(k)}$ du n° **116** pour les crémoniennes s et s^{-1}.



Nommons, comme au chapitre précédent, $H\binom{4\ \ 4}{x;\ y}$ le déterminant

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial y_i}\right].$$

$H(\underline{x}; y) = 0$ est la jacobienne du système (1); $H(x; \underline{y}) = 0$ est celle du système (2).

Nous supposons constamment la symétrie parfaite des propriétés entre s et s^{-1}. Soient $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ et $(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V})$ les éléments adhérents fixes respectivement des deux systèmes (1) et (2); soient $e^{(0)}$ et $e'^{(0)}$ les plans de la conique fixe dans les systèmes (1) et (2).

La surface $H(\underline{x}; y) = 0$ comprend $e^{(0)}$ et le plan $\mathfrak{U}$, $e^{(0)}$ compté trois fois.

La surface $H(x; \underline{y}) = 0$ comprend $\mathfrak{V}$ et le plan $e'^{(0)}$ compté trois fois.

Par hypothèse, les éléments $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ et $(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V})$ sont absolument fixes dans l'espace.

Multiplions donc s devant et derrière par une crémonique linéaire (n° **69**), c'est-à-dire effectuant dans les deux espaces, lieux des x et des y, des changements convenables de coordonnées, on peut supposer :

pour $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$
$$y_1 = y_2 = y_3 = v_1 = v_2 = v_4 = 0,$$
pour $(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V})$
$$x_1 = x_2 = x_3 = u_1 = u_2 = u_4 = 0.$$

$y_3 = 0$ est l'équation de $\mathfrak{U}$; $x_3 = 0$ est celle de $\mathfrak{V}$.

Par conséquent, H est divisible par x_3 et y_3, et l'on posera

$$H\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ x; & y \end{pmatrix} = x_3 y_3 H' \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ x; & y \end{pmatrix}.$$

119. L'équation

$$H'\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ \underline{x}; & y \end{pmatrix} = 0 \text{ représente trois fois le plan } e^{(0)},$$

$$H'\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ x; & \underline{y} \end{pmatrix} = 0 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad e'^{(0)}.$$

H′ est donc le cube d'une forme bilinéaire $T\binom{1}{x};\binom{1}{y}$. La construction de T n'exige aucune irrationnelle. Il suffira de chercher le plus grand commun diviseur des expressions (α_i, β_j = constante arbitraire)

$$H', \ \sum_i \alpha_i \frac{\partial H'}{\partial y_i} \quad \text{et} \quad \sum_{ij} \alpha_i \beta_j \frac{\partial^2 H'}{\partial y_i \partial y_j}.$$

Les deux plans $e^{(0)}$ et $e'^{(0)}$ passent par les points $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$ respectivement; par conséquent, $T = 0$ pour $y_1 = y_2 = y_3 = 0$, et pour $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Ainsi x_4 et y_4 manquent dans $T\binom{1}{x};\binom{1}{y}$.

Je supposerai, pour abréger le calcul, ce qui ne change pas essentiellement la nature de s et s^{-1},

$$T = x_1y_1 + x_2y_2 + y_3x_3.$$

120. Ces explications préliminaires données, je passe à la construction effective des crémoniennes s et s^{-1}.

Posons

$$f = \sum_{ij} y_i y_j a_{ij} \binom{2}{x} = \sum_{ij} x_i x_j b_{ij} \binom{2}{y},$$

$$A(x) = [a_{ij}], \qquad B(y) = [b_{ij}],$$

$$A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}, \qquad B_{ij} = \frac{\partial B}{\partial b_{ij}}.$$

$A \pm 0$, car si $A = 0$, la quadrique $f(\underline{x}; y) = 0$, c'est-à-dire la primordiale P_x, dans la crémonienne s, devient un cône, c'est-à-dire développable. Pareillement $B(y) \pm 0$.

Les quadriques $f(\underline{x}; y) = 0$ et $f(x; \underline{y}) = 0$ adhèrent respectivement aux éléments

$$(\mathfrak{X}, \mathfrak{U}) \quad \text{ou} \quad y_1 = y_2 = y_3 = v_1 = v_2 = v_4 = 0,$$
$$(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V}) \quad \text{ou} \quad x_1 = x_2 = x_3 = u_1 = u_2 = u_4 = 0,$$

d'où

$$a_{44}(x) = a_{41}(x) = a_{42}(x) \equiv 0,$$
$$b_{44}(y) = b_{41}(y) = b_{42}(y) \equiv 0.$$

Les coefficients $a_{3i}(x)$ et $b_{3i}(y)$ jouent un rôle à part et je poserai

$$a_{34} = X\binom{2}{x}; \qquad X_i = \frac{\partial X}{\partial x_i},$$

$$b_{34} = Y\binom{2}{y}; \qquad Y_i = \frac{\partial Y}{\partial y_i}.$$

On pourra d'ailleurs écrire aussi

$$f \equiv 2Xy_3y_4 + P\binom{2}{x;\, y_1, y_2, y_3}$$

$$f \equiv 2Yx_3x_4 + Q\binom{2}{y;\, x_1, x_2, x_3}$$

P étant une forme quadratique ternaire en y_i; et Q en x_i.

Enfin, pour abréger l'écriture,

$$f_i\binom{1 \quad 2}{x;\; y} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad f'_i\binom{2 \quad 1}{x;\; y} = \frac{\partial f}{\partial y_i}. \qquad P_i = \frac{\partial P}{\partial x_i} \qquad Q_i = \frac{\partial Q}{\partial y_i}.$$

121. Considérons les deux quadriques

$$P_x \quad \text{ou} \quad f(\underline{x};\, y) = 2Xy_3y_4 + P\binom{2}{x;\, y_1, y_2, y_3} = 0$$

$$f_i(\underline{x};\, y) = 2X_iy_3y_4 + P_i.$$

Le cône de sommet $\mathfrak{X}$

$$\chi_i\binom{3}{x;\, y_1, y_2, y_3} = XP_i - X_iP = 0 = Xf_i - fX,$$

passe par l'intersection des deux quadriques. Cette dernière se compose :

de la conique $c^{(0)}$, dont le plan $e^{(0)}$ a pour équation (n° **119**) $T(x^{1}_{x;}\,{}^{1}_{y}) = 0$, et d'une seconde conique.

Le cône $\chi_i = 0$ se compose des plans des deux coniques ;

$$\chi_i\binom{3}{x;\, y_1, y_2, y_3} = T\binom{1 \quad 1}{x;\; y} R_i\binom{2 \quad 1}{x;\; y}$$

d'où

$$Xf_i \equiv X_if + TR_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4).$$

On aura une relation analogue en considérant la crémonienne s^{-1}. Bref,

$$(1)\qquad Xf'_i = X\sum_j x_j b_{ij}(y) \equiv f X_i + TR_i$$

$$(2)\qquad Yf'_i = Y\sum_j y_j a_{ij}(x) \equiv f Y_i + TS_i,$$

$S_i\left(\begin{smallmatrix}2 & 1\\ y; & x\end{smallmatrix}\right)$ étant l'expression analogue à $R_i\left(\begin{smallmatrix}2 & 1\\ x; & y\end{smallmatrix}\right)$.

Introduisons les mineurs A_{ik} du déterminant A (n° **120**). Il viendra

$$\sum_i A_{ik} Y f'_i = Y\sum_{ji} a_{ij} A_{ik} y_j \equiv AYy_k = f\sum_i Y_i A_{ik} + T\sum_i S_i A_{ik}.$$

$$A \pm 0 \quad \text{et, pour} \quad f = T = 0, \quad Y = 0.$$

Or les équations $f(\underline{x}; y) = T(\underline{x}; y) = 0$ représentent la conique $c^{(0)}$. Donc, « quand x varie, la conique $c^{(0)}$ est constamment située sur une qua- » drique fixe $Y = 0$ ».

Pareillement les coniques $c^{(0)}$, afférentes à la crémonienne s^{-1}, sont toutes situées sur la quadrique fixe $X = 0$.

122. Je dis que « l'élément $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$ adhère à la quadrique $Y = 0$ » et « l'élément $(\mathfrak{Y}, \mathfrak{V})$ adhère à la quadrique $X = 0$ ». En effet, la quadrique $Y = 0$ est la limite vers laquelle tend la primordiale P_x ou

$$f(\underline{x}; y) = 2Yx_3x_4 + Q\begin{pmatrix}2\\ y;\ x_1, x_2, x_3\end{pmatrix} = 0$$

lorsque x tend vers le point $\mathfrak{X}$, de façon que $\lim x_3^{-1}Q = 0$, c'est-à-dire

$$\lim x_1^2 x_3^{-1} = \lim x_2^2 x_3^{-1} = \lim x_1 x_2 x_3^{-1} = 0$$

pour x_1, x_2, x_3 infiniment petits.

Or toute primordiale P_x adhère à l'élément $(\mathfrak{X}, \mathfrak{U})$.

J'écrirai donc (n° **117**)

$$Y = 2y_3y_4 + p(y_1, y_2, y_3).$$

Par un raisonnement identique, on voit que

$$X = 2x_3x_4 + q(x_1, x_2, x_3) \quad (p, q = \text{formes quadratiques}).$$



$p = 0$, $q = 0$ sont des cônes quadriques ayant les points $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$ respectivement pour sommet.

123. L'intersection des deux quadriques P_x ou $f = 0$ et $Y = 0$ doit comprendre la conique $c^{(0)}$. Éliminons y_4 entre $f = 0$ et $Y = 0$, il viendra

$$0 = \begin{vmatrix} X & P \\ 1 & p \end{vmatrix} = f - XY = \chi\begin{pmatrix} 2 \\ x; y_1, y_2, y_3 \end{pmatrix}.$$

C'est l'équation d'un cône qui a le point $\mathfrak{X}$ pour sommet et passe par la courbe intersection des deux quadriques.

La conique $c^{(0)}$, dont $T\left(\begin{smallmatrix}1 & 1\\ x; & y\end{smallmatrix}\right) = 0$ est le plan, passe aussi par $\mathfrak{X}$. Ce plan est situé sur le cône $\chi(\underline{x}; y) = 0$ et il vient

$$\chi\begin{pmatrix} 2 \\ x; y_1, y_2, y_3 \end{pmatrix} = T\mathfrak{T}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x; & y \end{pmatrix}.$$

Ainsi

$$f = XY - T\mathfrak{T} \qquad f_i(x; y) = X_iY - T\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial x_i} - \mathfrak{T}\frac{\partial T}{\partial x_i}.$$

La conique $c^{(0)}$, c'est-à-dire $Y = T = 0$, est située sur la surface $f_i(\underline{x}; y) = 0$; tout le long de la conique $C^{(0)}$,

$$\mathfrak{T}\frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 = y_i\mathfrak{T} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

puisque $T = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$.

Ainsi la conique $c^{(0)}$ est située dans le plan $\mathfrak{T}\left(\begin{smallmatrix}1 & 1\\ x; & y\end{smallmatrix}\right) = 0$. Ce plan coïncide avec le plan $T\left(\begin{smallmatrix}1 & 1\\ x; & y\end{smallmatrix}\right) = 0$ et $\mathfrak{T} \equiv KT$, ou, pour simplifier, $\mathfrak{T} \equiv T$, et finalement

$$f = XY - T^2 \qquad X = 2x_3x_4 + q(x_1, x_2, x_3) \qquad Y = 2y_3y_4 + p(y_1, y_2, y_3)$$
$$T = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3.$$

Telle est l'expression définitive, relativement simple, de la forme quadratique-biquaternaire $f(x, y)$.

124. Construisons les φ_i et les ψ_i.



Il vient $f_i = YX_i - 2T\frac{\partial T}{\partial x_i}$ et par suite (nº **102**), puisque les $f_i = \frac{\partial F}{\partial x_i}$ sont proportionnels aux u_i,

$$\frac{YX_1 - 2Ty_1}{u_1} = \frac{YX_2 - 2Ty_2}{u_2} = \frac{YX_3 - 2Ty_3}{u_3} = \frac{2x_3Y}{u_4}.$$

On tire de là

$$y_\alpha = \rho\varpi_\alpha, \qquad \varpi_\alpha = u_4X_\alpha - 2x_3u_\alpha \qquad (\alpha = 1, 2, 3)$$

$T(x; y) = 2\rho u_4 X$. En vertu de $f = XY - T^2 = 0$,

$$Y = 2y_3y_4 + p(y_1, y_2, y_3) = \frac{T^2}{X} \qquad 2\varpi_3y_4 + \rho p(\varpi) = 4\rho u_4^2 X \qquad 2\varpi_3 y_4 = \rho\{4u_4^2X - p(\varpi)\}$$

On prendra donc

$$\left\{\begin{aligned} \varphi_1 &= 2\varpi_3\varpi_1 \\ \varphi_2 &= 2\varpi_3\varpi_2 \\ \varphi_3 &= 2\varpi_3^2 \\ \varphi_4 &= 4u_4^2X - p(\varpi) \end{aligned}\right\},$$

c'est-à-dire

$$\varphi_i\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ x; & u \end{pmatrix}.$$

Pour avoir les ψ_i, il suffira (nº **102**) de calculer les expressions

$$f_i'(x, y) = \frac{\partial F}{\partial y_i}, \qquad f_i'(x; \varphi) = \psi_i\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ x; & u \end{pmatrix}.$$

La crémonienne s^{-1} aura la même forme, sauf que p et q s'échangeront.

Ainsi

$$s = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 2 \end{array}\right).$$

On construira sans difficulté, sur la primordiale

$$f\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ \underline{x}; & y \end{pmatrix} = X\begin{pmatrix} 2 \\ \underline{x} \end{pmatrix} Y - T^2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \underline{x}; & y \end{pmatrix} = 0,$$

les réseaux homaloïdes.

CHAPITRE XII.

CLASSIFICATION DES CRÉMONIENNES.

125. On sait que Lie (*) a établi, parmi les transformations de contact de l'espace ordinaire, la classification que voici :

Soient (x, y, z, p, q) et (x', y', z', p', q') un élément et son transformé; les trois catégories de transformations de contact correspondent aux trois cas, où entre x, y, z et x', y', z' il existe

une relation;

deux relations distinctes;

trois relations distinctes;

le dernier cas étant celui d'une transformation ponctuelle prolongée (*erweiterte*).

Nos crémoniennes, n'étant pas autre chose que des transformations de contact birationnelles, doivent rentrer dans la classification précédente.

C'est, en effet, ce qui est.

126. Désignons comme toujours par :

$\mathfrak{L}_x$ la variété primordiale afférente au point x dans la crémonienne s;

$\mathfrak{L}'_y$ la variété primordiale afférente au point y dans la crémonienne s^{-1}.

On voit immédiatement que les trois cas de Lie se traduisent de la façon suivante dans notre terminologie habituelle :

Premier cas : $\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont des surfaces primordiales P_x et P'_y;

Deuxième cas : $\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont des courbes primordiales Γ_x et Γ'_y;

Troisième cas : $\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont des points primordiaux, la crémonienne devenant crémonique.

En un mot, notre classification des crémoniennes est la même que celle de Lie, mais *complètement généralisée dans le sens dualistique.*

(*) *Theorie der Transformationsgruppen*, Bd II, S. 54.



127. Il semble toutefois que la classification de Lie soit plus complète et précise par l'exclusion des hypothèses telles que celles-ci :

$\mathfrak{L}_x$ est une surface de P_x, mais $\mathfrak{L}'_y$ est une courbe Γ'_y ou inversement, etc.

Nous avons montré à propos des crémoniques (chapitre VI) que si $\mathfrak{L}_x$ est un point primordial, $\mathfrak{L}'_y$ est aussi un point primordial. Mais il reste à montrer que si $\mathfrak{L}_x$, par exemple, est une courbe, $\mathfrak{L}'_y$ est aussi une courbe.

Répartissons les huit matrices en quatre couples :

$$\}\varphi\{ \text{ et } \}\theta\{; \qquad \}\varphi'\{ \text{ et } \}\theta'\{; \qquad \}\psi\{ \text{ et } \}\eta\{; \qquad \}\psi'\{ \text{ et } \}\eta'\{;$$

nommons *correspondantes* les deux matrices d'un même couple.

Je vais montrer que les deux matrices correspondantes sont toujours *simultanément*

ou nulles

ou différentes de zéro.

Cela écartera immédiatement les hypothèses telles que celle-ci : $\mathfrak{L}_x$ est P_x, $\mathfrak{L}'_y$ étant Γ'_y, etc.

128. Posons, comme au n° **10** de la première partie, pour les coordonnées d'un élément λ,

$$\lambda_1 = x \qquad \lambda_2 = y \qquad \lambda_3 = z \qquad \lambda_4 = p \qquad \lambda_5 = q.$$

Soit μ le transformé de λ par la crémonienne s. Nommons μ_i les cinq coordonnées de μ. Les crémoniennes s et s^{-1} seront exprimées par les relations

$$\mu_i = m_i(\lambda) \qquad \lambda_i = l_i(\mu) \qquad (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

les m_i et l_i étant des fractions rationnelles.

Posons

$$m_{ij} = \frac{\partial m_i}{\partial \lambda_j} \qquad l_{ij} = \frac{\partial l_i}{\partial \mu_j} \qquad (j = 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$M = [m_{ij}] \pm 0 \qquad L = [l_{ij}] \pm 0$$

$$M_{ij} = \frac{\partial M}{\partial m_{ij}} \qquad L_{ij} = \frac{\partial L}{\partial l_{ij}}.$$

Il viendra

$$d\mu_i = \sum_j m_{ij} d\lambda_j = \mathrm{L}^{-1} \sum_j \mathrm{L}_{ji} d\lambda_j$$

$$d\lambda_i = \sum_j l_{ij} d\mu_j = \mathrm{M}^{-1} \sum_j \mathrm{M}_{ij} d\mu_j.$$

129. Tout cela entendu, supposons $\{\varphi'\} = 0$, c'est-à-dire que $\mathfrak{T}_x$ soit une courbe Γ_x ; je dis que $\mathfrak{T}'_y$ est aussi une courbe et que $\{\theta'\} = 0$.

Quand l'élément λ varie, en tournant autour du point x, on a (nº **128**)

$$d\lambda_1 = d\lambda_2 = d\lambda_3 = 0 \qquad \mathrm{L} d\mu_i = \mathrm{L}_{4i} d\lambda_4 + \mathrm{L}_{5i} d\lambda_5.$$

Or la direction d'avancement pour le point y (dont μ_1, μ_2, μ_3 sont les trois coordonnées rectangulaires) est unique par hypothèse, puisqu'elle est la tangente à la courbe Γ_x ; les rapports

$$d\mu_1 : d\mu_2 : d\mu_3$$

sont indépendants de $d\lambda_4 : d\lambda_5$, ce qui exige

$$\begin{Vmatrix} \mathrm{L}_{41} & \mathrm{L}_{42} & \mathrm{L}_{43} \\ \mathrm{L}_{51} & \mathrm{L}_{52} & \mathrm{L}_{53} \end{Vmatrix} = 0.$$

En vertu des propriétés bien connues des déterminants (*), les trois déterminants de la matrice sont, après départ de L,

$$\mathrm{I} = \begin{vmatrix} l_{11} & l_{14} & l_{15} \\ l_{21} & l_{24} & l_{25} \\ l_{31} & l_{34} & l_{35} \end{vmatrix}; \qquad \mathrm{II} = \begin{vmatrix} l_{12} & l_{14} & l_{15} \\ l_{22} & l_{24} & l_{25} \\ l_{32} & l_{34} & l_{35} \end{vmatrix}; \qquad \mathrm{III} = \begin{vmatrix} l_{13} & l_{14} & l_{15} \\ l_{23} & l_{24} & l_{25} \\ l_{33} & l_{34} & l_{35} \end{vmatrix}.$$

Si

$$\begin{Vmatrix} l_{14} & l_{24} & l_{34} \\ l_{15} & l_{25} & l_{35} \end{Vmatrix} \pm 0,$$

les trois conditions $\mathrm{I} = 0$; $\mathrm{II} = 0$; $\mathrm{III} = 0$ fournissent

$$l_{\alpha\beta} = a_\beta l_{\alpha 4} + b_\beta l_{\alpha 5} \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3);$$

(*) Voir, par exemple, *La théorie des systèmes adjoints* dans le Manuel de Baltzer, pp. 46 et suivantes. Édition française de 1861, traduction Hoüel.



alors

$$\begin{Vmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & l_{15} \\ l_{21} & \dots & \dots & \dots & l_{25} \\ l_{31} & \dots & \dots & \dots & l_{35} \end{Vmatrix} = 0$$

et $L = 0$, ce qui est absurde.

Donc

(1) $$\begin{Vmatrix} l_{14} & l_{24} & l_{34} \\ l_{15} & l_{25} & l_{35} \end{Vmatrix} = 0.$$

Mais alors, quand dans l'expression

$$d\lambda_i = \sum_j l_{ij} d\mu_j$$

on fait $d\mu_1 = d\mu_2 = d\mu_3 = 0$ (c'est-à-dire quand on suppose que l'élément μ tourne autour du point y, dont μ_1, μ_2, μ_3 sont les trois coordonnées rectangulaires), les expressions $(i = 1, 2, 3)$

$$l_{i4} d\mu_4 + l_{i5} d\mu_5 = d\lambda_i$$

ont, en vertu de la relation (1), leurs quotients indépendants du rapport

$$d\mu_4 : d\mu_5.$$

Le point x, dont λ_1, λ_2, λ_3 sont les coordonnées rectangulaires, se meut suivant une courbe Γ'_y, et la matrice $\{\theta'\} = 0$. C. Q. F. D.

130. Ainsi la classification de Lie n'apprend rien de plus que la nôtre, dont elle n'est, dans la supposition de la birationnalité, qu'un cas particulier.

On pourrait classer les crémoniennes en différentes catégories, suivant le nombre de couples de matrices correspondantes nulles. Les considérations du n° **13** abrégeraient la discussion.

Cette étude serait intéressante et utile pour la construction effective complète des crémoniennes.

Nous ne ferons pas ici une pareille étude, et voici pourquoi :

La classification de Lie, ainsi que la mienne, qui en est la généralisation, ne sont plus essentielles et n'atteignent plus le fond des choses quand on envisage, au lieu d'une crémonienne isolée, le groupe crémonien (nº **6**). On peut alors toujours s'arranger de façon à avoir affaire à la *première hypothèse* de Lie (nº **125**), c'est-à-dire au cas où les variétés primordiales $\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont simultanément des surfaces. Par suite, entre les x_i et les y_i il y a une relation *unique*

$$f(x;y)=0 \qquad (f = \text{forme biquaternaire}).$$

s et s^{-1} se construisent par les procédés du chapitre X. On pourra toutefois aussi rencontrer une crémonique, dont l'étude a été faite au chapitre VI.

131. Admettons d'abord que $\mathfrak{L}_x$ soit une courbe Γ_x, dont nous écrivons les équations comme au nº **74**,

$$y_i h_0(t;x) = h_i(t;x).$$

Les ∞^2 plans v de la variété primordiale Γ_x sont les ∞^2 plans adhérents à la courbe. L'équation en coordonnées-plans v_i de la variété Γ_x sera

$$D(x;v)=0,$$

D étant le discriminant du polynôme en t

$$\sum_i v_i h_i(t;x)=0.$$

Cela provient de ce que chaque plan adhérent à la courbe coupe cette dernière en deux points confondus.

Si, au lieu de $D(x;v)=0$, on écrit $D(x;y)=0$, on introduit, au lieu de la crémonienne s, la crémonienne εs (nºˢ **8** et **13**), ce qui est indifférent au point de vue du groupe crémonien.

Par son mode de génération, la surface $D(\underline{x};y)=0$ est développable, car c'est la transformée de la variété Γ_x par la substitution d'échange ε. Or

cette dernière équivaut géométriquement à une transformation par polaires réciproques, la quadrique de base étant

$$\sum_i y_i^2 = 0.$$

La surface $D(x; \underline{y}) = 0$ peut aussi être développable.

Quoi qu'il en soit, on peut alors effectuer séparément sur chacune des séries de variables x_i et y_i une substitution ponctuelle convenable, telle que les génératrices rectilignes des surfaces, développables par hypothèses,

$$D(\underline{x}; y) = 0 \quad \text{et} \quad D(x; \underline{y}) = 0,$$

cessent d'être rectilignes. Ces surfaces cesseront d'être réglées et *a fortiori* développables. Or l'intervention des deux substitutions ponctuelles sur les x_i et y_i équivaut à multiplier la crémonienne s devant et derrière par des crémoniques convenables. Ces deux crémoniques sont les deux substitutions ponctuelles prolongées.

La multiplication par les deux crémoniques est indifférente au point de vue du groupe.

132. En résumé, « quand une crémonienne s admet une courbe primor-*diale*, la multiplication par la substitution d'échange et par des crémoniques convenablement choisies permet toujours de supposer, sans restreindre la généralité, que les deux primordiales $\mathfrak{L}_x$ et $\mathfrak{L}'_y$ sont des surfaces non déve-*loppables* ».

La crémonienne se construit en opérant par les procédés du chapitre X sur une forme biquaternaire unique

$$f(x; y).$$

133. Le même raisonnement reste applicable quand il existe une déve-*loppable* primordiale Π_x ou Π'_y.



134. Supposons maintenant l'existence d'une droite primordiale Δ_x. Les polynômes $h_i(t; x)$ en t du n° **131** sont du premier degré, et la formation du discriminant D n'est plus possible. Mais multiplions s par une crémonique convenable: les droites Δ_x deviennent des *courbes* Γ_x et nous sommes ramenés au cas déjà traité (n^{os} **131** et **132**).

135. En résumé, les procédés du chapitre X et la connaissance des substitutions crémoniques suffiront pour assurer la connaissance du *groupe crémonien.*

APPENDICE

I.

SUR LES COURBES UNICURSALES DANS L'ESPACE A n DIMENSIONS ET SUR LE THÉORÈME DE LÜROTH (*).

1. Dans un espace à n dimensions, prenons $n+1$ coordonnées homogènes

$$\xi_j, \qquad j = 0, 1, \ldots, n,$$

d'un *point* ξ. Quel est le lieu du point ξ, tel que l'on ait (ρ = facteur de proportionnalité)

$$\rho\xi_j = f_j(y), \qquad f_j = \text{polynôme en } y,$$

quand y varie?

Posons, $\alpha, \beta = 0, 1, \ldots n,$

$$\varphi_{\alpha\beta}(y) = \begin{vmatrix} f_\alpha(y) & f_\beta(y) \\ f'_\alpha(y) & f'_\beta(y) \end{vmatrix}, \qquad f'_j(y) = \frac{\partial f_j(y)}{\partial y}.$$

Il peut se faire que les $\frac{1}{2}n(n+1)$ polynômes φ soient tous $\equiv 0$. Alors

$$\frac{d}{dy}\frac{f_\alpha}{f_\beta} \equiv 0, \qquad \frac{f_\alpha}{f_\beta} = \text{constante}$$

et le point ξ est fixe.

(*) *Mathematische Annalen*, Bd IX, S. 163.

Nous écarterons dorénavant ce cas particulier et nous supposerons un au moins des φ être $\pm$ 0, par exemple

$$\varphi_{01} \pm 0.$$

2. Éliminons ρ et y entre les trois équations $[k = 2, 3, \dots n]$

$$\rho\xi_0 = f_0, \qquad \rho\xi_1 = f_1, \qquad \rho\xi_k = f_k.$$

Le résultant sera une forme ternaire

$$P_k(\xi_0, \xi_1, \xi_k).$$

Si ξ_0, ξ_1, ξ_k sont les coordonnées homogènes dans un certain plan e_k, l'équation

$$P_k = 0$$

représente la courbe plane unicursale dont les coordonnées sont données par

$$\rho\xi_0 = f_0, \qquad \rho\xi_1 = f_1, \qquad \rho\xi_k = f_k.$$

Alors, d'après des théories bien connues (*Clebsch-Benoist,* pp. 290 et suivantes du tome III),

$$\frac{\frac{\partial P_k}{\partial \xi_k}}{\varphi_{01}} = \frac{\frac{\partial P_k}{\partial \xi_1}}{\varphi_{k0}} = \frac{\frac{\partial P_k}{\partial \xi_0}}{\varphi_{1k}},$$

sous le bénéfice de $P_k = 0$.

Mais par hypothèse $\varphi_{01} \pm 0$, d'où une double conséquence :

$$P_k \pm 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial P_k}{\partial \xi_k} \pm 0.$$

Par conséquent, l'équation $P_k = 0$ n'est pas une identité et la variable ξ_k figure effectivement dans l'équation.

Il en résulte que « les $n - 1$ équations

$$P_k(\xi_0, \xi_1, \xi_k) = 0 \qquad\qquad (k = 2, 3, \dots, n)$$

» sont toutes distinctes », car chacune des coordonnées ξ_k ne figure que dans une seule des équations.



Je nommerai les $n-1$ équations $P_k = 0$ « les $n-1$ équations de la » *courbe unicursale* $\mathcal{C}$, lieu du point ξ dans l'espace à n dimensions ». $\mathcal{C}$ est bien une variété à une dimension.

3. Soient η une valeur particulière *quelconque* de y et x le point correspondant de $\mathcal{C}$. Envisageons les $\frac{1}{2}n(n+1)$ équations en y, $[\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, n]$,

$$0 = F_{\alpha\beta} = f_\alpha(y)f_\beta(\eta) - f_\beta(y)f_\alpha(\eta) = x_\beta f_\alpha(y) - x_\alpha f_\beta(y)$$

équivalentes aux n équations

$$\frac{f_0(y)}{x_0} = \cdots = \frac{f_n(y)}{x_n} \qquad \text{ou} \qquad \frac{f_0(y)}{f_0(\eta)} = \cdots = \frac{f_n(y)}{f_n(\eta)}.$$

Les $\frac{1}{2}n(n+1)$ équations en y, $F_{\beta\alpha}(y) = 0$, ont une racine commune $y = \eta$. Supposons qu'elles en possèdent $s-1$ autres encore $\eta_1, \ldots, \eta_{s-1}$. Alors à un point x de la courbe correspondent s valeurs $\eta, \ldots, \eta_{s-1}$ du paramètre y. Le plus grand commun diviseur $\Phi(y, \eta)$ des $F_{\alpha\beta}$ est un polynôme de degré s en y. Il est aussi un polynôme de degré s en η, car permuter y et η cela revient seulement à changer le signe des $F_{\alpha\beta}$.

Il viendra l'équation en y

$$\Phi = y^s\varphi_0(\eta) + y^{s-1}\varphi_1(\eta) + \cdots + \varphi_s(\eta) = 0,$$

dont les racines seront $\eta, \ldots, \eta_{s-1}$. Les polynômes φ sont en η du degré *maximum* s; je dis qu'ils sont tous du degré *effectif* s. Si, en effet, φ_0, par exemple, est du degré $s-m$, c'est que le polynôme φ_0 a m racines infinies. On peut toujours éviter cela en opérant sur y et η la substitution

$$(1) \qquad \left| z \frac{az+b}{cz+d} \right|, \qquad a, b, c, d = \text{c}^{\text{tes}}, \qquad ad - bc \neq 0.$$

Les φ n'ont pas de diviseur commun, car l'équation $\Phi(y) = 0$ n'a pas de racine indépendante de η. Le même raisonnement que ci-dessus et l'intervention de la substitution (1) établissent que les φ sont tous premiers deux à deux.

Posons

$$\mu = \frac{\varphi_k(\eta)}{\varphi_l(\eta)} = \psi(\eta) \qquad [k, l \text{ pris dans la suite } 0 \text{ à } s].$$

On aura évidemment

$$\mu = \psi(\eta) = \psi(\eta_1) \cdots = \psi(\eta_{s-1})$$

et « à un point quelconque x de $\mathcal{C}$ correspond une seule valeur de μ ».

4. Il convient toutefois, dans la théorie précédente, de se prémunir contre l'éventualité de racines multiples dans l'équation $\Phi(y) = 0$.

On n'à qu'à répéter le raisonnement de Lüroth.

Si η est racine double, on a

$$\frac{d}{dy} F_{\alpha\beta}(y) = 0 \qquad \text{pour} \qquad y = \eta,$$

c'est-à-dire

$$f'_\alpha(\eta) f_\beta(\eta) - f'_\beta(\eta) f_\alpha(\eta) = \varphi_{\alpha\beta}(\eta) = 0,$$

ce qui est absurde (n° **1**), η étant supposé quelconque.

Si η_1 est racine double, on a

$$0 = \frac{d}{d\eta_1} F_{\alpha\beta}(\eta_1) = f'_\alpha(\eta_1) f_\beta(\eta) - f'_\beta(\eta_1) f_\alpha(\eta).$$

Mais déjà $f_\alpha(\eta_1) f_\beta(\eta) - f_\alpha(\eta_1) f_\alpha(\eta) = 0$, c'est-à-dire, comme on n'a pas $f_\alpha(\eta) = f_\beta(\eta) = 0$,

$$\varphi_{\alpha\beta}(\eta_1) = 0,$$

ce qui est encore impossible.

L'équation $\Phi(y) = 0$ en y n'a donc que des racines simples. Géométriquement parlant, « à un point donné x de $\mathcal{C}$ correspondent s valeurs *distinctes* du paramètre y ».

5. Nous avons établi au n° **3** que l'on peut former une fonction rationnelle

$$\mu = \psi(\eta) = \frac{Q(\eta)}{P(\eta)}$$

(P, Q = polynômes) de η, telle que μ possède pour chaque point x de $\mathcal{C}$ une valeur unique. On a d'ailleurs

$$\mu = \psi(\eta) = \cdots = \psi(\eta_{s-1}),$$

et l'équation

$$H(\eta) = \mu P(\eta) - Q(\eta) = 0$$

est de degré s en η, ayant pour racines s quantités distinctes

$$\eta, \eta_1, \ldots, \eta_{s-1}.$$

C'est ce que nous savions déjà (n° **3**, *in fine*).

D'autre part, $i = 1, 2, \ldots, n$,

$$\frac{\xi_i}{\xi_0} = \frac{f_i(\eta)}{f_0(\eta)} = \cdots = \frac{f_i(\eta_{s-1})}{f_0(\eta_{s-1})}.$$

Le quotient $\xi_i : \xi_0$ est une fonction rationnelle symétrique des racines de $H(\eta) = 0$.

$\xi_i : \xi_0$ s'exprime rationnellement en fonction des coefficients de $H(\eta) = 0$, c'est-à-dire rationnellement en fonction de μ.

Ainsi : « la courbe $\mathcal{C}$ est représentée par les équations

$$\rho \xi_j = F_j(\mu);$$

» ρ = facteur de proportionnalité,

» $F_j(\mu)$ = polynôme,

» et à un point de $\mathcal{C}$ correspond une seule valeur du paramètre μ ».

Je nommerai μ « la variable de Lüroth ». La construction de μ n'exige sur les coefficients des polynômes $f_j(y)$ que des opérations purement rationnelles.

6. Reprenons le calcul du n° **1**, mais en supposant que y est une variable de Lüroth. Alors $s = 1$ et, sous le bénéfice des équations $P_k = 0$ du n° **2**, les n équations

(0) $$\frac{f_0(y)}{\xi_0} = \frac{f_1(y)}{\xi_1} = \cdots = \frac{f_n(y)}{\xi_n}$$

ont *une seule* racine commune. Cette racine s'exprime rationnellement à l'aide des ξ_j.

$\mathcal{C}$ est alors fournie par les équations

$$P_k(\xi_0, \xi_1, \xi_k) = 0 \qquad (k = 2, 3, \ldots, n).$$

Le point ξ s'obtient en coupant $\mathcal{C}$ par l' « hypersurface » Y,

$$yA(\xi_0, \ldots, \xi_n) - B(\xi_0, \ldots, \xi_n) = 0, \qquad y = \frac{B}{A}$$

étant la racine commune aux n équations (0) et B et A deux formes de même degré en ξ_j.

L'hypersurface Y coupe $\mathcal{C}$ en *un seul* point ξ mobile avec y. Les coordonnées de ce point sont proportionnelles aux $f_j(y)$.

7. J'ai ainsi établi toutes les propositions sur lesquelles je m'appuie au n° **49** de la troisième partie.

II.

SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DES DÉTERMINANTS NULS.

Soient n^2 polynômes a_{ij} par rapport à certaines variables $t_1, t_2, \ldots$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$. Posons

$$A = [a_{ij}], \qquad A_{ij} = \frac{\partial A}{\partial a_{ij}}$$

et supposons que le déterminant A des a_{ij} soit $\equiv 0$. Je dis que « l'on a

$$A_{ij} = P_i Q_j,$$

» P_i et Q_j étant aussi, par rapport aux variables t, des polynômes ».

Au cours du Mémoire, j'ai fréquemment usé, explicitement ou implicitement, de cette propriété. Elle est à peu près évidente. Voici néanmoins une démonstration.



Les propriétés bien connues des « systèmes adjoints (*) » montrent que l'on a algébriquement et quelles que soient les *lettres* a_{ij} :

$$\begin{vmatrix} A_{i\alpha} & A_{i\beta} \\ A_{j\alpha} & A_{j\beta} \end{vmatrix} = A \frac{\partial^2 A}{\partial a_{i\alpha} \partial a_{j\beta}}, \qquad \text{où} \qquad i, j, \alpha, \beta = 1, 2, \ldots, n.$$

Comme par hypothèse $A = 0$, on voit que :

1° La valeur du quotient $A_{i\alpha} : A_{j\alpha}$ est indépendante du second indice α (nommons-la ϖ_{ij});

2° La valeur du quotient $A_{i\alpha} : A_{i\beta}$ est indépendante du premier indice i (nommons-la $\chi_{\alpha\beta}$).

Ainsi

$$\frac{A_{i\alpha}}{A_{j\alpha}} = \varpi_{ij}, \qquad \frac{A_{j\alpha}}{A_{j\beta}} = \chi_{\alpha\beta}$$

et, multipliant,

$$A_{i\alpha} = A_{j\beta} \varpi_{ij} \chi_{\alpha\beta}.$$

Ainsi la valeur de $A_{i\alpha}$ est indépendante des indices j et β; cette valeur est le produit d'un facteur

$$A_{j_0\beta_0} \varpi_{ij_0}$$

qui ne dépend que de i, par un facteur

$$\chi_{\alpha\beta_0}$$

qui ne dépend que de α. β_0 et j_0 sont des nombres fixes arbitrairement choisis dans la suite des indices 1, 2, ..., n.

En résumé,

$$A_{ij} = P_i Q_j,$$

P_i et Q_i étant rationnels par rapport aux t. Reste à montrer que P_i et Q_i n'ont pas de dénominateur en $t_1, t_2, \ldots$.

(*) Voir, par exemple, *Sur les déterminants*, dans le MANUEL DE BALTZER. Traduction de Hoüel, 1861.

Réduisons les P_i au même dénominateur p. Soit p_0 le plus grand commun diviseur des n numérateurs. On pourra écrire

$$P_i = \frac{p_0 p_i}{p},$$

les n polynômes p_i n'ayant pas de commun diviseur et p n'ayant pas non plus avec p_0 de commun diviseur.

De même

$$Q_i = \frac{q_0 q_i}{q},$$

q_0, q, q_i étant des polynômes analogues à p_0, p, p_i.

Soient k_i, l_j $2n$ constantes arbitraires; l'expression

$$\Sigma k_i l_j A_{ij} = \sum_{ij} k_i l_j P_i Q_j = (\sum_i k_i P_i)(\sum_j l_j Q_j) = \frac{p_0 q_0}{pq}(\Sigma kp)(\Sigma lq)$$

est un polynôme. Donc p divise

$$q_0(\Sigma kp)\,(\Sigma lq).$$

p ne divise pas Σkp, parce que tous les facteurs irréductibles de Σkp changent avec le choix des k.

p ne divise pas Σlq par la même raison. Donc p divise q_0 et q divise p_0

$$q_0 = q_0' p \qquad p_0 = p_0' q \qquad A_{ij} = \frac{p_0 q_0 p_i q_j}{pq} = p_0' q_0' p_i q_j$$

p_0', q_0', p_i, q_j sont, par rapport aux t, des polynômes. La propriété annoncée est établie.



TABLE DES MATIÈRES



TROISIÈME PARTIE.

Substitutions crémoniennes.

APPENDICE. — NOTES.



LES
GARNISONS DE LA BARRIÈRE
DANS
LES PAYS-BAS AUTRICHIENS
(1715-1782)

ÉTUDE
D'HISTOIRE POLITIQUE ET DIPLOMATIQUE

PAR

Eugène HUBERT
PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE

> Quand la curée prit fin, il restait, au lieu de Belgique, une *Barrière*, où des garnisons étrangères montaient la garde.
> ÉMILE BANNING.

(Présenté à la Classe des lettres dans sa séance du 3 juin 1901.)



INTRODUCTION

Tandis que nous explorions les archives générales du Royaume en vue d'un travail que l'Académie royale de Belgique nous a fait l'honneur d'insérer dans ses recueils [1], nous eûmes la bonne fortune de mettre la main sur deux documents datés l'un et l'autre de 1751, où se trouvaient exposés les griefs de nos populations contre les garnisons de la Barrière.

Le premier, trouvé dans le carton 1292 du Conseil privé, porte une suscription de la main du comte de Neny : *Mémoire formé par M. de Keerle* [2] *sur la conduite des gouverneurs et garnisons de la Barrière, A° 1751.* Il se compose de six cahiers in-folio, composés au total de 64 feuillets couverts d'écriture des deux côtés.

L'autre, conservé dans le fond de la Chancellerie [3] et signé par le comte

1 *Le voyage de l'empereur Joseph II dans les Pays-Bas autrichiens en 1781.* (MÉMOIRES COURONNÉS ET MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS, t. LVIII.)

2 Louis de Keerle, né à Gand en 1715, fut d'abord conseiller-pensionnaire de sa ville natale, puis devint greffier du Conseil des domaines en 1740, et fut appelé en 1751 aux fonctions de membre du Conseil des Finances. Il retourna ensuite à Gand comme président du Conseil de Flandre en 1772, et mourut en cette ville, le 5 mai 1781. Marie-Thérèse lui avait conféré en 1761 la dignité de Conseiller d'État, et, en 1778, le titre de baron (V. VAN DER VYNCKT, *Histoire du Conseil de Flandre*. Mscr. de la bibliothèque de l'Université de Gand). — Nous montrerons plus loin que ce document porte à tort le nom de Keerle. Celui-ci s'est borné à reprendre un mémoire anonyme de 1738, et y a ajouté quelques faits plus récents.

3 D. $\frac{34}{1}$: ad H. Au dos, il est marqué : « Il a été fait 7 exemplaires de ce mémoire, dont 6 ont été remis au Chancelier de cour et d'État Comte d'Ullefeld, et le 7e a été envoïé aux Pays-Bas, le 11 de maij 1751, par lettre particulière du Conseiller suprême de Neny, au Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen, pour l'information du Gouvernement. »



de Neny [1], est intitulé : *Mémoire et exposition de faits sur différentes entreprises et attentats que les commandants et autres officiers de la République des Provinces-Unies ont commis aux Pays-Bas, depuis la dernière paix d'Aix-la-Chapelle, nommément dans les places de la Barrière.* Il comprend 13 pages in-folio.

Ces deux documents présentent un grand intérêt, en ce qu'ils relatent avec beaucoup de précision un certain nombre de faits jusqu'ici demeurés inconnus.

Nous eûmes d'abord l'intention de prier la Commission royale d'histoire de les publier dans ses *Bulletins ;* mais tandis que nous faisions des recherches complémentaires pour élucider certains passages de ces mémoires, nous découvrimes, coup sur coup, de nombreuses pièces d'archives qui jetaient, nous sembla-t-il, une vive lumière sur une période peu étudiée de nos annales.

En effet, Willequet [2] et, après lui, Gachard [3] ont surtout porté leur attention sur l'histoire diplomatique du traité de la Barrière; ils ne se sont pas occupés de l'état intérieur du pays et des rapports qu'entretinrent les garnisons avec les autorités civiles et religieuses.

1 Voir une intéressante notice de G. Bigwood sur Neny dans la *Biographie nationale*, XV, 588-593.

2 E. WILLEQUET, *Histoire du système de la Barrière.* (ANNALES DES UNIVERSITÉS DE BELGIQUE, VI. Bruxelles, 1850.)

3 GACHARD, dans son *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle,* consacre exactement six lignes à notre sujet : « L'occupation permanente des principales forteresses par les troupes hollandaises, outre ce qu'elles avaient de blessant pour la dignité de la nation, devait inévitablement entraîner de fréquents conflits de la part de ces chefs de troupes avec les autorités locales, conflits auxquels il ne serait pas possible au gouvernement de rester étranger (pp. 503-504). » Suit une note de 23 lignes, donnant des indications sommaires sur le contenu d'un mémoire remis en 1738 aux conférences d'Anvers par les commissaires belges.

Il en est de même de Lamberty [1], de Borgnet [2], du chevalier A. von Arneth [3].

Discailles [4] s'occupe surtout de faire connaître le mécanisme gouvernemental, et son plan ne comporte pas la vie intérieure de nos provinces; on trouvera dans son livre quelques indications générales sur les inconvénients que les traités de 1715 présentent au point de vue du commerce.

Van Ruckelingen [5] n'a fait qu'effleurer le sujet.

Piot [6], dont le plan se rapproche, dans les grandes lignes, de celui de Discailles, a consacré quelques pages [7] aux relations des Pays-Bas avec la République des Provinces-Unies. Pour ce qui concerne l'histoire intérieure, il se borne à dire : « Parfois les garnisons hollandaises se livraient à des excès et portaient atteinte à la liberté des citoyens [8] »; et il ajoute : « ces excès étaient rares [9] ». Nous verrons plus loin ce qu'il faut penser de cette appréciation.

La brochure publiée par C. Rahlenbeck [10], en 1884, est bien documentée, mais elle est fort concise et s'occupe surtout de la question religieuse [11].

1 *Mémoires pour servir à l'histoire du XVIIIe siècle.*

2 *Le traité de la Barrière* (REVUE NATIONALE DE BRUXELLES, 1839-1840). — *Histoire des Belges au XVIIIe siècle.*

3 *Geschichte Maria-Theresia's.* Les excès des troupes hollandaises y sont très brièvement exposés (IV, 253-258).

4 *Les Pays-Bas sous le règne de Marie-Thérèse.*

5 *Geschiedenis der Oostenrijksche Nederlanden.*

6 *Le règne de Marie-Thérèse dans les Pays-Bas autrichiens.*

7 Pages 25-38.

8 Pages 26-27.

9 Ibid.

10 *La Belgique et les garnisons de la Barrière.*

11 La question religieuse a fait l'objet de nombreux travaux du même érudit. Voir sa bibliographie en tête de la brochure précitée.

L'auteur connait évidemment les sources, mais il est loin d'épuiser la matière, et n'a voulu faire d'ailleurs qu'un travail de vulgarisation.

Enfin, les historiens locaux [1] sont pour ainsi dire muets sur le point qui nous intéresse.

Aussi, après avoir songé d'abord à une simple publication de documents, avons-nous étendu le cadre de nos recherches et tenté de combler une lacune dans l'histoire de notre XVIIIe siècle.

Le lecteur le remarquera de suite : bien souvent l'étude de la question qui nous occupait s'est élargie. Il n'en pouvait être autrement, tant les garnisons hollandaises ont été mêlées à la vie politique, religieuse et économique du pays.

Une querelle particulière met en discussion les questions les plus graves touchant notre organisation politique. A l'occasion d'un abus de pouvoir commis dans une place de la Barrière, on voit surgir l'irréductible antagonisme des principes et de la législation.

Il nous a paru utile de pénétrer aussi avant que possible dans le fond des conflits dont nous racontons l'histoire. Ainsi notre travail nous a amené à retracer, sous bien des rapports, les traits principaux de l'ancien régime des Pays-Bas.

Pour nous rendre compte de la situation vraie, il fallait donc remonter aux sources. Nous l'avons fait sans épargner nos peines. Puisse le lecteur juger que ce labeur n'a pas été inutile.

Nous avons examiné d'abord les divers fonds des riches archives générales du Royaume.

CHANCELLERIE. — Nous avons trouvé dans la Chancellerie un très grand

[1] POUTRAIN, *Histoire de la ville et cité de Tournai.* — HOVERLANT DE BAUWELAERE, *Essai chronologique pour servir à l'histoire de Tournai.* — GALLIOT, *Histoire générale, ecclésiastique et civile de la ville et comté de Namur.* — REMBRY-BARTH, *Histoire de Menin*, etc.



nombre de mémoires, des lettres et des dépêches des Évêques, des Magistrats des villes, des avis émis par le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, des procès-verbaux des séances tenues par ce corps, des rapports adressés à l'empereur Charles VI par l'archiduchesse Marie-Élisabeth (1725-1741), et à l'impératrice Marie-Thérèse par le prince Charles de Lorraine (1744-1780); des mémoires destinés soit au Souverain, soit au Gouverneur général par le marquis de Prié (1715-1725), le comte Frédéric de Harrach (1741-1743), le comte Charles-Ferdinand de Königsegg-Erps (1743-1744), le comte Wenceslas-Antoine de Kaunitz-Ritberg (1745-1746), le marquis de Botta-Adorno (1749-1753), le comte Charles de Cobenzl (1753-1770), le prince Georges-Adam de Starhemberg (1770-1780); des correspondances diplomatiques échangées entre les Gouverneurs généraux et les « Députés » ou « Résidents » de la République des Provinces-Unies : Pesters (1716-1726), Van Assendelft (1730-1738), J.-A. Kinschot (1741-1750), G. Van Haren (1750-1758), Ernst (1768-1770), Geelvinck (1770-1773), H. Hop (1774-1784).

Conseil privé. — Le fond du Conseil privé nous a fourni plusieurs consultes intéressantes, notamment sur la conduite des aumôniers hollandais et leurs rapports avec les protestants de la Flandre, du Hainaut et du Limbourg, ainsi que sur la question du droit d'asile, qui fit naître de nombreuses contestations entre les états-majors et les autorités religieuses, spécialement à Termonde et à Tournai.

Cette section des archives contient aussi des pièces d'où ressort la vigilante activité avec laquelle les États-Généraux protégeaient leurs coreligionnaires établis dans les Pays-Bas autrichiens.

Secrétairerie d'État et de guerre. — Dans la Secrétairerie d'État et de guerre se trouve une collection précieuse au point de vue qui nous occupe. Elle se compose des registres DCCLVI à DCCLXIII, recueils factices dont

chacun compte plusieurs centaines de pages, remplis de documents politiques et diplomatiques de première importance [1].

Enfin, nous avons dépouillé la *Correspondance de cabinet de Charles de Lorraine avec Marie-Thérèse* [2], et les nombreux registres des *Papiers* de Königsegg et de Neny.

Archives du Royaume a La Haye. — L'étude des documents conservés à Bruxelles nous avait fait croire que bien des questions insuffisamment éclaircies par les papiers belges pourraient être élucidées d'une manière plus complète au dépôt de l'État néerlandais [2].

Nous avons donc visité avec soin les archives diplomatiques de La Haye; le séjour que nous y avons fait durant les mois d'août et de septembre 1900 a été très fructueux.

Nos voisins du Nord ont recueilli avec un soin louable [3] les papiers des

[1] Malheureusement, ces recueils ont été formés d'une façon assez arbitraire, et l'on a eu le tort de relier maintes fois à la suite l'une de l'autre plusieurs copies du même document. Par exemple : Un mémoire sur la question des écluses des forts La Perle et Sainte-Marie figure au registre DCCLXIII, d'abord aux f[os] 375-378, puis de nouveau aux f[os] 379-384. — Le registre DCCLVI contient 4 exemplaires du règlement du 30 janvier 1716 sur le logement des troupes, f[os] 43-67. — Au registre DCCLXIII, on trouve à la suite 8 exemplaires d'un *Mémoire du Conseil d'État de La Haye concernant différents points ou griefs dont les États-Généraux des Provinces-Unies se plaignent comme contraires aux traités de la Barrière*, f[os] 389-392; 393-397. — Au registre DCCLXII, nous relevons deux fois le *Mémoire de Cornabé sur la défense de la place de Namur*, f[os] 243-247 et 248-252. — Au registre DCCLX, on voit deux copies de la Consulte du Conseil privé du 10 juillet 1750 *Sur l'évasion de huit déserteurs réfugiés dans la Cathédrale de Tournai*, f[os] 40-41; 43-44. — Au registre DCCLXIII, un rapport du Grand-major de Furnes sur les difficultés qu'il rencontre de la part du Magistrat est en triple expédition : 9-10; 15-16; 21-22.

[2] Elle forme 7 gros volumes in-folio.

[3] V. Gachard, *Notice sur différentes séries de documents concernant l'histoire de Belgique qui existent aux archives du Royaume à La Haye* (Bulletin de la Commission royale d'histoire, 3e sér., VIII, 97-112). — Gachard dit avec raison : « Il y a même dans les principaux États européens peu de dépôts d'archives où les documents de cette nature présentent des séries plus suivies ou plus complètes. » (Ibid., 98.)



légations accréditées par les États-Généraux auprès des diverses cours de l'Europe.

Les papiers de la légation de Bruxelles remontent, pour le XVIII[e] siècle, à 1711, et s'arrêtent à 1793. Nous en donnerons ci-après un inventaire sommaire que nous avons dressé au fur et à mesure de nos recherches.

Nous avons eu l'occasion d'indiquer dans un travail antérieur les différentes espèces de correspondances diplomatiques que nous avions pu étudier au Ministère des affaires étrangères à Paris [1]. Nous signalions aux archives françaises des dépêches en clair, des dépêches chiffrées, et enfin des lettres particulières ou ultra-secrètes. Les usages sont à peu près les mêmes dans la diplomatie hollandaise.

Il y a les *Gewone brieven*, dépêches en clair, envoyées presque chaque semaine par le « Ministre » ou « Résident » [2] au Greffier des États. Comme on sait qu'elles seront lues à la poste, on n'y insère rien qui ne puisse être révélé sans inconvénient. Elles sont généralement de peu d'intérêt pour nous. Puis il y a les *Secrete brieven*. A la différence des dépêches françaises, ces lettres secrètes sont rarement chiffrées, mais elles sont portées par un courrier de cabinet. Il y a enfin les lettres ultra-secrètes, remises au Greffier des États par des personnes de confiance, et qu'il garde par devers lui, ou dont il ne communique aux États que des extraits ou des résumés.

Les collections de lettres secrètes ne sont pas intactes, mais le plus souvent il est possible d'en combler les lacunes, grâce à un autre document précieux : le registre dans lequel le Résident a tenu note de sa correspondance, tantôt sommairement, tantôt *in extenso*, selon l'importance de l'affaire traitée.

1 V. *Le voyage de l'empereur Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, 6-12.

2 Ou « Député ». On trouve les trois expressions employées.



Une source d'informations non moins importante est le *Verbaal,* ou rapport détaillé que chaque ministre était tenu de rédiger, au retour de sa mission, pour les États-Généraux.

Il ne faudrait pas croire cependant que nous ayons là un document de valeur équivalente aux fameuses *relazioni* des diplomates vénitiens.

Gachard, après Abraham de Wicquefort, le fait remarquer expressément. A Venise, dit Wicquefort [1], les ambassadeurs font un extrait de tout ce qui s'est passé en leur ambassade, et y ajoutent une relation exacte de la constitution de l'État où ils ont été employés; mais en Hollande, les ambassadeurs font une espèce de procès-verbal, où ils ne disent autre chose que ce qu'ils ont dit en leurs dépêches. Il parle avec un mépris non déguisé de « ces rames de papier qui ne servent qu'à remplir les archives de registres monstrueux et inutiles ». L'écrivain hollandais ne s'est pas douté des services que nous rendent aujourd'hui ces recueils, et il n'a pu prévoir que le *Verbaal* suppléerait aux nombreuses lettres disparues des liasses.

Nous n'apprendrons rien à nos lecteurs en leur disant que les dépêches ordinaires et les missives secrètes ne concordent pas toujours, et qu'un même fait, selon qu'il est exposé dans une lettre ordinaire ou dans un billet secret, revêt parfois une physionomie bien différente. Nous aurons, au cours de notre travail, l'occasion de signaler de piquantes divergences.

En dehors des archives diplomatiques proprement dites, nous avons pu étudier deux grandes collections d'une valeur inestimable : les *Resolutien van de Hoogmogende Heeren Staten Generaal der Vereenigde Provincien.*

Les décisions *patentes* arrêtées par la députation des États étaient imprimées à un très petit nombre d'exemplaires, devenus aujourd'hui introuvables. La série conservée aux archives de La Haye est complète.

[1] *L'ambassadeur et ses fonctions.* La Haye, 1681, 2 vol. in-4°, II, 228.

Les décisions *secrètes* sont restées manuscrites, et ici encore rien ne manque.

On y voit de très nombreuses séances absorbées par l'examen des correspondances de Bruxelles. Le plus souvent, c'est la Barrière qui en fait l'objet.

Nous devons mentionner enfin des recueils factices de pièces se rapportant à des négociations diplomatiques spéciales. On en trouvera plus loin l'indication exacte.

Nous avons visité également les archives des trois villes les plus importantes de la Barrière : Namur, Ypres et Tournai.

A Namur, nous avons surtout exploré les papiers du Conseil de justice et la correspondance du Magistrat avec le Gouvernement.

A Ypres, notre attention a été particulièrement attirée par les délibérations échevinales, la correspondance de l'administration communale avec le pouvoir central, les dossiers intitulés : *Affaires militaires, Garnisons et troupes de passage, État-major, Prestations militaires, Église et religion réformée.*

A Tournai, les *registres des Consaux* nous ont fourni maint renseignement inédit, de même les *registres à taille* et les *registres aux rescriptions.*

Nous avons examiné avec attention, à la Bibliothèque royale de La Haye, une série de manuscrits et de brochures rares. Les collections de la Bibliothèque royale de Bruxelles contiennent aussi quelques pièces très peu connues et non dénuées d'intérêt, que nous avons pu mettre à profit.

Enfin, l'exploration de la magnifique bibliothèque de la Commission des églises wallonnes à Leyde nous a fourni beaucoup d'éclaircissements sur les questions d'ordre religieux, et notamment sur le rôle des aumôniers protestants entretenus par la République des Provinces-Unies dans les places de la Barrière.

Cette fois encore, les encouragements et les appuis ne nous ont pas fait défaut.

M. J. de Trooz, ministre de l'Intérieur et de l'Instruction publique, a bien voulu nous envoyer en mission à La Haye.

Nous connaissions les ressources considérables que la capitale des Pays-Bas offre aux travailleurs curieux de découvertes historiques. D'autre part, nous avions déjà rencontré, en 1898, une bienveillance extrême chez M. le comte de Grelle-Rogier, ministre plénipotentiaire de S. M. le Roi des Belges, M. le Jkhr. de Beaufort, ministre des Affaires étrangères, et M. le Chevalier V. de Stuers, surintendant des Beaux-Arts. Nous avons retrouvé, en 1900, les mêmes dispositions obligeantes, et nous en gardons un souvenir profondément reconnaissant.

L'exquise serviabilité de M. le Jkhr. Dr Van Riemsdijck, archiviste général du Royaume, a facilité nos recherches dans le magnifique dépôt confié à sa garde, au point que nous avons pu, en quelques semaines, mener à bonne fin des études qui nous avaient paru au premier abord exiger plusieurs mois. MM. les archivistes Dr Telting et Morren nous ont dirigé avec une complaisance inépuisable, et leurs excellentes indications nous ont été précieuses.

Nous n'avons pas moins à nous louer de l'accueil reçu à la Bibliothèque royale de la part de M. le Dr Bijvanck, directeur de ce remarquable établissement.

A Leyde, nous avons été guidé par un modeste et savant archiviste, M. Ch. M. Dozy. Cet homme distingué est mort à la fleur de l'âge, le 12 janvier dernier. C'est avec une douloureuse émotion que nous rappelons ici les services que, déjà malade, il nous a rendus sans ménager son temps ni ses peines.

Une fois de plus, nous adressons l'expression de notre gratitude à M. A. Gaillard, archiviste adjoint du Royaume, et à ses aimables collabora-

teurs, MM. van der Haeghe-de Vicq, de Breyne, Cuvelier, Laloire et Van der Mynsbrugghe, de Bruxelles ; MM. van de Casteele, Hansay et Brouwers, de Liége; M. Diegerick, de Gand; MM. Poncelet et Hodevaere, de Mons, et M. La Haye, de Namur.

MM. De Sagher [1], conservateur des archives communales d'Ypres, et Hocquet, archiviste-bibliothécaire de la ville de Tournai, nous ont fait les honneurs de leurs riches collections avec une obligeance parfaite; nous leur devons maint renseignement utile, et, grâce à eux, notre travail s'est accru de plus d'un détail intéressant.

Nous devons aussi de chaleureux remerciements à MM. Ferdinand van der Haeghen, bibliothécaire en chef de l'Université de Gand, E. Gossart, conservateur à la Bibliothèque royale, et A. Delmer, bibliothécaire de l'Université de Liége. Ils nous ont toujours accueilli avec la même bonté prévenante, et nous ont singulièrement aidé dans l'accomplissement de notre tâche.

Enfin, nous sommes heureux de pouvoir remercier publiquement M. le Dr H. Schlitter, de l'Administration des archives de la Cour et de l'État d'Autriche. L'honorable historien, dont on connait les travaux importants sur le XVIIIe siècle autrichien, nous a souvent assisté de ses conseils, et nous a procuré des livres et des brochures introuvables dans les bibliothèques belges et hollandaises. M. Schlitter continue dignement les traditions bienveillantes et courtoises de son maitre éminent, le regretté chevalier A. von Arneth.

[1] Nous devons signaler ici l'excellente *Notice sur les archives communales d'Ypres et documents pour servir à l'histoire de Flandre du XIIIe au XVIe siècle*, par Émile De Sagher. Ypres, 1898, in-8°.



DOCUMENTS ET TRAVAUX CONSULTÉS

DOCUMENTS MANUSCRITS.

ARCHIVES GÉNÉRALES DU ROYAUME A BRUXELLES.

1° *Conseil privé :*

Registres aux protocoles des délibérations et expéditions journalières, 1754 à 1782.

Protocoles des requêtes présentées à Joseph II pendant son séjour aux Pays-Bas en 1781.

Registres aux consultes, 1725-1782.

Cartons 508-511. Difficultés avec les Hollandais.

— 812. Mariages des catholiques avec des hérétiques.

— 1281. Droit d'asile.

2° *Conseil d'État :*

Registres aux consultes, résolutions et décrets du Conseil d'État commis au Gouvernement des Pays-Bas, 1715-1754.

Cartons 72. Affaires ecclésiastiques, 1630-1725.

— 72^2. Difficultés à propos de livres.

— 84. Hérésie.

— 85-86. Jansénisme.

— 189. Ypres.

— 265. Tournaisis.

— 300-301. Relations avec les Hollandais.

3° *Secrétairerie d'État et de guerre :*

Billets du comte de Neny, 1757-1783.

Notes, observations et réponses du comte de Neny aux billets à lui adressés par la voie de la secrétairerie d'État et de guerre de 1749 à 1783.

Collections de recueils factices intitulés : *Affaires de la Barrière*. Registres DCCLVII à DCCLXIII.

Liasse LVI. Contestations avec les Hollandais.

Id. CCCXLVI à CCCLXVI. Affaires ecclésiastiques.

Papiers du comte de Königsegg. Registres DCXXIX à DCXL.



4° *Jointe des terres contestées :*

Cartons 55-56. Touchant les contraventions aux traités de paix.

5° *Chancellerie des Pays-Bas à Vienne :*

Dépêches d'office, 1715-1782.

ARCHIVES DE L'ÉTAT A NAMUR.

Correspondance du Procureur général.

Registres du Conseil de Justice.

Correspondance du Conseil avec le Gouvernement.

ARCHIVES DE LA VILLE D'YPRES.

Affaires militaires. Garnisons et troupes de passage.

Convois et transports militaires.

Garnison militaire de la Knokke.

État-major. Conflits au sujet de la police des portes de la ville et des écluses, de la chasse autour de la ville; charges imposées par l'état-major.

Logements militaires.

Fournitures militaires.

Prestations militaires.

Excès commis par les troupes.

Sièges et capitulations de la ville.

Évêché d'Ypres.

Église et religion réformée.

Château des comtes, aliter Zaelhof. Aménagement d'une partie pour l'église réformée en 1713.

ARCHIVES DE LA VILLE DE TOURNAI.

Registres des Consaux.

Registres aux rescriptions.

Registres à taille.

ARCHIVES DE LA VILLE DE TERMONDE.

Chronijk van t' gene in dese landen en bijzonderlijk binnen de stad Dendermonde is voorgevallen, getrokken uit het handschrift van Daniel Van Wichelen voor de jaren 1572 à 1625, door Joannes Antonius Anne, greffier der prochie van Grembergen, door deze voortgezet door de jaren 1667 tot den 4 juni 1737, en door N... van 4 december 1737 tot 1772.

[Cette chronique a été publiée par le Cercle archéologique de la ville et de l'ancien pays de Termonde, 2e série des *Annales*, IV, 1-96.]

ARCHIVES DU ROYAUME A LA HAYE [1].

1° *Gewone brieven*, 1716-1794; 34 portefeuilles.

2° *Secrete brieven :*

Brieven van N. Bollaardt en N. Le Roy, secretarissen van den Raad van State tot Brussel, 1711-1715.

Brussel. Correspondentie Van den Bergh, 1707-1716; 6 portefeuilles.

Verbaal van de Heeren plenipotentiarissen tot het reguleren van de Barrière, 1714-1715-1716.

Stukken specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen tot het reguleren van de Barrière, 4 vol. in-f°.

Stukken rakende de Barrière, 1715.

Sentiments du prince Eugène de Savoye et du comte de Sintzendorff sur la Barrière.

I. Brussel. Secrete brieven, 1711-1730 :
1711-1716. Gedeputeerde te Brussel.
1718. Secretaris Gallieris.
1716-1726. Pesters.
1730. Assendelft.

II. Brussel. Secrete brieven, 1731-1747 :
1731-1738. Assendelft.
1737-1739. Commissarissen te Antwerpen.
1741-1747. J.-A. Kinschot.

III. Brussel. Assendelft I :
Brieven en bijlagen van Graaf van Harrach, 1733-1739.

IV. Brussel. Assendelft II :
Zuiderlijke Nederlanden. Verschillende legaatstukken.

V. Brussel. Assendelft III :
Verschillende legaatstukken.

VI. Brussel. Verbaal Kinschot, I, 1741

VII. Verbaelen en bijlagen van de gewezene Resident J.-A. van Kinschot over den jaere 1743, met de origineele memoiren toe specteerende, II.

VIII. Id., over den jaere 1744, III.

[1] Voir *Overzicht van de inventarissen der oude Rijks Archieven in Nederland*. La Haye, 1884.

IX. Brussel. Secrete brieven, 1749-1772 :

1749-1750. Van Kinschot.

1750-1751. Van Haren.

1752. Van Haren, Citters, Van der Heim.

1753-1768. Van Haren.

1768-1769. Ernst, secretaris.

1770-1772. Geelvinck.

1753-1758. Braconier, Luik.

X. Copieerboek beginnende met den 16 februari 1756 en eijndigende met 26 juli 1762.

XI. Id. beginnende met den 26 juli 1762 en eijndigende met den laatsten december 1767.

XII. Brussel. Secrete brieven, 1773-1787 :

1773. Geelvinck.

1774-1781. Hop.

1784. Hop, Lestevenon, P. van Leyden, P.-E. van de Perre.

XIII. Brussel. Secrete brieven, 1788-1793. Hop.

XIV. Brussel. Van Haren, Bijlagen, 1749-1758.

XV. Brussel. Memoiren en brieven, 1750-1753.

XVI. Register verbaal gehouden door de Heer van Heeckeren tot Brantsenborg.

XVII. Stukken relatief tot de gehoudene conferentie te Brussel in den jaare 1752.

XVIII. Brussel. Diverse brieven, 1743-1749-1751.

XIX. Id., 1752-1755.

XX. Geheim rapport en bijlagen van W. Bentinck te Brussel, 1753.

XXI. Copieerboek Van Haren beginnende met den 7 october 1749 en eijndigende met den 12 maart 1752.

XXII. Brussel. Memoiren en brieven, 1753-1764.

XXIII. Copieerboek beginnende met den 13 maart 1752 en eijndigende met den 6 februari 1756.

XXIV. Brussel. Diverse brieven, 1756-1766.

XXV. Id., 1767-1778.

XXVI. Verbaal van den Heer Minister Plenipotentiaris Geelvinck. Brussel, A° 1768 tot en met 1773.

XXVII. Copieerboek beginnende met den 10 januari 1768 en eijndigende met den 1 maart 1773.

XXVIII. Verbaal van den 14 maart 1773 tot den 18 october 1773.

XXIX. Verbaal van den 25 october 1773 tot den 13 october 1784.

XXX. Brussel. Diverse brieven, 1779-1787.

XXXI. Farde à étiquette illisible, contenant des copies de traités et des pièces relatives aux conflits de l'Écluse (1775) et de Doel (1783), ainsi qu'à la démolition des places de la Barrière.

XXXII. Dossier relatif à la souveraineté de Maestricht.

XXXIII. Brussel. Verbaal Lestevenon, Van Leiden, Van der Perre, Hendrik Hop, 1784.

XXXIV. Brussel. Hendrik Hop; 8 portefeuilles.

XXXV. Recueil van verscheide stukken relatie hebbende tot de negoti. over de comm. met de Oost-Nederl. in 1738-1739 en tot de negoti. in 1750-1755.

XXXVI. Brussel. Negotiatie. Herstel der Barrière. 1749-1756; 2 portefeuilles.

XXXVII. Bijlage specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen te Antwerpen, 1737-1741.

XXXVIII. Verbaal gehouden bij de Heeren Daniel de Dieu, Omar van Visvliet, en Willem van Assendelft als H. H. M. geweesen commissarissen en plenipotentiarissen tot de conferentien te Antwerpen.

XXXIX. Differenten over de commercie met de Oostenrijksche Nederlanden.

XL. Stukken relatief tot de gehoudene conferentie te Brussel in den jaare 1752.

XLI. Verbaal gehouden bij de Heeren W. Baron Van Haren, J. Van der Heim, W. Van Citters, Commissarissen plenipotentiarissen van H. H. M. op de conferentien begonnen te Brussel in den jaare 1752, met de Heeren Commissarissen plenipotentiarissen van H. K. en K. Majesteit mitsgaaders de Heeren Commissarissen plenipotentiarissen van Z. K. M. van Groot Britannien.

3° *Resolutien van de Hoogmogende Heeren Staten generaal der Vereenigde Nederlandsche Provincien.*

De 1592 à 1794, il y a par année un volume de *secrete* resolutien (manuscrit).

De 1671 à 1794, il y a par année un volume de *gewone* resolutien (imprimé à très petit nombre).

4° *Uitgaande brieven.*

De 1715 à 1794, un volume par an.

Bibliothèque de la Commission de l'histoire des églises wallonnes a Leyde.

Registres de l'église réformée de Menin, 1711-1744.

Id. de l'église réformée de Namur, 1735-1782.

Id. de l'église wallonne de la garnison de Tournai, 1749-1785.

Id. de l'église wallonne de la garnison d'Ypres, 1713-1781.

Bibliothèque royale de La Haye.

Recueil de pièces pour servir à l'histoire de la ville de Tournay, du Tournésis et de la Flandre française, 1187-1713. In-f°.

Recueil de pièces concernant l'histoire des Pays-Bas, 1294-1750. In-8°.

L.-J. Van der Vynct, *Histoire chronologique des gouverneurs-généraux des Pays-Bas*, 1477-1752. Continuée par Gérard jusqu'en 1793. In-f°.

Devaux, *Mémoire militaire et civil sur la ville d'Ypres et ses environs*, 1745. In-f°.

Bibliothèque royale de Bruxelles.

Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournay depuis l'an 1706. In-f°.

Bibliothèque de la ville de Tournai.

Réflexions historiques et dogmatiques sur la persécution exercée contre le Chapitre de Tournay sous la domination des États-Généraux des Provinces Unies durant les années 1710-1711-1712 et suivantes au sujet de la mise en possession des canonicats de cette église, recueillies par .... (Manuscr. n° CLXXVI; in-4°.)

Histoire ecclésiastique de Tournay par M. Jacques Le Groux, natif de Mons en Pévele, curé de Marque-en-Baroeil. (Manuscr. n° CXCIV; 2 vol. in-f°).



DOCUMENTS ET TRAVAUX IMPRIMÉS.

Remarques sur le traité de Barrière entre Sa Majesté britannique et les États généraux par l'autheur de la conduite des alliez auxquelles est ajouté le dit traité de Barrière avec les deux articles separez, partie du contre-projet, les sentiments du prince Eugène et du comte de Sinzendorf sur le dit traité et la représentation des marchands anglais à Bruges. Luxembourg, 1712; in-16°.

Projet présenté le 6 juillet 1714 contenant les points pour servir de plan pour convenir avec S. M. I. au sujet de la Barrière dans les Pays-Bas espagnols formé par les députez de Leurs Hautes Puissances et envoyé aux États des provinces pour avoir là-dessus leur approbation et donné avec cette réserve à M. le baron de Heems, Envoyé extraordinaire de Sa Majesté Impériale à La Haye. Cologne, 1714; in-4°.

Substance de la réponse de M. le baron d'Heems, Ministre de Sa Majesté Impériale et Catholique faite à Leurs Hautes Puissances touchant le projet de la Barrière aux Pays-Bas. Cologne, 1714; in-4°.

Requête présentée à Sa Majesté Impériale et Catholique par les Deputez des Pays-Bas autrichiens. Vienne, 1716; in-8°.

Mémoires des États-généraux des Provinces Unies présenté à Sa Majesté Impériale et Catholique par leur ministre le seigneur Hamel Bruninex le 30 mars 1716, contre la requête présentée à Sa Majesté par la députation des Pays-Bas. Vienne, 1716; in-8°.

Solutions satisfactoires ou mémoire des États-généraux des Provinces Unies présenté à Sa Majesté Impériale et Catholique par leur ministre le sieur Hamel Bruninex le 30 mars 1716 par le S^r ***. A Vienne, à l'enseigne de la députation des Pays-Bas, 1716; in-8°.

Contre mémoire à la défense de la Requeste de la députation des provinces de Brabant et de Flandres à leur auguste maitre. A Vienne, 1716; in-8°.

Copie de la lettre de Sa Majesté Impériale et Catholique au clergé général et chef-collèges du comité et païs de Flandre ou leur Deputez. A Vienne, le 2 may 1716; in-8°.



Remarques sur la copie de la lettre de Sa Majesté Impériale et Catholique au clergé général et chef-collèges du comté et païs de Flandre ou leur Deputez. A Cologne, à l'enseigne de la patrie consolée, 1716; in-8°.

Griefs et considérations présentées à Sa Majesté Impériale et Catholique par le clergé général et les trois chefs-collèges représentant les États-généraux de la province de Flandre sur le XVIIe article du traité de Barrière et l'extension des limites signé à Anvers, le 15 de novembre 1715. S. l. n. d.; in-8°.

Reflexiones Suæ Cesareæ Majestati exhibitæ per deputatos ecclesiasticos provinciæ Flandro-belgiæ quæ concernunt sacram Religionem. S. l. n. d.; in-8°.

Réflexions sur la députation de la patrie à Sa Majesté Impériale et Catholique touchant le traité de Barrière conclu à Anvers le 15 novembre 1715, et sur la lettre de M. le comte de Königsegg, ambassadeur plénipotentiaire de Sa Majesté, écrite aux membres de Flandre, datée le 27 du même mois. A Cologne, à l'enseigne de la patrie désolée, 1716; in-8°.

Bemerckinghe op de deputatie van het Vaderlandt. Gand, 1716; in-8°.

Discution universelle de tous les articles du traité de la Barrière des Pays-Bas entre Sa Majesté Impériale et Catholique, Sa Majesté le Roy de la Grande Bretagne, et les Seigneurs États généraux des Provinces Unies, conclu et signé à Anvers le 15 novembre 1715, par le S^{r} ***. A Cologne, à l'enseigne du parfait Patriote germain de Jacques le sincère, 1716; in-8°.

Modificatie van het tractaat van de Barrière ghesloten voor desen op het congres van Antwerpen. Gand, 1716; in-8°.

Traité de la nouvelle convention pour l'exécution de celuy de la Barrière des Pays-Bas austrichiens fait à La Haye le 22 décembre 1718 entre Sa Majesté Impériale et Catholique, Sa Majesté britannique et les Seigneurs Estats-généraux des Provinces-Unies. Gand, 1719; in-8°.

Plainte d'un Namurois touché des misères prochaines de sa patrie, adressée à ses bons et fidèles concitoïens. Namur, 1723; in-12°.

DE LAMBERTY, *Mémoires pour servir à l'histoire du XVIIIe siècle.* Amsterdam, 1735-1740; 14 vol. in-4°.

J.-T. LA FARGUE, *Beschryvinge van het recht ende gesteltenisse der Barrière zoodanig als die aan de Vereenigde Nederlanden met plegtige traktaaten verzekerd en nu van Vrankrijk overweldigd is.* La Haye, 1746; in-8°.



Relation de la campagne en Belgique et en France de l'an 1747. La Haye, 1747; in-12°.

Poutrain, *Histoire de la ville et cité de Tournai, capitale des Nerviens et premier siége de la monarchie française, contenant le récit de ses évènemens les plus mémorables sous chaque règne des différentes dominations où elle a passé depuis que les Romains la conquirent par la défaite des Nerviens, 56 ans avant la naissance de Jésus-Christ, jusqu'à l'année 1749.* La Haye, 1750; 2 vol. in-4°.

[Dupac de Bellegarde], *Mémoires historiques sur l'affaire de la bulle Unigenitus dans les Pays-Bas autrichiens; principalement depuis son arrivée en 1713 jusqu'à 1730, où l'on verra la conformité des maximes du gouvernement et des tribunaux de l'Empire avec celle de la déclaration du Roi Très Chrétien du 2 septembre 1750 et des cours souveraines de son royaume, avec un recueil des ordres et dépêches de la cour de Vienne, des arrêts, etc., des tribunaux séculiers, des actes de réclamation du clergé du 2^d ordre et des mémoires justificatifs qui les ont accompagnés.* Bruxelles, 1755; 3 vol. in-12°.

Kerroux, *Abrégé de l'histoire de la Hollande et des Provinces-Unies depuis les temps les plus anciens jusqu'à nos jours.* Leide, 1778; 4 vol. in-8°.

C.-F. Galiot, *Histoire générale ecclésiastique et civile du comté de Namur.* Liége, 1788-1791, 6 vol. in-8°.

A.-G.-L. Heeren, *Mémoires sur les campagnes des Pays-Bas en 1745-1746-1747.* Gœttingue, 1803, in-8°.

Hoverlant de Beauwelaere, *Essai chronologique pour servir à l'histoire de Tournai.* Tournai, 1805-1834; 117 vol. in-12°.

Le Glay, *Cameracum christianum ou histoire ecclésiastique du diocèse de Cambrai.* Lille, 1849; in-4°.

Chotin, *Histoire de Tournai et du Tournésis.* Tournai, 1840; 2 vol. in-8°.

A. Borgnet, *Le traité de la Barrière.* (Revue de Bruxelles, 1839-1840, I-II.)

Journal ofte dagregister van onze reyze naar de Keyzerlycke stadt van Weenen ten jare 1716. Gand, 1850; in-8°.

Jonge, *Geschiedenis van de diplomatie gedurende den oostenrijkschen successie oorlog.* Leiden, 1852; in-8°.



E. Willequet, *Histoire du système de la Barrière.* (Annales des universités de Belgique, VI-VII, 1850).

Coussement, *Résumé des guerres et description des batailles dont les provinces actuelles de la Belgique ont été le théâtre depuis J. César jusqu'à nos jours.* Bruxelles, 1859, in-8°.

A. Borgnet, *Histoire des Belges à la fin du XVIIIe siècle.* Bruxelles, 1861-1862; 2 vol. in-8°.

A Beer, *Holland und der Oesterreichische Erbfolgekrieg.* Vienne, 1871. (Archiv für Oesterreichische Geschichte, XLVI.)

Idem, *Aufzeichnungen des Grafen William Bentinck über Maria Theresia.* Vienne, 1871; in-8°.

Idem, *Friede von Aachen.* (Archiv für Oesterreichische Geschichte, XLVII, 1872.)

E. Discailles, *Les Pays-Bas sous le règne de Marie-Thérèse.* Bruxelles, 1872; in-8°.

C. Piot, *Le règne de Marie-Thérèse dans les Pays-Bas autrichiens.* Louvain, 1874; in-8°.

P.-A.-F. Gérard, *Notice sur les relations politiques de la Belgique avec la Hollande depuis la séparation des deux pays au XVIe siècle jusqu'en 1830.* Bruxelles, 1875; in-8°.

Guillaume, *Histoire des régiments nationaux des Pays-Bas au service d'Autriche.* Bruxelles, 1877; in-8°.

L. Van Rückelingen, *Geschiedenis van de Oostenrijksche Nederlanden.* Anvers, 1876-1880; 5 vol. in-8°.

A. von Arneth, *Geschichte Maria Theresia's.* Vienne, 1868-1880; 10 vol. in-8°.

Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle.* Bruxelles, 1880; in-8°.

Rembry-Barth, *Histoire de Menin.* Bruges, 1881; 4 vol. in-8°.

Crousse, *La guerre de la succession d'Autriche dans les provinces belgiques.* Bruxelles, 1885; in-8°.

P.-C. Knuttel, *De toestand der Nederlandsche katholieken ten tijde der Republiek.* La Haye, 1892-1894; 2 vol. in-8°.

Vos. *Les dignités et les fonctions de l'ancien chapitre de Notre-Dame de Tournai.* Tournai, 1898; 2 vol. in-8°.

TH. BUSSEMAKER, *De republiek der Vereenigde Nederlanden in hare staatkundige betrekkingen gedurende de eerste jaren na den Vrede van Utrecht* (1713-1721). (DE GIDS, 4e sér., XVII, 32-88).

IDEM, *De Republiek der Vereenigde Nederlanden en de Keurvorst Koning George I.* (BIJDRAGEN VOOR VADERLANDSCHE GESCHIEDENIS, 4e reeks, I, 345-456).

H. SCHLITTER, *Correspondance secrète entre le comte A.-W. de Kaunitz-Ritberg, ambassadeur impérial à Paris et le baron Ignace de Koch, secrétaire de l'Impératrice Marie-Thérèse, 1750-1752.* Paris, 1899; in-8°.

Chevalier ED. DESCAMPS, *La constitution internationale de la Belgique.* (BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE. Classe des lettres et des sciences morales et politiques, 1901; pp. 81-213; 615-642.)

LES

GARNISONS DE LA BARRIÈRE

DANS

LES PAYS-BAS AUTRICHIENS

(1715-1782)

CHAPITRE PREMIER.

PRÉLIMINAIRES.

Le premier projet de Barrière. — Le traité de La Haye du 30 août 1673. — Le traité de Rijswijck. — Négociations du comte d'Avaux. — La *Grande alliance* du 7 septembre 1701. — Propositions de Louis XIV en 1705. — Traité secret du 29 octobre 1709. — Émotion qui se produit lorsque ce traité est rendu public. — Le traité d'Utrecht. — Le traité de la Barrière du 16 novembre 1716. — Appréciation. — Opposition violente dans les Pays-Bas. — Conférences de La Haye. — Nouveau traité du 22 décembre 1718. — Le mécontentement persiste. — Témoignage de l'archiduchesse Élisabeth. — Correspondance de Van den Bergh. — Requêtes des États de Hainaut et de Flandre.

S'il faut en croire le comte de Neny, la république des Provinces-Unies n'avait point encore brisé définitivement le joug espagnol et affermi son indépendance par le traité de Munster, qu'elle se préoccupait déjà de créer une barrière capable de la protéger contre les ambitions françaises [1]. Ce projet ne fut cependant réalisé qu'en 1673. Jusque-là, les États-Généraux

[1] *Mémoires historiques et politiques des Pays-Bas autrichiens*. (Éd. de Bruxelles, 1785), 161-162.



s'étaient uniquement efforcés de maintenir l'intégrité des Pays-Bas espagnols sans intervenir directement dans leur défense.

Le 30 août 1673, un traité est conclu à La Haye entre la République et Charles II : des contingents hollandais sont chargés d'occuper les principaux points stratégiques de notre territoire [1].

Cette préoccupation d'établir une barrière va devenir un principe essentiel de la politique hollandaise. Après le traité de Rijswijck, les États-Généraux stipulèrent que leurs troupes tiendraient garnison à Courtrai, Nieuport, Audenarde, Mons, Charleroi, Namur et Luxembourg. Toutefois, cette convention n'eut d'effet [2] que pendant trois ans, de 1698 à 1701.

[1] Voir le texte de ce traité dans DUMONT, VII, 1re partie, 240. — Il semble que, pendant ces premières années, les garnisons hollandaises se conduisirent de manière à ne pas faire naître de plaintes, sauf de la part du clergé, inquiet de voir s'établir sur le territoire belge des adhérents de l'hérésie. Lancelot Jonart, évêque de Saint-Omer, se plaint de ce que les soldats hollandais chantent les psaumes à Hesdin, à Gravelines et à Saint-Venant. L'évêque d'Anvers, Marie-Ambroise Capello, dénonce au Gouvernement des habitants de sa ville épiscopale qui vont assister aux prêches du fort de Lillo. L'évêque de Ruremonde, Eugène-Albert d'Allamont, accuse le colonel hollandais Chavet d'avoir amené à sa suite plusieurs ministres protestants, et demande qu'on interdise aux soldats dissidents de pratiquer leur culte. Le duc de Villa-Hermosa, gouverneur général, se borna à recommander que les prêches se fissent dans des endroits écartés, de manière à ne pas scandaliser les catholiques. D'autre part, le gouverneur espagnol d'Ostende, Don Diego Espinosa, se loue beaucoup de l'attitude pleine de réserve des soldats protestants en garnison dans sa résidence. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil d'Etat, cart. 84.) — Voir aussi CH. RAHLENBECK, *La Belgique et les garnisons de la Barrière*, 19-21.

[2] Dans la nuit du 5 au 6 février 1701, les Français entrèrent dans Mons, Ath, Charleroi, Audenarde, Namur, Nieuport et Luxembourg, sans que le cabinet de La Haye eût été prévenu. Ils se présentèrent dans toutes ces places comme auxiliaires, en vertu des ordres de l'Electeur de Bavière, gouverneur général des Pays-Bas. Les troupes hollandaises se retirèrent, et ne furent nullement expulsées par la force, comme l'affirme Sismondi (Ed. Treuttel et Wurtz, 1841, t. XXVI, 303). — Voici un autre témoignage, de source française : « Le jour marqué étant arrivé, tous les détachements de troupes françaises destinés à l'opération se mirent en mouvement, et, malgré la neige et les mauvais chemins, ils arrivèrent aux rendez-vous qui leur avaient été indiqués, le 6 février, quelques heures avant le jour. Les ordres que l'Électeur de Bavière avait donnés aux différents gouverneurs des places furent si bien exécutés que nous y entrâmes sans aucun empêchement : personne n'avait été instruit de l'opération. Quelques officiers des troupes hollandaises murmurèrent et voulurent se plaindre, mais les gouverneurs des places et les officiers généraux français qui avaient mené les troupes les tranquillisèrent, en les assurant qu'ils ne venaient point



Mais lorsque le comte d'Avaux eut été envoyé à La Haye par Louis XIV, on lui signifia que le maintien de la paix était subordonné à la reconstitution de la Barrière [1]; et comme cette exigence ne fut pas admise, la Hollande s'allia avec l'Angleterre, le Danemark et l'Empire, le 7 septembre 1701.

Ce pacte contient le germe des futurs traités de la Barrière. Le préambule allègue comme raison de la prise d'armes les actes de Louis XIV, qui tendent à « dépouiller les Provinces-Unies de la sécurité qui résulte pour elles de l'interposition des provinces hispano-belges entre les frontières française et hollandaise et qui, par la jonction des deux monarchies espagnole et française, ouvrent la voie à l'empire sur toute l'Europe [2] ».

Le traité rappelle que « les frontières des Provinces-Unies sont en quelque sorte ouvertes de toutes parts, si l'on supprime le rempart appelé *Barrière* qui écartait le voisinage de la France ».

Les alliés s'engageaient en conséquence à faire les plus grands efforts pour reconquérir les Pays-Bas espagnols, « dans l'intention qu'ils servent de ***digue, de rempart et de barrière*** pour séparer et éloigner la France des Provinces-Unies comme par le passé, lesdites provinces des Pays-Bas espagnols ayant fait la sûreté des Seigneurs États-Généraux jusqu'au jour où Sa Majesté Très-Chrétienne s'en est emparée et les a fait occuper par ses troupes » [3].

Cette disposition d'esprit des États-Généraux était bien connue de la diplo-

comme ennemis, qu'ils ne cherchaient qu'à vivre avec eux en bonne intelligence et à faire observer aux troupes le meilleur ordre et la meilleure discipline... Les troupes hollandaises ne tardèrent pas à demander la permission de retourner dans leur pays Le roi la leur accorda. » (*Mémoires militaires relatifs à la succession d'Espagne sous Louis XIV*, publiés par Pelet, I, 21-22.)

[1] Par l'occupation de Venloo, Ruremonde, Stevensweert, Luxembourg, Namur, Charleroi, Mons, Termonde, Damme et Saint-Donat, avec le droit pour les États-Généraux d'en nommer les commandants militaires, d'en augmenter les garnisons et de les approvisionner librement. L'Angleterre réclamait de son côté la garde de Nieuport et d'Ostende. (Lamberty, *Mémoires*, I, 403-406.)

[2] Chevalier E. Descamps, *La Constitution internationale de la Belgique*. (Bulletin de l'Académie royale de Belgique. Classe des lettres et des sciences morales et politiques, 1901, p. 138.)

[3] Idem, *ibidem*. — Lamberty, *Mémoires*, I, 620.



matie française, car, lorsque après les défaites de 1705, Louis XIV tenta de rompre le faisceau de ses ennemis coalisés, une des premières propositions qu'il fit secrètement au cabinet de La Haye, fut l'abandon des provinces belges par ses troupes et la réoccupation de nos forteresses par des soldats hollandais [1].

La question, discutée de nouveau au cours des négociations entamées par Torcy et Heinsius au mois de mai 1709, fut enfin résolue dans le traité conclu le 29 octobre de cette même année entre l'Angleterre et les Provinces-Unies. Nos places étaient livrées à la République : elle pouvait y mettre telles garnisons qu'elle jugerait nécessaires, sous le commandement de chefs soumis à ses ordres exclusifs, et cela aux frais de nos populations [2].

L'arrangement resta secret jusqu'en 1711. C'est seulement à la fin de

[1] « Faire sortir ses troupes des provinces espagnoles des Pays-Bas, où rentreraient pour lors, dans les principales places, celles des Provinces-Unies, auxquelles la garde privative en doit demeurer toujours pour former la barrière nécessaire à leur sûreté. » (LAMBERTY, *Mémoires*, III, 555-601.)

[2] La reine d'Angleterre promettait de faire ses efforts pour que, lors de la conclusion de la paix, il fût convenu :

Que tous les Pays-Bas espagnols et ce qui serait encore trouvé nécessaire des places conquises ou non conquises serviraient de barrière aux Provinces-Unies;

Qu'à cette fin les États-Généraux pourraient mettre garnison à Nieuport, à Furnes, ainsi qu'au fort de Knocke, à Ypres, à Menin. dans les villes et citadelles de Lille et de Tournai, à Condé, Valenciennes, Maubeuge, Charleroi, à Namur et dans sa citadelle, à Lierre, à Halen, dans les forts de la Perle, de Philippe, de Damme, dans les châteaux de Gand et de Termonde;

Que le fort de Saint-Donat, touchant aux fortifications de l'Ecluse, leur serait cédé ;

Que le fort de Rodenhuysen, en deçà de Gand, serait rasé;

Que les États-Généraux, en cas de guerre ou d'attaque apparente, pourraient mettre, dans toutes les villes, places et forts des Pays-Bas espagnols autant de troupes qu'ils le jugeraient nécessaire;

Que dans les villes, forts et places où ils établiraient leurs garnisons, ils pourraient, sans empêchement aucun, et sans avoir à payer aucuns droits, envoyer les vivres, munitions de guerre, armes et artillerie qu'ils trouveraient convenable;

Que dans les mêmes lieux ils établiraient tels gouverneurs et commandants qu'ils jugeraient à propos, lesquels ne seraient sujets qu'aux ordres émanés d'eux ;

Qu'ils pourraient fortifier à leur volonté lesdites villes, places et forts;

Que, pour l'entretien de leurs garnisons et les frais de fortifications, ils jouiraient de tous les revenus des villes et châtellenies dont la couronne d'Espagne n'était pas en



cette année que la reine Anne en donna communication au parlement. A peine connu, il fut l'objet d'amères critiques. La Chambre des Communes déclara dans une adresse que les intérêts anglais avaient été non seulement négligés, mais sacrifiés par cette convention. Sur les instances du cabinet de Saint-James, une revision devint nécessaire. Un nouveau traité conclu entre les deux puissances maritimes, toujours sans l'intervention de l'Autriche, fut substitué au premier [1]. C'est le second traité de la Barrière. Il porte la date du 30 janvier 1713.

Indépendamment d'une sauvegarde plus grande, accordée aux intérêts des commerçants britanniques, ce traité retranchait de la Barrière, moyennant quelques compensations, plusieurs places fortes promises à la France, telles que Lille, ou dont l'occupation pouvait porter ombrage à l'Angleterre, telles que Nieuport.

L'article XII portait une importante déclaration : « Comme la Reine et les États-Généraux possèdent la suprême autorité dans les provinces hispano-belges, depuis qu'elles ont été conquises, le gouvernement n'y sera point changé, les troupes qui y tiennent garnison n'en sortiront pas jusqu'à ce que le commerce et les intérêts des deux puissances y soient réglés selon leur intention et la barrière affermie. »

On le voit, l'Angleterre et la Hollande tenaient leur gage et s'y attachaient comme à une proie. Les protestations de nos pères vinrent se briser contre la volonté de fer des deux puissances maritimes et devant les temporisations du futur souverain de nos provinces, embarrassé de sa position et sollicité par des mobiles étrangers aux intérêts de notre pays [2].

possession au temps de la mort de Charles II, et en outre d'un million de florins à payer des revenus les plus clairs des Pays-Bas espagnols.

Deux articles séparés étaient annexés au traité. La Reine promettait, dans l'un, de faire en sorte que le haut quartier de Gueldre fût cédé aux Etats-Généraux en toute propriété et souveraineté; dans l'autre, que les limites des Provinces-Unies en Flandre fussent élargies. (Dumont, VIII, 1re partie, 243, cité par Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle*, 211-212.)

[1] Gachard, 227. — Descamps, 143.

[2] Descamps, 144.



Le traité d'Utrecht ne diffère du précédent que par des détails topographiques [1].

La France cédait les Pays-Bas aux États-Généraux pour que ceux-ci les transmissent à la maison d'Autriche « après être convenus d'une barrière avec l'Empereur ».

La « convention de Barrière » fut discutée à Anvers par les plénipotentiaires de la Hollande, de l'Angleterre et de l'Empire; ils ne parvinrent à se mettre d'accord qu'après de longs débats [2], qui durèrent plus de treize mois, et aboutirent au traité [3] du 16 novembre 1715, ratifié le 31 janvier 1716.

Ce traité accorde aux Provinces-Unies le droit de garnison exclusive dans les places de Namur, Tournai, Menin, Furnes, Warneton, Ypres, dans le fort de la Knokke [4], et le droit de garnison commune à Termonde. Le contingent des troupes d'occupation s'élèvera en temps de paix, pour l'ensemble des Pays-Bas, à 35,000 hommes, dont les trois cinquièmes fournis par l'Autriche et les deux cinquièmes par la République [5].

[1] Les États-Généraux perdent le droit de mettre garnison dans Lille, Condé, Valenciennes, Maubeuge, Nieuport, Termonde, Lierre et Halen. Les droits des Provinces-Unies sont conservés dans les autres places et forts mentionnés à l'article 6 du traité de 1709, et étendus aux villes de Mons et Charleroi. (Lamberty, *Mémoires*, VIII, 34-41.) – Dès le 5 avril 1712, l'Empereur avait protesté contre les prétentions excessives des États-Généraux : « Sa Majesté Impériale ne peut permettre que les Hollandais fortifient Lier, Halle, le château de Gand, Dendermonde, ni Ostende, comme n'étant de leur Barrière, et ne servant qu'à rendre les États maîtres absolus des Païs Bas, en cas qu'il leur prît envie, et y empêcher le commerce des Anglois. » (Idem, *Ibidem*, VII, 109.)

[2] Les détails de ces longs débats sont conservés dans cinq gros registres déposés aux Archives du Royaume à La Haye : *Verbaal van de heeren plenipotentiarissen tot het reguleeren van de Bariere*, 1714, 1715, 1716, et *Stukken specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen tot het reguleren van de Bariere* (1,724 pièces).

[3] Le texte du traité de la Barrière se trouve dans les *Placards de Flandre*, IV, 3e partie, 1851-1875; il a été reproduit par Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle*, 272-281.

[4] Au confluent de l'Yser et de l'Yperlée. Ce fort, construit en 1662, fut transformé par Vauban en 1678. C'était la clef d'Ypres : toutes les barques venant de Furnes, de Nieuport ou de Dixmude, devaient passer au pied de ses remparts.

[5] Voici comment ces contingents étaient répartis : Namur, 270 cavaliers, 3,400 fantassins; Tournai, 200 cavaliers, 2,200 fantassins; Menin, 100 cavaliers, 1,400 fantassins; Furnes, 650 fantassins; Warneton et Knokke, une escouade de 15 à 20 hommes, détachés



On a pu dire sans exagération que par ce traité les provinces belges devenaient un fief de la république batave [1]; les Belges étaient déclarés incapables de pourvoir seuls à leur défense; des garnisons étrangères allaient détenir nos places fortes, nous enlever toute espèce d'influence au dehors, et rendre les États-Généraux des Provinces-Unies maîtres de notre attitude dans toutes les questions politiques.

Si la Hollande jugeait l'existence d'une barrière indispensable à sa sécurité, n'était-ce pas à elle qu'incombait en toute justice le paiement des frais d'entretien? Or, non seulement le traité d'Anvers mettait à la charge des Belges toutes les dépenses de l'occupation militaire, mais de plus, au mépris d'un des privilèges essentiels de la nation, il gageait cette énorme indemnité de 1,250,000 florins par an au moyen des subsides de la Flandre et du Brabant [2].

On comprend la violente opposition [3] que suscita dans nos provinces la convention nouvelle.

hebdomadairement de la garnison d'Ypres; Ypres, 500 cavaliers, 2,000 fantassins; Termonde, 550 fantassins. Le gouvernement de Bruxelles se plaint fréquemment de ce que les contingents hollandais ne sont pas au complet. Il prétend que le corps d'occupation, fixé à 12,000 hommes, ne compta jamais plus de 10,400 soldats réellement présents sous les drapeaux. Voir notamment le *Mémoire* adressé au marquis de Prié par le colonel de Bauffe. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registres DCCLVII, f°s 89-117.)

1 E. Willequet, *Histoire du système de la Barrière*, 329.

2 Ce qui éludait le droit des provinces de ne payer le subside qu'après l'avoir consenti.

3 Cette opposition était surtout causée par les articles du traité relatif à la religion, aux cessions territoriales et au subside annuel. Voir *Griefs et considérations que font remarquer le clergé en général et les trois chefs-collèges représentés par les États-Généraux de la province de Flandre sur le traité de la Barrière.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, reg. DCCLVI, f°s 101-117, et reg. DCCLVII, f°s 109-112; et *Réclamations des États de Flandre au comte de Königsegg au sujet des écluses et de la religion* (l'original de ce document est relié dans la collection des papiers de Königsegg). (*Ibidem*, reg. DCXXXIV, f°s 1-7.) — Les États de Flandre sont très préoccupés du péril que présente l'occupation au point de vue religieux : « trop cruelle catastrophe pour un peuple si fidèle, et qui a tant de fois prodigué ses biens et son sang pour la défense de la Religion et de l'État!... Leurs Hautes Puissances, à qui le seul nom du chef de l'Église est en horreur, et près desquels il est sans exemple qu'au fait de la religion ils ayent jamais observé aucun traité ou capitulation en quelque place qui leur a été cédée ou qu'ils ont

Les réclamations des corps constitués se firent jour avec une vivacité telle que Charles VI dut provoquer une revision du traité de 1715.

Des conférences [1] s'ouvrirent à La Haye et eurent pour résultat l'acte [2] du 22 décembre 1718. Celui-ci redressait les griefs les plus criants, mais des dispositions fort onéreuses avaient été maintenues. Un historien néerlandais a eu la franchise de le reconnaître : dans ces négociations, les intérêts des Belges avaient été absolument négligés et sacrifiés [3]. Aussi l'œuvre de la diplomatie hollandaise demeura-t-elle fort impopulaire dans les Pays-

conquis par les armes... » — Voir aussi : *Réflexions sur la députation de la patrie à Sa Majesté Impériale et Catholique, touchant le traité de la Barrière.* (Ibidem, reg. DCCLVI, f[os] 16-24); et le *Mémoire* en 46 articles adressé au comte de Königsegg par Hoverlant, conseiller pensionnaire du Magistrat de Tournai. (Ibidem, f[os] 1-15.) — Dans les pamphlets publiés à l'occasion du traité, c'est aussi la question religieuse qui domine, et l'inquiétude se manifeste en termes pleins d'amertume : « Il est raisonnable dans l'article IX qu'on accorde aux troupes admises en garnison l'exercice de leur religion, mais il est chicaneux que la réparation de leur prétendue église doit être à charge des villes, l'intérêt de ces Messieurs se prend à un denier. La prévoyance qu'on a pris afin d'empêcher toute occasion de scandale et de contestation qui pourrait naître sur le sujet de la religion est nécessaire, car ceux qui professent la religion reformée sont portez à outrer nos ecclésiastiques et à décrier notre culte divin : notre saint Pontife est l'Antechrist, nous sommes des idolâtres, et la furie des anciens iconoclastes réside dans leur âme. » (*La Discution universelle de tous les articles du traité de la Barrière,* 13.) — Les exigences territoriales de la République produisent aussi un vif mécontentement : « Après avoir dépouillé la Flandre, le lion d'Hollande ouvre sa gueule, et met ses pattes sur le haut quartier de Gueldre. » (*Ibidem,* 23.)

Déjà, avant la conclusion du traité, les évêques avaient adressé au Gouvernement l'expression de leurs craintes. L'évêque de Namur écrit le 11 octobre 1714 que l'occupation de sa ville épiscopale par une garnison hérétique le « plonge dans un chagrin insupportable ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre. Papiers de Königsegg, reg. DCXXXIII, f° 68.) — Les Vicaires capitulaires d'Ypres supplient le Souverain « d'insérer au moins dans les traités de la Barrière toutes les clauses nécessaires pour conserver la pureté de la foy et les droits et libertez de l'Église ». (Ibidem, f° 75.) — L'Évêque de Ruremonde « aime mieux la mort que l'esclavage ». (Ibidem, f° 82.)

Voir aussi *Journal ofte dagregister van onze reyze naer de Keyzerlyke stadt van Weenen,* 46-47.

1 Pour l'histoire de ces conférences, V. Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIII[e] siècle,* 471-484.

2 Ratifié le 10 mai 1719.

3 Th. Bussemaker, *De Republiek der Vereenigde Nederlanden en de Keurvorst-Koning George I* (*Bijdragen voor vaderlandsche geschiedenis en oudheidkunde,* 4[e] reeks, 1[e] deel, 326).



Bas autrichiens, et fit-elle naître, au cours du XVII[e] siècle, des froissements continuels entre les troupes des États-Généraux et la population régionale.

C'est l'histoire de ces rapports troublés et difficiles que nous tenterons d'esquisser d'après les documents des archives.

D'abord, une chose est certaine : le désaccord et l'aigreur datent du début de l'occupation, avant même que le traité de la Barrière de 1715 fût signé. Le témoignage de l'archiduchesse Marie-Élisabeth est formel sur ce point [1]; il concorde absolument avec la correspondance adressée par Van den Bergh au Pensionnaire des États-Généraux, dans le courant de l'année 1715 [2], et nous en trouvons la confirmation dans les requêtes des États de Hainaut et de Flandre à la conférence réunie à Anvers pour arrêter les termes du traité [3].

1 « Quant au premier point, touchant les difficultés entre ceux du Magistrat des villes respectives de la Barrière et les garnisons desdites villes, Son Altesse Sérénissime remarque fort sagement que ces sortes de difficultés ont été de tout tems, même avant le traité de la Barrière, aussi bien qu'après. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. *U,* 7, n° 17, litt. *B.*)

2 Van den Bergh écrit dès le 25 novembre 1715 au Pensionnaire des États-Généraux : « Daer is zooveel murmuratie en misnoegen onder het volk van dit land over den inhoud van het tractaat van Barrière... » Il insiste surtout sur les griefs d'ordre économique que font valoir les Belges. Il transmet aussi, le 30 décembre 1715, une lettre qu'il a reçue du colonel de Spaen, commandant du fort de Damme. Celui-ci, rendant compte de l'esprit public dans la région qu'il habite, écrit : « Cela va si loing que l'on parle publiquement de Sa Majesté Impérialle et Roijalle, sans oublier M. le comte de Königsegg, d'une manière qu'il ne m'est pas permis de parler de cette manière d'un tambour, pas seulement dans les villes et le plat paijs, mais dans les barques et voitures publiques, et les moindres explications que l'on fait, ne sont que de prendre les armes, et si le Régent de France voudroit seulement donner 4,000 hommes, ou 2,000 avec un chef, qu'ils se révolteront, et qu'il ne dépend que d'eux de couper la gorge à toutes les trouppes de Sa Majesté Impérialle et Roijalle, comme à celles de l'État, sur une nuit. Ce ne sont pas des discours que l'on fasse par icij ni par là de la lie du peuple, mais ce sont des discours qui se font par les premières gens de qualité, magistrats, membres du Francq, dans les caffés et assemblées. » Van den Bergh traite tout cela de « vuile intrigue en stoutigheden ». (Archives du Royaume à La Haye. Brussel, *Secrete brieven,* 1711-1730.)

3 Les États du Hainaut protestent, le 25 mars 1715, contre l'introduction des garnisons étrangères qui « cause une grande consternation » : aucune disposition n'a été prise pour les recevoir; « en oultre, touttes ces petites villes sont depourveues de touttes choses, ressentant encore trop sensiblement les maux qu'elles ont soufferts pendant la dernière

Le mécontentement persistera aussi longtemps que l'occupation étrangère [1]. Les magistrats et les évêques de 1780 parlent comme ceux de 1715, et d'innombrables plaintes se manifestent dans les domaines religieux, politique et économique, depuis les premiers jours qui suivent l'avènement de Charles VI jusqu'aux débuts du règne de Joseph II, lorsque les forteresses de la Barrière tombent sous la pioche du démolisseur [2].

guerre ». Il est à craindre que les habitants les plus riches n'abandonnent le pays : « ils laisseront ces lieux presque déserts, et ainsi dans l'impuissance de payer leurs cottisations ordinaires, ainsij que l'expérience a fait voire autrefois. (Ibidem.) — Le 26 mars, les États de Flandre envoient une protestation analogue. (Ibidem.)

1 Voir aussi von Arneth, *Geschichte Maria-Theresia's*, IV, 253-257.

2 Marie-Thérèse, autant que son fils, trouve la barrière insupportable. Von Arneth cite (IV, 259-533, note 314) le témoignage de sir Charles Hanbury Williams, ministre d'Angleterre à Dresde, qui avait été chargé par son gouvernement de négocier avec elle un accommodement pour la Barrière, et n'y réussit pas : « This Her Imperial Majesty seemed also to take very ill, and insisted loudly, so loudly that the people and the next room heard Her, that she was the sovereign of the Low Countries, and that it was Her duty to protect Her subjects who had been so long oppressed bij the Barrier treaty and deprived of the natural privileges which all other nations enjoy. »

CHAPITRE II.

LES GARNISONS DE LA BARRIÈRE ET LA QUESTION RELIGIEUSE DANS LES PAYS-BAS.

L'article IX du traité de la Barrière. — Instances des États-Généraux en faveur de la liberté de conscience. — Opposition du comte de Königsegg parlant au nom de l'Empereur. — Proposition transactionnelle de Cadogan. — Elle est repoussée. — Difficultés dans le Tournaisis. — Les origines de la Réforme à Tournai. — La capitulation de 1709. — Protestation des Grands vicaires contre cette capitulation. — Lettre adressée par Fénelon au Pape le 28 mai 1711. — Apostasies. — Intervention des autorités militaires hollandaises. — Les protestants de la frontière française viennent communier à Tournai. — Attitude irrespectueuse des soldats hollandais à l'égard des processions. — Témoignage de Poutrain. — « Irrévérences » à Namur. — Plaintes du Conseil provincial de Namur à la Gouvernante générale. — Difficultés au sujet des locaux nécessaires pour l'exercice du culte réformé à Tournai, à Namur et à Ypres. — Plaintes du commandant militaire d'Ypres. — Les mariages mixtes à Menin, à Tournai, à Namur, à Maestricht. — Réclamation de l'archiduchesse Marie-Élisabeth aux États-Généraux des Provinces-Unies. — Mémoire du comte de Salm, évêque de Tournai. — Proposition du prince de Lœwenstein. — Intervention de l'empereur Charles VI. — Projet d'édit de Marie-Élisabeth. — Nouvelles requêtes des évêques de Namur et de Tournai en 1734. — Plaintes du Magistrat de Tournai en 1735, et du Conseil de Namur en 1737. — Avis de l'évêque de Gand, J.-B. Desmet. — Les États-Généraux des Provinces-Unies et les mariages mixtes. — Mariage mixte interdit au Sas de Gand, en 1741. — Réclamations à Namur, à Ypres, à Tournai, à Ruremonde. — Représentations adressées à La Haye par le gouvernement des Pays-Bas. — Réponse des États-Généraux. — Placard hollandais du 3 juin 1750. — Réclamations des curés de Luingne et de Rolleghem. — Lettre du cardinal de Rohan, archevêque de Cambrai. — Concession officieuse faite par Marie-Thérèse. — Prosélytisme des aumôniers protestants dans les villes de la Barrière. — Plaintes de l'archevêque de Cambrai et du grand-doyen de la cathédrale de Tournai. — Visite de nombreux protestants picards à Tournai. — Le duc de Boufflers empêche les protestants français de passer la frontière. — Émeute à Namur en 1736. — Enquête ouverte à charge du pasteur Van Bijler, à Ypres. — Protection accordée par les États-Généraux des Provinces-Unies aux protestants des Pays-Bas. — Secours à des convertis. — L'émigration vers le Brandebourg favorisée. — Les instances faites auprès du gouvernement de Bruxelles en faveur de l'église réformée d'Hodimont. — Subsides hollandais à l'église de l'Olive. — Le pasteur Brand en Flandre. — Fermeture de l'église catholique du Sas de Gand. — Les protestants de Doulieu, près Warneton. — Menaces de représailles dans les pays de généralité. — Avis du Procureur général près le Conseil de Flandre. - Délibérations du Conseil privé. — Plaintes de la corporation des cabaretiers d'Ypres contre un protestant étranger qui leur fait concurrence. — Les capucins de Bois-le-Duc accusés



de prosélytisme. — Requêtes des réformés d'Eupen et d'Hodimont. — L'édit de 1753 sur les biens de main-morte. — L'affaire du cimetière de Rongy en 1769. — Intervention du commandant militaire de Tournai dans ce litige. — Le curé d'Eupen et les protestants du Limbourg. — Il est blâmé par le Conseil privé. — Tentatives de conversion des soldats protestants au service des Provinces-Unies. — Des soldats hollandais catholiques sont conduits au supplice par un ministre protestant. — Vaines démarches du gouvernement des Pays-Bas pour faire modifier cet usage. — Troubles à Ypres en 1713. — Convention conclue à Namur le 29 août 1717. — Incidents à Termonde. — Plaintes des vicaires généraux de Namur en 1736. — La question soulevée dans les conférences tenues à Anvers en 1738. — Témoignage du résident Kinschot. — Intervention des États-Généraux dans l'administration du chapitre de la cathédrale de Tournai. — Le siège épiscopal déclaré vacant en 1710. — Les États-Généraux confèrent la dignité de doyen du Chapitre à Ernest Ruth d'Ans. — Résistance des chanoines. — Pamphlets de l'abbé Lenglet. — Faiblesse du Gouvernement. — Les chanoines forcés de payer une pension à Ruth d'Ans jusqu'en 1722. — Tentative des États-Généraux pour faire appeler le Dr Cuuper au siège épiscopal d'Ypres. — Sacrilège à Tournai en 1741. — Contestation entre le Magistrat de Tournai et le commandant militaire. — Protestations de la Gouvernante générale. — Correspondances échangées entre les gouvernements de Bruxelles et de La Haye. — L'affaire déférée au Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne. — La procession de l'Exaltation de la Sainte-Croix, à Tournai, en 1750. — Esprit conciliant de Charles de Lorraine. — Raideur des États-Généraux. — Enquête faite à Ypres par les ordres du prince Charles de Lorraine. — Intervention du prince d'Orange. — Les plénipotentiaires hollandais et la procession de la Fête-Dieu à Bruxelles en 1752. — Une protestante molestée à Ypres en 1757. — Difficultés à Furnes au sujet des funérailles de la femme d'un soldat hollandais.

L'article IX du traité de la Barrière règle la question religieuse soulevée par la présence sur notre sol de troupes hollandaises composées en majeure partie de soldats protestants :

« Sa Majesté Impériale et Catholique accorde l'exercice de la religion aux troupes des États-Généraux partout où elles se trouveront en garnison, mais cela dans des endroits particuliers, convenablement proportionnez au nombre de la garnison, que les Magistrats assigneront et entretiendront dans chaque ville et place, où il n'y en a pas déjà d'assignez, et auxquels endroits on ne pourra donner aucune marque extérieure d'église, et on enjoindra severement de part et d'autre aux officiers politiques et militaires, comme aussi aux ecclesiastiques et à tous autres qu'il appartient d'empêcher toute occasion de scandale et de contestation, qui pourroient naître sur le sujet de



la Religion; et quand il naîtra quelque dispute ou difficulté, on les applanira à l'amiable de part et d'autre.

» Et quant à la Religion par rapport aux habitans des Pays-Bas autrichiens, toutes choses resteront et demeureront sur le même pied qu'elles etoient pendant le règne du roi Charles II de glorieuse mémoire [1]. »

La liberté de conscience n'était donc accordée qu'aux seuls sujets des Provinces-Unies résidant aux Pays-Bas autrichiens pour le service de la Barrière. Et encore faut-il noter que leur culte ne pouvait être exercé publiquement.

Les États-Généraux avaient tenté d'obtenir davantage [2] et demandé que les Réformés habitant les Pays-Bas ne fussent point inquiétés au sujet de leurs croyances [3]. Mais le comte de Königsegg déclara que l'Empereur aimerait mieux renoncer à sa nouvelle acquisition que de porter quelque atteinte à la religion catholique romaine. Il était prêt à user de condescendance dans les autres matières mises en discussion, mais sur le terrain religieux aucune concession n'était possible [4].

Cadogan [5] espéra tout concilier en proposant d'inscrire dans le traité : « Les habitants des Pays-Bas autrichiens, y compris les pays cédés par la France, faisant profession de la religion protestante, ne seront point inquiétés

[1] *Placards de Flandre.* Livre IV, 3e partie, 1855.

[2] Gachard a retracé l'histoire des négociations d'Anvers (*Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle,* 235-287) exclusivement d'après le *Verbaal van de Heeren plenipotentiarissen tot het reguleren van de Barriere* conservé aux archives du Royaume à La Haye.

[3] Les plénipotentiaires de la République avaient reçu des instructions formelles en ce sens, et, à plus d'une reprise, les États délibérèrent sur la question pendant que les négociations se poursuivaient à Anvers. Voir *Secrete Resolutien van de Hoogmogende Heeren Staten generaal der Vereenigde Nederlandsche Provincien,* séance du 2 novembre 1715, fos 281-282; du 8 et du 11 novembre. Ibidem, 288. Voir aussi le *Mémoire* de Königsegg. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXVI, fos 1-31.)

[4] « Quant à ce point, Sa Majesté lui avait, de sa propre main, prescrit de n'excéder pas sa charge, à peine d'en répondre personnellement. » (*Verbaal van de Heeren plenipotentiarissen,* cité par Gachard, 259.)

[5] William Cadogan, lieutenant général et collaborateur de Marlborough. Il représentait aux conférences d'Anvers le souverain de la Grande-Bretagne.



en leurs consciences, ni en leurs personnes ou leurs biens, à cause de religion, mais continueront à jouir de la liberté pour exercer leur religion de la même manière qu'il en ont joui ci-devant et du temps du roi Charles II. »

Les Hollandais ne trouvaient pas cette rédaction satisfaisante, attendu que, sous le règne de Charles II, la tolérance religieuse n'avait été reconnue que d'une manière tacite et pour ainsi dire intermittente. L'attitude du plénipotentiaire anglais leur parut souverainement déplaisante [1]. Königsegg invoqua derechef les ordres précis et catégoriques qu'il avait reçus : l'affaire était d'ailleurs fort délicate pour Charles II, à cause des ménagements dont il était tenu d'user dans ses rapports avec la Cour de Rome [2].

[1] « Haer Hoogh Mogende niet anders daarin beoogen als dat de ingezetenen in de Spaansche Nederlanden en de specialijckx in de nieuw gecedeerde landen, welck als een nieuwe acquisitie voor Sijne Keijserleijcke Majesteijt geconsidereert moeten werden, gerust ende secuur gestelt mogen werden, tegen alle vervolginge ende mishandelinge ter oorsaecke van de belijdenisse van haere Religie, ende geensints, om aen de publique Religie van het land eenigs nadeel toe te brengen.

» Dat dit articul sodanigs geprojecteert is, dat hetselve bij vervolg aen allerley interpretatien subject, ende de ingezetenen van de Protestantsche Religie in de Spaensche Nederlanden aen allerhande quade handelinge onderhevigs gemaeckt kunnen werden, door dien gedurende de Regeeringe van Conings Carel de Tweede, op verscheijde plaetsen, deselve qualijck sijn gehandelt geworden, na mate dat de verkeerden ijver van de Geestelijckheijd, op d'een tijd, ende in d'eene plaetse meerder, als op een andere tijd ende in een andere plaetse, is gaende geweest, ende seer te dugten is, dat de quaedste exempelen, tot verschoninge van hetgeen bij vervolg gedaen soude mogen werden, sullen werden geallegeert, om in het toekomende de vervolgingen tegen de geloofsgenoten, soowel van Sijne Majesteijt van Groot Brittannien, als van Haer Hoogh Mogende te authoriseren, indien daerbij in het tractaet niet weerd voorsien, soodanigs dat alle persecutie van de protestantsche ingezetenen werd uitgesloten, ende bedongen, dat deselve in haere personen, familien ende goederen, ter oorsake van haere Religie niet geinquieteert sullen mogen werden. Dat dit alleen streckt, om die menschen buijten ongerustheijd ende swaerigheijd te stellen.

» Dat sulcx in allen deelen redelijck is, ende dat Haer Hoogh Mogende daerom haer niet genoegs kunnen verwonderen, ende dat het haar hart voorkomt, dat gemelte Heer Cadogan hier ontrent sigs soodanigs komt te uijten, ende te verklaren, dat hij in dit point, dat soo important is, eerder den Heere Grave van Conigsegg in sijne ongefundeerde sustenue als haer Heeren Gedeputeerden in haere billijcke sustenue, genegen schijnt te appuijeren... » (Archives du Royaume à La Haye. *Secrete Resolutien*. Séance du 2 novembre 1715, f[os] 281-282.)

[2] Le 28 juin 1728, à l'occasion du congrès de Soissons, l'évêque de Bruges tente de démontrer à Charles VI qu'il n'est pas plus lié par le traité de la Barrière que ne le sont



Dans la trente-neuvième conférence, tenue le 23 octobre 1715, les députés des Provinces-Unies firent de nouvelles instances, mais sans succès. Les États-Généraux cédèrent enfin; par une résolution du 11 novembre, ils autorisèrent leurs députés à ne pas insister davantage.

De fait, les troupes hollandaises n'observèrent pas strictement les stipulations du traité, et, dès les premiers mois de l'occupation, le 3 janvier 1716, les États de Flandre les accusent auprès du gouvernement de Bruxelles : « On ne peut avoir aucune confiance dans l'exécution loyale du traité au point de vue de la religion [1]. »

C'est à Tournai qu'éclatent les premiers « scandales ». Sans vouloir retracer ici en détail l'histoire religieuse de Tournai [2], nous rappellerons que les doctrines protestantes s'y introduisirent dès la première moitié du XVIe siècle. La conquête de la ville par Farnèse porta à la réforme un coup terrible, sans l'anéantir cependant; quelques familles restèrent secrètement fidèles au culte proscrit.

Il se trouvait encore des protestants à Tournai lorsque les alliés reprirent la ville aux troupes françaises en 1709.

La capitulation [3] de 1709 contient deux articles relatifs à la question

les États-Généraux eux-mêmes : le traité est nul par ce qu'il a été conclu sans la participation des États de Flandre. Puis il ajoute : « Enfin, Sire, j'ose me flatter que dans une cause aussi juste, aussi équitable, et aussi importante pour la religion et le salut de tant de milliers d'âmes, que Notre Saint Père le Pape, *à l'exemple de son prédécesseur Clément XI, qui a bien voulu intercéder près de Votre Majesté par des lettres en notre faveur*, ne manquera pas non seulement de nous soutenir au congrès de Soissons, mais que tous (*sic*) les puissances catholiques de l'Europe s'y intéresseront. » (Archives de l'État à Bruges. Fond de l'ancien évêché, n° 7771, cité par *La Flandre*, 1870, 341.)

[1] *Réclamation adressée par les États de Flandre au comte de Königsegg.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, 34-39.)

[2] Nous comptons publier prochainement une étude sur cet intéressant sujet. On trouvera les faits essentiels dans l'attachante notice de M. le pasteur ANDRY : *Histoire de l'église de Tournai-Rongy et Estaimpuis.* (Voir le livre jubilaire intitulé : *Célébration du cinquantenaire du synode de l'union des églises protestantes évangéliques de Belgique.* Bruxelles, 1890, pp. 289-335.)

[3] Nous citons les articles de la capitulation de 1709 d'après le texte inséré dans le « registre à taille » de 1709, conservé dans les archives communales de Tournai : capitulation militaire, 29 juillet 1709, f°s 94-98; capitulation de la ville, 3 août 1709, f°s 98-116; capitulation du parlement, 7 août 1709, f°s 116-120; capitulation de la citadelle,



religieuse. Les « Trois États » voulaient que les privilèges de la religion catholique fussent intégralement maintenus; tout au plus concédaient-ils aux soldats étrangers le droit de pratiquer leur culte à huis clos [1]. On pense bien que le vainqueur n'admit pas cette prétention : la ville dut fournir à ses frais deux locaux pour l'exercice de la religion protestante, « à la satisfaction du gouverneur, tant pour ceux de la garnison que les autres qui voudront y assister », et les alliés se réservaient le droit de prendre des dispositions analogues dans les villes ouvertes et au plat pays [2].

D'autre part, il était prescrit aux soldats réformés de ne rien faire qui pût froisser les sentiments religieux de la population [3].

Les autorités tournaisiennes avaient également insisté pour que le gouverneur de la place fût un catholique, mais leur demande fut écartée [4].

Dès le 12 septembre 1709, les Grands vicaires du diocèse protestèrent

3 septembre 1709, f° 123. Toutes ces pièces ont été imprimées à Tournai, chez N. Jovenau, en 1737; un exemplaire est relié dans le registre DCCLVIII du fond de la Secrétairerie d'Etat et de guerre aux archives du Royaume à Bruxelles.

[1] Voici le texte qu'avaient proposé les trois Etats : « Que la Religion Catholique, Apostolique et Romaine sera conservée en son entier dans la ville et cité de Tournay, dans son ancienne et nouvelle banlieue, dans le Tournesis, Mortagne et Saint-Amand, villages et terres adjointes, qui sont de la dépendance du gouvernement de Tournai, et que généralement toutes les églises, chapelles et oratoires seront maintenues et conservées au culte de ladite Religion sans permettre en aucune manière la liberté de conçience, non plus qu'aucun prêche public ni secret en quelque lieu que ce puisse être, sauf qu'à l'égard des troupes de religion différente qui pourroient être de garnisons en cette ville, leur sera indiqué un lieu propre pour en faire l'exercice, auquel il ne sera permis à aucun des habitans desdites villes et païs de se trouver, et que les édits, « reglemens, ordonnances et declarations portés par le Souverain sur le fait de la Religion seront exécutés selon leur forme et teneur ». »

[2] Le texte imposé par les alliés porte : « La Religion Catholique Romaine demeurera en son entier dans les districts nommez, à condition qu'on indiquera et donnera dans la ville, aux frais d'icelle, deux lieux ou places propres pour y pouvoir faire l'exercice de la Religion reformée, à la satisfaction du Gouverneur, tant pour ceux de la garnison que les autres qui y voudront assister : on se reserve d'établir dans les autres villes ouvertes ou au Plat Païs pareillement un lieu propre pour l'exercice de ladite Religion reformée. »

[3] « Il sera défendu aux militaires et autres qui sont d'une religion contraire de commettre des irreverences dans les eglises et des desordres dans les rues par rapporte au culte de la Religion Catholique Romaine. »

[4] « Le Gouverneur sera toujours de la Religion Catholique, Apostolique et Romaine, et obligé de prêter le serment de foy ordinaire. » — En marge : « Refusé ».



contre cette capitulation [1], « qui semble donner une entière liberté d'aller au prêche à tout le monde indifféremment » [2].

Cette protestation demeura inefficace et, dès ce moment, le culte réformé devint public de fait [3]. Les pasteurs organisèrent leur service à la Bourse, sur la grand'place et enlevèrent aux religieux Croisiers leur jardin, pour en faire le cimetière protestant [4]; il semble, malgré le démenti quelque peu intéressé des diplomates hollandais [5], que leur active propagande ne serait pas demeurée infructueuse.

A coup sûr cause-t-elle de graves soucis au chef du diocèse.

Nous possédons un intéressant témoignage sur l'état religieux de Tournai : c'est une lettre adressée au Pape par Fénelon [6] le 28 mai 1711.

1 Le texte de la capitulation arrêtée à Tournai le 3 septembre 1709 est reproduit au tome IX, page 342, des *Mémoires relatifs à la succession d'Espagne sous Louis XIV,* d'après l'original conservé aux archives du dépôt de la guerre à Paris. Nous n'y voyons rien au sujet de la religion, lacune inexplicable après ce que nous avons vu dans nos archives. D'autre part, le même recueil (t. IX, p. 593) nous donne la capitulation conclue à Mons le 20 octobre suivant, et l'article premier porte « que la Religion Catholique, Apostolique et Romaine sera conservée en son entier dans son exercice sans qu'il y puisse être rien changé ou innové ».

2 Archives de l'ancien évêché de Tournai, *Registres aux résolutions des Grands Vicaires,* CCLXVII (d'après une copie vue aux archives de la *Commission de l'histoire des églises wallonnes,* à Leyde).

3 Voir le *Mémoire* de Keerle aux pièces justificatives, n° I.

4 On trouve sur ce point et sur beaucoup d'autres des détails intéressants dans un mémoire envoyé par l'évêque à la Gouvernante générale, au mois de février 1733 : *Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournai depuis l'an 1706.* Nous aurons plus d'une fois l'occasion de citer ce document.

Le 31 janvier 1749, les Croisiers exposent dans une requête à l'Impératrice que, de 1709 à 1745, ils ont dû laisser enterrer les militaires protestants dans leur verger, et ils demandent de ne plus être astreints à cette servitude lors de la rentrée prochaine des troupes hollandaises. Marie-Thérèse prescrivit en conséquence au Magistrat de réserver « pour l'inhumation des acatholiques une place décente et convenable ». (Archives communales de Tournai. Registre à taille, XXVI, f° 5.)

5 « Leurs Hautes Puissances sont informées que, bien loin que le nombre (des familles protestantes) pourroit choquer, il n'y en a point qui s'y soient établies et qui viennent à l'église ; seulement à Tournai il y en a quelques unes... d'ailleurs leur nombre est si petit et ils assistent si seccrettement au service divin que l'on n'en peut parler sans exaggeration, moins encore former une plainte generale. » (*Mémoire* de Keerle, note du n° 1.)

6 Cette lettre est reproduite dans Le Glay, *Cameracum christianum,* 484-485.



L'archevêque de Cambrai expose au Souverain Pontife qu'il a fait procéder à une enquête officieuse par les soins de personnes sûres; il résulte des renseignements recueillis qu'un grand nombre d'habitants du Tournaisis, descendants des Calvinistes du XVI[e] siècle, avaient gardé dans le secret le plus profond les pratiques religieuses de leurs ancêtres. Depuis l'entrée des troupes hollandaises dans les Pays-Bas, ces dissidents ont relevé la tête et se rendent publiquement au prêche chaque dimanche. Des missionnaires réformés parcourent les campagnes depuis Tournai jusqu'à Lille et à Saint-Amand et recrutent de nombreux adhérents. Des diocésains de Cambrai n'hésitent pas à faire un long voyage pour aller recevoir dans les temples des garnisons hollandaises l'enseignement hérétique.

On aurait tort de croire que la cause de ces misères soit l'absence de l'évêque de Tournai : les vicaires généraux font leur devoir avec le zèle le plus louable [1], mais la population ne peut plus être conduite que par la crainte; la cause essentielle du mal, c'est la présence des troupes hollandaises : si cette « peste » ne disparait pas à bref délai, c'en est fait de la foi catholique dans les Pays-Bas [2].

Il est certain que plusieurs familles abandonnèrent la religion romaine, ce qui était manifestement interdit par les lois. Le promoteur de l'évêché poursuivit les apostats et en fit même incarcérer quelques-uns dans les cachots de l'officialité. Mais il se heurta aux autorités militaires : l'état-major hol-

1 « Antistitis absentiæ minime imputando est tanti mali causa. Eadem quippe fidei catholicæ pernicies, eo presente, invigilante, imo et contradicente, futura fuisset; quoniam plebs innumera jamdudum sic affecta erat, ut solo metu coerceretur, et accedente reipublicæ calvinianæ dominio, inclusa tabes subito impetu eruperit. Constat etiam vicarios generales ab antistite optime delectos omnem operam, illo absente, dedisse, ne occultus ille ignis Dominicam segetem incenderet. »

2 « Luce tamen ipsa clarius est brevi deperdituram esse toto in hoc Belgio catholicam fidem, nisi quamprimum, miserante Deo, rescindatur ea pestis. » — L'historien Poutrain ne parle pas comme Fénelon : « La liberté de conscience, dit-il, ne fut pas le plus grand mal; on ne vit point une famille catholique embrasser la Reforme, et les Reformés en secret, qui avaient levé le masque, ne furent regardés dans le public que d'un œil de mépris. » (*Histoire de la ville et cité de Tournai*, 500.) Son témoignage est donc en désaccord avec ceux de l'archevêque de Cambrai, de l'évêque de Tournai et avec tous les documents des archives.



landais déclara que « dès qu'un homme avoit embrassé leur religion, il étoit devenu leur justiciable, privativement à tout autre juge »[1]. Un piquet de soldats enfonça les portes de la prison et rendit la liberté aux détenus.

Après la conclusion du traité de la Barrière, l'attitude des commandants hollandais fut d'abord moins agressive, mais les pasteurs gardèrent le temple de la Bourse ainsi que celui de l'Arsenal et, contrairement à l'esprit du traité, admirent à leurs prêches des coreligionnaires qui n'appartenaient pas à la garnison.

Le Magistrat se plaint souvent du manque de respect des soldats protestants à l'égard des processions[2]. Ils affectent de rester couverts au passage du Saint-Sacrement. Poutrain, l'historien de Tournai que nous avons déjà cité, relate ce qu'il appelle la « licence » et la « dérision » des militaires étrangers, d'où naissent bien des troubles et des désordres[3]. Il ajoute que les États-Généraux tâchaient d'y pourvoir par de sages règlements, et, en effet, les recommandations officielles en ce sens ne manquèrent pas, mais notre auteur s'aventure un peu à la légère quand il nous parle de leur « juste sévérité » à l'égard de tous ceux, aussi bien officiers que soldats, qui manquent de respect au culte catholique[4]. Sur ce dernier point, il est absolu-

1 *Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournai depuis l'an 1706.*

2 Mémoire de Keerle. Pièces justificatives, I.

3 « Ce qui fit soupirer les honnêtes gens et les vrais chrétiens, fut la licence des officiers et des soldats, qui, sans s'arrêter, et sans se découvrir, regardaient tête levée le Saint-Sacrement passer dans les rues, soit qu'on le portât aux malades ou en procession, et nos plus saintes cérémonies furent exposées à la dérision des militaires. » (*Histoire de la ville et cité de Tournai*, 500.)

4 « Entre autres exemples, un jour de Noël, la curiosité de voir l'évêque célébrer pontificalement la messe de minuit avoit engagé un soldat du régiment de Palland à se mêler parmi les bourgeois dans le chœur de Notre-Dame. Paroissant seul debout à la consécration, un bedeau vint à lui pour l'obliger à fléchir (*sic*), et, comme il n'en voulait rien faire, trois ou quatre bourgeois le prirent par les épaules et le jettèrent hors du chœur. M. de Palland, alors gouverneur de la ville, informé de l'aventure, manda l'officier, lui fit une sévère réprimande, qui fut suivie de trois mois d'arrêt aux prisons de la Halle du Roi. » (Ibidem, 500.) - Poutrain ne cite pas la source à laquelle il a puisé. Or, les archives fourmillent de plaintes portées par le Magistrat et le Chapitre de Tournai contre ce baron de Pallandt, et la sévérité dont il aurait fait preuve à l'égard du « soldat » — qui plus loin devient un « officier » — ne cadre nullement avec ce que nous connaissons des procédés du gouverneur hollandais.

ment contredit par des témoignages nombreux et concordants que nous relèverons plus loin.

A Namur, où cependant une convention spéciale[1] avait réglé à l'amiable, en 1717, les rapports des deux cultes, les « irrévérences » sont continuelles; le Chapitre se plaint de ce que les sentinelles « qui se retirent si souvent dans leur guérite pour la moindre pluie ou pour leur bon plaisir », affectent de se promener pendant le passage du Saint-Sacrement « pour témoigner authentiquement le mépris qu'ils en font »[2]. Chose plus grave, les officiers choisissent le jour où la procession circule dans les rues de la ville pour

[1] Convention intervenue entre les États et la ville de Namur et M. du Portail, gouverneur et commandant hollandais de ladite ville le 29 août 1717 :

I. Les Hollandais rendront l'école dominicale qu'ils ont établi au cœur même de la cité pour y faire leur prêche, et ils accepteront un autre local pourvu qu'il soit convenable.

II. Les enfants de la garnison n'auront plus d'école dans des maisons bourgeoises, mais dans les casernes.

III. Les ministres protestants ne publieront plus de bans et renonceront à marier les catholiques avec ceux de la religion.

IV. Les prêtres catholiques auront libre accès dans les hôpitaux et les prisons pour consoler et administrer, mais ils ne pourront conduire les criminels au supplice.

V. On est convenu de ne plus battre la caisse ou de se servir d'un autre instrument à travers la ville et château pour annoncer l'exercice de la religion réformée.

VI. Quand le Saint-Sacrement passera devant un corps de garde, les officiers et soldats devront quitter leur chapeau ou se retirer dans le corps de garde sans devoir présenter les armes.

VII. Aucune atteinte ne sera donnée aux immunités et libertés ecclésiastiques.

.... (Copie dans les archives de la Commission de l'histoire des églises wallonnes à Leyde. Il y a aussi une copie de cette convention aux archives du Royaume à Bruxelles, Jointe des terres contestées, cart. 55/56.) — A Tournai, un règlement avait été arrêté le 2 juin 1720 entre le général comte de Vehlen, gouverneur d'Ath, délégué par le marquis de Prié, et le prince d'Holstein Beck, gouverneur hollandais de la place d'Ypres. Il reçut l'approbation du ministre plénipotentiaire, mais les États-Généraux ne voulurent pas le sanctionner. Il portait à l'article V : « Qu'il soit ordonné à tous ceux de ladite Religion prétendue Reformée, sans exception de personne, de quel rang et condition elle soit, d'oster le chapeau lorsqu'on porte le Très Saint-Sacrement soit dans les processions aux malades ou autrement, ou à se retirer dans les corps de garde, pavillons, cazernes ou ailleurs, et qu'il leur soit deffendu de commettre aucun desordre, scandal ou irreverence. » — Cet article avait été accepté sans débat. Les difficultés surgirent à propos d'autres dispositions, et tout le projet fut abandonné.

[2] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, fos 119-120.



exposer sur un cheval de bois [1], au milieu de la grand'place, des soldats indisciplinés et des filles de mauvaise vie [2]. Une dépêche du Conseil de justice adressée à la Gouvernante générale porte qu'une femme vient d'être fustigée publiquement tandis que le clergé et les fidèles défilaient sur le marché. Le Conseil privé ayant réclamé des explications au commandant de la place, celui-ci promet de réprimer sévèrement tout acte irrespectueux à l'égard du culte catholique, et assure que la coïncidence de l'exposition avec la sortie du cortège paroissial a été purement fortuite [3]. Mais il ne parvient pas à rester calme, et il déclare que si des troubles se produisent à Namur, ils sont « principalement et presque toujours causez par l'indiscrétion et la brutalité de la populace qui suit les processions ». Il accuse les « gens de la procession » d'avoir insulté [4] les soldats hollandais placés en faction à la porte de

[1] C'était une peine analogue à celle du pilori.

[2] « Ceux de la garnison semblent d'affecter d'exposer leurs soldats et filles de mauvaise vie sur un cheval de bois qui est placé au milieu du grand marché, dans l'heure et le moment que les processions doivent y passer, ce qui estoit encore arrivé le jour même du Très Saint Sacrement dernier, qu'en outre, le jour de la Visitation de la Sainte Vierge, ils auroient affectez aussi de fustiger une femme, et l'ont fait au son du tambour, dans le tems même que tout le clergé assistoit à la procession solennelle dudit jour... L'exposition des soldats et même des garces sur un cheval de bois est contraire à la convention de 1717. » (Archives de l'État à Namur, *Correspondance du Conseil provincial*, dépêche du 2 septembre 1735, registre de 1734-1735, f°s 369-385.)

[3] « S'il est arrivé que l'on a châtié un soldat à Namur en le mettant sur le cheval de bois un jour de fête, on n'y doit point chercher quelque dessein pour vouloir donner du schandal, mais l'attribuer seulement à un cas fortuit qui ne peut donner sujet à des plaintes : *Mémoire remis à MM. les commissaires plénipotentiaires de Sa Majesté Impériale et Catholique par ceux de Leurs Hautes Puissances les États-Généraux des Provinces-Unies, le 4 décembre 1738.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. $^{55}/_{56}$.) — « Pour les flétrissures dont on marque les coureuses qui infectent les troupes, il (le gouverneur) laisse aller le cours de la justice en ce regard, et ne l'avance ni ne la recule à dessein. » (Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 113-114.) — Voir aussi la plainte adressée à la Gouvernante générale par le Conseil provincial de Namur le 10 décembre 1735, et celle du 13 avril 1736. (Ibidem. Jointe des terres contestées, cart. $^{55}/_{56}$.)

[4] « Jonas Jancret et Louis Montandon, tous deux soldats de la compagnie de M. le Capitaine Chambrier déclarant sous serment qu'aiant été en faction le 2^d^ du mois courant, jour de la dédicace de Namur, devant la maison de M. le duc d'Ursel, depuis les 9 heures jusqu'à 11 heures du matin, au moment qu'allant être relevés la procession approcha, et en



l'hôtel du duc d'Ursel. Le Conseil réplique que les faits relevés à charge des autorités militaires sont établis, tandis que les accusations portées par le gouverneur sont entachées d'une exagération évidente [1].

Les magistrats d'Ypres font entendre les mêmes doléances que ceux de Namur : les militaires ont une attitude inconvenante au passage des processions [2] ou du viatique que l'on porte solennellement aux malades [3]. Le zèle religieux des Yprois a failli se traduire par des voies de fait : il a fallu toute « l'autorité des personnes les plus qualifiées qui assistaient à ces cérémonies » pour empêcher les disputes de dégénérer en rixes sanglantes [4].

D'autres difficultés naissent à propos des locaux assignés au culte dissident. A Tournai, le temple de la Bourse est dans le voisinage de la cathédrale, ce qui scandalise les catholiques. Lorsqu'ils se plaignent « d'une prévarication si manifeste » [5], les Hollandais font observer avec raison que

retournant à notre guarde, nous fûmes obligés de passer à côté de la procession, plusieurs bourgeois et autres nous ont crié : vilain gueux, vilain bougre, ôte ton chapeau, bougre de foutu chien, et autres semblables vilainies, et nous obligèrent à ôter nos chapeaux par leurs menaces, quoique nous eumes nos fusils sur l'épaule pour aller à notre guarde. » (Procès-verbal de l'enquête faite par le Lieutenant-Colonel Lochman le 18 juillet 1735. Ibidem, cart. 55/56.)

1 « Un chanoine a dit aux sentinelles qu'elles devaient quitter le chapeau ou se retirer dans leur guérite, les menaçant de les dénoncer au gouvernement hollandais; ils se sont alors retirés derrière la balustrade. Voilà les prétendues insultes, menaces et maltraitements. » (Ibidem.)

2 « Lorsque les processions passoient sur la grand'place où est le grand corps de garde, ou près de quelque autre corps de garde de la ville, tous les soldats qui y étoient de service se tenoient attroupés, le chapeau sur la tête, ce qui faisoit extrêmement murmurer les catholiques spectateurs de tels désordres. » (Rapport adressé par M. de Gheus, premier échevin d'Ypres, au comte de Cobenzl, le 21 février 1754. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f[os] 197-198.)

3 « Lorsqu'on portoit le viatique à un malade, ce qui se fait ici avec beaucoup de décence et de dévotion, ces personnes reformées voioient ces ceremonies par mepris, le chapeau sur la tête, quelquefois attrouppées, faisant des gestes, parlant à haute voix, et se tenant en cet état apportées (*sic*) de l'endroit où le Saint Sacrement passoit. » (Ibidem.)

4 « J'en parle par expérience, aiant été dans le cas d'appaiser plusieurs scènes de cette espèce. » (Ibidem.)

5 « Les protestants sont au centre de la ville près d'une église catholique. Les catholiques les entendent sans pouvoir apporter d'autres remèdes que leurs gémissements ni d'autres armes que leurs plaintes contre une prévarication si manifeste. » (*Soumise repré-*



ce temple leur a été réservé par le Magistrat, et approprié aux frais de la ville [1]. A Namur, l'installation est défectueuse : l'un des deux prêches se fait à la halle aux grains, qui menace ruine [2]; l'autre a lieu au-dessus de la boucherie. Or, la nature du local amène de sérieux inconvénients [3], et les bouchers sont pour les protestants de bien mauvais voisins. Le culte se célèbre le dimanche et le jeudi. Le dimanche, les halles sont fermées, et nul bruit ne trouble l'office; mais le jeudi, les bouchers se donnent le mot : chaque fois que le chant des psaumes cesse et que le ministre prend la parole, ils font, au moyen de leurs couperets, un tel vacarme qu'on ne s'entend plus dans la salle de l'étage.

Le 14 février 1731, le général Colyeart se plaignit au Magistrat de Namur [4] de cet état de choses intolérable, et obtint satisfaction, au moins

sentation à faire à Sa Majesté par Don Giulio Visconti touchant differentes plaintes faites par les eveques de Tournay et de Namur, comme aussi par le Doien de Termonde sur les abus et les excès qui se commettent tant par les garnisons hollandaises et leurs ministres que par les hérétiques établis aux Pays-Bas. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 340-345.)

1 Mémoire de Keerle. Réponse des plénipotentiaires hollandais au n° I.

2 On avait assigné aux soldats hollandais la salle qui se trouvait au-dessus de la grande boucherie, et aux soldats suisses la halle aux grains, qui paraissait peu solide. Un dimanche, en effet, pendant le prêche, un craquement sinistre se fit entendre; hommes, femmes, enfants, tout le monde se précipita vers les issues pour ne plus revenir. Comme la ville de Namur ne trouva point aussitôt un local convenable, le général hollandais du Portail intervint et fit choix d'une maison dite l'école dominicale. On avait joué la comédie dans ce bâtiment inoccupé à l'époque où l'Électeur de Bavière avait tenu sa cour à Namur. Ce fait parfaitement connu n'empêcha point le bourgmestre de protester contre ce qu'il appelait une profanation et un excès de pouvoir. En cela il allait trop loin. Le marquis de Prié ne put s'empêcher d'en convenir après avoir entendu le Résident des États-Généraux à Bruxelles, et il chargea le général de Lalaing, vicomte d'Audenarde, d'arranger cette affaire. (C. Rahlenbeck, *La Belgique et les garnisons de la Barrière*, 67-69.)

3 « A Namur, l'endroit assigné (au culte protestant) n'est plus propre, à cause des insectes et de la puanteur de la boucherie, et à cause du bruit qu'on fait dans la boucherie pendant le service divin. » (Archives de la chancellerie des Pays-Bas à Vienne U. R., n° 14. Litt. D.)

4 « A cause des bruit, tumulte et insolences que comettent les bouchers, qui, comme il n'est que trop connu, ne portent aucun respect au détachement de la grand'garde que l'on est obligé d'y envoyer si souvent pour empescher les désordres et pour prévenir de grands malheurs. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLIX, f° 64.) — « La place qui a été assignée à Namur n'est absolument plus en



pour quelque temps [1]; mais les relations restèrent empreintes de défiance. L'autorité communale de Namur était d'avis qu'un seul local devait suffire aux besoins religieux des troupes, et elle écrivait au Gouverneur général des Pays Bas que cette « multiplicité de temples » n'avait été exigée par les États-Généraux qu'en vue d'augmenter le nombre des ministres, et d'activer ainsi la propagande en faveur de la Réforme [2].

A Ypres, de semblables soupçons se manifestent. Déjà, en 1718, le Magistrat s'était plaint parce qu'on voulait forcer la ville à fournir deux bâtiments distincts, l'un pour le culte français, l'autre pour le culte flamand [3], et, quelques années plus tard, il signalait au marquis de Prié l'arrivée dans la ville de « plusieurs personnes infectez de la religion reformée » : si l'autorité ferme les yeux sur cette violation des lois du pays, d'autres « sectaires » viendront s'établir en Flandre et répandront leurs erreurs [4].

De son côté, le commandant hollandais dénonçait à La Haye les excitations du clergé yprois contre les protestants. Les choses en étaient venues au point que le Magistrat avait été obligé de publier une ordonnance pour empêcher la populace d'insulter les pasteurs dans les rues, et de se porter contre eux à des voies de fait [5].

état de servir pour cet usage, par raport à l'infection des vermines et la puanteur de la boucherie. *Mémoire des points auxquels l'exécution du traité de la Barrière et de la convention postérieure manque en tout ou en partie, et sur lesquels LL. HH. PP. demandent une exécution plus exacte et plus complète remis à Messieurs les commissaires de Sa Majesté Impériale et catholique par ceux de LL. HH. PP. le 16 avril 1738.* (Ibidem. Jointes des terres contestées, cart. 55/56.)

1 Le 16 février 1731, le métier des bouchers promit « respect et absence de tout bruit, du moment qu'on les aura avertis des heures ; on ne vendra à l'avenir pendant ledit tems que des tripailles ou viandes sans en couper aucune qu'avant ou après ledit exercice fini. » (Ibidem.)

2 Ibidem, f°s 61-63. — Voir sur cette affaire les *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal* de 1731, f° 1644.

3 La prédication en flamand se faisait au *Zaelhof*. Le Magistrat proposa de faire le service français au *Tuchthuis;* mais le Résident Pesters, ayant visité ce local, le trouva insuffisant, et exigea des réparations dont le coût dépassait 3,000 florins. (Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1718, f° 1201.)

4 Archives de la ville d'Ypres. Section II. *Culte. Église et religion reformée.*

5 « Het zij met woorden ofte met der daedt. » (Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1718, f° 1614.)



A Menin, dès le lendemain de la capitulation, le commandant hollandais de Wildren s'empare de la chapelle de Saint-Jean-Baptiste, en fait abattre l'autel et ériger à la place une chaire pour le pasteur. Le prêche est fréquenté par les religionnaires de Mouscron, Limal, Roucq, Bondues, Wambrechies et autres localités, au grand mécontentement de la population [1].

L'établissement des garnisons hollandaises dans nos provinces eut bientôt pour conséquence un certain nombre de mariages mixtes, c'est-à-dire contractés entre fidèles et hérétiques.

Ces unions, on le sait, ont toujours été désapprouvées par l'Église; elle ne les tolère que pour éviter un plus grand mal, et elle subordonne son agrément à des conditions plus ou moins sévères selon les circonstances.

On rapporte un mariage mixte à Tournai [2] dès 1710. D'autres [3] sont

[1] JACQUES LE GROUX, *Histoire ecclésiastique de Tournai* (manuscrit CXCIV de Tournai), II, 617.

[2] Ce mariage ne donna pas lieu à une plainte de l'autorité diocésaine, attendu qu'il fut célébré dans la chapelle même du palais épiscopal par le vicaire général de Colbert. Ce prélat unit, le 17 mai 1710, Jean de Saussin, chevalier, originaire du diocèse d'Orange, capitaine dans l'armée des Provinces-Unies, « appartenant à la religion prétendue reformée », et Élisabeth-Thérèse de Varwanne, de religion catholique, née à Lille.

Le chevalier de Saussin avait fourni au préalable la déclaration suivante :

« Je soussigné certifie et déclare avoir donné la foy du mariage à Mademoiselle de Varwanne, et m'engage sur mon honneur et conscience et tout ce que j'ai au monde de l'épouser publiquement à sa première volonté. Je m'engage de plus à la laisser maîtresse absolue de l'éducation de nos enfants par raport à la religion. En foy de quoy j'ay signé la présente promesse et cachetté de mes armes. »

Loc. Sigilli.	J. SAUSSIN.

Voici, en outre, à titre de curiosité, le témoignage de l'évêque d'Orange :

« Jean-Joseph, par la grâce de Dieu et du Saint-Siège Apostolique, évêque d'Orange, Abbé et Comte de Montfort, Docteur de Sorbonne, Conseiller du Roi en ses Conseils,

Certifions que le seigneur Jean de Saussin, gentilhomme de cette ville d'Orange, a toutes les qualités que l'on peut souhaiter dans un homme de guerre de sa naissance, et jouit d'une estime particulière parmy ses compatriotes. Il serait extrêmement à souhaiter pour l'avantage et l'honneur de cette ville qu'il fît profession de la Religion Catholique, Apostolique et Romaine, et que ses enfants à naître fussent élevés dans laditte Religion comme



dénoncés en 1716 et 1717; puis le mal semble s'étendre, et quinze ans après l'arrivée des troupes étrangères, les plaintes sont générales [1].

Le 25 juillet 1732, le Grand Bailli de Tournai dénonce au Gouvernement les « mariages défendus » que contractent certains habitants de la cité [2]. Le 10 août suivant, l'archiduchesse Marie-Élisabeth porte à la connaissance des États-Généraux plusieurs mariages mixtes d'habitants de Namur qui ont été célébrés à Maestricht par un ministre protestant. Quatre unions de l'espèce ont été conclues dans le courant du même mois; la chose est d'autant moins tolérable qu'il existe une convention arrêtée entre les aumôniers de la garnison et la cour spirituelle du diocèse, portant interdiction réciproque des mariages entre conjoints de religion différente. La Gouvernante générale « espère de l'équité de Leurs Hautes Puissances qu'Elles voudront bien défendre très expressément et très sérieusement aux ministres de leur Religion à Maestrecht de se meler des mariages des Catholiques sujets de Sa Majesté Impériale, qui vont s'y marier en fraude manifeste » [3].

Vers la même époque, des faits analogues sont révélés par le Magistrat de Menin [4], les Conseils de Luxembourg [5] et de Namur [6].

ceux de la branche aînée d'une famille très distinguée dans ce paijs. En foij de quoij, Nous avons signé le présent certificat et fait mettre le sceau de nos armes. »

J.-J., *évêque d'Orange*.

Le 21 février 1710. | Loc. Sigilli. |

([3] *de la page précédente.*) Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1716.

1 Mémoire de Keerle. Pièces justificatives, n° I.

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.

3 Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f[os] 69-70.

4 Ibidem. Conseil privé, cart. 1292.

5 « Plusieurs filles de la Religion Catholique attentent de contracter mariage avec des militaires et autres de la religion pretendue reformée, lesquels ne peuvent tendre qu'à la perte éternelle de celles qui s'engagent en de pareils mariages. (*Plainte du Conseil de Luxembourg, du 6 juillet 1734.* Ibidem.)

6 Le 2 septembre 1735. Voir La Haye et de Radiguès, *Inventaire des pièces et dossiers de la correspondance du Procureur général avec le Conseil de Namur*, 306. — Voir aussi le *Mémoire remis à M. d'Assendelft, Résident de Leurs Hautes Puissances les États-Généraux*

L'évêque de Tournai, François, comte de Salm, rappelle, dans un mémoire adressé à la Gouvernante générale, que son prédécesseur, le prince de Lœwenstein, avait proposé aux États-Généraux une transaction : les ministres protestants n'auraient plus procédé à la célébration d'un mariage mixte, sans s'être mis au préalable d'accord avec l'Ordinaire, et celui-ci aurait interdit à ses curés de prêter leur concours à l'union de militaires protestants avec des jeunes filles catholiques. Cette proposition conciliante avait été repoussée [1].

Charles VI, ému de cette situation, prescrivit à la Gouvernante générale des mesures énergiques pour y mettre fin [2]. En même temps, il chargeait le comte de Sinzendorff de protester à La Haye contre les violations du traité de la Barrière qui se produisaient dans les garnisons de ses Pays-Bas.

Marie-Élisabeth fit rédiger en conséquence un projet d'édit [3] comminant des peines sévères contre les apostats et contre les regnicoles qui contracteraient mariage avec des hérétiques. Ce projet, soumis à l'avis des évêques et des conseils de justice, donna lieu à un intéressant échange de correspondances [4]. Il n'eut d'ailleurs pas de suite : le Gouvernement craignit de provoquer des représailles contre les catholiques du Brabant septentrional et de la Gueldre [5].

Le 5 mars 1734, l'évêque de Namur prie l'Empereur de veiller à ce que

des Provinces-Unies à la cour de Bruxelles le 10 aoust 1732 par le secrétaire de Sa Majesté Impériale et Catholique, concernant les plaintes portées à cette auguste Princesse par l'Évêque de Namur, au sujet des désordres qui s'introduisent dans ladite ville en fait de célébration de mariages. (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

1 *Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournai depuis l'an 1706.*

2 Voir sa lettre du 29 août 1733 dans notre *Étude sur la condition des Protestants en Belgique depuis Charles-Quint jusqu'à Joseph II*, 182-183.

3 *Ibidem*, 184-189.

4 Voir *Le voyage de l'empereur Joseph II dans les Pays-Bas autrichiens en 1781*, 220-226.

5 « Le règlement seroit un peu trop rigoureux et pouroit aigrir l'esprit des Hollandois; ils trouveroient les moiens d'exercer leur ressentiment sur leurs sujets catholiques par des vexations qu'ils ont à la main quand il leur plaît. » (*Observations de l'Évêque de Gand.* Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 812. — Voir aussi *Le voyage de l'empereur Joseph II dans les Pays-Bas autrichiens en 1781*, 224, note 2.)



« la religion protestante ne prenne racine par les mariages de militaires protestants avec les filles catholiques »[1]. Le 27 avril suivant, l'évêque de Tournai fait entendre de nouvelles doléances : des bourgeois et des paysans du Tournaisis professent publiquement les doctrines calvinistes, assistent au prêche, alors que celui-ci doit être réservé aux seuls militaires; ils célèbrent la Cène, se marient devant le pasteur, envoient leurs enfants au temple pour y recevoir le baptême, « et y font porter leurs morts avec emphase et des cérémonies publiques ». Le ministre reçoit tous ceux qui se présentent devant lui pour contracter mariage, soit deux hérétiques, soit un hérétique et une catholique, et de la sorte l'hérésie se perpétue. « Ce même ministre, contre toutes les règles de l'Église et de l'État, exerce par là une juridiction qu'il ne sçauroit avoir sur les sujets de l'Empereur, et sans consulter leur propre curé, il les authorise à vivre dans un concubinage perpétuel, sous l'ombre d'un prétendu mariage [2]. » Le Magistrat de Tournai revient à la charge [3] au mois de mars 1735, et le Conseil de Namur, à son tour, fait, le 20 décembre 1737, des plaintes très vives[4]. Il affirme que les mariages dont il s'agit aboutissent souvent à la perversion de la partie catholique, et que les enfants sont presque toujours voués à l'hérésie.

Au contraire, l'évêque de Gand, J.-B. Desmet, rapporte que ces mariages sont rares dans son diocèse [5]; de plus, dans les cas qu'il a observés, pas une

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 812.

2 Ibidem, cart. 1292.

3 Ibidem, cart. 812.

4 « Rien de plus capable d'altérer la religion catholique que ces mariages, qui aboutissent souvent à la perversion de la partie catholique, ne produisent presque que des enfants infectés des erreurs de la partie hérétique, et sont surtout d'un exemple infiniment mauvais et scandaleux pour le reste du peuple. » (Ibidem, cart. 1292.)

5 Termonde, place de la Barrière, se trouvait dans le diocèse de Gand. — « Ces sortes de mariages sont très rares entre les honêtes gens, mais les jeunes filles de néant, qui n'ont point de patrimoine réel, et n'en peuvent espérer aucun, contractent quelquefois mariage avec un soldat hérétique devant un ministre hérétique dans les villes de la Barrière. » (*Avis de l'Évêque de Gand*, du 21 décembre 1737. Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 812.) Voir par contre les plaintes adressées par les Vicaires généraux d'Ypres au comte de Königsegg dès le 19 octobre 1714. (Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXIII, f° 75.)

des femmes catholiques n'a apostasié, tandis qu' « une bonne partie » des soldats réformés a embrassé la religion catholique.

L'évêque de Bruges, Henri-Joseph Van Susteren, écrit à Bruxelles, le 13 décembre 1737, que les mariages mixtes viennent d'être interdits dans plusieurs provinces de la République [1]. Nous n'avons pu trouver trace précise de l'interdiction signalée par le prélat brugeois; il est toutefois certain qu'elle cadre avec ce que l'on sait des dispositions manifestées par le Gouvernement hollandais. On en trouvera la preuve dans une résolution [2] des États du 10 mars 1716. Nous voyons, d'autre part, le consistoire protestant de Tournai [3] se plaindre, en 1717, de ce que des soldats de la garnison épousent des femmes catholiques devant les curés de la ville. Il faisait valoir auprès du Grand Pensionnaire de La Haye que ces procédés étaient interdits par le traité de la Barrière, et que d'unions semblables devaient fatalement naître de nombreux litiges en matière de légitimité, d'héritage, etc. [4].

La question avait été fréquemment soulevée dans les provinces du Nord, et les Conseils de justice accusaient le clergé catholique de favoriser l'union de ses coreligionnaires avec des réformés, dans le secret espoir de conquérir à son église le conjoint dissident [5]. Plus d'une fois les États-Généraux avaient

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.

[2] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal* du 10 mars 1716, f° 204. — Un soldat protestant avait épousé quelques années auparavant à Mons, devant le ministre, une jeune fille catholique. Son service terminé, il revint chercher son enfant et sa femme. Il trouva celle-ci mariée à un autre : l'officialité avait déclaré le premier mariage nul parce qu'il avait été célébré par un pasteur. Les États-Généraux décidèrent à cette occasion qu'il serait recommandé avec instance aux aumôniers des garnisons de s'abstenir le plus possible en pareil cas.

[3] *Het Kerkenraadt van het garnisoen in de Nederduitsche Gemeente binnen Doornick.*

[4] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 10 septembre 1717, f° 780.

[5] Voir notamment les plaintes du Conseil du Brabant septentrional contre les mariages mixtes qui sont « een doorkruijpend quaad ». (*Resolutien*, 27 mars 1750, f° 197.) — Bien avant cette époque, la question des mariages mixtes est agitée dans les synodes hollandais, et l'on s'y montre fort hostile. Voir KNUTTEL : *De toestand der nederlandsche katholieken ten tijde der Republiek*, II, 76-77. Knuttel n'a pas signalé une intéressante résolution des États-Généraux du 3 juin 1750. (*Resolutien*, f°s 388-391) : Les mariages mixtes ne sont pas absolument interdits, mais on en rendra la célébration plus difficile. Le 19 décembre suivant, les États-Généraux reçurent les remercîments de la « Classis » de Bois-le-duc pour cette résolution. (*Ibidem*, f° 852.)



exprimé leur désapprobation formelle. Seulement, il semble que, à certains moments du moins, le gouvernement des Provinces-Unies se soit montré moins vigilant, lorsque les mariages mixtes s'accomplissaient hors du territoire de la République.

Sans doute, il sut, à l'occasion, se montrer équitable. En 1741, une jeune gantoise catholique avait été menée au Sas-de-Gand, à l'insu de son père, et elle était sur le point d'épouser un protestant, lorsque, le 19 mai, la Gouvernante générale des Pays-Bas se plaignit de « ce procédé irrégulier et insoutenable ». Ordre fut donné par les États de reconduire la jeune fille à ses parents [1].

Mais cela parait avoir été une exception, car des réclamations analogues affluent périodiquement. Après l'évêque de Ruremonde [2], les Magistrats de Namur, d'Ypres, de Tournai dénoncent la conduite des aumôniers hollandais qui proclament les bans et célèbrent les unions défendues « avec la plus scandaleuse publicité » [3].

Le gouvernement autrichien fit de fréquentes représentations à La Haye, et, en 1752, au cours des conférences tenues à Bruxelles [4], on s'occupa de l'abus si souvent signalé. Les plénipotentiaires belges proposèrent une solution radicale : interdiction absolue à tous les ecclésiastiques des deux religions de procéder à la célébration d'un mariage mixte, sans un acte de consentement spécial et formel des deux souverains, « à peine d'en être corrigés rigoureusement, tandis que les époux seraient livrés aux tribunaux pour y être châtiés selon l'exigence du cas » [5].

Sans aller jusque-là et tout en plaidant les circonstances atténuantes pour leurs aumôniers, les députés hollandais firent savoir que les États-Généraux « étoient portés de trouver un expédient pour empêcher qu'à l'avenir les reformés et les catholiques romaines ne se marient ensemble » [6].

1 Archives du Royaume à La Haye. *Verbaal Kinschot*, I, 1741.

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé. Registre aux consultes LXVIII, f°s 249-261.

3 Ibidem, Conseil privé, cart. 1292.

4 Voir chapitre XI.

5 Mémoire De Keerle. Voir pièces justificatives, n° I.

6 « Tant que les États-Généraux n'auront pas défendu indistinctement aux militaires de se marier avec des catholiques romains, on ne peut pas trouver mauvais que leurs ministres



Et, en effet, le 3 juin 1750, les États-Généraux avaient publié [1] un placard concernant les mariages mixtes dans les pays de généralité. Ces mariages, porte le préambule de l'édit, font naître toute espèce de dissensions; il arrive que les enfants issus de ces unions sont élevés dans la religion romaine; on a vu même le conjoint protestant, subissant une pression irrésistible, abandonner « la véritable religion reformée et adopter les erreurs

les fiancent, proclament les banes (*sic*), et les marient, parce que, suivant les loix de la République, les mariages contractés autrement par ses sujets sont illégitimes. » (Ibidem.) — Un des mariages mixtes qui eurent le plus de retentissement, fut celui du prince d'Anhalt-Schaumbourg, colonel au service des Etats-Généraux, avec Gertrude de Keiser, de religion catholique, fille d'un major de place. Ce mariage fut célébré le 25 mars 1748 par un ministre protestant et renouvelé le lendemain par le curé catholique de Stevensweert. Le père du prince en poursuivit l'annulation devant le Haut Conseil de guerre de La Haye. La jeune princesse sollicita l'intervention du prince Charles de Lorraine. Celui-ci, sans se prononcer sur le fond du litige, soutint l'incompétence du Haut Conseil de guerre. A son avis, la question relevait de l'évêque de Ruremonde. L'article XVIII du traité de la Barrière maintenait les « statuts, anciennes coutumes, le droit diocésain de l'évêque de Ruremonde, et généralement tout ce qui regarde les droits, libertez, immunitez, fonctions, usages, cérémonies et exercices de la Religion catholique, sans aucun changement ou innovation, ni directement, ni indirectement, de la même manière que du tems du Roi Charles II ». Or, tout ce qui concerne la validité des mariages est prescrit par les lois canoniques, et spécialement par les décrets du concile de Trente. Le gouvernement de Bruxelles adressa aux Etats-Généraux deux mémoires très développés sur cette affaire; ils sont conservés aux Archives du Royaume à La Haye. (*Brussel. Memoiren en Brieven*, 1753-1764.) — Voir aussi un mémoire envoyé par le Résident van Haren au prince Charles de Lorraine, le 14 octobre 1754. (Ibidem, *Registre de correspondance du 13 mars 1752 au 6 février 1756*, f°s 243-249), et le *Mémoire pour S. A. S. le Prince régnant d'Anhalt-Schaumbourg contre Madame la Marquise de Favras, sa fille naturelle*, daté du 18 décembre 1775. (Ibidem, Portefeuilles intitulés *De Keizer. Fred. Christ. van Degenfeldt*, 1767-1781.) On peut trouver étrange l'intervention du prince Charles de Lorraine dans une affaire qui se passe entre sujets allemands et sujets hollandais sur le territoire des Provinces-Unies, car Stevensweert avait été cédé à la République par le traité de 1715. Elle s'explique précisément parce que le gouverneur général veut faire observer les stipulations du traité, et, d'ailleurs, nous le constaterons à mainte reprise, le cabinet de Bruxelles protège officieusement les catholiques hollandais des provinces frontières, de même que les États-Généraux accordent leur patronage aux protestants des Pays-Bas autrichiens.

[1] Imprimé chez Scheltus, « imprimeur ordinaire de Leurs Hautes Puissances ». On le trouvera résumé dans Knuttel, *De toestand der nederlandsche katholieken ter tijde der Republiek*, II, 182-183.

de Rome »[1]. Il importe donc, puisque l'on ne peut empêcher absolument le mal, de le restreindre autant que possible; aucun ban ne pourra être proclamé en cause de citoyens appartenant à des religions différentes et âgés, le mari, de moins de vingt-cinq ans, la femme, de moins de vingt ans. Les mariages contractés au mépris de cette stipulation seront nuls, et les enfants qui en naîtront ne pourront jamais être légitimés. Les promesses de mariage échangées dans d'autres conditions seront sans valeur et ne pourront être invoquées devant les tribunaux. Les bans réglementaires seront proclamés, non de huit en huit jours, comme il est d'usage, mais de six en six semaines seulement. Aucun ban ne sera accordé à un protestant qui passerait à la religion romaine, avant une année révolue à partir du moment de sa conversion publique. Même disposition pour le catholique qui adopterait les doctrines de la Réforme en vue d'épouser une femme protestante. Les contrevenants seront frappés d'une amende de cent ducatons d'argent[2].

Ce placard fut invoqué en 1753, à propos d'un mariage mixte projeté à Namur entre une jeune fille catholique et un soldat protestant du régiment de Pretorius[3]. Le Magistrat de Namur rappela la convention de 1717, mais l'état-major prit texte du placard du 3 juin 1750. Le Conseil privé[4] et le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne[5] n'eurent pas de peine à démontrer

1 « Alsoo wij tot ons lastwesen onderricht worden dat in het district van de generalitijt meer en meer komen in te cruijpen huwelijcken tusschen persoonen van de gereformeerde en die van de roomsche godsdienst, waaruijt niet alleen veele twisten en oneenigheden tusschen soodanighe eghtgenoten der selver kinderen en huysgesinnen ontstaen, maar waardoor ook komt te gebeuren dat eenighe, soo niet alle de kinderen, uijt soodanighe huwelijcken geboren, in de roomsche religie worden opgevoet, ja dat self sulcke gereformeerde eghtgenoten door lastige aanhoudinghen en vexatien van haar roomsgesinde mans oft vrouwen en derselver aanhang worden gepermoveert en verlyd om tot openbare ergernisse de ware gereformeerde religie te verlaten, om sigh te begeven tot de roomsche dwalingen. »

2 Cette amende sera partagée à raison d'un tiers « au profit de l'officier qui aura fait la calenge »; un deuxième tiers au profit des dénonciateurs, le tiers restant au profit des pauvres de la localité où la contravention aura été relevée.

3 Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. D. 43. Litt. *H* à *W*, portefeuille n° 175.

4 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé. Consulte du 6 avril 1753, cart. 508.

5 Séance du 15 mai 1753. Ibidem.



que cette ordonnance visait uniquement les sujets de la République habitant le district de généralité, et ne pouvait avoir d'effet en Belgique, d'autant plus que la convention namuroise de 1717 « y était obstative ».

Non seulement les mariages mixtes ne furent pas rares, mais on vit deux catholiques s'unir devant l'aumônier calviniste de la garnison de Tournai [1]. Les curés de Luingne et de Rolleghem invoquèrent l'autorité du prince Charles de Lorraine pour faire annuler ce « prétendu mariage » de deux de leurs ouailles [2]. Le Gouverneur général leur conseilla d'user auprès de leurs deux paroissiens de moyens de persuasion pour les amener à se marier à l'église catholique. Mais, leurs efforts ayant échoué, les choses en restèrent là, et, le 2 août 1759, le Conseil privé résolut « de ne faire aucune réponse aux curés ci-mentionnés » [3]. De son côté, l'archevêque de Cambrai assure que les pasteurs de Tournai ont fréquemment marié de ses diocésains sans aucune formalité, sans le plus léger examen, au mépris des lois françaises [4].

Une lettre de Marie-Thérèse, datée du 24 novembre 1779, nous apprend que l'Impératrice s'est résignée à permettre les mariages mixtes, lorsque le conjoint protestant s'engage à faire élever tous ses enfants dans la religion catholique [5]. Toutefois, cette tolérance est purement officieuse. On sait qu'un décret de Joseph II mit fin aux contestations en reconnaissant la validité des mariages mixtes, et en prescrivant même aux curés d'en publier les bans et d'assister à leur célébration [6].

1 Barthelemy Becquart et Antoinette Van den Beulque. Ils firent plus tard baptiser leur enfant à l'église réformée. On trouvera de nombreux exemples de ces mariages dans notre étude intitulée : *Notes et Documents sur les protestants de Tournai au XVIIIe siècle.*

2 Voir la correspondance échangée entre le prince Charles de Lorraine et les deux curés dans notre *Étude sur la condition des protestants en Belgique depuis Charles-Quint jusqu'à Joseph II*, 195-197.

3 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.

4 Lettre adressée aux Archiducs gouverneurs généraux, le 11 juin 1783, par le Cardinal de Rohan, archevêque de Cambrai. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1293.)

5 Voir sa lettre au Conseiller de Posch (von Arneth. *Briefe der Kaiserin Maria Theresia an ihre Kinder und Freunde*, IV, 339).

6 Le 21 mai 1782. Voir le texte de la circulaire envoyée aux évêques à cette occasion, dans *Le voyage de l'empereur Joseph II aux Pays-Bas en 1781*, 227.



Les ministres des villes frontières ne se bornèrent pas à exercer leurs fonctions auprès des troupes hollandaises. Un esprit de prosélytisme bien naturel, mais contraire au traité, les porta à répandre leurs croyances autour d'eux, et même à recevoir dans leurs temples les protestants français privés de l'exercice de leur culte. L'archevêque de Cambrai les accuse d'avoir attiré à leurs prêches les villageois du Cambrésis et d'avoir envoyé sur le territoire français des émissaires chargés de faire de la propagande. Ils ont réveillé ainsi l'hérésie jusque dans la marche picarde et aux environs de Saint-Quentin [1]; les jours de grande fête, les protestants français se rendent à Tournai pour prendre part à la Cène [2]; certains ont transféré leur demeure dans cette ville, afin d'y pratiquer la religion interdite dans leur patrie [3].

Dès 1731, le Grand Doyen de la cathédrale de Tournai écrit à la Gouvernante générale des Pays-Bas [4] et au commandant français de la place de Lille [5] pour signaler « le scandale que commettent les religionnaires de Flandre et de Picardie en allant au prêche à Tournai ». Il avait été avisé par le Fiscal, mandait-il, que les ministres de la garnison s'attendaient pour Pâques à un grand concours de protestants étrangers [6].

1 Lettre du 11 juin 1783.

2 « Une multitude de peuple non seulement de la ville et des villages voisins, mais aussi des provinces voisines de la France, laquelle multitude surpasse de beaucoup ceux de la garnison qui s'y trouvent en même temps. » (Dépêche adressée le 6 février 1739 à la Gouvernante générale par le comte de Cuvelier. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLIX, f[os] 131-139.)

3 Voir *Soumise représentation à faire à Sa Majesté par Don Giulio Visconti touchant différentes plaintes faites par les evesques de Tournay et de Namur, comme aussi par le Doien de Termonde sur les abus et les excès qui se commettent tant par les garnisons hollandaises et leurs ministres que par les hérétiques établis aux Pays-Bas.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLXIII, f[os] 340-345.)

4 Les 23 et 26 novembre 1731.

5 Le 21 novembre.

6 « Aux Pasques de 1731, le Fiscal de la ville me vint faire part que les ministres de la garnison, au lieu des cinq pots de vin que la ville avoit coutume de leur accorder sans impôt pour la Cène de Pasques, en faveur des militaires de la garnison, leur en sont venus demander vingt-cinq pots, sous prétexte qu'il devoit arriver cette année-là un grand nombre d'étrangers pour les Pasques. » (Lettre écrite par le Grand Doyen du Chapitre au marquis de Botta Adorno, ministre plénipotentiaire, le 5 octobre 1750. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f[os] 71-76.)

En effet, il en arriva plus de douze cents de la Picardie. Leurs chants pieux provoquèrent des protestations et des injures de la part de la « canaille », et, le jour de leur départ, les malheureux Picards furent couverts de boue, pourchassés à coups de pierres, assaillis et malmenés d'une manière scandaleuse [1].

Le gouvernement de Bruxelles, tout en déplorant ces visites des protestants français, ne crut pas pouvoir intervenir [2]. Mais la Cour de France donna des ordres sévères [3], et de 1732 à 1749, un véritable cordon mili-

[1] « Ils chantaient toute la nuit des psaumes avec grande clameur qui ont attiré la canaille de cette ville du côté de leur logement qui crioit dans les rues aussi avec grande clameur pour les contrefaire... le jour du départ, sortant de la prêche au bout du quay, ils furent assaillis et insultés avec des pierres, des boues et des clameurs par la canaille à onze heures et demi du matin jusqu'à leur sortie de la ville. » (Ibidem.)

[2] « Les portes de Tournai étant gardées par les Hollandais, sans que les bourgeois y aient aucune porte, ce n'est que par hasard qu'on découvre ces sortes de choses, et après qu'elles sont faites. Et d'ailleurs, il est très difficile de pouvoir se servir de notre côté de moyens efficaces à cet égard, à cause de notre situation. » (Dépêche de Visconti, Grand Maître de la cour de l'archiduchesse Marie-Élisabeth au chanoine de la Bassarderie, Grand Doyen du chapitre de la cathédrale de Tournai, datée du 4 décembre 1731. (Copie aux archives de la Commission de l'histoire des églises wallonnes à Leyde.)

[3] Voir la lettre adressée par le duc de Boufflers au chanoine de la Bassarderie, le 21 novembre 1731. (Ibidem.) — « Quelques jours avant la Pasque de 1732, le duc de Boufflers fit mettre en garnison à Saint-Amand un régiment d'infanterie et quelque peu de cavalerie, et fit border dans les villages de la domination de France par 50 maréchaussées le terrain de France limitrophe du Tournesis.

» Dans les quatre premiers jours de la première semaine de Pasques les Picards sont venus en grand nombre par Cambray, Valenciennes et S[t] Amand; aux passages de ces trois villes on ne leur a pas dit mot, mais lorsqu'ils furent arrivés dans la chaîne de la maréchaussée limitrophe du terrein du Tournésis, ils furent arretés et mis dans des granges, et ensuite reconduits par la maréchaussée en Picardie, lieu de leur habitation, remis entre les mains de leurs pasteurs pour les faire instruire, et, en retenant leurs noms, on leur fit deffense sous très grande peine de passer sous la domination de l'Empereur pour aller dans les villes de la Barrière, à moins d'être munis d'un certificat de catholicité de leurs pasteurs, qu'ils seront obligés de produire aux portes des villes par où ils passeroient. Pendant la quinzaine de Pasques, plus de deux mils ont été arretés et reconduits. »

« Cette exécution dont j'aij rendu compte à Son Excellence le Comte de Visconti, a fait beaucoup de plaisir à S. A. S. l'Archiduchesse, qui m'en fit remercier, et a fait un bien merveilleux depuis 1732 jusques en 1749, tems auquel les troupes hollandoises, après la paix, sont venues en garnison dans la ville de Tournay. » (Lettre précitée du Grand Doyen au marquis de Botta, 5 octobre 1750.)



taire empêcha les « religionnaires » picards et artésiens de se rendre aux Pays-Bas.

En 1749, lorsque la garnison hollandaise eut repris possession de Tournai [1], les aumôniers protestants attirèrent de nouveau leurs coreligionnaires des cantons français voisins. Aux fêtes de Pâques de cette année-là, il en vint trois cents. Le gouverneur de la place prit des dispositions afin de prévenir les désordres d'autrefois et fit protéger le départ des calvinistes étrangers par la troupe.

En 1750, le nombre des participants à la Cène s'éleva à six cents. Cette fois, la populace tournaisienne recommença à les huer [2], mais l'intervention de la garnison empêcha que le tapage ne dégénérât en rixes.

Le chapitre de la cathédrale fit insinuer à Bruxelles qu'il serait utile de revenir au système suivi en 1732, et de prévenir le gouvernement français. Il ne semble pas que l'avis ait été suivi, ou tout au moins la surveillance de la frontière se relâcha-t-elle, car, en 1771, l'archevêque de Cambrai fait entendre de nouvelles doléances au sujet du zèle déployé par les aumôniers hollandais dans son diocèse [3]. Le gouverneur général des Pays-Bas le renvoie au cabinet de Versailles; le prince Charles de Lorraine, sans méconnaître les inconvénients de la situation, était d'avis qu'il ne pouvait invoquer les stipulations de la Barrière pour faire rentrer les pasteurs dans le devoir, alors que Marie-Thérèse elle-même n'observait plus le traité [4]. Grâce à cette attitude effacée du gouvernement [5], le prosélytisme calviniste se produisit

[1] Après la paix d'Aix-la-Chapelle, qui mettait fin à la guerre de la Succession d'Autriche.

[2] « Ces six cents, tant picards que d'autres de la domination de la France, chantoient toutes les nuits dans les cabarets où ils logeoient; la canaille a commencé à crier dans les rues vis-à-vis les fenêtres de leur logement, en dérision de leurs chants. » (Lettre précitée du Grand Doyen au marquis de Botta Adorno.)

[3] Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé. Registres aux protocoles, séance du 25 septembre 1771.

[4] Depuis 1748, l'Impératrice refusait de payer le subside prescrit par le traité de 1715. Nous en parlerons plus loin.

[5] « La trop grande modération dans l'exécution des placards est une des causes principales de cette liberté, et l'on peut dire qu'elle a donné la hardiesse d'exécuter ce que la mauvaise exemple et le scandale avoient commencé. » (*Soumise représentation de D.-G. Visconti.*)



de plus en plus au grand jour, et les populations, comme les autorités, manifestèrent plus d'une fois de l'irritation.

En 1736, le bruit se répandit à Namur qu'un des aumôniers de la garnison avait attiré chez lui une jeune fille catholique et préparait son apostasie. Il n'en fallut pas davantage pour provoquer une véritable émeute. Le Magistrat fit une descente de justice chez le pasteur Faigaux et emmena la jeune fille de force. Puis la populace assaillit la maison, brisa les carreaux et fit entendre des clameurs menaçantes [1].

Au dire des témoins protestants, l'autorité communale n'aurait pas fait son devoir, et les perturbateurs auraient eu toute latitude de se livrer à leurs violences [2].

Une plainte à charge de Faigaux ayant été transmise aux États-Généraux par le gouvernement de Bruxelles, la commission des députés chargés des affaires de la Barrière procéda à une enquête; après avoir entendu l'aumônier incriminé et le commandant militaire de Namur, elle conclut que les faits allégués étaient faux de tout point, et que le Magistrat méritait d'être sévèrement rappelé à ses devoirs [3]. La délibération des États, conçue en termes acerbes, n'était pas de nature à pacifier les esprits.

Une affaire analogue se produisit à Ypres en 1762.

1 « Pendant une heure et demie, quantité de peuple s'occupoit par intervalle à crier : diable de ministre et diable noir; et jettans des pierres contre les fenêtres de ladite maison. » (Déposition du chirurgien militaire Giloyen. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Assendelft. Verschillende legaatstukken*, III.)

2 « Le vicomte d'Elsée, Grand Maieur de Namur, a passé par là en souriant, et n'a rien fait pour calmer la populace. » (Ibidem.)

3 On peut résumer comme suit les conclusions de la volumineuse enquête : 1° la fille dont il est question, est née de parents hollandais, et attachée comme blanchisseuse au régiment de Hirzel; elle ne relève donc pas de la juridiction du Magistrat de Namur; 2° elle va épouser un soldat protestant; elle a le droit d'adopter la religion de son mari, et les autorités belges n'ont pas qualité pour s'immiscer dans cette affaire; 3° le ministre n'a en rien contrevenu au traité de la Barrière; 4° le Magistrat de Namur, s'il n'a pas directement favorisé l'émeute, n'a rien fait pour l'empêcher ou pour la réprimer; 5° les auteurs de la bagarre sont connus et demeurent impunis. Donc le Magistrat mérite d'être sévèrement blâmé. (Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal.* Année 1734, f°s 627, 631, 639 et suivants.) — Nous n'avons pu découvrir les explications que le Magistrat de Namur dut sans aucun doute fournir au gouvernement belge : nous n'avons donc que les déclarations d'une des parties en cause.



Les Vicaires généraux accusèrent le pasteur Van Bijler d'avoir séduit des catholiques yprois. Entraînées par ses promesses, un certain nombre de familles seraient allées s'établir en Hollande et y auraient apostasié. L'autorité communale fit une enquête sur cette affaire, et après en avoir pris connaissance, le gouverneur général requit les États-Généraux des Provinces-Unies de « réprimer sévèrement des excès de cette nature »[1].

Nous avons retrouvé le procès-verbal de l'instruction à laquelle il fut procédé par les échevins J. Denavighel et F. Merghelinck, assistés du greffier de la Vierschaere, F.-E. Boeteman[2].

Une jeune fille, Clara Cohiers[3], « arrêtée au moment que, par une suite de cette seduction, elle s'embarquoit pour passer en Hollande à la même fin », déclare que le « Dominé l'a vivement engagée à rejeter les erreurs de l'idôlatrie romaine, disant que les protestants prenaient grand soin de leurs coreligionnaires, et que si elle changeait de religion, elle serait pour toujours à l'abri du besoin. Il aurait proféré ensuite de grossières attaques contre l'Eucharistie et le culte des saints, puis, arrachant à son interlocutrice un scapulaire qu'elle portait sous ses vêtements, il l'aurait jeté au feu.

Enfin, la jeune fille aurait abjuré la foi catholique et participé à la Cène dans le temple wallon. Peu de temps après, exhortée par une catholique de ses amies à qui elle avait fait l'aveu de sa faute, elle aurait vécu durant plusieurs semaines dans la retraite et reçu la visite de plusieurs ecclésiastiques, sans cependant rentrer dans le giron de l'Église romaine. Elle serait retournée chez Van Bijler et aurait obtenu de lui une petite somme d'argent pour se rendre en Zélande, où elle devait trouver de quoi pourvoir à sa subsistance. Elle fut arrêtée par le bailli de la ville, tandis qu'elle était déjà sur la barque publique, prête à partir.

Les États-Généraux reçurent la communication du prince Charles de

[1] Voir le texte de la réclamation envoyée par le prince Charles de Lorraine dans notre *Étude sur la condition des Protestants en Belgique depuis Charles-Quint jusqu'à Joseph II*, 198.

[2] Ce procès-verbal n'existe plus dans les archives de la ville d'Ypres, mais nous en avons trouvé une copie aux Archives du Royaume à La Haye : Brussel, *Memorien en brieven*, 1753-1764.

[3] Cette Clara Cohiers était âgée de vingt-deux ans et native de Vlamertinghe.



Lorraine avec une extrême hauteur. Ils assurèrent le gouverneur général qu'eux aussi étaient désireux d'éviter toute espèce de troubles dans les garnisons, et qu'ils n'hésiteraient pas à punir ceux de leurs subordonnés qui donneraient du scandale en matière religieuse [1].

Mais ils ajoutaient que l'enquête faite à charge de Van Bijler n'avait rien de sérieux [2], que les accusations portées par Clara Cohiers étaient « de pures mensonges » [3]. L'instruction, approfondie celle-ci [4], à laquelle il avait été procédé par les soins des États eux-mêmes, démontrait que le Magistrat d'Ypres méritait d'être censuré « pour avoir fait une si vague, absurde et fausse accusation ».

Il est certain que la procédure échevinale n'avait pas été contradictoire : on avait noté les déclarations de la plaignante sans se donner la peine de les vérifier, et les magistrats yprois avaient tout au moins encouru le reproche de légèreté. Mais l'accusation n'en demeura pas moins valide aux yeux du public, et la réponse des États-Généraux passa pour un démenti intéressé. Cependant les autorités belges n'insistèrent point.

1 « Leurs Hautes Puissances assurent Votre Altesse Royale qu'Elles ne sont pas moins attentives que Votre Altesse Royale à écarter tout ce qui pourroit troubler la tranquilité des garnisons des villes de Barrière en fait de religion, et que par conséquent, en cas qu'elles viendront à savoir que ceux des garnisons ou qui en dépendent, entreprennent de faire naître du scandale, Elles ne balanceront pas d'y remédier suivant toute justice et équité. (Mémoire adressé par le Résident Van Haren au prince Charles de Lorraine, le 19 mars 1762. Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek beginnende met den 16 february 1756 tot den 26 july 1762*, f° 453.)

2 « Welcke klaghte alleen berust op een informatie waar van nog tijd, nog plaats, nog persoon, nog omstandigheden, of wat eenighsins ten bewijs in saacken van faiten gerequireerd werd, opgegeeven is, desweegens behoorlijck ondersoeck gedaan, veel min sulcks als een beweesen faak aangenomen kon werden. » (Ibidem, *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal.* Séances du 11 janvier et du 2 mars 1762, f°s 27, 145.)

3 Mémoire précité de Van Haren, du 19 mars 1762.

4 L'enquête nouvelle, faite sur l'ordre des Etats, est résumée dans le mémoire de Van Haren. Les témoins entendus affirment que Clara Cohiers est allée trouver spontanément Van Bijler; elle lui a dit qu'elle était née protestante, comme sa mère, mais que le second mari de celle-ci, appartenant à la religion catholique, la persécutait parce qu'elle refusait de se convertir aux doctrines romaines. Elle lui demanda ensuite d'entrer à son service, et comme le pasteur déclinait sa proposition, disant n'avoir pas besoin de servante, elle lui demanda un secours pour se rendre en Hollande. Il lui remit ce secours, « mais sans lui parler d'aucun précepte de la religion reformée ». (Ibidem.)

Les Hollandais ne laissaient passer aucune occasion de prendre en mains les intérêts des protestants établis dans les Pays-Bas méridionaux. Cette attitude, qui blessait au vif le gouvernement autrichien et nos populations, datait d'avant le traité de la Barrière [1]. La sollicitude des États du Nord n'était d'ailleurs pas limitée aux réformés de la Flandre, du Hainaut et du Limbourg; nous les voyons intervenir plus d'une fois dans le cours du XVIII[e] siècle en faveur de leurs coreligionnaires de la France, de la Hongrie, du Palatinat, de l'évêché de Salzbourg, etc. [2]. Les archives hollandaises nous fournissent de nombreuses indications de secours pécuniaires accordés à des catholiques apostats [3]. D'autre part, en 1700, la République subsidie l'émigration des calvinistes du Hainaut vers l'Électorat de Brandebourg [4].

Nous avons cité plus haut les instances que firent à Anvers, en 1715, les

1 Le chanoine Desmet cite des faits significatifs qui se produisirent dans le cours du XVII[e] siècle. (*Aperçu historique sur une communauté calviniste des environs d'Audenarde. Choix de mémoires*, II, 604.)

2 Voir KERROUX, *Abrégé de l'histoire de la Hollande et des Provinces-Unies depuis les temps les plus anciens jusqu'à nos jours*, IV, 1136, 1157. — Voir aussi KNUTTEL, *De toestand der nederlandsche katholieken ten tijde der Republiek*, II, 83-91.

On trouvera un document intéressant sur l'intervention, en 1728, des États-Généraux en faveur de nombreux français « galériens pour la foi » dans un travail de H.-D. GUYOT, *Extrait de la correspondance des ambassadeurs des Provinces-Unies à la Cour de France de 1726 à 1836*. (*Bulletin de la Commission de l'histoire des églises wallonnes*, 2[e] série, III, 115-123.)

3 Séance des États-Généraux du 24 février 1700 : à P. Aubien, ancien récollet; à Georges-Juvénal Schandergues, id.; à Antoine Gentière, ancien bénédictin; à F. de la Torre, ancien augustin; on leur accorde une pension de quelques florins par semaine. (Archives du Royaume à La Haye. *Secrete resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 24 février 1700, f° 105, idem du 27 février 1700, f° 111.)

4 « Is ter vergaderinge gelesen de Requeste van die van de consistorie van de waelsche gemeente tot Leyden houdende dat vele proselyten uyt de provincie van Henegouwen daegelycks hier te lande anquamen, om vervolgens naer de landen van den heere Churfurst van Brandenburgh te vertrecken, aldaer de selve gunstigh wierden ontfangen, dat de selve vluchtelingen doorgaens te Rotterdam aenquamen, en vervolgens sich transporteerden nae Leyden, omdat aldaer seer veele waelen van die quartieren en van hunne kennisse woonachtigh waren, ende aldaer soo lange verbleven tot dat weer ende windt diende, om van Amsterdam naer Hamburgh te water ende soo naer het Brandenburgsche Gebiet te vertrecken.... » La communauté wallonne de Leyde n'étant pas assez riche pour subvenir aux besoins des émigrants, sollicite l'aide des États-Généraux. Ceux-ci, dans leur séance du 3 août 1700, accordent un subside de cent ducatons d'argent. (Ibidem, f° 411.)



députés hollandais pour obtenir la proclamation de la liberté de conscience dans les Pays-Bas. Ils avaient mené une active campagne en vue de garantir tout au moins au duché de Limbourg une situation privilégiée [1]. N'ayant pu faire décréter le principe, on tenta l'impossible pour sauver l'église protestante de Hodimont, dont le maintien, prétendait-on, avait été jadis promis par l'Empereur [2]. Bien souvent le Conseil d'État des Provinces-Unies accorda d'importants subsides aux églises de l'Olive [3] et de Tournai [4].

Mais il y a des interventions d'une autre nature, des démarches d'un caractère comminatoire que nous devons relever ici.

[1] Les États-Généraux avaient accordé un subside aux protestants de Hodimont pour se bâtir un temple. (Voir *Secrete resolutien*, 1708, f° 119; 1711, f° 556; 1715, f°s 39, 162, 163, 281, 282; 1716, f°s 471, 509, 558; 1717, f°s 163, 526.)

[2] Les assemblées religieuses tenues dans les Provinces-Unies de 1714 à 1727 ne manquent pas une occasion de réveiller le zèle des États-Généraux. Au synode tenu à Maastricht durant le mois de mai 1714, le pasteur Basnage déclare « qu'il sera tenu de s'y emploïer à présent que l'on doit régler la Barrière, et que l'on pourra faire souvenir Sa Majesté Impériale de la promesse qu'Elle a faite en partant pour le Portugal de conserver l'exercice public de la Religion reformée à Hodimont, ainsi que dans quelques autres endroits du pays de Limbourg. » (Voir article 17 des décisions du synode.) — Voir aussi article 16 du synode de Middelbourg de 1714; article 57 du synode de La Haye de 1715; article 25 du synode d'Utrecht de 1715; article 27 du synode de Heusden de 1716; article 19 du synode de Campen de 1716; article 20 du synode de Berg-op-Zoom de 1717; article 42 du synode de Deventer de 1718; article 62 du synode de Leyde de 1719; article 48 du synode de Flessingue de 1719; article 62 du synode de Maastricht de 1720; article 58 du synode de Naarden de 1720; article 47 du synode de Zierickzee de 1722; article 45 du synode de Nimègue de 1722; article 57 du synode de Gouda de 1723; article 46 du synode de Haarlem de 1723; article 48 du synode de Gorcum de 1724; article 38 du synode de Goes de 1724; article 50 du synode de Zwolle de 1725; article 43 du synode de Leeuwarden de 1725; article 23 du synode de Schiedam de 1726; article 20 du synode d'Arnhem de 1726; article 34 du synode de Berg-op-Zoom de 1727; article 47 du synode de La Brielle de 1727. — Après cette date, les synodes jugèrent sans doute les sollicitations inutiles, et on n'y revint plus. (*Livres synodaux*, à la bibliothèque de la Commission de l'histoire des églises wallonnes à Leyde.)

[3] Sur l'Olive, voir *Notes et Documents sur les protestants de Tournai au XVIIIe siècle.*

[4] Notamment à l'Olive, trois cents florins en 1722 et cent cinquante en 1741. — En 1727, au consistoire de Tournai, « une somme suffisante pour ses besoins présents ». (*Livres synodaux*.) — On entendait par « église de l'Olive », le culte célébré dans certaines communes du Hainaut limitrophes de la France, comme Rongy, Luingne, Maulde, Dottignies, Estaimpuis, etc. Ce qui subsiste des archives de l'Olive est déposé à la bibliothèque wallonne de Leyde.



Au cours des années 1717-1719 circulait, dans les campagnes des environs d'Audenarde, un missionnaire réformé, du nom de Brand. Sur les instances de l'évêque de Gand, les autorités belges tentèrent d'entraver sa propagande et le menacèrent de poursuites. Le pasteur se plaignit aux États-Généraux [1]; ceux-ci prescrivirent à leur ministre accrédité auprès de la Cour de Bruxelles de faire savoir au gouvernement que si Brand continuait à être l'objet de mesures vexatoires, ils ordonneraient, comme mesure de représailles, la fermeture immédiate de l'église du Sas-de-Gand. Et ce ne fut pas une vaine menace : les catholiques de cette localité furent privés de leur temple jusqu'à ce que Brand eût pu reprendre le cours de ses prédications.

Comme le système avait réussi, on y revint. En 1731, le « kerckenraadt » du Sas-de-Gand ayant dénoncé [2] des tracasseries infligées aux réformés de Marie-Hoorebeke, de Maeter et d'Etichove, les États-Généraux ordonnèrent au commandant militaire du Sas de mander devant lui les membres du clergé catholique de cette ville et leurs coreligionnaires les plus notables, et de leur rappeler que le culte romain avait été autorisé officieusement dans la Flandre zélandaise à la condition que les Réformés jouiraient dans la banlieue d'Audenarde d'une tolérance équivalente [3]. Puisque la convention n'était

[1] Séances du 28 juin 1717 (*Secrete resolutien*, f° 80); du 31 mars 1718 (*Ibidem*, f° 39); du 18 février 1719 (*Ibidem*, f° 48).

[2] « Particulierlijck met het ontrecken van weeskinderen van gereformeerde ouders aan de vooghdye van haare natuurlijcke vooghden, van de gereformeerde Religie zijnde. » Séance du 13 janvier 1731. (*Resolutien*, f° 24.)

[3] « Het is den Commandeur van het Zas van Gent aangeschreven dat hij de roomsche priesters en eenige van de voornaamste roomschgesinde inwoonders van het Zas van Gent bij hem sel ontbieden, en aan de selve aanseggen, dat haar bekent is, dat Haar Hoogh Mogende aan haar de oeffeninge van den roomschen godsdienst binnen het Zas van Gent bij conniventie niet anders is toegestaan, als op conditie dat de Gereformeerde te Mater, Marien-Hoorebeeck, en andere parochien omtrent Audenaarden, van gelijcken bij conniventie toegestaan soude werden, om gelijck van oudts haaren Godsdienst aldaar te oeffenen, en dat de selve ter saacke van hare Religie ongemolesteert souden blijven, dat Haar Hoogh Mogende het contrarie van dien vernemende, niet langer de oeffeninge van den roomschen godsdienst binnen Zas van Gent sullen kunnen dulden. Dat derhalven gemelden priester en roomsche inwoonders sullen moeten uytwercken, dat de moeyelijckheden aan die van de Gereformeerde Religie omtrent Audenaarden in de voorgemelde parochien aangedaan werdende, mogen cesseren, of dat zij te wachten hebben dat Haar Hoogh Mogende sullen intrecken haare permissie tot oeffeninghe van den roomschen godsdienst binnen het Zas van Gent onder conniventie verleendt. » (Ibidem. Séance du 13 janvier 1731, f° 24.)

pas observée par le gouvernement autrichien, elle devait également cesser de produire ses effets en Hollande. Peut-être cependant une démarche des catholiques zélandais à Bruxelles aurait-elle pour résultat de ramener la paix religieuse [1].

Les catholiques du Sas-de-Gand se récrièrent et firent valoir qu'il était injuste de les rendre responsables d'une situation dont ils n'étaient pas les auteurs; ils pétitionnèrent aux États-Généraux [2], afin de détourner les représailles dont ils étaient menacés, mais les États demeurèrent inflexibles : l'église du Sas demeura fermée jusqu'à ce que les hérétiques de la Flandre eurent fait savoir que les autorités belges ne les tracassaient plus.

L'arme avait si bien servi qu'on y recourut encore. Le 24 septembre de la même année, un groupe de protestants d'Ypres [3] fait savoir au ministre de Hollande que le curé d'Estaire a obtenu de l'archiduchesse Marie-Élisabeth l'autorisation de perquisitionner dans la demeure d'une famille calviniste de Doulieu, près de Warneton, faussement accusée de faire de la propagande [4].

Ils affirment que cette perquisition a eu lieu de la manière la plus vexatoire. On a confisqué tous les livres de piété, on a cherché à ruiner ces

1 Ce n'est pas la première fois que l'on recourt à cette voie détournée. Voir notre *Étude sur la condition des Protestants en Belgique*, 76.

2 Leur pétition fut communiquée aux États-Généraux dans la séance du 15 février 1731. (Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, f° 90.)

3 David Damalvy, pasteur; Louis Guerre, ancien; V. Deisse, diacre. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Secrete brieven*, 1731-1747.)

4 Il est à remarquer que les auteurs de la requête protestent vivement contre cette accusation : « Nous pouvons aussi vous assurer, Monsieur, que les plaintes que le curé d'Estaire a portées à Bruxelles que les Benants auroit perverti et atiré à leur religion d'autres familles, sont sans fondement et contrères à la vérité, car jusqu'iscij, bien qu'on ait cherché des témoins, personne ne l'a osé atester. » (Ibidem.) — La dénonciation du curé d'Estaire est formelle cependant, et le Conseil privé la reconnaît fondée. (Voir la consulte du 1er décembre 1730.) Toutefois le Procureur général de Flandre, nous le verrons plus loin, estime que les intimés n'ont pas fait de propagande. Cette déclaration du Procureur général est d'autant plus étrange qu'il a transmis lui-même, le 24 février 1731, le procès-verbal d'une information préparatoire opérée par ses soins et d'où il résulte que les Benants ont cherché à provoquer des apostasies. Voir les dépositions de Martin Du Hayon, J.-B. Marquilly et J. Thorel. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.)



malheureux paysans « qui n'avoient rien à leur charge que d'être reformés ». On les a traités de « pierre de scandale et de poison publique »[1]. L'Évêque de Saint-Omer les a excommuniés et a fait afficher sa sentence à la porte de l'église; il a défendu à tous ses diocésains d'avoir aucun commerce avec eux : « il a même ordonné de leur fermer la porte en cas qu'ils vinssent vers eux, et s'il arrive que quelqu'un leur achète quelque chose, il a defendu de les payer »[2].

« Mesme le bruit se repent (*sic*) qu'on a ordonné aux chergents et aux porteurs de sacs d'Estaire qu'en cas où ils vinssent au marché on les lapidat avec des pierres. » Ces vexations font craindre la reprise d'une campagne en règle contre les protestants de la Flandre et du Hainaut, « et cette affaire pouroit avoir des facheuses suittes si malheureusement on se voyoit obligé d'en venir aux représailles ».

Les signataires de la lettre s'adressent donc à d'Assendelft[3], pour qu'il s'efforce d'obtenir de la Cour au moins, si l'on ne veut pas tolérer l'existence à Doulieu de la famille poursuivie, « on leur donne du tems et une permition de vendre leur bien pour payer leurs deptes avant de se retirer en Hollande ».

Le Résident des Provinces-Unies renvoya la requête au Grand Pensionnaire[4] en demandant des instructions. Il ne servirait de rien, écrivait-il, de

[1] Ce sont les termes employés dans la requête adressée le 10 septembre 1730 par le curé de Doulieu à la Gouvernante générale. (Ibidem, cart. 1292.)

[2] Voilà ce que disent les protestants d'Ypres. La sentence d'excommunication lancée par l'évêque de Saint-Omer, Joseph-Alphonse de Valbelle, ne porte pas précisément cela. Voici le passage capital de ce document : « Il nous plaît, en retranchant ces membres gâtés de la paroisse d'Etaires, déclarer les peines qu'ils ont encourues, ce faisant, ordonner qu'ils seront dénoncés au prône par trois dimanches consécutifs, leurs noms affichés à la porte de l'Église, et faire deffenses à toutes personnes de l'un et de l'autre sexe, de les hanter ny fréquenter sous les peines de droit. » (Ibidem. Conseil privé, cart. 1292.)

[3] Le 5 juillet, le ministre d'Ypres avait prévenu de son intention le Bailli Remery. Celui-ci écrit le 6 au Fiscal de Flandre : « Il me teint (*sic*) un discours qui dura près de trois heures, disant qu'il en escriveroit aux États pour en avoir raison... qu'eux laissoient en Hollande les Romains en repos, et qu'il surviendroit pour un petit objet comme celuij-cij de grandes difficultez. » (Ibidem. Conseil privé, cart. 1292.)

[4] Le 27 septembre 1731. Archives du Royaume à La Haye. Brussel, *Secrete brieven*, 1731-1747. Voir aussi *Gewone brieven*, 1732.



faire des démarches si les États-Généraux ne prenaient pas catégoriquement position, car le Gouvernement de Bruxelles est animé de mauvaises intentions à l'égard des protestants : il essaie fréquemment de leur nuire [1], et son secret désir serait de rendre l'exercice de leur culte impossible, s'il en avait la puissance.

La réponse des États ne pouvait être douteuse : ordre fut donné au ministre de déclarer à la Gouvernante que si l'on ne laissait pas vivre en paix les réformés inoffensifs [2], les catholiques du pays de généralité en porteraient la peine [3].

C'est ce qu'avait craint le Procureur général de Flandre. Dès le 26 octobre 1730, ce haut magistrat avait déconseillé les poursuites, d'abord parce que les intimés « n'avoient donné d'autre scandale que celuy de ne pas faire profession de notre religion »; ensuite parce qu'il fallait éviter de provoquer les vengeances hollandaises; il est bon, écrivait-il, de « *tolerare malum minus ut evitetur majus* » [4].

1 « Ik hebbe van mijn pligt geoordeelt de voorz. brief onder Uwe adresse ten kennisse van Haar Hoog Mogende te moeten brengen om derselver goedvinden en ordres daarop gehoorsaamt af te wagten, omdat ik genoegsaam vaststelle dat dit Gouvernement sonder ernstige interventie van Haar Hoog Mogende niet ligt van genomen resolutie sal afgaan vermits men daarop alhier seer rigoureus is, en van tijd tot tijd de oeffeninge van de waere Gereformeerde Christelijke Godsdienst soekt te incommoderen, en, was het mogelijk, geheel te beletten. » (Ibidem.)

2 « Sich stil en modest gedragende. » (Ibidem.) — « Leurs Hautes Puissances ne peuvent s'imaginer que l'intention de Votre Altesse Royale soit d'ordonner des persécutions si criantes contre des personnes qui n'auroient commis aucun crime, sinon qu'on voudroit leur imputer celuy de faire profession de la religion reformée, et considérant l'indulgence que Leurs Hautes Puissances auroient pour les catholiques romains soumis à leur souveraineté, Leurs Hautes Puissances espèrent que Votre Altesse Sérénissime voudra bien ordonner à qui il appartiendra de faire cesser les procédures contre les dits Benants, et qu'on laissera dorénavant ceux qui font profession de la religion reformée dans les Pays-Bas autrichiens sans les molester à ce sujet. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé. Registres aux Consultes, XIV, f°s 384-393.)

3 Archives du Royaume à La Haye. *Secrete resolutien van H. H. M. de Staten generaal, 1731*, f° 187.

4 « Ils sont fort facil à prendre représaille, comme l'expérience nous a fait voir plusieurs fois, et à perdre les pasteurs pour disperser les brebis, à quelle fin ils ont plusieurs fois fermés les églises et chassé les prêtres de l'Écluse, du Sas de Gand, de Hulst et d'autres

Le Conseil privé s'était occupé de cette affaire à diverses reprises [1], d'abord à la suite de la plainte du curé d'Estaire, puis à la requête de la Gouvernante générale, enfin après l'intervention du Résident hollandais. Pour le Conseil, la question a été mal posée : il ne s'agit pas de savoir si les Provinces-Unies tolèrent sur leur territoire toutes les religions, mais bien de rechercher si une tolérance de l'espèce est légale dans les Pays-Bas autrichiens. « Or, sur ce principe, le dit Résident n'a scu citer ni avancer aucun placcart ou ordonnance de nos princes souverains par ou l'exercice de quelque autre religion que la catholique et romaine auroit été tollerée en ces pays [2]. » Le Conseil trouve étrange l'ingérence des États-Généraux « dans une affaire qui ne les regarde en aucune manière » [3], et juge absolument « inouïe » la démarche d'un diplomate étranger en faveur de sujets « notoires » de l'Empereur. Si les situations étaient renversées, dit-il, certes le gouvernement de La Haye se montrerait moins patient que celui de Bruxelles et ne souffrirait pas qu'un souverain se permît d'intervenir dans l'administration intérieure de la République. Abordant le fond du litige, le Conseil expose qu'il ne s'agit pas dans l'espèce de dissidents qui pratiquent discrètement leur culte dans l'intérieur de leur famille [4] : une enquête sérieuse, dirigée par les Fiscaux de Flandre, a révélé que les inculpés sont des catholiques de naissance; ils n'ont renié leur foi que depuis l'entrée des troupes hollandaises dans les places de la Barrière; ils ont tenu dans leurs maisons des « conventicules » interdits; leurs coreligionnaires s'y réunissent pour chanter les psaumes de Marot; on relève à leur charge bien d'autres griefs encore : ils vivent en concubinage avoué, mangent publiquement de la viande

endroits, à la désolation de tous les catholiques qui s'y trouvent en grand nombre. » (Dépêche de J.-J. de la Villette, procureur général près le Conseil de Flandre, à la Gouvernante générale. Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.)

1 Notamment dans ses séances du 1er décembre 1730 (Archives du Royaume à Bruxelles, Conseil privé, registre aux Consultes XI, fos 302-309); du 3 juillet 1731 (Ibidem, XIII, fos 166-169); du 23 juillet 1731 (Ibidem, fos 221-223); du 12 décembre 1731 (Ibidem, XIV, fos 384-393).

2 Ibidem, XIV, fos 384-393.

3 Ibidem.

4 « En cachet », dit le Conseil privé.

aux jours défendus, enterrent leurs morts dans leurs jardins et se livrent à une propagande active pour « pervertir les sujets de Sa Majesté avec scandale ». C'est à tort qu'Assendelft invoque le traité de Münster : ses dispositions ne peuvent s'appliquer au cas actuel [1].

Les plaintes contre l'évêque de Saint-Omer sont tout aussi injustifiées [2], et, fussent-elles fondées, l'Empereur ne pourrait leur accorder aucune attention : le diplomate hollandais a perdu de vue que le prélat incriminé est sujet de la couronne de France, et que le souverain des Pays-Bas ne saurait l'atteindre.

Quant à la proposition d'accorder aux dissidents de Doulieu l'autorisation de vendre leurs propriétés et de se retirer ensuite en Hollande, elle ne peut être admise, attendu qu'une mesure pareille serait du plus mauvais exemple. Le Conseil craint que d'autres regnicoles, voyant les heureux effets de l'intervention hollandaise, n'apostasient à leur tour pour s'en assurer le bénéfice. Certes, il ne faut pas songer à revenir sur la tolérance dont jouissent les protestants paisibles, mais ici il y a eu scandale; ce scandale n'est pas « tollerable » et doit être réprimé. Voilà la réponse que le Gouvernement pourrait adresser aux communications de la République, et l'honneur national commande d'ajouter que c'est une question d'ordre intérieur dans laquelle les États-Généraux n'ont pas le droit de s'immiscer [3].

1 « Il est clair et notoir que cet article 19 du traité de Munster ne parle que des sujets respectifs des seigneurs contractans, à sçavoir que les sujets de Sa Majesté venans és pays et terres des Etats generaux et reciproquement les sujets de ces derniers venants es pays de la domination de Sa Majesté devront à l'égard de l'exercice publique de la religion se gouverner et comporter en toute modestie, sans que par là ils auroient voulu permettre que dans les pays de leurs dominations on y pourroit introduire autre religion que celles qui y avoient été tollerées par les loix fondamentales des respectives dominations, mais uniquement que les sujets de l'un et l'autre etat venans ès paijs et terres de leur souverain y devront exercer leur religion en toute modestie. » (Consulte du 12 décembre 1731, XIV, f°s 384-393.)

2 « Il n'a fait que ce qui lui a été ordonné par les SS. Canons, et notamment par le concile de Trente. » (Ibidem.)

3 « Votre Altesse Sérénissime pourroit être servie de faire connoître audit Résident des États généraux qu'Elle est étonnée que ses maîtres se veuillent ingérer dans une affaire qui ne leur concerne pas, et qu'Elle ne doute point que les États généraux ne se voudront plus mêler de la cause de Religion à l'égard des sujets de Sa Majesté. » (Ibidem.)



L'Archiduchesse se rallia à la manière de voir du Conseil [1]. On serait donc disposé à croire que le Gouvernement — une fois n'est pas coutume — avait relevé avec énergie le caractère incorrect de cette intervention d'un pouvoir étranger dans les affaires du pays. Cependant nous lisons, d'autre part, dans une dépêche adressée le 2 janvier 1732 par Marie-Élisabeth au Conseil privé : « Nous lui [2] avons fait connaître qu'en considération de l'intercession et de la réquisition des États-Généraux des Provinces-Unies, nous avons permis pour cette fois-ci aux dits Benants de vendre leurs effets, et de se retirer ensuite en Hollande [3]. »

Les interventions du même genre sont très fréquentes; elles se reproduisent sur tous les points gardés par les Hollandais et pendant tout le cours de l'occupation. En 1733, les cabaretiers d'Ypres dénoncent la situation irrégulière d'un nommé Carle, qui vend du vin en gros et en détail, quoique étranger et protestant. Il est arrivé à Ypres en 1713, à la suite de la garnison hollandaise, et, bien que les ordonnances locales interdisent aux catholiques de prendre domicile dans la commune et d'entrer dans les corporations [4], il est parvenu à obtenir du Magistrat l'autorisation de se livrer à son négoce.

Dès qu'il fut mis au courant de l'affaire, le Résident des Provinces-Unies se livra aux démarches les plus actives [5] pour obtenir que l'autorité fermât les yeux sur l'irrégularité dénoncée.

1 « Je me conforme, et j'ai fait faire réponse au Résident d'Assendelft sur le pied que le Conseil l'a proposé. » MARIE-ÉLISABETH (Ibidem, en marge de la délibération).

2 C'est-à-dire d'Assendelft.

3 Lorsque les exilés eurent mis leurs biens en vente, personne n'osa faire d'enchères. Alors, le 4 août 1732, d'Assendelft demanda au gouvernement de faire savoir publiquement « qu'il est permis à la famille des Benants de vendre leurs biens qu'ils ont sous la domination de Sa Majesté Impériale et Catholique, et qu'il soit libre à tout le monde de l'acheter ». La chose fut accordée le 8 du même mois. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1292.)

4 « Les suppôts de tous les corps de métier ne peuvent y être admis à moins qu'ils s'expurgeroient préalablement par serment qu'ils professoient la religion catholique, apostolique et romaine. » (Ibidem. Registres aux Consultes, XX, f°s 112-119, Consulte du 18 avril 1733.)

5 « L'expérience nous fait voir combien les États généraux des Provinces Unies maintiennent ceux qui sont de leur religion jusqu'au point d'importuner Votre Altesse Sérénissime pour des simples laboureurs et aujourd'huy pour un caftier. » (Ibidem.)



Le diplomate hollandais fait surtout argument de la tolérance dont jouissent les catholiques dans son pays. Nos magistrats sont peu sensibles à cette raison : « Il ne leur [1] manque jamais de prétexte, et prétendent que ce qui est permis aux catholiques romains sous leur domination devroit de même être permis sous celle de Sa Majesté Impériale et Catholique, à ceux de la religion prétendue reformée, mais ils ne considèrent pas que la liberté de religion est une loy fondamentale de leur république; au contraire, la religion catholique, apostolique et romaine, à l'exclusion de toute autre, est celle des Pays-Bas [2]. »

Le Conseil privé est cependant d'avis qu'il vaut mieux ne pas insister sur cette considération d'ordre religieux. Il juge plus opportun d'invoquer la coutume d'Ypres qui réserve aux regnicoles l'accès des métiers : l'autorisation accordée par le Magistrat à l'intéressé est nulle de plein droit [3], attendu qu'il n'est ni bourgeois ni suppôt du corps des cabaretiers [4], et le Conseil estime que nulle protection étrangère ne doit être assez forte « pour obliger à enfreindre les loix et les constitutions fondamentales des villes » [5].

En 1736, une jeune fille protestante de Bois-le-duc, la demoiselle van Lith de Jeude, se rendit à Anvers, et s'y convertit à la foi catholique. Le bruit s'étant répandu que cette conversion était l'œuvre de deux capucins de Bois-le-duc, les États-Généraux ordonnèrent la fermeture de l'église desservie par ces religieux : elle ne serait rouverte que si la jeune fille retournait

[1] Aux États-Généraux.

[2] Consulte du 18 avril 1733. Registre XX, f[os] 112-119.

[3] « Nous ne comprenons pas comment ceux du Magistrat d'Ipres, qui doivent être les pères du peuple et les tuteurs de leurs bourgeois, ont pu donner cette permission de leur autorité privée au préjudice de ceux dont la protection leur est commise. » (Ibidem.)

[4] « Comment pouvoit-il devenir bourgeois? Luij qui a dit luij même qu'il suivoit les troupes des États généraux, et qui, par conséquent, ne pouvoit pas être réputé d'avoir fixe domicile dans une ville..... Il ne peut exercer un négoce: autrement il arriveroit à tout moment que les étrangers, même des gens sans aveu, s'établiroient dans l'une et l'autre ville de ces pays et y exerceroient tel négoce qu'ils trouveroient bon, au préjudice des bourgeois et suppôts des métiers des dites villes. » (Ibidem.)

[5] Ibidem.



dans sa ville natale pour y déclarer solennellement que son changement de religion n'était pas l'œuvre des moines incriminés [1].

Le 15 avril 1752, les chefs de la communauté protestante d'Eupen et Hodimont [2] adressent au ministre des Provinces-Unies à Bruxelles une supplique destinée à la conférence qui doit se réunir pour régler les contesta-

[1] Cette fois, le gouvernement des Pays-Bas autrichiens, par une espèce de réciprocité, se constitua le patron des capucins hollandais. Le 18 octobre 1736, le comte d'Harrach, ministre plénipotentiaire, écrivit au comte d'Assendelft, Résident des Provinces-Unies à Bruxelles :

« MONSIEUR,

» Le Père Provincial des capucins a représenté à Son Altesse Sérénissime que leur église étoit encore fermée à Bois-le-Duc, et que Messieurs les États généraux refusoient d'en permettre l'ouverture, à moins que la demoiselle Dina van Lith de Jeude n'aille audit Bois-le-Duc faire sa déclaration de foy, de même que celle qu'elle n'a pas été induite par les PP. missionnaires Léopold Bernaerts et Van den Putte de changer de religion, mais que comme la susdite demoiselle ne vouloit pas se resoudre de se rendre à Bois-le-Duc pour y faire la déclaration qu'on demande, que cependant elle seroit prête de la faire entre vos mains, Monsieur, afin que, par ce moyen, Leurs Hautes Puissances puissent être assurées que les missionnaires mentionnés n'ont point eu de part au changement de religion, comme on le leur impute.

» Cette princesse m'a chargé de vous faire savoir de sa part que vous lui feriés une chose très agréable, Monsieur, si par vos soins vous pouviés obtenir de Messieurs les États-Généraux la grâce de pouvoir recevoir chés vous la déclaration de Mademoiselle Dina van Lith par laquelle elle déclareroit que ce n'est pas par l'induction des susdits religieux qu'elle a changé de religion pour faire cesser par cette voye toutes les raisons qui ont pu donner occasion à faire fermer leur église à Bois-le-Duc.

» Je vous prie de bien vouloir y donner toutes vos attentions, et de croire au reste qu'on ne sauroit ajouter à la considération avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

» Monsieur,

» Votre très humble et très obéissant serviteur,

» Comte FRÉDÉRIC D'HARRACH.

» Bruxelles, ce 16 octobre 1736.

» A Monsieur d'Assendelft. »

(Archives du Royaume à La Haye. Brussel, ASSENDELFT, *Brieven en bijlagen van Graaf van Harrach*). — Le 19 octobre 1736, les États-Généraux décidèrent que leur Résident ne pouvait recevoir la déclaration de changement de religion. Si la demoiselle van Lith voulait rentrer à Bois-le-Duc et pratiquer le culte catholique, la chose lui serait parfaitement loisible. (Ibidem. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1736, f° 600.)

[2] « De voorstaenders van de Cruys-gemeentens Eupen en Hodimont. »



tions pendantes entre les Pays-Bas et la République. Ils lui demandent d'appuyer leurs instances pour obtenir que l'exercice public de leur culte soit autorisé [1].

Lorsque, le 15 septembre 1753, l'Impératrice publie un édit sur l'acquisition de biens immeubles par les gens de mainmorte [2], les réformés limbourgeois vont se trouver privés de quelques terres dont les revenus alimentent leurs pauvres, ainsi que de leur cimetière et de l'habitation de leur pasteur. C'est encore une fois auprès des États-Généraux qu'ils prendront leur recours [3]. La protection de la République ne leur fera pas défaut [4].

En 1769, des contestations se sont produites dans le Tournaisis entre catholiques et réformés. Le Magistrat de Rongy a cru devoir reprendre à ces derniers le cimetière [5] qui leur avait été concédé en 1712 par Van Keppel, comte d'Albemarle, commandant des troupes hollandaises envoyées contre Louis XIV. Les protestants invoquèrent l'appui du colonel de Ton, commandant la place de Tournai. Celui-ci écrivit au prince de Starhemberg pour se plaindre « des vexations qui augmentent tous les jours vis-à-vis de ces

1 Archives du Royaume à la Haye. *Brussel. Diverse brieven*, 1752-1755. — Le dossier contient une pétition analogue des mêmes personnes, adressée au prince d'Orange, et une copie destinée aux États-Généraux. Ces deux dernières pièces sont signées : « De leden des Kerckenraedts van de noodlijkende hervormte gemeente van Eupen, lande van Limburg, A. Schmitz, J. Martin, Jean-Grégoire Quoilin, Abraham van den Brusch. »

2 Voir le texte de cet édit dans les *Placards de Brabant,* VIII, 11-20.

3 A. Schmitz, cité plus haut, écrit au Résident van Haren : « Sal men niet ten minsten daerop aandringen dat onse goederen niet geamortiseerd sijnde en van dooderhand wesende, moeten vercoght worden; en soo dit, dan sullen se ons nogh eens ontsetten van de begraefenis plaetse, gelijck sij in aloude tijden de gemeente Eupen ontset hebben van den gemeene kerckhoff; sij sullen door de vercopinge van het predickhuijs alhier en te Hodimont ons beneemen het eenigst monument dat wij hier te lande hebben van onsen eertijds gepleegden openbaeren godsdienst. » — Il fait remarquer aussi « dat een menigte roomsche handwercklieden bij de gereformeerde cooplijden hun kost winnen ». (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Diverse brieven*, 1752-1755.)

4 Le 29 mars 1754, les États-Généraux prescrivent à van Haren d'appuyer chaudement auprès du prince Charles de Lorraine la requête des protestants du Limbourg. (Ibidem. *Secrete resolutien van H. H. M. Staaten generaal*, 1754, f°s 28-29.)

5 Voir notre *Étude sur la condition des protestants en Belgique*, 88 et suivantes. — « Rongy est infecté d'hérésie. Plus de vingt-cinq familles y ont levé le masque depuis le siège de Tournai. » (*Représentation de Visconti.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 340-345.)



pauvres gens », et pour lui signifier que si l'affaire n'était pas réglée à bref délai, il ne pourrait se dispenser de faire son rapport à La Haye [1].

Comme Crumpipen s'étonne de voir le commandant de la place de Tournai intervenir dans une affaire sans rapport aucun avec l'administration militaire, de Ton réplique avec raideur que les protestants usent d'un droit consacré par la tradition en invoquant l'aide des consistoires dans les villes de la Barrière [2]. Ils sont tous placés sous la protection spéciale du commandant militaire, et, d'ailleurs, les États-Généraux manifestent leur patronage en salariant un ministre wallon [3], inutile au service militaire, et dont la présence affirme le lien qui unit les protestants tournaisiens à leurs frères du Nord.

L'insistance avec laquelle l'officier hollandais appuie sur ce point est aussi malhabile que peu courtoise; elle doit froisser les autorités belges, d'autant plus que de Ton incrimine leurs intentions de la manière la plus acerbe : « Plus on regarde cette affaire de près, écrivait-il, et plus on reste convaincu qu'on a voulu à tout prix exaspérer, ruiner et chasser les protestants » [4].

Que la passion religieuse ait inspiré les échevins de Rongy, la chose semble certaine, et le Conseil privé lui-même en conviendra plus tard [5]; mais l'étrange diplomatie du colonel risquait fort d'amener des complications qu'il eût mieux valu éviter.

1 « Je vais partir pour La Haye, et si d'icy alors l'affaire n'est pas finie, il n'est pas possible que je me dispense d'en faire rapport à ma cour. » (Lettre du 7 mars 1771. Copie à la bibliothèque de la Commission de l'histoire des églises wallonnes, à Leyde.)

2 Lettre du 19 mars 1771. (Ibidem.)

3 « C'est un usage constant que les familles protestantes qui étoient dans le pays quand les Hollandois sont entrés dans les Pays-Bas y ont toujours fréquenté leurs églises, et ont toujours pris dans le besoin leur recours au consistoire de nos églises. C'est pourquoi l'État entretient un ministre français inutile à toutes ses troupes. » (Ibidem.) — Plus loin, le colonel cherche à pallier le mauvais effet que sa lettre a pu produire : « J'avoue que j'aurois dû les envoyer d'abord à La Haye, mais l'espoir de pouvoir finir l'affaire icy sans interposer les cours m'a fait prendre la liberté de m'adresser d'abord à Votre Altesse (Starhemberg) dans la ferme conviction de ne pas lui déplaire. »

4 Lettre du 8 août. Ibidem.

5 Voir ci-après la consulte du Conseil privé du 9 avril 1772.



Pris directement à partie, le Gouverneur général avait le droit de relever énergiquement ce que la démarche du commandant militaire présentait d'irrégulier. Déjà, au cours de l'enquête, les membres du bailliage de Tournai et Tournaisis avaient accusé de Ton d'infidélité à son serment [1]. Le Conseil privé reprenait pour son compte cette incrimination et jugeait d'autre part, avec sévérité, la démarche des protestants de Rongy. Il proposait d'infliger aux plaignants comme à leur défenseur un blâme formel [2].

Mais on en resta aux projets : les archives ne nous fournissent pas de traces d'observations faites à La Haye dans l'esprit qui animait le Conseil. Nous voyons même que l'on accuse le bailliage de Rongy de laisser « dicter ses avis par un zèle immodéré »[3], tandis qu'« il ne parait point qu'ils (les protestants) se soient oubliés au point d'insulter les dogmes et les mistères de notre Religion controversés avec la leur »[4].

Et ce qui prouve qu'en dépit de son mécontentement légitime le cabinet de Bruxelles n'adressa point à celui de La Haye de représentations bien

1 « De ne se mêler ni directement ni indirectement d'aucune affaire concernant le gouvernement, la politique, la religion et les affaires ecclésiastiques, mais de laisser le tout à Sa Majesté comme légitime souverain. » (Article VII du traité de la Barrière et formulaire annexé.)

2 « Son Altesse pourroit faire répondre au colonel de Ton qu'Elle n'a pu voir qu'avec une extrême surprise qu'il se soit mêlé d'une affaire qui ne concerne que des sujets de Sa Majesté, et qui ne touche en rien ni les États généraux ni la garnison confiée à ses soins, qu'on s'attend que dans la suite il se renfermera dans les bornes que son état lui prescrit, et qu'on ne pourroit voir que de très mauvais œil qu'il se mêlat encore de choses qui ne le regardent point.... qu'au surplus le Procureur général du Bailliage de Tournai pourroit être chargé de mander les protestants du village de Rongy.... et de leur donner là dessus une réprimande verbale en leur interdisant toute pareille démarche dans la suite à peine qu'il sera agi à leur charge dans toute la rigueur, et en les prévenant qu'étant sujets de Sa Majesté, ils ne peuvent, pour quelque objet que ce soit, recourir à une autre autorité que la sienne. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, consulte du 5 septembre 1771, cart. 1292.)

3 Ibidem, consulte du Conseil privé du 9 avril 1772.

4 Ibidem. — Mais cela n'empêcha pas le Gouvernement d'approuver la confiscation du cimetière, et d'ordonner « que les protestants de Rongy seront enterrés dans leurs champs privés ». (Décret du 5 septembre 1772. Conseil privé, cart. 1293.) Et cependant, le 2 octobre 1771, le Gouverneur général estimait « ne pouvant être que très malsain, très incommode pour leurs voisins, et révoltant pour eux-mêmes de les enterrer dans leurs jardins ». (Dépêche à ceux du Bailliage de Tournai. Conseil privé, cart. 1292.)

énergiques, c'est qu'en 1779 la République fait agir son Résident en faveur des protestants du Limbourg dans les circonstances que voici :

Le curé d'Eupen, accompagné du Magistrat, s'était introduit dans la demeure du ministre calviniste, et y trouvant des enfants qui recevaient l'instruction religieuse, il leur avait ordonné de se retirer, disant au pasteur qu'il lui défendait absolument de les recevoir encore chez lui pour les catéchiser [1].

Les protestants se plaignirent au Résident hollandais, et celui-ci obtint du gouverneur général des Pays-Bas un ordre au curé et aux gens de loi d'Eupen de ne plus inquiéter les dissidents [2]. Non seulement la diplomatie hollandaise eut gain de cause, mais le Conseil privé [3], avec l'approbation du prince Charles de Lorraine, blâma le curé d'Eupen, déclara qu'il « avait agi imprudemment », et lui signifia qu'il eut à s'abstenir désormais « de molester en façon quelconque le dit ministre ». Il ne convenait pas, disait le Conseil, « de donner aux réformés quelque matière à user de représailles et à inquiéter davantage les catholiques dans les païs où la religion réformée domine » [4].

D'autre part, il arrive que des tentatives de conversion se produisent à l'égard de soldats protestants au service de la République; les procédés des zélateurs catholiques ne sont pas toujours corrects [5]. Alors les réclamations du ministre de Hollande prennent un caractère tout à fait comminatoire [6].

1 Voir la dénonciation adressée par ledit curé au Fiscal de Brabant le 28 avril 1771. (Conseil privé, cart. 1294.)

2 On conserve aux archives du Royaume à La Haye la lettre de remerciements adressée par le pasteur J.-J. Gülcher au baron Hop. (Brussel, *Diverse brieven*, 1779-1787.)

3 Par sa consulte du 23 juin 1779.

4 Conseil privé, cart. 1294.

5 Le 5 avril 1754, de Lely, commandant de la place d'Ypres, fait savoir au Résident van Haren que des catholiques ont enlevé la fille d'un sergent protestant du bataillon de Halkett, pour la faire instruire dans leur religion. A le croire, « ces sortes de rapt se sont commis souvante fois avant la guerre (de la succession d'Autriche) dans cette ville, sans en avoir la moindre satisfaction ». (Archives du Royaume à La Haye. Brussel, *Diverse brieven*, 1752-1755.)

6 Ibidem. Passim.

Parmi les griefs d'ordre religieux, un des plus intolérables pour les catholiques belges était le règlement des exécutions adopté par les autorités militaires des places de la Barrière. Lorsqu'un soldat hollandais catholique était condamné à mort, il était accompagné jusqu'au lieu du supplice non par un ministre de son église, mais par un aumônier protestant [1].

On prétendait même, et le gouvernement se fit l'écho de ce bruit, que l'état-major interdisait aux ecclésiastiques de visiter leurs coreligionnaires malades ou condamnés [2].

Ceci était exagéré [3]; nous en avons pour preuve la protestation des commissaires délégués à Anvers en 1738 par les États-Généraux [4] et le témoignage formel de l'archevêque de Malines, Humbert de Precipiano [5]. Mais le

[1] Le 28 mai 1711, Fénelon écrivait au Pape : « Aliud est facinus quod omnium catholicorum gemitus et lacrymas movet : Nimirum sancitum est a republica, et jam usu confirmatum, ut damnati homines qui trahuntur ad supplicia, etiamsi catholicam religionem ab infantia fuerint professi, a solis Calvinianis ministris deducantur : vetitum quippe est ne in extremo vitæ puncto a sacerdotibus catholicis ullam solatii et salutis vocem excipiant. Ea lege præcipua catholicæ religionis officia, quæ morientis maxime omnium spectant, excerceri nefas esset. » (LE GLAY, *Cameracum christianum,* 484-485.)

[2] « Les officiers ne veulent pas permettre que les ecclésiastiques administrent publiquement les sacremens aux militaires malades de la religion catholique qui sont dans les citadelles, hôpitaux, prisons, pavillons et cazernes. » (*Mémoire* de Keerle. Voir pièces justificatives, n° I.) — « L'État major empêche qu'aucun ecclésiastique aproche les soldats catholiques condamnés à mort. » (Ibidem.)

[3] Cela est arrivé cependant quelquefois : le 30 août 1721, le Procureur général de Namur dénonce le commandant hollandais de cette ville, qui a fait exécuter un déserteur catholique, et n'a admis auprès du condamné qu'un pasteur calviniste. (Archives de l'État à Namur. (*Correspondance du Procureur général.*) — Voir la lettre adressée le 19 octobre 1714 au comte de Königsegg par les Vicaires généraux d'Ypres. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCXXXIII, f° 75.)

[4] « L'on permet aux ecclésiastiques catholiques romains de visiter les officiers et soldats malades qui sont de leur religion, et de leur administrer les sacremens dans les citadelles, hôpitaux, prisons, etc., fusse que ces plaintes consistent à ce que, pour prévenir des désordres que quelques ecclésiastiques trop zélés pourroient causer, les gouverneurs ont mis ordre, lesquels n'ôtent nullement aux ecclésiastiques romains la faculté d'assister les malades de leur religion. » (Archives du Royaume à La Haye. *Bijlagen specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen te Antwerpen,* 1737-1741.)

[5] « AU ROY EN SON CONSEIL D'ETAT.

» Le soing particulier que ie dois avoir en qualité de délégué apostolique du salut des militaires en ces Païs bas, m'oblige à remontrer à Votre Majesté les plaintes que ie vien de



premier point, bien établi celui-là, non seulement reconnu par l'autorité hollandaise, mais sur lequel les États-Généraux n'admirent jamais aucune transaction, alors que cependant l'état-major anglais lui avait donné, pendant l'occupation de 1709, l'exemple de la tolérance [1], ce point suffit à affliger et à scandaliser la grande majorité des habitants de nos provinces, d'autant plus que, si l'archevêque est exactement informé, certains pasteurs tentent de

recevoir de ce qui se pratique à Menin et aux environs de Cortrai à l'égard des soldats catholiques condamnez à mort : auxquels, *bien qu'on accorde l'accez des prêtres pour les disposer à mourir*, on les en prive pendant qu'on les mène de la prison au lieu du supplice, auquel tems on les accompagne (au grand scandal et murmure des catholiques) de deux ministres d'autre religion, qui ne cessent pas toutes sortes de suggestions de les inquiéter, et tâcher de les faire chanceller dans la foi pendant ces derniers moments qui leur restent pour entrer à l'éternité. Un tel abus contre les privilèges et Religion de ces païs, et le grand danger du salut de ces âmes ne pouvant être dissimulé, je supplie très humblement Votre Maiesté d'y vouloir porter remède convenable.

» Bruxelles, ce 2e de mars 1709.

» H. F., *archevêque de Malines.* »

Cette lettre fut transmise dès le 4 mars au duc de Marlborough par une apostille du Conseil d'État. On faisait remarquer au commandant des troupes anglaises que les faits dont se plaignait l'archevêque « étaient évidemment contre la liberté de la Religion catholique, à laquelle Sa Majesté la Reyne de la Grande Bretagne et Son Altesse Milord Ducq et Prince de Marlborough n'ont jamais voulu permettre qu'on donnât aucune atteinte ».

En note : « Le 25 dito, Monsieur de Cadogan m'a faict l'honneur de me dire que Son Altesse Milord Ducq et Prince avoit donné sur ce les ordres partout. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil d'État, cart. 84.)

Comme on le voit, les Hollandais n'avaient point suivi l'exemple donné par le généralissime britannique. « Sacerdotibus janua patuit, écrit Fénelon, neque tamen concessum est ut reos ad locum supplicii deducant. » — Voir aussi sur ce point : *Procès-verbal des propositions d'arrangement convenues entre le Lieutenant-Feld maréchal comte de Velen et le prince d'Holstein Beck, gouverneur d'Ipres, chargés d'examiner sur place les différends qui se sont élevés entre le Magistrat et l'État-major de Tournaij* (Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f[os] 189-200); — *Rapport du Grand Doïen de la cathédrale de Tournai, de la Bassarderie, sur ce qui s'est passé en 1730 et 1731* (Ibidem, registre DCCLX, f[os] 71-76).

[1] Voir les ordonnances de Marlborough datées du camp de Ghislenghien le 4 novembre 1706, et du camp d'Affleghem le 14 octobre 1707, reproduites dans notre *Étude sur la condition des Protestants en Belgique depuis Charles-Quint jusqu'à Joseph II*, 67. — Jacques Le Groux, curé de Marque en Baroeil, auteur de l'*Histoire ecclésiastique de Tournai* (Manuscr. CXCIX de la bibliothèque de la ville de Tournai), cite avec beaucoup d'éloges les ordonnances précitées, II, 618.



provoquer, au moment suprême, l'apostasie des condamnés qu'ils accompagnent au supplice.

Déjà en 1713, le Magistrat d'Ypres avait protesté contre le « scandale » donné lors de la pendaison d'un déserteur catholique, et le peuple avait insulté les prédicants [1]. Cette manifestation demeure vaine. Les Hollandais consentent à conclure la convention du 29 août 1717, qui assure aux soldats catholiques les secours religieux, mais ils maintiennent avec une obstination tenace l'interdiction faite aux ecclésiastiques romains de réconforter jusqu'au bout leurs coreligionnaires condamnés à mort [2].

Le gouvernement belge protesta à son tour, et, dans l'unique place de la Barrière occupée par une garnison mixte et soumise au commandement

1 Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staaten generaal.* 1713, f°s 1614, 1624, 1635, 1614.

2 Article 4 de la convention conclue à Namur le 29 août 1717 : « Les prêtres catholiques auront libre accès dans les hôpitaux et les prisons pour consoler et administrer les malades, mais ils ne pourront conduire au supplice les criminels ». — Au mois de mai 1738, le P. Vincent Bertelo, de l'ordre des Frères Prêcheurs, déclare devant le Magistrat de Namur que, « depuis le commencement, il a toujours eu la liberté de confesser et d'administrer tous les soldats catholiques romains pendant leur maladie, et même de conduire les malheureux, quoique de loin, jusqu'au lieu du supplice sinon depuis trois ans ou environ qu'on l'en a interdit, lui declarant que, s'il perseveroit à les vouloir conduire, on ne repondoit pas de sa vie ; de plus ledit Père déclare qu'on l'a empêché de sortir de la ville lorsqu'on menoit hors de la porte de fer un criminel pour y être arquebusé, le menaçant de ne point même se montrer sur le rampart, s'il ne vouloit pas recevoir un mauvais coup, quoique le patient ait demandé diverses fois de l'avoir avant le coup de la mort ». — Un autre passage de la déposition de ce religieux nous fournit des détails intéressants sur les procédés des officiers hollandais : « Le susdit Père déclare que du tems du viel hopital il a toujours eu la liberté d'y célébrer la messe, d'y confesser et administrer les malades catholiques romains, et d'y enterrer les corps morts dans le cimetière dudit hôpital sans aucune contradiction, et que le nouvel hôpital étant bâti, l'autel du vieux a été transporté dans une chambre du nouveau, où il a aussi transporté les Sacrements, mais par ordre qu'il a été obligé de transporter lesdits Sacrements au couvent de son ordre de peur qu'on ne les auroit prophanés. De plus, il déclare que quelques messieurs de la religion prétendue reformée faisant la visite dudit hôpital avoient dit qu'on n'avoit point besoin de ces bagatelles, et que, si on ne les ôtoit pas, ils les jetteroient eux-mêmes dehors. Il declare ensuite que quelque tems après ils ont comencé à enterrer les catholiques par force hors la porte de fer, en une terre prophane. » (Annexe à la dépêche adressée le 12 mai 1738 à la Gouvernante générale des Pays-Bas par le Magistrat de Namur. Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)



supérieur d'un officier impérial, à Termonde, il tint la main à ce qu'un condamné catholique fût assisté jusqu'au moment de l'exécution par un ministre de son culte [1]. Par un mémoire du 20 juillet 1731, le comte de Neny [2] fait remarquer, à propos d'un incident soulevé à Termonde, qu'aucun article du traité de la Barrière n'autorise les commandants militaires à décréter de semblables dispositions. D'autre part, les troupes hollandaises comprennent des soldats catholiques, et le libre exercice de leur religion est assuré pendant toute la durée du service sous les drapeaux. On commet donc non seulement une cruauté, mais une inconséquence en leur refusant cette même liberté à l'heure de la mort. Cette exigence est particulièrement blessante dans une ville de garnison mixte. Le commandant autrichien de Termonde n'a jamais songé à empêcher les ministres protestants d'assister leurs coreligionnaires, et il a le droit d'exiger la réciprocité.

1 « On a fait le procès de ce déserteur à Maestricht (c'était un soldat de la garnison de Termonde), afin d'éviter la difficulté que ledit gouvernement (autrichien) fait de permettre aux troupes de Leurs Hautes Puissances de garnison à Termonde l'exécution de leurs déserteurs condamnez à mort, à moins que le patient ne soit accompagné d'un capucin ou autre moine. » *Mémoire remis le 1er octobre 1729 au secrétaire de Leurs Hautes Puissances, Travest, par ordre de Son Altesse Madame la Sérénissime Gouvernante générale pour servir de réponse à celui présenté par le même secrétaire à cette auguste princesse le 5 du mois de septembre dernier, concernant un déserteur du régiment de Savornin, et la difficulté que le gouverneur de Termonde fait de permettre d'exécuter à mort les soldats catholiques de la garnison de la place sans être assistez d'un prêtre, soit séculier, soit régulier.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

2 « L'on avoue que la condamnation des soldats criminels et leur punition font partie de la discipline militaire pour autant qu'elle renferme l'administration de la justice dans l'état passager de cette vie, mais ce n'est pas de quoi il s'agit, mais seulement de préparer un homme de la religion catholique, apostolique et romaine, à bien mourir par une vraie et sincère repentance de ses pechez pour appaiser par là l'ire de Dieu et fléchir sa miséricorde, non dans la vue de sauver cette vie de pélerinage, mais uniquement dans le dessein et l'ardent désir de se rendre digne par un effet de la clémence du Seigneur, de jouir de la félicité éternelle, ce qui n'a rien de commun avec la discipline militaire, qui n'a pour objet que la conduite à tenir dans la société civile, sans s'étendre à l'intérieur de l'homme, de sorte qu'il est évident qu'il est question de l'exercice de la Religion et de la pratique de l'Église catholique au fait de l'administration des sacrements, administration qui est toujours nécessaire, et surtout dans le moment que l'homme, passant de ce pèlerinage, va paraître devant le Roi des Rois pour y rendre compte de ses actions. » *Mémoire adressé par le comte de Neny au comte d'Assendelft, au sujet du libre exercice de la discipline militaire des troupes de la République dans la ville de Dendermonde.* (Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 66-68.)

Les Vicaires généraux du diocèse de Namur dénoncent, de leur côté, ce procédé cruel, qui constitue une innovation contraire aux traités et ne peut s'expliquer que par une arrière-pensée de prosélytisme. Ils ajoutent que l'on a même enlevé aux patients la consolation de garder un crucifix jusqu'à leurs derniers moments : c'est une affectation de mépris à l'égard de la religion nationale [1].

Le Conseil de Namur joint ses protestations à celles du clergé. Le 13 avril 1736, il signale au Conseil privé que l'état-major hollandais vient de refuser une fois de plus à un condamné catholique la satisfaction d'être accompagné par son confesseur jusqu'au champ du supplice. On a menacé le prêtre de « l'affronter s'il osoit se montrer » [2]. Aux réclamations du Conseil, le général de Colyear a répondu de la façon la plus cavalière qu'il ne pouvait admettre son ingérence dans « une pure affaire de service ».

1 « Cette défense de laisser accompagner par un prêtre les soldats catholiques condamnés à mort n'est pas un usage constant, mais une nouveauté cruelle. Cette vérité est notoire, et seroit au besoin attestée par un millier de témoins, et il ne paroissoit pas d'ailleurs que les Hollandois pourroient empecher le confesseur de se rendre jusqu'au lieu du supplice, puisque cela n'apporte aucun changement et ne fait le moindre tort à qui que ce soit, ne voiant pas pourquoi les Hollandois veuillent empecher à un criminel qui va mourir cette consolation, tandis qu'ils ont les ministres de la religion protestante qui accompagnent le même patient et sont allentour de lui, ce qu'ils ne devroient même pas faire, s'ils n'etoient peut-être dans le dessein de le pervertir par leurs exhortations et remontrances, mais doivent laisser au prêtre catholique le soin et la direction de ceux qui professent notre religion, se contentant de mener au supplice ceux qui font profession de la religion protestante..... Il est déjà arrivé qu'on a arraché au patient l'image du crucifix qu'il avoit en mains sans luy laisser aucun signe de catholicité qui excite le peuple à prier pour ce pauvre malheureux. Les Hollandois ne peuvent avoir autre raison pour refuser au patient cette consolation, sinon le mépris qu'ils font de notre sainte religion. » Lettre adressée par les Vicaires généraux à la Gouvernante générale le 13 avril 1736. (Ibidem, f[os] 113-122.) — Le 2 septembre précédent, le Procureur général avait signalé un fait analogue : non seulement le prêtre catholique avait été écarté du lieu du supplice, mais on lui avait enlevé son crucifix et son chapelet. (Archives de l'État à Namur. Correspondance du Procureur général.)

2 « Ceux de la garnison hollandoise aiant, le 21 du mois passé, fait exécuter un soldat catholique, n'ont pas seulement empeché que le confesseur de ce malheureux sortiroit de la porte de la ville pour l'accompagner au lieu du supplice et l'assister au dernier moment, mais au contraire on lui a refusé la consolation de lui parler encore un moment avant l'exécution, ainsi qu'il le demandoit instamment, et après que les ministres protestants s'etoient presumés de vouloir exhorter ce pauvre patient, ainsi que du tout appert, tant



En 1738, le Magistrat de la même ville se plaint à son tour et dénonce le système suivi comme une nouveauté intolérable [1]. Le gouvernement revint à la charge et prescrivit à ses délégués près de la conférence d'Anvers de soulever de nouveau la question. Elle donna lieu à un vif débat dont les mémoriaux dressés par les commissaires ont gardé la trace [2].

Aux raisons produites par les plénipotentiaires belges pour faire reconnaître aux condamnés le droit à l'assistance de leurs prêtres, les Hollandais répondaient que ce droit était suffisamment respecté, puisque les ecclésiastiques romains étaient librement admis auprès des malades et des condamnés « pour les consoler et leur administrer les sacremens jusques à peu de tems avant qu'on les mène au supplice » [3].

Et comme leurs contradicteurs insistaient, ils déclarèrent que les États-Généraux, en prescrivant la présence d'un pasteur, faisaient acte de souve-

par la déclaration du dit père confesseur que de l'attestation de plusieurs bourgeois qui etoient presens à cette execution, ce qui fait bien voir le mepris qu'ils font toujours de notre religion et les infractions qu'ils continuent de commettre aux susditz traitez et conventions, et combien il importe d'y apporter un remède convenable, puisque, dans un cas pareil à celui-ci, il seroit très à craindre qu'un criminel ne se pervertiroit quelquefois dans ces derniers moments par les persuasions desdits ministres, ou se desespereroit par le refus qu'on lui feroit de parler encore une fois à son confesseur et d'en recevoir encore l'absolution de quelque faute qu'il auroit pu avoir oublié. » Dépêche adressée au Conseil privé par le Conseil provincial de Namur, le 13 avril 1736. (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

[1] « On ne peut qu'avec gémissement et douleur regarder des ministres protestans conduire au suplice des soldats catholiques dans une ville ou la religion catholique, apostolique et romaine doit être la seule dominante..... Les Èchevins sont memoratifs d'avoir vu, lorsque les troupes de Leurs Hautes Puissances ont été de garnison en cette ville come troupes auxiliaires, du tems de Charles second, de glorieuse memoire, que les pretres de la religion catholique, apostolique et romaine ont toujours conduit et exorté a mourir au lieu du suplice les soldats catholiques, apostoliques et romains, condamnés à mort et qui étoient dans les troupes..... De plus, dans les villes hollandoises, les Etats generaux ne souffriroient certainement point que nos religieux les y conduisent, ainsi et de même il ne nous paroit pas que des ministres protestans dussent le faire dans nos propres villes catholiques, ou les Etats generaux n'ont ni propriété ni souveraineté. » Dépêche adressée par le Magistrat de Namur à la Gouvernante générale des Pays-Bas, le 12 mai 1738. (Ibidem.)

[2] Voir le *Mémoire* de Keerle. Pièces justificatives, I, et les *Bijlagen tot de missieve aen den Heer Griffier Fagel, van den 8 december 1738*. (Ibidem, nº II.)

[3] Ibidem.



raineté, et affirmaient ainsi la primauté de la religion d'État partout où flottait le drapeau de la République. Il n'était pas sérieux d'attribuer l'usage attaqué à de secrètes intentions de propagande [1], les aumôniers se bornant à exhorter les malheureux à une mort « chrétienne ». La présence d'un ministre catholique pourrait causer des désordres; le gouvernement autrichien et l'évêque de Tournai [2] lui-même s'en sont bien rendu compte, lorsqu'en 1720 le Magistrat de cette ville a voulu faire modifier cet « usage constant et basé sur la raison » [3].

On comprend que les députés belges ne s'inclinèrent pas devant cette argumentation bizarre. Ils maintinrent qu'il était « scandaleux » de faire accompagner au supplice un catholique orthodoxe par un pasteur hérétique; il suffisait, pour démontrer le caractère odieux de la mesure, de remarquer combien l'âme du condamné devait être troublée par cette diversité et peut-être par la contradiction dans les secours spirituels. Et puisqu'on avait parlé de religion d'État, oubliait-on que, dans nos provinces, le culte catholique était non seulement celui de l'immense majorité de la population, mais qu'il pouvait seul être pratiqué sur le territoire belge par les regnicoles? Sans doute, une exception avait été faite par le traité de la Barrière en faveur des troupes hollandaises; mais la loi ne tolérait leur culte qu'à l'intérieur des temples militaires, et la constitution du pays, comme le traité lui-même, se trouvait violée, lorsqu'un prédicant, revêtu des insignes de ses fonctions, circulait dans les rues et affirmait ainsi publiquement sa foi. Le gouvernement aurait le droit incontestable de s'opposer à ce qu'un condamné protestant fût assisté sur la voie publique par un ministre de son culte; à plus forte raison devait-il protester contre les errements introduits en dépit de toute justice.

1 « Cela ne se fait nullement pour le faire changer de religion, puisqu'alors il n'y a le tems ni l'occasion. » (Ibidem.)

2 « Le Magistrat de Tournai, d'ailleurs pas des plus faciles, a bien tâché de procurer du changement dans cette affaire, dont Monsieur l'Évêque ne voulut pas seulement se mêler, mais aux représentations de Leurs Hautes Puissances faites au gouvernement des Pays-Bas autrichiens dans l'année 1720, que de faire accompagner les criminels par un prêtre catholique romain à la place de l'exécution pourroit causer des désordres, cette affaire a resté là. » (Ibidem.)

3 Ibidem.



Le débat fut clos par le refus des députés hollandais de discuter plus longuement : « Cette affaire, disaient-ils, selon nos sentiments, ne devroit point occuper ces conférences » [1].

Les choses en restèrent là, et, plusieurs années après, le Résident Kinschot écrit au greffier des États-Généraux que cette assistance des aumôniers protestants à l'heure suprême des condamnés catholiques est demeurée une grosse difficulté, « eene groote swarigheit » [2].

La question religieuse sous toutes ses formes amène des conflits; ceux-ci se bornent parfois à des vexations, mais souvent ils revêtent un caractère d'extrême gravité.

Un des plus bruyants et des plus longs résulta de l'intervention des États-Généraux dans l'administration du Chapitre de Tournai. Il est antérieur au traité de la Barrière, mais il se prolongea durant plusieurs années après l'établissement de la maison d'Autriche dans nos Pays-Bas.

[1] Un moment les plénipotentiaires impériaux purent croire qu'ils obtiendraient sur ce point une légère concession. Rendant compte au Souverain des conférences qui se poursuivent avec les délégués de la République, ils écrivent, le 22 juillet 1740 : « Nous n'avons pu par aucune raison les porter à consentir que les catholiques romains condamnez à mort, étant menés au supplice, auroient du être accompagnés d'un prêtre de leur religion ou de leur confesseur, et quoique nous soutinmes qu'il n'y avoit rien de plus scandaleux que de voir un malheureux criminel destitué au dernier moment de sa vie de tout secours spirituel, que même cela etoit directement contraire à l'article 9 du traité de Barrière, par lequel il etoit enjoint severement d'empecher toute occasion de scandale, cependant ils nous ont repondu que cela ne se pouvoit pas accorder, sans donner en même tems occasion de scandale à leurs propres troupes, qui les conduisoient et assistoient au supplice, ledit article defendant *de part et d'autre* de donner occasion à un tel scandale..... Enfin, après plusieurs raisons alléguées de part et d'autre, tout ce que nous avons pu obtenir, et non pas sans beaucoup de peine, consiste en ce qu'*ils se sont relâchés de ce dernier point, et ont declaré qu'ils ne seroient accompagnés ni d'un prêtre catholique romain, non plus que d'un ministre protestant.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, portefeuille 426, $\frac{\overset{\text{O}}{\text{ad H}}}{\text{i}}$: ad nm 54.) — Le témoignage de Kinschot prouve que même cette concession ne fut pas maintenue.

[2] Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Verbaal Kinschot,* I, 17 juillet 1741. — Nous avons trouvé une plainte du Magistrat de Namur sur le même objet datée du 26 janvier 1762. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 509.)



En 1710, tandis que la ville de Tournai était administrée par l'autorité hollandaise, l'évêque du diocèse, de Beauvau, demanda un congé de six mois aux fins de se rendre à Paris pour solliciter son transfert sur un autre siège. Comme il ne revint pas à l'expiration du délai prescrit, les États-Généraux, faisant acte de souveraineté, déclarèrent le siège vacant et prétendirent conférer les bénéfices en vertu du droit de régale [1].

Cette prétention, manifestée par un gouvernement hérétique, devait blesser profondément le clergé tournaisien. Son mécontentement fut plus vif encore lorsque les États appelèrent au poste de doyen du Chapitre l'ancien secrétaire du grand Arnauld, Ernest Ruth d'Ans [2], célèbre par ses démêlés avec le gouvernement du marquis de Bedmar, et notoirement connu comme janséniste [3].

1 Sur la portée du droit de régale, Voir DE WYNANTS, *Mémoires contenant des notions générales de tout ce qui concerne le gouvernement des Pays-Bas* (manuscrit de la bibliothèque de l'Université de Liége), chapitre XI, § 4. — Le Chapitre fit observer que le siège ne pouvait être déclaré vacant par absence, « à moins qu'on n'ait préalablement fait toutes les monitions prescrites par le droit canon et notamment le Concile de Trente ». Il ajoutait que l'archevêque de Cologne et le cardinal de Retz, exilés de leurs diocèses, avaient gouverné par des délégués sans aucun empêchement de la part de la France ou de l'Empire. (HOVERLANT, LXXXIV, 111.)

2 Hoverlant, LXXXIV, 107, l'appelle : « un sieur Ernest, fourbe, hypocrite, cupide et orgueilleux ». — L'histoire très détaillée de ce conflit se trouve dans le manuscrit CLXXVI de la Bibliothèque de la ville de Tournai : *Réflexions historiques et dogmatiques sur les persécutions exercées contre le Chapitre de Tournai sous la domination des États-Généraux des Provinces-Unies durant les années 1710-1711-1712 et suivantes au sujet de la mise en possession des canonicats de cette église.*

3 Ernest Ruth d'Ans, né à Verviers le 23 février 1653, étudia la philosophie et la théologie à l'Université de Louvain et se rendit ensuite à Rome, puis à Paris, où il se lia d'une amitié étroite avec le fameux docteur janséniste Arnauld d'Andilly, et il alla demeurer à Port-Royal jusqu'à la dispersion des solitaires en 1679. Il servit ensuite de secrétaire au grand Arnauld pendant le temps de sa résidence à Bruxelles et parvint à acquérir une influence considérable sur l'Électeur de Bavière, gouverneur général des Pays-Bas. Ce prince l'employa pour travailler à l'élection de son frère Joseph-Clément, Électeur de Cologne et candidat au trône de Liége en 1694. Après la réussite de cette campagne et à l'occasion de son mariage avec la princesse de Pologne, il le récompensa en le nommant chapelain de l'Électrice et chanoine de Sainte-Gudule. Ces faveurs suscitèrent l'envie contre Ruth d'Ans. Accusé par l'archevêque de Malines, Humbert de Precipiano, de professer des doctrines hérétiques, il se rendit à Rome et parvint à se justifier auprès d'Innocent IV; le Pape lui conféra même la dignité de protonotaire apostolique. Cependant, le nouveau prélat restait sous le coup d'un ordre de bannissement que Charles II avait porté contre lui;



Le Chapitre porta contre le nouveau doyen une accusation formelle d'hérésie, et, se basant sur les canons des conciles, refusa de le recevoir, le déclara inhabile à occuper un bénéfice ecclésiastique, annula d'avance toutes les nominations qu'il pourrait faire, et menaça d'excommunication tous ceux qui accepteraient de l'intrus une fonction quelconque. En même temps, il invoquait auprès des États-Généraux la capitulation de 1709, qui maintenait les droits de la religion catholique.

Le prince Eugène appuya cette réclamation, et le Pape déclara par un bref[1] que les chanoines ne pouvaient « en conscience admettre dans leur corps un chef émané de la main d'une puissance séculière ».

Ces interventions demeurèrent sans succès. Les gouvernants de La Haye firent savoir qui si le nouveau dignitaire n'était pas installé dans le délai de quinze jours, les revenus de la mense subiraient une retenue de mille florins par mois. On essaya alors d'écarter le doyen en lui enjoignant de souscrire le formulaire d'Alexandre VII contre le jansénisme, mais quand on sut qu'il était disposé à subir cette exigence, on n'insista plus[2].

cet ordre fut révoqué sur les instances de l'Électeur de Bavière. Mais, le 16 janvier 1704, le marquis de Bedmar, agissant au nom de Philippe V, enjoignit à Ruth d'Ans de sortir des Pays-Bas dans les huit jours. Les États de Brabant protestèrent, invoquant en faveur de Ruth d'Ans, comme en faveur de Guillaume Vandenesse, curé de la paroisse de Sainte-Catherine, à Bruxelles, victime d'une mesure semblable, les droits et privilèges du pays. Mais ce fut en vain. Quelques années après se place l'incident de Tournai, dont nous parlons plus haut. Ruth vécut encore de longues années dans la retraite, refusa d'accepter la bulle *Unigenitus*, et s'attira par là le refus des derniers sacrements et de la sépulture ecclésiastique. Il fut enterré clandestinement on ne sait où. Voir Du Pac de Bellegarde, *Mémoires historiques sur l'affaire de la bulle* Unigenitus *dans les Pays-Bas autrichiens*. Bruxelles, 1755, 3 vol. in-12 (t. II); Sainte-Beuve, Port-Royal (t. V); *Biographie nationale* publiée par l'Académie royale de Belgique (art. de H. Helbig); Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle* (100-107); Vos, *Les dignités et les fonctions de l'ancien Chapitre de Notre-Dame de Tournai* (t. I, 179-203). Tournai, 1898; 2 vol.

[1] Ce bref fut argué de faux par certains chanoines. Voir Lamberty, *Mémoires*, VI, 583-584.

[2] « C'étoit dans l'aparence que ce Doien là ne le feroit pas. L'on se fondoit sur la supposition qu'il avoit lui-même proposé aux Etats de faire abolir ce formulaire là dans les Païs bas espagnols. Comme l'on sçut qu'il le souscriroit, les regimbans rejettèrent l'expédient. » (Ibidem.) — Le chapitre n'était d'ailleurs pas d'accord sur la conduite à tenir.



En même temps, l'abbé Lenglet publiait contre Ruth d'Ans des pamphlets virulents [1]. Ils valurent à leur auteur d'abord la prison, puis l'exil [2]. Les amendes furent perçues sur l'ordre des États-Généraux pendant de longues années [3]; plusieurs chanoines durent garder les arrêts [4]. Le pape Clément XI ayant adressé divers brefs [5] aux Vicaires généraux afin d'encourager le Chapitre dans sa résistance, et rappelant l'excommunication lancée par Alexandre IV contre ceux qui obtiennent des bénéfices par la protection des hérétiques, un de ces vicaires communiqua la correspondance pontificale à ses confrères; il fut banni [6]. Le 16 octobre 1711, les États mirent sous séquestre les revenus de la mense capitulaire, et assignèrent à Ruth d'Ans une pension annuelle de 3,500 florins [7].

Après la conclusion du traité d'Utrecht, les chanoines espéraient voir la fin de leurs maux. Leur espoir fut déçu : non seulement les Hollandais maintinrent leurs prétentions en ce qui concernait le doyen, mais ils refusèrent de reconnaître le nouvel évêque [8], à moins qu'il ne prît l'engagement

[1] *Mémoires sur la collation des canonicats de l'église cathédrale de Tournai.*

[2] *Ibidem.* — Lamberty ajoute gravement : « Communément l'on trouvoit que ce n'étoit pas à un vermisseau à se cabrer contre les Souverains ».

[3] Indépendamment de la pension payée à Ruth d'Ans, les amendes s'élevèrent à 57,500 florins.

[4] Le chanoine Colbert avait été exilé, ses confrères de la Bassarderie, de Saint-Martin, de Carignan et du Puis, jetés en prison. (Archives du Chapitre, citées par Vos, *Les dignitaires et les fonctionnaires de l'ancien Chapitre de Tournai*, I, 179-203.)

[5] Notamment le 11 et le 28 avril.

[6] Nous trouvons ici Poutrain en flagrant délit d'inexactitude. Après avoir mentionné (p. 484) la réclamation des chanoines, il ajoute : « Les États généraux, voïant la fermeté du Chapitre, eurent la modération de ne le pas pousser plus loin ». — On a pu voir ce qu'il en est.

[7] C'est le chiffre indiqué par l'Évêque dans son *Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournay depuis l'an 1706*. On trouve la même somme mentionnée dans le *Registre des Consaux* de 1716, séance du 23 avril, f° 375 : « Ordre de Leurs Hautes Puissances au Magistrat de payer 3,500 florins à Ruth d'Ans, pour une année échue le 31 décembre 1715, et due par le chapitre. » D'autre part, le registre des *Secrete Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 24 janvier 1714, f° 19, porte, sans doute par suite d'une erreur de copiste, 2,500 florins.

[8] Le comte de Loewenstein. Son prédécesseur, de Beauvau, avait été appelé au siège de Toulouse. Loewenstein fut nommé par le Pape seul : l'Empereur n'était pas encore inau-

de laisser Ruth en place, ou de consentir à une transaction pécuniaire [1].

Cependant, le 16 janvier 1719, le gouvernement de Bruxelles, se rendant enfin aux pétitions réitérées des chanoines, décréta que le paiement de cette pension était abusif et devait cesser [2]. Mais il ne persista guère dans ces velléités énergiques, et, de crainte de complications internationales, il conseilla au Chapitre de négocier un arrangement avec l'intéressé. Le fait est relaté aux actes capitulaires [3] du 12 février 1719. C'est seulement en 1726 que l'on parvint à faire prononcer la déchéance de l'intrus.

Les exigences des États-Généraux ne se bornèrent pas là. Ils émirent la prétention de placer sur le siège autrefois occupé par Jansénius le docteur

guré, et les Hollandais qui occupaient la ville de Tournai, étant hérétiques, ne pouvaient intervenir. Ils ne firent d'ailleurs entendre aucune réclamation.

1 « Qu'il mettrait en possession du décanat le nommé Ernest Ruth d'Ans, établi par eux en cette qualité là. Du moins lui donneroit-il un acte de refus lorsqu'il se présenteroit. C'étoit à cause d'une certaine bulle de la cour de Rome. Sur quoi le dit Ernest s'adresseroit au juge compétent pour décider sur la validité ou invalidité de cette bulle, et Ernest jouiroit d'une pension sa vie durant. Elle devoit être proportionnée aux revenus du décanat. Il y avoit de plus que si ce doien ne jugeoit pas à propos d'entrer en procès, il jouiroit toujours pendant sa vie de la pension. » (Lamberty, *Mémoires*, VIII, 179-181.)

2 Voir *Mémoire sur le progrès de l'hérésie dans le diocèse de Tournay depuis l'an 1706.* — Voir aussi sur les intrigues de Ruth d'Ans auprès de la Faculté de droit de Louvain, et sur l'intervention du célèbre Van Espen, les *Réflexions historiques et dogmatiques.* (Manuscrit de Tournai, CLXXVI, 83-122.)

3 Sur cette affaire, il y a beaucoup de documents inédits dans les lettres de Van den Bergh et du duc d'Arenberg conservées aux archives du Royaume à La Haye. (*Brussel. Correspondentie van den Bergh*, 1707-1710.) — Voir aussi *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal,* 1714 : séances du 11 janvier, f° 36; du 24 janvier, f° 94; du 30 mars, f° 346; du 4 juillet, f° 718; du 10 octobre, f°s 1027-1028; du 13 décembre, f° 1238; du 21 décembre, f° 1263. — 1715 : séance du 7 janvier, f° 19; du 8 janvier, f° 25; du 1er mars, f° 82; du 16 mai, f° 481; du 20 juin, f° 597. — Le comte de Loewenstein, prince de Stavelot et évêque de Tournai, demande, le 3 janvier 1716, aux États-Généraux de consentir tout au moins à une réduction de la pension annuelle de Ruth d'Ans. (Ibidem.) — Le 13 du même mois, Ruth d'Ans envoie aux États-Généraux un long mémoire pour démontrer que la situation financière du Chapitre n'est pas aussi mauvaise que les intéressés le prétendent. — Le 26 avril 1716, le Chapitre adresse une supplique aux Etats-Généraux afin d'obtenir mainlevée du séquestre mis sur ses propriétés à la réquisition de Ruth d'Ans. Il fait valoir qu'on lui a imposé une pension de mille ducatons sans l'entendre en ses moyens de défense. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, 1716. *Gewone brieven.*)



Cuuper, qui passait pour un adepte de ses doctrines [1]. La tentative ne réussit pas, mais elle avait suffi pour faire naître dans le clergé yprois de légitimes inquiétudes qui ne se dissipèrent point facilement.

Il y avait là des causes sérieuses d'agitation. D'autres, plus graves, se firent jour plus d'une fois, et eurent un long et profond retentissement. Le 14 mai 1741, un soldat luthérien du régiment de Villate, au service des États-Généraux, en garnison à Tournai, se rendit à l'église des Capucins, y communia, puis cracha l'hostie dans la cour « au grand scandale de tous ceux qui étoient présents, et de toute la ville, lorsque le bruit s'y fut répandu d'un crime si énorme » [2].

Le luthérien fut arrêté sur-le-champ par deux soldats catholiques, témoins de son sacrilège, et enfermé dans une cellule du couvent. Le gouverneur hollandais, avisé de l'arrestation, consentit d'abord à laisser les choses en l'état jusqu'à ce que la Gouvernante générale eût fait connaître ses intentions. Mais au bout de quelques heures, il modifia son attitude, et réclama le soldat afin de le livrer au tribunal militaire.

En agissant ainsi, il cédait, semble-t-il, — c'est l'archiduchesse Marie-Élisabeth qui le dit [3], — à l'influence de certains officiers, qui lui avaient fait craindre un rappel à l'ordre de la part des États-Généraux.

[1] « Les Etats avoient une pareille veue touchant leur nomination à l'évêché d'Ipres. Celle-ci etoit en faveur d'un nommé Cuuper. L'on s'attendoit cependant bien qu'il n'auroit pas été admis, ni approuvé de la cour de Rome, à cause de quelque hétérodoxie de sentiments. Toujours vouloit-on qu'il jouît pendant sa vie des revenus de cette prélature pour contenter son avidité ecclésiastique. Cependant le Chapitre d'Ipres écrivit une lettre aux États généraux. Elle portoit qu'il ne feroit aucune difficulté de reconnoître Cuuper pour évêque, dès que celui-ci auroit reçu l'approbation de la cour de Rome. Les États repondirent au Chapitre qu'ils n'avoient aucune correspondance avec cette cour là. Ils ajoutèrent que c'était au Chapitre à lui en transmettre la notice. » (Lamberty, *Mémoires*, VIII, 180-181.) — La correspondance de Van den Bergh contient aussi beaucoup de pièces relatives à cette affaire. — Voir aussi *Réflexions historiques et dogmatiques*. (Tournai, manuscrit CLXXVI, 199-208.)

[2] Dénonciation de la Gouvernante générale, datée du 26 mai 1741, et adressée aux États-Généraux des Provinces-Unies. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, *Verbaal Kinschot*, I, 1741.)

[3] Dans une dépêche datée du 6 juin.



Quoi qu'il en soit, il signifia au gardien des Capucins que le détenu devait lui être remis; si l'on ne déférait pas sur-le-champ à sa réquisition, il aurait recours à la force.

Le Magistrat de la ville intervint et demanda que tout au moins on attendît la réponse de l'Archiduchesse, puisqu'on lui avait envoyé un exprès pour demander ses instructions [1]. Ce délai ne préjugeait en rien le fond de l'affaire, et présentait même l'avantage de permettre au commandant d'en référer à La Haye.

Ces observations ayant été mal reçues, le Magistrat protesta de ses intentions pacifiques, et promit que le coupable serait remis au détachement envoyé pour le prendre, mais il déclina toute responsabilité pour le cas où l'émotion populaire se traduirait par des violences [2].

Ces violences que l'on craignait ne se produisirent pas, et une forte escorte militaire transféra le coupable dans un cachot de la garnison.

Les protestations du gouvernement ne se firent pas attendre.

Marie-Élisabeth témoigna au ministre de la République « le chagrin et la surprise » que lui causait la violation du traité de la Barrière [3], et soutint que l'affaire était de la compétence du juge communal [4]. Elle offrit aux États-Généraux de choisir une des trois solutions suivantes : ou bien le soldat serait livré au Magistrat de la ville, ou bien il serait traduit devant les juges militaires, mais pour être condamné conformément aux lois des Pays-Bas autrichiens, ou bien enfin on aurait « chassé du service le scélérat en question, afin qu'il puisse être saisi au corps à la diligence des officiers du Magistrat de Tournai ».

[1] « Il y avait de l'incongruité, dans l'état d'agitation où se trouvait la ville, de ne pas attendre la résolution de Son Altesse Sérénissime. » (Réclamation du Magistrat de Tournai. Ibidem.)

[2] « S'il s'ensuivoit quelque désordre de la part de la populace, nous ne voulons pas non plus en être responsables, n'étant pas les maitres de l'en empecher. » (Ibidem.)

[3] Dans son article 9.

[4] « Il est hors de doute que ces sortes de sacrilèges étoient de la connoissance et de la décision des juges ordinaires des lieux où on les perpétroit, sans distinguer si le criminel etoit de condition paganique ou militaire, ainsi qu'il se pratique en France et en d'autres pays catholiques. »



Les États-Généraux délibérèrent sur la dépêche de la Gouvernante le 30 mai 1741, et répondirent que les lois de la République interdisaient de distraire un soldat de la juridiction militaire, quel que fût le crime dont il était accusé [1]. L'article 9 du traité de la Barrière n'avait d'ailleurs aucun rapport avec cette affaire [2], et, enfin, on ne croyait pas convenable de chercher à influencer en aucune manière la décision des juges [3].

Cet échange de correspondances fut suivi de négociations verbales dont nous trouvons la trace dans les papiers diplomatiques de Kinschot.

Le comte de Harrach [4] déclara au diplomate hollandais que si le sacrilège n'était pas châtié avec la dernière rigueur, des troubles graves pourraient être la conséquence de cette impunité. D'autre part, le gouvernement était

[1] « Leurs Hautes Puissances ont trouvé que les loix militaires ne souffrent pas qu'un soldat de leurs troupes soit remis à d'autre tribunal pour y être jugé, de quel crime que ce puisse être, qu'à celui de sa garnison, et d'y être prononcé sa sentence selon l'exigence des cas. Articles 25 et 32 du règlement du 30 janvier 1716. » (Dépêche adressée le 10 juin 1741 par le Résident Kinschot à la Gouvernante générale. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, *Verbaal Kinschot*, I, 1741.)

[2] « Quant au 9e article du traité de Barrière qu'on allègue pour prouver que le procès judiciaire dudit soldat en question appartiendroit ou competeroit au Magistrat ou au juge bourgeois de ladite ville, l'on y trouvera qu'il ne prouve rien moins que ce que l'on voudroit prouver, mais bien le contraire, puisque, quand il y a été convenu par le dit article 9e que tous les officiers politiques, ecclésiastiques, militaires et tous autres s'abstiendront dans toutes les occasions de donner aucun scandale, il n'y est pas statué que ceux qui s'en rendroient coupables, tant militaires que bourgeois, seroient jugez par le juge bourgeois ou Magistrat, ce dont on auroit dû convenir, et insérer dans le dit article pour le faire servir à la dite intention, mais au contraire qu'il y est dit bien expressément que *de part et d'autre*, c'est-à-dire : il sera ordonné tant de la part de Leurs Hautes Puissances que de Sa Majesté à leurs sujets respectifs de ne commettre aucun scandale, ainsi observant exactement la teneur et substance dudit article, il s'en suit nécessairement que tous les sujets militaires de part et d'autre qui contreviennent à cet ordre et commettent quelque scandale, seront jugez par leur juge compétent. » (Ibidem.)

[3] « On ne peut prescrire à un juge, qui doit juger une cause ou crime commis, des règles sur lesquelles il doive porter son jugement, mais on doit laisser au juge la liberté de former son jugement sur elles, et selon le dictamen de sa conscience, à laquelle Leurs Hautes Puissances croient qu'on ne pourroit porter aucune atteinte. » (Ibidem.)

[4] L'archiduchesse Marie-Élisabeth mourut le 26 août 1741. Elle fut remplacée par Frédéric, comte de Harrach et de Rorrhau, conseiller d'État, Grand-Maître et Grand-Maréchal de la Cour, Gouverneur et Capitaine général *ad interim* (1741-1743).



décidé à interdire l'accès des églises catholiques à tous les soldats néerlandais, sans distinction de culte [1].

Peu de temps après, le Résident recevait un nouveau mémoire de la chancellerie belge On avait espéré, y était-il écrit, que les États-Généraux n'hésiteraient pas à désavouer leur officier et à abandonner le coupable à la vindicte des lois : « Auroit-on tardé une heure à livrer un soldat coupable de lèse-majesté? Et l'on s'y refuse, quand il s'agit d'un crime bien plus grave, d'un crime de lèse-majesté de première classe! [2] »

La conduite du commandant militaire a été souverainement incorrecte : il a manqué à son serment, car il a réclamé le prisonnier sur un ton comminatoire, et déclaré qu'au besoin il violerait l'immunité du couvent des Capucins. Un « sanglant massacre » n'a été évité pour le moment — car le malheur est peut-être simplement ajourné [3] — que grâce à la modération du Magistrat. Or, le commandant hollandais n'ignore pas la portée du privi-

[1] « En gedeclareert dat in gevalle niet swaer genoeg gestraft wierd, men in het vervolg by dit Gouvernement wel sorge soude draegen dat sodanige onordentelykheden geweert wierden, met te beletten dat geen soldaten van de troupes van den staat, het sy van de Roomsche of andere Religien in deese landens acces in de kerken souden hebben. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Verbaal Kinschot*, I, 1741.)

[2] « Leurs Hautes Puissances n'ignorent pas que la Religion est la baze de tous les gouvernemens qui se conduisent par la droite raison, et qu'ainsi on ne peut porter atteinte à ce fondement sans exposer un gouvernement à sa ruine totale, la Religion étant chez tous les peuples de l'Univers tout ce qui leur est de plus cher et de plus sacré. Elles ignorent encore moins que les sacriléges sont ceux de tous les crimes qu'il importe le plus aux princes de punir exemplairement tant à cause du droit acquis qu'ont les peuples à la vindicte publique, qu'à cause de la réparation, qui, en pareils cas, est directement due au Roy des Roys desquels les princes tiennent leur pouvoir sur la terre, qui, en fait des forfaits aussi énormes leur est plustôt confié pour les faire punir selon la rigueur des loix, qu'il n'est abandonné à leur simple et libre arbitre. » (Ibidem.)

[3] « Tout le monde sait jusqu'à quelle outrance les peuples sont accoutumez à pousser un zèle de religion souvent mal entendu; à plus forte raison doit-on le craindre dans le cas d'un peuple justement irrité et offensé dans tout ce qu'il y a de plus saint et plus sacré. » (Ibidem.) — Le ministre hollandais ne dissimule pas à son gouvernement les craintes qu'il éprouve; il écrit dans sa dépêche du 29 juin 1741 : « Het is te vreesen, in gevalle geen digne straffe der selven soldaat wort geinfligeert, het selve van groot vervolg sal sijn. » (Ibidem.)

lège de l'asile accordé aux monastères [1]. Il ne doit pas ignorer davantage l'article 3 du traité de la Barrière prescrivant de « régler à l'amiable toute difficulté ou dispute » qui pourrait surgir entre les deux puissances. On lui a fourni ce moyen en le priant d'ajourner sa décision jusqu'à ce que les deux gouvernements eussent pu manifester leur manière de voir. Mais il s'est montré inflexiblement opiniâtre, sans se soucier des conséquences graves que sa conduite brutale pouvait entrainer.

Toute l'affaire fut exposée, le 14 juillet 1741, au Conseil suprême des Pays-Bas, réuni à Presbourg [2].

Le Conseil désapprouva la manière dont l'Archiduchesse avait conduit la négociation et estima que, avant de s'adresser aux États-Généraux, elle aurait dû demander une direction à Vienne. Le point important dans cette affaire n'est pas que le coupable soit traduit devant telle juridiction plutôt que devant telle autre, mais bien qu'il subisse un châtiment proportionné à son crime [3].

D'accord avec son conseil, l'Impératrice envoya au gouvernement hollandais un long mémoire sur ce grave conflit [4].

[1] « Il ne pouvoit pas ignorer que les gouverneurs mêmes qui sont préposés de la part de Sa Majesté à la garde de ses villes et places fortes ne peuvent retirer de ces sortes de lieux d'azyle aucun criminel, fusse même le cas du monde le plus clair, sans qu'au préalable ceux qui sont établis en vertu de leurs offices pour la décision de la question si le cas est qualifié à la jouissance de l'asile ou point, ne l'aient déclaré indigne de l'azyle, de quel chef seul on ne voit pas comment on pourroit avant tout refuser de réintégrer ce malheureux entre les mains de ceux d'où il a été retiré et dans le même lieu où il avait été saisi et arrêté en flagrant delit. » (Ibidem.) — Voir aussi sur cette affaire : *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séances du 30 mai 1741, f° 357; du 30 juin, f° 427; du 8 septembre, f° 585.

[2] Présents : le duc de Silva Tarouca, président, le vicomte de Patin, le baron de Kurz, MM. Desvalls et Pool. — Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. Dépêches d'office. D 7. Litt. I-W, 1740-1741. Portefeuille n° 107.

[3] L'Archiduchesse, peu de semaines avant sa mort, écrivit de Marimont, le 1er août 1741, une longue lettre à l'Impératrice, pour se justifier : si elle avait agi avant d'avoir reçu des instructions de sa souveraine, c'était « en vue d'éviter le scandale affreux que tout le public en auroit conçu, si l'on étoit resté pendant 3 ou 4 semaines dans l'inactivité sur une matière aussi intéressante ». (Ibidem.)

[4] Ibidem. $\frac{D.7}{i}$ ad litt. T.



Après avoir exposé les faits, Marie-Thérèse remarque que la différence de religion ne peut excuser le criminel, ni même constituer en sa faveur une circonstance atténuante, puisque la secte luthérienne, à laquelle il appartient, admet le dogme de la présence réelle [1]. D'ailleurs, n'en fût-il pas ainsi, il a outragé la religion de l'État et mis en danger la paix publique [2].

Sans doute, le gouvernement commettrait un acte immoral s'il cherchait à influencer le juge et à lui dicter un arrêt contraire à sa conscience, mais, une fois la réalité de l'accusation établie, le devoir du Souverain est d'insister pour que l'attentat soit réprimé avec la plus extrême rigueur [3].

Pour Marie-Thérèse, le crime odieux dont le soldat hollandais s'est rendu coupable est infiniment plus grave qu'un attentat contre la personne royale ou la sécurité de l'État : « Ce n'est pas un simple scandal, c'est un boulversement de ce qu'il y a de plus sacré dans la Religion catholique ».

L'Impératrice conclut en adjurant les États de renoncer spontanément à l'exercice de la juridiction militaire. Le salut public exige de leur part cette

1 « Pardessus qu'il est luthérien et que sa religion admet la présence réelle de son Dieu créateur au temps de la communion. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Verbaal Kinschot,* I, 1741.

2 « Il a exposé le peuple entier à se soulever contre les troupes d'une nation amie et voisine, qui loin d'avoir été admise pour détruire la Religion et les lois les plus sacrées, n'y ont été admises que pour les défendre et conserver contre toute insulte et átentat... qu'on considère en même tems que si sans les grands mouvements et les soins que le Magistrat de Tournai s'est donné, il y étoit survenu un tumulte et soulèvement général entre les bourgeois et la garnison d'une ville frontière où il y auroit eu plusieurs de tués de part et d'autre. Ce malheureux n'en eut-il pas été la cause et l'instrument? » (Ibidem.)

3 « Sur tel pied qu'il puisse donner apaisement aux offensés et assurer le repos publicque... si Leurs Hautes Puissances, ou le juge tel qu'il puisse être, n'ont pas les égards qu'ils doivent avoir aux raisons prédéduites, et si la peine à laquelle ce criminel sera condamné ne soit pas telle que les sujets de Sa Majesté, si outrageusement offensés dans leur Religion y puissent trouver leur apaisement, il s'ensuivra d'un côté que les offensés crieront à la vengeance, et qu'il en naîtra une aversion irréconciliable entre le peuple des Pays-Bas en général et les troupes de Leurs Hautes Puissances, ce qui, à la première occasion produira des effets si funestes et si préjudiciables au repos publicque que ni Sa Majesté, non plus que Leurs Hautes Puissances ne pourront y remédier puisqu'ils ne seront jamais capables d'ôter la haine enracinée dans le cœur des uns et des autres. » (Ibidem.)



concession, sans conséquence d'ailleurs pour l'avenir [1]. Elle invoque sans hésiter la raison d'État : « La bonne politique passe au-dessus de la disposition des loix ordinaires, n'envisageant que le salut du peuple et le repos publicque comme la loi suprême ».

Nous devons faire remarquer que cet appel à la raison d'État ne figure pas dans la délibération du Conseil, et qu'il fut ajouté par l'initiative personnelle de la Souveraine.

Cette manière de voir fut vigoureusement combattue par Kinschot et par les États-Généraux. Puis on perd la trace de l'affaire, et les archives sont muettes. S'il faut en croire Poutrain, voici comment elle se termina. Nous avons déjà fait des réserves suffisantes sur le degré de confiance que mérite cet écrivain, aussi ne citons-nous le passage suivant qu'à titre de curiosité : « Le Magistrat ne laissoit pas de solliciter la vengeance du crime que l'Etat major tiroit en longueur, lorsqu'une autre affaire survint qui fit perdre les traces de celle-ci.

» Un soldat calviniste, né sage et pieux, qui avoit résolu de renoncer à la Réforme, s'en étoit ouvert au Directeur des Hybernois [2], qui, le confirmant dans son dessein, s'étoit engagé à lui procurer une retraite dans la maison des Recolets anglois à Douai. Il s'agissoit de déserter et de sortir de la ville; il l'entreprit sous un habit de femme, mais il fut décélé et arrêté; son procès lui fut fait : et comme cet ecclésiastique étoit impliqué avec une femme, qui, à sa persuasion, avoit prêté pieusement des habits au soldat, il y eut des agitations de la part de l'État major, et il informa les États-Généraux, qui trouvèrent bon d'étoufer cette affaire, par le pardon qu'ils donnèrent au soldat de la peine de mort qu'il méritoit selon les loix militaires; mais ils le jugèrent indigne du service; il passa les verges, et fut chassé de la ville. Ce fut une espèce de compensation; on ne parla plus depuis du soldat luthérien, que ses frères laissèrent, selon le bruit commun, périr sous la vermine dans

[1] « Un tel désistement volontaire ne peut ni plus ni moins préjudicier à la juridiction militaire, qu'une personne ecclésiastique criminelle degradée de son caractère sacerdotal et livrée au bras séculier préjudicie à la jurisdiction ecclésiastique. »

[2] Il existait à Tournai un séminaire irlandais, dit collège des Hybernois.

son cachot. Cet exemple fait voir combien il est difficile d'accorder un gouvernement composé de différentes religions[1]. »

Quelques années plus tard, une autre affaire d'ordre religieux surgit dans la même ville.

En 1750, le commandement de la place de Tournai était exercé, pendant l'absence du prince de Hesse-Philipsthal, par le général de Lewe. Celui-ci avait déjà fait preuve d'un caractère ombrageux et témoigné peu d'égards pour les privilèges du pays, notamment en matière d'asile[2].

Le 14 septembre de chaque année, on célébrait la fête de l'exaltation de la sainte Croix, et une nombreuse procession parcourait les rues de la cité tournaisienne.

Depuis les premiers temps de l'occupation étrangère, le Chapitre, la veille de la fête, rappelait au commandant militaire la cérémonie du lendemain, en le priant de donner des ordres pour que le cortège ne fût pas rencontré par la garde montante.

La démarche habituelle fut faite en 1750, comme elle l'avait été les années antérieures; le commandant promit de tenir bonne note de l'avis, et envoya même un officier au doyen de la cathédrale pour se faire donner des renseignements précis sur l'itinéraire adopté. On semblait bien d'accord.

Le clergé et les fidèles furent donc péniblement surpris quand, le lendemain, en arrivant sur la grand'place, ils trouvèrent un fort contingent de soldats en armes, le chapeau sur la tête, et tournant le dos au saint Sacrement; la présence insolite du général, entouré d'officiers, fut considérée comme une offense voulue et préméditée[3].

Le jour même, le Chapitre envoya une plainte en règle au Gouverneur général des Pays-Bas, et celui-ci s'empressa de la transmettre aux États-Généraux des Provinces-Unies.

1 POUTRAIN, *Histoire de la ville et cité de Tournai*, 506.

2 Nous parlerons plus loin d'un esclandre qui se produisit au cours de la même année 1750 au sujet du droit d'asile.

3 « La présence du commandant environné d'un cercle d'officiers, ajouta encore une nouvelle indécence. » (Mémoire de Neny. Voir pièces justificatives, nº III.)



Ainsi qu'en d'autres circonstances, il y eut un échange très abondant d'interminables rapports et d'enquêtes détaillées avec une prolixité désespérante. Les antagonistes manquent généralement de calme et tombent dans les récriminations; ils ne visent qu'à se trouver les uns les autres en défaut.

Lewe s'excusa en disant qu'il s'était produit un simple malentendu : l'officier envoyé la veille au doyen avait rapporté à son chef que la procession passerait sur la grand'place à onze heure et demie, tandis que le doyen déclarait avoir spécifié dix heures et demie. L'officier répéta son affirmation dans l'enquête, sous la foi du serment.

Une vive discussion s'élève à propos de ce témoignage. Les États insinuent que le doyen est un vieillard dont la tête n'est plus très solide, et qu'il a confondu les heures [1]; ils ajoutent qu'il n'y a du reste pas moyen d'élucider ce point [2].

Le Chapitre, piqué au vif, réplique que l'officier est un jeune homme léger qui a sans doute été distrait [3], et il s'inscrit nettement en faux contre les explications du général : celui-ci connaissait l'existence de la fête, car il était déjà en garnison à Tournai avant la guerre de la succession d'Autriche, et il était au courant des traditions locales; il a dit lui-même que « c'était un ancien usage »; il ne l'ignorait donc pas, et son devoir était de prendre les mesures nécessaires pour éviter tout froissement. Ira-t-il jusqu'à émettre contre le clergé catholique « l'injurieux soupçon que celui-ci n'auroit indiqué à l'aide-major une heure pour l'autre que pour mettre M. de Lewe dans le cas de commettre l'indécence dont il s'agit, et qu'un clergé aussi considérable que le Chapitre de Tournay auroit conçu le sacrilége dessein

1 « On pouroit présumer que l'âge avancé et les grandes occupations du doyen ayent pu le faire articuler autrement que n'étoit son intention. »

2 « On pourra juger de l'autre côté (c'est-à-dire à Bruxelles) qu'on doit avoir plus de confiance dans l'affirmation sérieuse du doyen d'un chapitre distingué que dans la déposition d'un jeune officier. Mais, de quelque façon qu'on veuille donner dans cette espèce de conjecture, il n'en résultera jamais aucune évidence. »

3 « On doit la préférence incontestablement au rapport du doyen de la cathédrale, surtout dans un fait de cette nature qu'il a vu pratiquer depuis cinquante ans qu'il est chanoine, vis-à-vis celui d'un jeune homme de vingt ans, sujet par son âge à des distractions et à la légèreté. »



d'exposer à une irrévérence publique tout ce que nous avons de plus sacré dans notre Religion, pour satisfaire ses passions personnelles? »

Les États, il faut le dire, protestent contre cette pensée : ils n'ont jamais suspecté les intentions du prélat, mais ils réclament aussi pour leur agent le bénéfice de la sincérité [1]. Le Chapitre, de son côté, ne démord pas de ses accusations : Lewe a beau arguer de sa bonne foi, toutes ses explications sont ou « frivoles » ou « condamnables » [2].

Il n'est pas plus heureux en faisant valoir pour sa défense les ordres qu'il a donnés lorsqu'il a vu arriver la procession attendue seulement une heure plus tard : de suite il a fait retirer la troupe, sans battre la caisse, de manière à laisser au cortège religieux « plus de huit fois le terrain dont il avoit besoin pour passer commodément ». Tout s'est fait avec ordre, en silence, les officiers et soldats qui n'étaient pas sous les armes se tenaient la tête découverte, le comte de Saint-Genois, grand-bailli de la ville, l'a constaté. Lewe proteste que jamais il n'a pu lui entrer dans l'esprit d'offenser en rien la religion catholique.

Les chanoines répondent que « cette protestation est justement suspecte au Chapitre [3], qui, dans les occasions principales où il s'est agi de donner

1 « Leurs Hautes Puissances veulent bien croire que le Doien n'a pas eu l'intention préméditée d'indiquer une heure qui pût donner occasion à de la confusion. Elles se flattent que Son Altesse Royale voudra bien croire pareillement que ledit Sous-Major n'a pas indiqué dans son rapport une autre heure que celle qu'il a cru entendre du Doien. »

2 Le général Lewe avait fait remarquer qu'avant la guerre il commandait non la place, mais la citadelle, que les ordres concernant la ville n'étaient pas alors de son département, et qu'il ignorait les heures des processions. Dans le cas présent, il s'était borné à maintenir les ordres donnés les années précédentes, et n'avait nullement modifié l'heure de la parade. Le Chapitre répondit : « rien n'est plus frivole qu'une pareille excuse... l'ignorance qu'il affecte pour s'excuser, vraie ou prétextée, seroit toujours condamnable chez un officier chargé du commandement, et qui doit en connaître toutes les parties et tous les objets. »

3 « Les faits que celui-ci avoit avancés pour sa justification étoient non seulement hazardés et contradictoires, mais même en quelques endroits il se condamnoit lui-même; car, outre ce qui a déjà été relevé à ce sujet, il est certain que quand même il auroit pu ignorer l'usage constant allégué par le Chapitre, il lui étoit fort aisé de s'en informer, s'il lui restoit quelque doute là dessus, ce qui cependant paraîtroit extraordinaire après la réponse qu'il avoit donné *que c'étoit un ancien usage*, réponse que l'on ne peut regarder que comme contradictoire à l'ignorance qu'il affecta sur ce qui s'étoit pratiqué constamment à cet égard à Tournay. »



des marques de ces pretendus égards, a eu le désagrément de voir le général Lewe agir directement au contraire d'un si bel exposé »[1].

Le prince Charles de Lorraine montra une fois de plus l'esprit conciliant dont il était animé, et, tout en réclamant une réparation, il insista surtout pour que l'on s'entendit en vue d'éviter le retour de pareils conflits.

Mais il semble que les États aient été de moins bonne composition. Ils s'attachèrent à couvrir le général[2] et à le justifier à tout prix. Non seulement ils acceptèrent ses explications, ce qui était admissible, puisqu'il excipait de sa bonne foi et concluait à un simple malentendu, mais ils accusèrent le Chapitre d'avoir manqué d'égards au commandant en lui envoyant un ecclésiastique subalterne, tandis qu'il eût été convenable de déléguer une députation d'au moins deux chanoines, « ainsi qu'il est en usage à Namur, et ainsi qu'on l'a pratiqué à Tournai même du tems de la domination françoise, à l'égard du commandant françois ». Le reproche semble puéril, et le Chapitre s'empressa de le relever avec une âpreté qui exaspéra son contradicteur[3].

Les États refusèrent d'imposer à leur agent la moindre démarche susceptible d'être interprétée comme une amende honorable, et ils prétendirent que tout désordre serait évité à l'avenir, si le Chapitre députait auprès du commandant, avant chaque procession, deux de ses membres porteurs « d'un mémoire par écrit sur le pied que cela se pratiquoit à Namur ».

Les chanoines nient que l'usage soit tel à Namur; ils s'en sont assurés par « des informations autentiques »; Lewe a, une fois de plus, usé d'argu-

1 Allusion à l'enlèvement d'un déserteur réfugié dans la cathédrale. Nous parlerons plus loin de cette retentissante affaire.

2 « Leurs Hautes Puissances sont d'avis que dans le trouble survenu inopinément, le Lt Général de Lewe s'est tiré d'affaire d'une façon à lui acquérir plutôt des éloges que du blâme. Du moins Leurs Hautes Puissances jugent qu'on ne sauroit en demander davantage à un commandant et à des troupes d'une puissance protestante. » (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Bruxelles du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752*, fos 241-250.) — Voir aussi : Ibidem. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séances du 22 septembre 1750, fos 636-637; du 30 octobre 1750, fo 730.

3 Le 15 octobre 1750, le général de Lewe écrit à van Haren : « Je vous dénonce l'indigne conduite de ceux qui me chiquanent..... ils sont comme des enrajés contre moi. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1751.)



ments de fantaisie, tout comme lorsqu'il rappelle une coutume prétendûment observée pendant l'occupation française [1].

Mais en supposant même que l'affirmation du Hollandais soit fondée, cela n'a aucun rapport avec l'incident de Tournai [2]. Une fois de plus se manifeste la tendance des officiers de la République à s'arroger une autorité inconciliable avec les droits de la Souveraine, en dépit de l'alliance politique conclue entre les deux pays. Si l'on n'y prend garde, le découragement et la désaffection « grandiront jusqu'au péril ».

Les esprits étaient donc très agités, et le comte de Neny nous apprend [3] que l'autorité supérieure crut de sa dignité de rompre les négociations [4]. Ceci est une erreur assez inexplicable de la part d'un haut fonctionnaire généralement bien informé. La vérité, nous allons en fournir la preuve, est que si les pourparlers n'aboutirent pas promptement, la question ne fut cependant pas perdue de vue.

Le Gouverneur général ne renonça nullement à rétablir la paix entre les pouvoirs. Il adressa, en 1754, à l'Évêque d'Ypres et au Magistrat de cette ville, une demande de renseignements sur la manière dont ils procédaient pour éviter aux processions la rencontre des troupes hollandaises.

1 Il existe au dossier une déclaration du « Chapelain des hautes formes de l'église cathédrale de Tournay », Charlier, portant que lui seul s'est rendu, au nom du Chapitre, la veille de la procession, chez le marquis de Brézé, lieutenant du Roi de France. Les années suivantes, il a été chargé, dit-il, d'une mission analogue auprès du prince de Hesse-Hombourg, du baron de Dort, de M. de Bracquel et du prince de Hesse-Philipsthal.

2 Le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne fit porter son enquête même sur ce point de détail, et il en résuma les résultats comme suit : « A Namur, on fait quatre processions générales par an. La veille de la première, qui se fait le jour de l'invention de la Sainte-Croix, le chantre de la cathédrale, qui en est chanoine, se rend avec le maître de cérémonie, qui est simple bénéficier, chez le Gouverneur, pour l'informer de la marche de la procession, afin qu'il veuille bien empêcher et prévenir par ses dispositions qu'elle ne soit point troublée par les troupes de la garnison. Pour les trois autres processions, c'est le bénéficier seul qui en avertit le Gouverneur. » (Consulte du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, datée du 5 février 1751.)

3 Dans le *Mémoire* que nous publions aux pièces justificatives, n° III.

4 « La continuation et le redoublement des attentats et violences des commandants et officiers de la République sont allés au point du depuis que le Gouvernement général des Pays-Bas crut ne pouvoir plus faire avec décence aucune proposition sur la matière. » (Ibidem.)



Cette correspondance est intéressante parce qu'elle nous montre qu'à Ypres la question soulevée avait été résolue d'une manière satisfaisante pour la dignité de tous [1], et nous voyons même l'Évêque rendre hommage à l'attitude correcte du commandant hollandais [2].

La conclusion retenue par le prince Charles de Lorraine de cette enquête officieuse, fut que ce qui était possible à Ypres devait pouvoir se réaliser dans les autres garnisons, et il chargea le secrétaire d'État et de guerre d'écrire dans ce sens à l'Évêque de Tournai [3].

L'Évêque se montra plein de déférence pour les désirs du prince; le Chapitre, à son tour, voulut faire preuve de dispositions pacifiques, et, sans récriminer au sujet du passé, proposa que la parade militaire se fît à une heure où nulle rencontre n'était à craindre [4].

[1] Le premier échevin De Gheus répondit, le 24 février 1754, que, la veille de chaque procession, on avertissait le commandant des troupes : « A la Fête-Dieu, c'est l'Évêque lui-même qui avise le Gouverneur, et demande deux sergents qui accompagnent la procession pour empêcher les irrévérences; ils marchent à cotté des chanoines, un peu avant le baldachin sous lequel on porte le Très-Saint-Sacrement, chapeau bas et la halebarde sur l'épaule, et, la cérémonie finie, ils reçoivent, à chaque procession, chacun un écu à trois couronnes, qui leur est payé à la Fête-Dieu aux frais du chapitre, et à la dédicasse, aux frais de la ville. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f°s 197-198.)

[2] Le 25 février 1754, l'Évêque d'Ypres, Guillaume Delvaux, confirma les renseignements fournis par l'échevin De Gheus, et déclara que « le prince d'Holstein Beck, commandant de la place étoit très exact sur cet article, et punissoit sévèrement officiers et soldats qui manquoient à la moindre chose ». Le prélat ajoute que cette démarche à faire auprès du commandant hollandais est « fort peu de chose pour éviter les désordres que nous n'avons graces au Seigneur pas eu pendant les 22 ans que je suis à Ypres ». (Ibidem, f° 201.)

[3] « Son Altesse Royale est trop persuadée de votre piété et de votre zèle pour une affaire qui tend à vous assurer une parfaite tranquillité dans l'exercice des cérémonies de notre Sainte-Religion pour pouvoir douter que vous ne vous y livriez avec empressement, et loin qu'une conduite pareille puisse être taxée d'humiliante ou d'inférieure à votre caractère, elle ne fera que donner du relief à votre sollicitude pastorale, puisque toute personne qui pense bien devra convenir que c'est fort peu de chose que ces démarches à faire près du gouverneur ou commandant pour prévenir des désordres et des irrévérences auxquelles le plus grand mistère de la foy sans cela reste toujours exposé. » (Ibidem, f° 195.) — L'Évêque répondit, le 13 avril 1754, qu'il s'empresserait de déférer au désir du Prince. (Ibidem, f° 279.)

[4] « Sur le quay, au delà de l'Escaut, à huit heures du matin; la procession ne traversant la rivière que plus d'une heure et demie après, il n'y a aucune rencontre à craindre. » —



Enfin, le prince d'Orange en personne intervint « pour marquer son désir d'aller au devant de tout ce qui peut faire playsir au gouvernement des Pays-Bas », et, le 8 juin 1754, en sa qualité de chef suprême de l'armée, il ordonna au général Lewe de mettre chaque année à la disposition de l'Évêque de Tournai deux sergents catholiques [1] chargés de veiller au bon ordre de la procession ; les soldats réformés devaient se retirer soit dans le corps de garde, soit dans leurs guérites.

Ainsi se termina cet épisode qui avait mis aux prises durant plusieurs années toutes les autorités locales et les deux gouvernements.

Une autre procession faillit aussi amener des complications diplomatiques. Cette affaire n'a pas de rapport immédiat avec le système de la Barrière, cependant elle s'y rattache indirectement, et nous croyons utile de la mentionner ici parce qu'elle est inédite.

Un dimanche du mois de juin 1752, comme on pavoisait les rues de la

Sur cet incident, voir : *Réponse que les États-Généraux des Provinces-Unies ont faite au mémoire que le Sérme Duc Gouverneur leur avoit fait remettre pour se plaindre du scandale que la garnison hollandoise à Tournai avoit causé le 14e de septembre 1750 à l'occasion de la procession solennelle qui se fait tous les ans ce jour là en la même ville.* (Joint à la relation du 20 janvier 1751. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne $\frac{D. 34}{11}$: ad H.) — *Observations des Doyen, Chanoines et Chapitre de Tournaij sur la réponse donnée par ordre du Prince Stathouder et de Leurs Hautes Puissances les États généraux des Provinces-Unies au mémoire du 7 octobre dernier contenant des plaintes contre le Lieutenant Général Lewe au sujet de ce qui s'étoit passé en cette ville le 14 de septembre, jour de la procession solennelle.* (Ibidem, $\frac{D. 34}{10}$: ad H.) — *Dépêche du prince Charles de Lorraine à l'Impératrice*, du 20 janvier 1751. (Ibidem, $\frac{D. 34}{9}$: ad H.) — *Consulte du Conseil des Pays-Bas sur la réponse peu satisfaisante et déplacée que les États généraux des Provinces-Unies ont faite sur le mémoire que Son Altesse Royale leur avoit fait remettre pour se plaindre de l'irrévérence que la garnison de Tournai avoit commise le 14 de septembre de l'année dernière à l'occasion de la grande procession.* (Ibidem, $\frac{D. 34}{8}$: ad H.) — Archives du Royaume à La Haye : *Brussel, Memorien en Brieven*, 1750-1753.

[1] « Dans la marche de la procession, ces deux sergents catholiques marcheront douze à quinze pas devant le Vénérable (c'est-à-dire le Saint-Sacrement), un peu hors du fil de la procession, à droite et à gauche, en uniforme, le chapeau à la main, la halebarde haute, pour prévenir tout désordre. » (Billet envoyé par le prince d'Orange au baron de Reischach, le 8 juin 1754. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, fº 184.)

capitale en vue de la procession de la Fête-Dieu, les délégués des Provinces-Unies aux conférences ouvertes à Bruxelles, firent d'abord des difficultés pour permettre que l'on ornât, selon la tradition, l'hôtel du prince de Grimberghe, où ils étaient descendus, et devant lequel le cortège devait passer.

Ceci n'était qu'un manque de déférence pour un usage populaire très ancien [1]. Peu après se serait produit un fait plus grave : les domestiques des diplomates hollandais auraient arraché les verdures placées sur la façade d'une maison voisine, ce qui aurait exaspéré la foule. L'ordre ne fut maintenu qu'à grand'peine par l'escorte militaire. D'autres processions, non accompagnées de troupes, devaient circuler les dimanches suivants : si des actes aussi contraires aux sentiments du peuple se reproduisaient, on pouvait craindre des troubles. C'est ce que le Secrétaire d'État et de guerre exposa au Résident Van Haren, en le priant, de la part du prince Charles de Lorraine, d'inviter ses collègues à user de procédés plus courtois et plus conformes aux précédents [2].

Il semble que le Gouvernement se soit avancé trop vite, cette fois, avant d'être en possession de renseignements précis, et sans avoir procédé à une enquête contradictoire.

La réponse ne se fit pas attendre. Le ministre de Hollande répliqua avec hauteur qu'il n'avait jamais craint de subir à Bruxelles des violences ou des insultes de la part du peuple : il espérait bien trouver dans la capitale des Pays-Bas les égards dont les représentants de l'Impératrice étaient entourés à La Haye. Abordant ensuite l'objet propre de la lettre du Secrétaire d'État, il faisait remarquer que le marquis de Botta Adorno, ministre plénipotentiaire, avait été dûment prévenu par les commissaires protestants, britanniques

[1] « Son Altesse Royale a lieu d'espérer que MM. Van der Heim et Van Citters voudront bien régler leur conduite à cet égard sur celle que les ci-devant ministres résidents de Leurs Hautes Puissances ont tenu en pareille occasion. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1750-1753.)

[2] « Le peuple est fort attentif à cet acte de culte extérieur, auquel il ne seroit pas conseillable de manquer et dangereux de s'opposer par mépris. » (Dépêche adressée par le prince Charles de Lorraine à l'Impératrice, le 7 juin 1752. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, Dépêches d'office, D. 39, Litt. B, cum nis 1, 2, 3, portefeuille n° 169.)



et hollandais, de leur intention de ne pas faire placer d'ornements sur la façade de leurs maisons. En agissant ainsi, ils n'avaient contrevenu à aucun règlement, et le marquis avait reconnu formellement leur droit.

D'autre part, ils n'avaient pas manqué de prescrire au personnel domestique de s'abstenir de tout acte qui pourrait scandaliser les catholiques.

Le Résident constate donc avec un profond étonnement que l'autorité belge déclare abandonner froidement, de propos délibéré, le logis des ambassadeurs aux insolences de la populace, sans prendre les mesures de protection commandées par le droit des gens, alors qu'il suffit, pour provoquer une émotion populaire, « d'un malintentionné ou d'un superstitieux ».

La bonne foi du gouvernement a été surprise, et ses informations sont erronées. Les diplomates affirment, de la manière la plus expresse, que leurs serviteurs ne se sont pas montrés pendant la procession [1] et n'ont pu, par conséquent, donner de scandale.

Quoi que l'on ait dit au cours de l'enquête, aucun serviteur de la légation hollandaise n'a arraché des branches de verdure ornant une maison. La réalité se réduit à ceci : un valet, rentrant à l'hôtel après avoir fait une course en ville, a reçu sur la tête une de ces branches mal assujettie. Il s'est borné à la ramasser et à la mettre de côté. Ce qui prouve d'ailleurs l'invraisemblance du grief, c'est que le serviteur incriminé est natif des Pays-Bas autrichiens et pratique le culte catholique. Le jour dont il s'agit, quand il a vu arriver la procession, « il s'est agenouillé comme sa religion l'exige ».

La lettre de Van Haren est très vive dans la forme [2]. On sent qu'il a été

[1] « Sauf des servantes qui sont allé voir la procession dans la maison du boulanger d'en face, sur son invitation, et qui se sont comportées avec toute la décence possible. » (Lettre adressée par Van Haren au Secrétaire d'État et de guerre, le 15 juin 1752.)

[2] « J'aurai l'honneur de vous dire que nous avons été jusqu'ici dans la ferme confiance que nous nous trouvions en situation de devoir craindre aussi peu quelque violence publique ou quelque insulte dans ce pays-ci, surtout en matière de religion, que les ministres de Sa Majesté Impériale et Royale, qui ont résidé ou résident encore à La Haye, n'en ont à redouter de la part des sujets de la République, où le droit des gens a toujours été respecté en leur personne.

» Cette confiance étoit d'autant plus fondée que nous avons tous amplement parlé sur



blessé par la communication, maladroite, il faut le reconnaître [1], de Crumpipen. Il revendique son droit avec âpreté [2].

Un de ses prédécesseurs avait agi tout autrement. En 1720, la République des Provinces-Unies était représentée à Bruxelles par le Résident Pesters, et l'hôtel de la légation hollandaise se trouvait rue des Sols, en face de la chapelle dite Salazar. Cette année-là, on fêta plus solennellement que de coutume l'octave du Saint-Sacrement de Miracle, et une procession magnifique parcourut les rues.

Désireux de ne pas scandaliser ses voisins, le diplomate calviniste fit orner sa maison comme les autres et en avisa son gouvernement [3].

cette matière avec M. le marquis de Botta, en lui déclarant tous (commissaires des Provinces Unies et commissaires britanniques) que nous ne consentirions pas que des ornements de verdures fussent mis devant nos maisons. Jusque là même que M. Van der Heym, qui avec M. Van Citters a loué l'hôtel de Grimberghe, a remis à Son Excellence la même déclaration, et qu'Elle lui a fait répondre : *Du reste le Gouvernement n'exige et n'a jamais rien exigé sur cet objet, de la part de qui que ce soit, et il est libre par conséquent à M. Van der Heim et à M. Van Citters de se conduire à cet égard comme ils trouveront convenir.*

» C'est donc avec une douleur d'autant plus vive que nous avons apperçu dans la lettre dont vous m'avés honoré que le Gouvernement supose que nous pouvons être insultés par la populace, et que ce Gouvernement nous abandonera aux insolences de la multitude, que le moindre mal intentionné ou supersticieux trouve quelquefois moijen d'animer et d'émouvoir avec facilité, si on ne condescend pas à tout ce qu'elle demande.

» Je puis vous déclarer de la part de ces Messieurs et de la mienne que quant au reste nous avons donné les ordres les plus sévères que ceux de nos maisons se gardent de donner aucun scandale à personne. » (Dépêche adressée par Van Haren à Crumpipen le 15 juin 1751. Archives du Royaume à La Haye. *Lettres de Bruxelles du 13 mars 1752 au 6 février 1756*, f°s 46-49.) — Il y a aussi des documents sur cette affaire, Ibidem, *Brussel, Negotiatie Herstel der Barrière*, 1749-1756; et Ibidem, *Brussel*, *Gewone brieven*, 1751-1753.

[1] Le Conseil suprême des Pays-Bas est d'avis que Crumpipen a eu tort d'écrire comme il l'a fait : « Cette démarche, en échauffant les esprits sans nécessité, peut aussi donner des soupçons à Londres et à La Haye que le Gouvernement chercheroit à s'éloigner de la bonne harmonie et amitié dans laquelle il convient de vivre avec les deux puissances maritimes. » (Délibération du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne du 13 juin 1752. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas. Dépêches d'office, D. 39, litt. B, cum n^is 1, 2, 3, portefeuille n° 169.)

[2] « C'est une mauvaise querelle que ces commissaires, et surtout le génie inquiet et remuant de Van Haren ont encore voulu susciter au Gouvernement. » (Ibidem.)

[3] Le 29 juillet 1720, Pesters écrivait aux États-Généraux :

« En op gisteren de tweede processie van het soo genoemde sacrament van miraculen plegtig heeft bijgewoond, waermede het jubilé is gesloten. De decoratien van huijsen en



Le Ministre plénipotentiaire de 1752 ayant eu connaissance de ce précédent, le fit valoir auprès du Résident Van Haren. Il lui écrivit que la question soulevée n'avait aucun rapport avec la liberté religieuse du représentant des Provinces-Unies, laquelle ne pouvait être un seul instant mise en discussion : il s'agissait simplement de permettre une démonstration pieuse, conforme aux usages du pays, que le ministre de Hollande avait tolérée sans difficulté à une autre époque.

On parvint à trouver une transaction : à l'avenir, on ne décorerait pas l'hôtel de la légation, mais on planterait des lattes à quelques pieds de la façade, et on y attacherait les branches de verdure traditionnelles [1].

Ainsi finit la... difficulté.

Parfois, mais rarement, ce sont les Hollandais qui se plaignent de subir des vexations de la part des habitants.

En 1757, le Résident des Provinces-Unies réclama la punition d'un bourgeois d'Ypres qui, le jour de la Fête-Dieu, avait insulté et maltraité la servante de l'Auditeur militaire parce qu'elle refusait de se mettre à genoux au passage de la procession.

Les États-Généraux demandèrent que des instructions fussent données par le gouvernement au Magistrat de la ville pour éviter le retour de pareilles violences [2].

straaten sijn nogh fraijer en cierlijker geweest als de eerste reijse, en deweijle de gemelte processie is gepasseerd voorbij mijn huijs, regt over de capelle van Salasar, sijnde de plaetse geweest alwaer de Joden in hunne sinagoge, volgens de traditie, souden hebben doorstoken de geconsacreerde hostien, die in de selve capelle, onder de processie syn geexponeerd geworden, soo heb ik niet kunnen afwesen, om geen ergernis te geven, van mijn huijs oock te laten vercieren gelijck de andere. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1711-1720.)

1 Dépêche adressée par Crumpipen, le 8 juillet 1752, au Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas. Dépêches d'office, D. 39 $\frac{\text{ad B}}{3}$.) — Voir aussi : *Rapport sur les difficultés survenues à l'hôtel de Grimberghe pour la procession.* (Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, registre CVIII, fº 146.)

2 « De veiller qu'à l'occasion de processions dans la ville, ceux de la Religion reformée qui doivent y résider ne soient pas maltraités, mais simplement avertis de se retirer de l'endroit où elles passent. » (Archives du Royaume de Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes, nº XCIII, fº 126.)



Les échevins d'Ypres, interpellés par le Conseil privé, répondirent que l'incident n'avait guère eu l'importance que l'on semblait vouloir y attribuer. Le commandant hollandais n'avait même pas adressé de plainte à l'autorité communale : au cours d'une conversation avec l'avoué de la ville, il avait mentionné le fait incriminé « en termes vagues et sans désignation de personne », et il avait paru se rendre à l'observation « que semblable ordonnance dans les circonstances d'une plainte aussi peu circonstanciée ne tendroit qu'à faire naître des animosités qui n'existoient pas ».

Tel fut aussi l'avis du Conseil privé. Le prince Charles de Lorraine s'y rallia, et l'affaire n'eut pas de suite [1].

La question religieuse revient par intermittences, à propos des circonstances les plus diverses.

Le 4 novembre 1754, le Magistrat de Furnes envoya au Ministre pléni-

[1] Le 7 août 1757, Crumpipen écrivit au Résident Van Haren :

« Monsieur,

» En renvoyant à Votre Excellence les pièces ci-jointes pour découvrir celui qui a prétendu obliger par des mauvais traitemens la servante de l'auditeur militaire à Ipres de se mettre à genoux pendant la procession, et les ordres à donner pour que pareille chose n'arrive plus, j'ai l'honneur d'informer Votre Excellence que le Ministre plénipotentiaire a chargé ceux du Magistrat de la ville de faire tous les devoirs possibles pour parvenir à la connoissance du fait et de ses circonstances, nommément pour savoir qui des bourgeois ou des habitans avoit commis l'excès dont on se plaint. Mais il résulte de leur réponse que leurs devoirs ont été inutiles, qu'il n'y a même aucune preuve de l'insulte, et que moins encore on a pu en découvrir l'auteur.

» Pour ce qui est de la nouvelle ordonnance à émaner pour empêcher ces sortes de cas à l'avenir, on ne la trouve ni convenable ni nécessaire : pas convenable, parceque dans le cas d'une plainte si peu circonstanciée que l'est celle dont il s'agit, elle ne pourroit que faire naître des animosités entre le militaire et la bourgeoisie; pas nécessaire, parceque, par les ordonnances faites ci-devant, et qui sont en vigueur, il y est suffisamment pourvu, et si l'excès en question étoit prouvé et l'auteur connu, le Magistrat n'auroit pas manqué de punir le coupable selon les circonstances du cas.....

» J'ai l'honneur, etc. (*s.*) » Crumpipen. »

(Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

potentiaire de l'Impératrice à Bruxelles un mémoire [1] imputant au lieutenant-colonel de Courvoisier, commandant de la place, des actes absolument blessants pour le culte catholique, et contraires au respect dû à la mort. La femme d'un soldat hollandais catholique étant décédée à la caserne, les cérémonies de ses obsèques furent réglées de commun accord entre le curé de la paroisse et le Major de la garnison. Le Magistrat reconnaît que jusqu'à ce moment la conduite des autorités militaires avait été très correcte [2].

A l'heure fixée, le corps, porté par des soldats [3], arriva à l'église, et le service commença.

Le lieutenant-colonel de Courvoisier, qui se promenait sur la place, fit donner l'ordre aux militaires qui se trouvaient dans le temple de se retirer immédiatement [4].

« Un pareil procédé ne pouvoit produire que des murmures et du désordre dans l'église. Le scandale augmenta lorsqu'après l'office fini, le curé s'avança vers la bière pour faire l'enterrement; les soldats qui devoient la porter, avoient été contraintz de se retirer, et il fallut que la charité de trois bourgeois et d'un frère alexien qui se trouvoient dans l'église y suppléât.

» Comme le corps mort devoit être enterré au cimetière, il arriva un nouveau désordre à la porte de l'église, car il s'y présenta quelques bas-officiers qui voulurent contraindre les soldats qui portaient les manteaux noirs et les crêpes à se dépouiller de ces marques de deuil, et on assure qu'ils arrachèrent même le manteau à celui de ces soldats qui marchoit le dernier. »

Les échevins de Furnes demandent justice au gouvernement. Les faits,

[1] *Mémoire contenant les griefs de la ville de Furnes contre le lieutenant-colonel de Courvoisier*. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

[2] « Elles avoient agi avec beaucoup d'honnêteté et de modération. »

[3] « Il étoit suivi par le mari et deux soldats en manteaux de deuil, plus quelques autres soldats et un adjudant qui se placèrent avec modestie dans différents endroits de l'église. »

[4] « Tous obéirent, sauf cinq. »



affirment-ils, sont établis par une enquête sérieuse [1]; et ils accentuent leur plainte en accusant le commandant hollandais d'avoir prémédité le scandale [2].

Mais l'officier pris à partie se défend avec une énergie irritée [3].

A l'entendre, il a été d'abord étranger à toute l'affaire; c'est le bourgmestre de Furnes, qui, poussé « par un zèle fanatique », a, de son chef, introduit des innovations déplacées [4], sans tenter même d'établir un accord avec l'autorité militaire pour modifier les usages suivis.

Tandis que les enterrements militaires se sont toujours faits à Furnes sans appareil religieux, sauf à l'église, cette fois on a ordonné au capitaine de « livrer le corps aux prêtres romains, qui vinrent avec la croix et la bannière s'emparer du deffunt dans le pavillon même », et cela en présence de plus de mille personnes, « ce qui auroit pu facilement occasionner du tumulte ».

Courvoisier explique ensuite qu'il était malade à Ypres lorsqu'il apprit ce qui venait de se passer; il reçut en même temps l'avis qu'un nouvel enterrement devait avoir lieu à bref délai dans les mêmes conditions.

Il commença par s'informer du cérémonial qui se pratiquait à Ypres.

1 « Ils résultent d'une information de quatorze témoins entendus sous serment les 17 et 21 octobre derniers pardevant des commissaires du Magistrat de Furnes. »

2 « Après avoir étalé sa mauvaise volonté dans un caffé par des propos indecens et inconsiderez qu'il y tint le 13 en présence de plusieurs personnes, il se mit en devoir d'exécuter ses menaces le lendemain, jour destiné pour l'enterrement. »

3 *Réponse à un mémoire de la cour de Bruxelles remis à Monsieur le baron Van Haren contenant des griefs de la ville de Furnes contre le Lieutenant Colonel de Courvoisier.* (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1752-1755.)

4 « Le Lt Colonel étoit malade à Ypres lors de l'enterrement du 8 octobre qui se passa avec beaucoup de scandale. On avoit avant ce tems là enterré plusieurs morts tant romains que réformés dans le cimettière de la garnison sans que les prêtres y eussent assisté, comme cela se pratique en Hollande.

» Le régiment n'ayant reçu du colonel commandant de la place aucune autre instruction, le capitaine Dandels, qui commandoit le régiment à l'absence du Lt Colonel, vouloit continuer sur le même pied, à l'occasion de l'enterrement d'une femme catholique romaine. Mais le Major de la place, par ordre du Grand Major, arretta le convoi en pleine rue, et l'obligea de retourner au pavillon d'où il était sorti, et cela sur des représentations que venoit de faire dans ce moment au Grand Major le bourgemestre. » (Ibidem.)



On lui répondit que les traditions étaient identiques dans les deux villes [1].

Rentré dans sa garnison, il fit état et des précédents et de l'exemple d'Ypres, pour arrêter qu'à l'avenir on porterait le corps à l'église, sans croix et sans bannière; il serait interdit aux prêtres de se rendre au quartier, ce qui était « contraire aux privilèges de la nation et des troupes de Leurs Hautes Puissances ».

Le Lieutenant-Colonel affirme donc qu'il n'a innové en rien et qu'il s'est borné à faire respecter les anciens usages dont personne ne s'était jamais plaint. Il ajoute qu'à sa connaissance aucun bas-officier n'a fait sortir les soldats de l'église, et lui-même n'a donné d'autre instruction que celle de maintenir l'ordre avec soin [2].

Le Magistrat de Furnes, continue-t-il, n'a adressé aucune plainte à l'autorité militaire. S'il avait articulé des faits précis et reconnus exacts après enquête, justice aurait été faite sur l'heure. Au lieu d'agir ainsi, il a préféré envoyer à Bruxelles des réclamations vagues et incriminer les tendances et les intentions en se basant sur des faits controuvés. Qui a fait preuve de bon vouloir? Le bourgmestre de Furnes, qui s'avise de modifier, sans entente préalable, une convention touchant à des matières délicates, ou l'officier hollandais qui, voulant éviter des querelles devant un cadavre et une famille en deuil, laisse entrer le clergé en grand apparat dans la caserne, et lui permet d'y accomplir ses rites, ce qui est contraire aux prérogatives de la garnison? Il y a mauvaise volonté et procédés discourtois dans ceci, mais c'est du côté de l'autorité civile. C'est elle qui tracasse les Hollandais par ses « minucies » intolérables; c'est elle qui, oublieuse de ses devoirs,

[1] « Le L[t] Colonel, pour evitter et prévenir pareille avanie à son régiment, s'informa à Ypres de quelle façon on enterroit les catholiques romains. Le Major de la place, vieux officier, la luy donna en écrit, savoir qu'on portoit le corps mort jusqu'à la porte de l'église, qu'on le remettoit aux prêtres qui étoient payés pour l'enterrer, et qu'après l'avoir livré, le cortège se retiroit. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.)

[2] « Il peut attester par serment qu'il n'a donné à son adjudant aucun ordre, ny à aucuns bas-oficiers que ceux qu'il avoit reçu du Colonel commandant, savoir de prévenir tout attroupement de monde ce qui étoit scandaleusement arrivé à l'enterement du 8 octobre, et d'exécuter celuy-cy suivant l'usage de la Barrière. »

laisse les logements de la troupe dans un état d'insalubrité telle que, chaque année, plusieurs soldats y perdent la vie, et que la plupart voient leur santé compromise [1].

Le bourgmestre s'est oublié au point de dire en public qu'il voudrait voir disparaître la garnison et les remparts de la place. C'est là un propos autrement grave que celui qu'on reproche au commandant, dont on a d'ailleurs, selon l'habitude, travesti les paroles [2]. Aussi Courvoisier espère-t-il que le prince Charles de Lorraine n'attachera pas plus d'importance qu'il ne convient à des dénonciations calomnieuses, et qu'il ne retirera pas ses bonnes grâces à un officier irréprochable.

On comprend combien les rapports entre le Magistrat et l'État-major devaient être faciles et cordiaux après l'échange de pareilles aménités!

1 Nous parlerons plus loin des plaintes causées par le mauvais état du casernement.

2 « Il est bien malheureux pour un officier du caractère du L[t] Colonel de Courvoisier après tant d'années de service de se trouver soubçonné par M. le Magistrat de Furnes d'avoir tenu des propos inconsiderez dans la maison du caffé. Il est vrai qu'il y entraé le 13 pour parler au major de la place; il luy témoigna sa surprise de ce qui s'étoit passt à l'enterrement d'une femme romaine pendant son absence, ajouttant que c'étoit une avanie pour le régiment qu'il avoit l'honneur de commander, que c'étoit l'exposer aux reproches de ses seigneurs et maîtres, que d'avoir souffert que les prêtres vinssent avec la croix et la banière jusques dans nos pavillons, que bien que nous respectassions ces noms de croix et de banière, que c'étoit cependant contre nos prérogatives et contre toutte coutume; que la prêtrise romaine, tout comme la réformée, n'étoit que trop portée à augmenter leurs droits sans leur en fournir les moyens. Le L[t] Colonel finit cette conversation en disant que s'il avoit été présent à Furnes, il n'auroit épargné aucune représentation pour prévenir ces nouveautés qui auroient pu occasionner du trouble.

» Voilà sur la parolle d'honneur et sur serment tout ce qu'a dit le L[t] Colonel, que MM. du Magistrat traittent de propos indécens et inconsiderez. » — Voir aussi sur cette affaire : *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal,* séance du 22 novembre 1754, f° 629.



CHAPITRE III.

LES ABUS EN MATIÈRE DE POLICE.

Clôture intempestive des portes dans les villes-barrières. — La police des rues à Termonde. — L'état-major hollandais revendique le droit de police dans la zone militaire de Tournai. — Incident au sujet du cadavre trouvé près du pont des Trous à Tournai en 1751. — Menaces du colonel de Ton à propos du recrutement. — Sévices exercés à Tournai sur un soldat autrichien. — Le commandant hollandais désavoué par les États-Généraux. — Arrestations illégales. — Les désertions. — Les exécutions en effigie sur la grand'place de Namur. — Arrestation de déserteurs près de Tournai en 1774. — Illégalités du même genre à Namur. — Les Hollandais aident les déserteurs impériaux à s'évader. — Le droit d'asile. — L'incident d'Alost, de 1715. — Les pourparlers de 1719. — Abus avoués en 1749. — L'asile à Termonde; il est tantôt accordé, tantôt refusé. — Difficultés à Namur au sujet de l'asile. — Les huits déserteurs réfugiés à la cathédrale de Tournai en 1749. — Leur fuite. — Accusations portées par les officiers hollandais contre le Chapitre. — Procédés différents du prince de Hesse-Philipsthal et du général de Lewe. — Explications fournies par les chanoines. — Nouvel incident à Tournai. — Un soldat hollandais se réfugie dans la cathédrale. — L'édifice cerné par la garnison. — Mémoire justificatif du prince de Hesse. — Intervention du Résident des Provinces-Unies Van Haren. — Avis du Conseil privé. — Nouvel incident : un soldat s'évade de la prison militaire, et cherche asile dans la cathédrale, le 14 août 1750. — Les fidèles bloqués. — Pourparlers de l'état-major avec le Chapitre. — Violences des officiers à l'égard des chanoines. — Le fugitif enlevé de force. — Le général de Lewe refuse de désavouer les actes de ses subalternes. — Protestations du Gouverneur général. — Réponse des États-Généraux. — Discussions du gouvernement de Bruxelles avec le Résident Van Haren. — Avis du comte de Neny sur le mémoire du Résident. — Intransigeance des États-Généraux. — Les « débaucheurs ». — Procès en débauchage à Tournai, 1750. — Difficulté juridique. — Édit du 15 mai 1750 sur le débauchage des soldats étrangers. — Réclamations des Provinces-Unies. — Mémoire du prince Charles de Lorraine, 16 décembre 1750. — Arrestation à Tournai d'une fille originaire de Valenciennes. — Mémoire adressé par le prince de Hesse Philipsthal au Stathouder. — Mémoire du marquis de Botta-Adorno sur cette affaire. — Arrestation à Namur, par ordre de l'état-major hollandais, le 12 décembre 1750, des époux Gobert, accusés d'avoir favorisé la désertion d'un soldat. — Réclamations du Magistrat et du Gouverneur général. — Réponse du Résident. — Proposition transactionnelle. — Continuation de la procédure. — Gobert appliqué à la question. — Conférence spéciale tenue à Vienne, le 1er mai 1751, sous la présidence du duc de Silva-Tarouca. — Propositions du comte de Neny. — Discussions au sein du Conseil. — Lettre autographe de Marie-Thérèse au prince d'Orange. — Le Stathouder défère à la demande de l'Impéra-

trice. — Conflits de même nature en 1770-1777-1778. — Autres empiétements sur les attributions des Magistrats en matière de police. — Arrestations à Furnes, à Tournai, à Namur, à Ypres.

Si les questions religieuses donnent naissent à de sérieuses difficultés, l'antagonisme des deux éléments en présence se fait jour continuellement à l'occasion de la police.

Maintes fois les commandants s'abaissent à de mesquines tracasseries : tantôt ils interdisent au Magistrat de désigner les endroits où l'on peut déposer le fumier et les immondices [1]; tantôt ils veulent forcer les habitants de la ville à briser la glace des fossés [2]; tantôt, prétextant la sécurité de la place, ils ferment les portes et empêchent toute communication avec le dehors.

C'est ce qui se passe à Namur, à Ypres, à Furnes et à Menin. Dans ces quatre villes, les portes sont closes et les ponts levés, tous les jours, de midi à 1 heure, et, le dimanche, de 9 à 11 heures du matin, et de 2 à 4 heures de relevée; puis, strictement, depuis le coucher du soleil jusqu'au point du jour [3]. Et cela en pleine paix! La consigne est inflexible : les barques publiques qui amènent le soir, après l'heure fixée, des passagers ou des marchandises, sont impitoyablement arrêtées devant les remparts [4]. Il arrive

1 Voir Mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I.

2 Cela se passe à Furnes en 1734. Le Magistrat oppose au général de Cronstrom le texte du traité de la Barrière, et demande que tout au moins le litige soit soumis au Gouverneur général des Pays-Bas. L'officier hollandais répond que, si son ordre n'est pas exécuté sur-le-champ, il fermera deux des trois portes de la ville, « incommodité qui dérangerait et l'accès de la ville et le commerce du peuple ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre XXIII, f[os] 54-56. Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f[os] 101-102.)

3 Le commandant d'Ypres répond d'une façon assez cavalière que « cela est convenu d'avance, et qu'on n'a qu'à se régler en conséquence ». (Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 181-203, 263-282. Ibidem, Papiers de Königsegg, registre DCXXXVII, f° 273.)

4 Voir Mémoire de Keerle. — Il est à remarquer que ces ordres des commandants étaient contraires à l'article XXIX du règlement du 30 janvier 1716 : « Dans les villes où il y a des barques publiques, on les y laissera entrer après les portes fermées, attendu qu'elles ne peuvent y arriver pendant une bonne partie de l'année avant la fermeture d'icelles. » (*Placards de Flandre*, IV, 1645.)



même que les portes se ferment avant l'heure réglementaire, au grand ennui et au grand préjudice des voyageurs [1]. Mieux encore, à Furnes, en 1755, le colonel von Haeften, de son autorité propre, interdit durant plusieurs mois la circulation par la porte d'Ypres, la plus nécessaire au commerce local [2]. C'est ce qu'a fait également à Tournai le baron de Pallant. Donnant comme raison l'affaiblissement numérique de ses troupes, il tient fermées, alternativement, de huit en huit jours, les portes de Morel et du Château ; elles ne sont, dit-il, distantes que « d'un coup de fusil », et le détour auquel il force les gens est peu sensible. A son avis, les plaintes du Magistrat « se réduisent à des exagérations destituées de toute apparence de fondement » [3].

Le commandant d'Ypres consent, par grâce spéciale, à laisser sortir à l'aube la diligence publique, mais les équipages particuliers ne peuvent franchir les ponts que plus tard. Un échevin sollicite, le 26 novembre 1769, l'autorisation de suivre dans sa voiture la diligence qui partira le 27 au

1 Le cas s'est présenté à Furnes. Voir sur cette affaire : Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 181-203 ; idem DCCLVIII, f[os] 127-128.

2 Voir la plainte adressée au prince Charles de Lorraine par le Magistrat : Ibidem, registre DCCLXIII, f[os] 30-34.

3 Il est de fait que les réclamations paraissent exagérées, tout au moins dans la forme : « A moins qu'il n'y soit pourvu, les habitants de la ville et des faubourgs seront réduits à la dure nécessité d'abandonner leurs demeures et de chercher azyle ailleurs pour se délivrer de cet esclavage. » (Ibidem, registre DCCLVII, f° 155.) — D'autre part, Pallant, répondant à un passage de la requête du Magistrat, fait cette observation : « Et pour ce qui est des plaintes de ceux du Magistrat de Tournaij, à l'égard de l'ouverture des guichets à midi et aux heures de sermon le dimanche, il n'y a point de guichet à aucune porte de Tournaij. » — Le Ministre plénipotentiaire inscrit en marge : « Si ce qui est dit au texte est vraij, ceux du Magistrat ont mal fait de parler des guichets dont ils ont même fait beaucoup de bruit. » — Nous avons vu aux archives communales de Tournai des gravures du XVIII[e] siècle représentant plusieurs des anciennes portes ; la porte de Lille avait un guichet, mais il ne s'en trouvait pas à la porte Morel ni à la porte Saint-Martin. Il est étrange que l'on puisse ainsi discuter sur un fait matériel dont la vérification était bien aisée ! — Hoverlant (LXXXIV, 244-246) dit que les portes s'ouvrent souvent à 7 heures du matin pour se fermer à 4 heures et même à 3 heures de relevée. — Le comte d'Albemarle, dans une lettre du 8 janvier 1715, avoue qu'il a quelquefois tenu les portes closes durant trois jours ; mais, depuis la conclusion de la paix, il a prescrit de les ouvrir au lever du jour et de les fermer à la nuit tombante. (Ibidem, 365.)

matin, et fait valoir qu'il se rend à Gand pour les affaires de la ville. Le major de la place répond par un refus pur et simple [1], et ne veut fournir aucune explication. Aux observations du Gouverneur général [2], qui critique le caractère vexatoire de ces interdictions, les États de La Haye répondent que la garde doit avoir chaque jour le temps de prendre ses repas, et qu'il faut permettre à toute la garnison d'assister aux exercices religieux le dimanche. Si les barques arrivent après la fermeture, c'est que les bateliers ont la mauvaise habitude de s'arrêter en route sans nécessité, le plus souvent pour boire, et ils abordent alors aux remparts à des heures absolument indues. Or, on ne doit pas oublier que la sûreté des places-frontières exige une vigilance toute spéciale et de minutieuses précautions consacrées par les règlements de toutes les armées européennes.

Après cela, ayant ainsi couvert leurs officiers, et contesté opiniâtrément le bien-fondé de réclamations dont la justesse est cependant évidente, les États consentent à modifier les règlements critiqués [3]; mais la concession est faite de mauvaise grâce, elle ne produit pas dès lors l'apaisement désirable, et les froissements subsistent.

A Termonde [4], où la garnison est mixte, et placée sous le commandement

1 Archives du Royaume à La Haye: *Brussel, Diverse brieven*, 1767-1768. — L'échevin s'était plaint au prince Charles de Lorraine. Celui-ci fit écrire au Résident Geelvinck par Crumpipen, le 20 décembre 1769. Sa dépêche, transmise au greffier des États-Généraux le 22 du même mois, resta sans suite.

2 Charles de Lorraine écrit au Résident Geelvinck, le 13 décembre 1769 : « La conduite qu'a tenue en cette occasion le major Maickai est on ne peut plus irrégulière et déplacée ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

3 Les États-Généraux donnèrent l'ordre de laisser les guichets ouverts toute la journée, même aux heures où la porte charretière était close, de manière à permettre le passage des piétons et des cavaliers. De plus, on devait laisser pénétrer les barques publiques par la porte d'eau jusqu'à 11 heures du soir. Ceci n'était que la remise en vigueur d'un règlement arrêté le 22 juillet 1740, mais resté inobservé. (Ibidem. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. $\frac{\frac{0}{\text{ad H}}}{\text{I}}$ ad n^{m} 54; portefeuille n° 426.)

4 Les détails qui suivent sont extraits d'un manuscrit conservé aux Archives communales de Termonde et intitulé : *Chronyk van t' gene in dese landen en bijzonderlijk binnen de stad Dendermonde is voorgevallen, getrokken uit het handschrift van Daniel van Wichelen voor de jaren 1572 tot 1625, door Joannes Antonius Anne, greffier der prochie van Grembergen: door deze voortgezet voor de jaren 1667 tot den 4 juny 1737; en door N..., van*



supérieur d'un général autrichien, c'est la police des rues qui fait l'objet de contestations fréquentes entre Belges et Hollandais.

Le 28 août 1724, la gilde de Saint-Sébastien, avant de commencer son tir de kermesse, parcourt la ville, précédée de sa bannière et de ses tambours. Deux officiers supérieurs hollandais [1] prétendent que la caisse ne peut être battue que moyennant leur autorisation; comme la gilde ne cède pas de suite à leurs ordres, et excipe d'un privilège impérial, ils font prendre les armes à la troupe, et placent en batterie sur la grand'place des canons chargés à mitraille, ce qui manque de provoquer une bagarre sanglante [2].

Il est vrai que le général hollandais [3] informé des faits, infligea un blâme à ses subordonnés, et présenta au Magistrat des excuses en forme. Mais cela n'empêcha pas un de ces mêmes officiers de faire écrouer à la prison militaire, peu de temps après, un boucher, qui promenait par la ville, au son du tambour, un mouton gras destiné à l'abattoir.

L'excitation populaire prit des proportions telles que le bourgmestre, de crainte de troubles graves, défendit aux bourgeois de sortir en groupes après le coucher du soleil, et interdit l'usage du tambour [4].

Les différends entre civils et militaires se reproduisent fréquemment, et l'on voit en 1775 le Magistrat supprimer les fêtes du carnaval pour éviter les occasions de rixes, tant les rapports sont tendus [5].

4 december 1737 tot 1772. Ce manuscrit a été publié récemment par le Cercle archéologique de la ville et de l'ancien pays de Termonde. (*Annales,* 2e série, t. IV.)

1 Le major Farcquel et le lieutenant-colonel Niclasson.

2 « Heeft den zelven lieutenant cornel, gheheel in colere den allarme doen slaen onder syn volck, en de die met de bayonnetten op de fusicquen doen vergaderen op de marckt, mitsghaeders de twee stukken canon, staende voor de hooftwacht doen laden met musket koghels, tgone ruchtbaer geworden synde onder de borghers, niet wetende waerom desen allarm ghebeurde, apparentelyck hun inbeeldende dat het was een pretext van plunderinghe, hebben hun tot defentie alomme op de respective wycken ghereet ghemaekt. Ende soude bij dien tot groot ongheval van de borgherye ende militaire ghebeurt hebben een groot massacre, ten waere de voorseyde onvoorsightige colere van de voorseyde officieren hadde ghemodereert gheworden door de sachmoedigheyt van my als hooftman van hetzelve gulde. » (*Chronyk*, 92-93.)

3 Le lieutenant général Lauder.

4 Ibidem, 93.

5 Ibidem, 184.



A Furnes, le commandant hollandais prétend que la confrérie des « fuseliers » ne peut faire ses exercices, même dans son jardin clos de murs, sans lui demander chaque fois l'autorisation [1]. Chose plus grave, les états-majors se permettent de faire appréhender des bourgeois [2] soit du chef de contraventions de police, soit à l'occasion de rixes avec des soldats; ils les font mener à la garde, où souvent on les maltraite, tandis qu'on relâche avec la plus grande indulgence les militaires coupables.

A Tournai, l'état-major revendique dans la zone militaire un droit de police qui est en contradiction avec les privilèges de la commune. Les conflits de détail ne se comptent pas, et parfois ils dégénèrent en polémiques irritantes.

En 1750, on trouve un cadavre dans l'Escaut, près du pont des Trous. Un sergent est préposé à la garde du corps jusqu'à l'arrivée des commissaires du Magistrat, mais le commandant hollandais le fait enlever parce qu'il a été repêché dans les fortifications [3].

1 Voir la réclamation du Magistrat de Furnes. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 47-50.)

2 Voir le mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I. — Les plénipotentiaires hollandais se bornent à nier le fait; ils déclarent que « les gouverneurs et commandeurs qui ont été requis de donner leurs informations à ce sujet s'en justifient tous également ». — Ils ajoutent que la plainte des commissaires belges est présentée en termes trop vagues, ce qui est vrai; mais, d'autre part, on pourra constater plus loin que les accusations précises et bien établies ne manquent pas.

3 Sur cette affaire, voir *Mémoire que le S^{me} Duc Gouverneur a fait remettre, le 12 septembre 1750, au secrétaire Heidegger, chargé des affaires de la République des Provinces-Unies en l'absence du Député Van Haren, au sujet des difficultés survenues entre le Magistrat et les officiers de l'état-major de la garnison hollandaise à Tournaij, par raport à la visite d'un cadavre qui avoit été trouvé dans la rivière vers le pont des troux.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{4}$: ad H.) — *Mémoire du Député des États généraux des Provinces-Unies Van Haren, en réponse à celui du S^{me} Duc Gouverneur, du 12e de septembre précédent.* (Ibidem, $\frac{D.34}{5}$: ad H.) — *Consulte du Conseil privé, du 3 février 1751, sur la réponse que le Député des États généraux des Provinces-Unies Van Haren a faite sur le mémoire que le Serme Duc Gouverneur avoit fait remettre le 12 septembre au secrétaire Heydegger.* (Ibidem, $\frac{D.34}{6}$: ad H.) — *Dépêche du Serme Duc Gouverneur à l'Impératrice et Reine, le 13 février 1751.* (Ibidem, $\frac{D.34}{3}$: ad H.) — *Mémoire daté du 13e de février que le Serme Duc Gouverneur a fait remettre au Député Van Haren pour servir de réponse à celui que ce Député avoit fait présenter à Son Altesse Royale, le 2e de décembre 1750.* (Ibidem, $\frac{D.34}{7}$: ad H.) — *Très humble consulte du Conseil des Pays-Bas à Vienne, en date du 26 fé-*



On se rappelle que l'échevinage possédait alors non seulement les attributions de police générale que le bourgmestre de nos communes a conservées, mais il était de plus chargé de certains devoirs qui rentrent aujourd'hui dans la compétence des magistrats instructeurs. Son droit dans l'espèce était incontestable; il n'en fut pas moins méconnu par l'état-major.

Le cabinet de Bruxelles, saisi de la réclamation du Magistrat de Tournai, tenta une fois de plus de rétablir le bon accord au moyen d'une transaction. Il proposa qu'à l'avenir, lorsqu'un cadavre serait trouvé dans les terrains militaires, les premières informations se fissent par les soins d'un magistrat civil et d'un officier agissant de concert [1].

Cette proposition ne fut pas admise, parce que le cadavre qui avait donné lieu à l'incident était celui d'un soldat. Les États-Généraux voulaient bien reconnaître aux échevins le droit d'enquête lorsqu'il s'agissait de morts ou blessés appartenant à la population civile, mais ils revendiquaient pour leurs officiers seuls un droit semblable en ce qui concernait les militaires. Si le corps d'un « civil » se trouvait dans le « district des fortifications », il y avait lieu de confier l'instruction à des délégués des deux pouvoirs; il en serait de même dans les cas douteux [1].

Cette fois, le prince Charles de Lorraine intervint dans le débat, et fit observer que la solution proposée par les États, non seulement « ébrécheroit la jurisdiction du Magistrat, mais blesseroit la souveraineté de Sa Majesté, si on y donnoit les mains ». La zone militaire appartenait à l'Impératrice en toute souveraineté, aussi bien que le reste du pays; elle y possédait la juridiction dans toute sa plénitude, et le texte même du serment prêté par

vrier 1751, sur la Relation du Serme Duc Gouverneur du 13 du courant. (Ibidem, $\frac{D.34}{2}$: ad H.) — Archives du Royaume à La Haye : *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 15 septembre 1750, fos 622, 702, 704. — Ibidem, *Brussel, Gewone brieven*, 1751-1753. — Ibidem, *Verbaal gehouden bij de Heeren W. Baron Van Haren, J. Van der Heim, W. Van Citters, commissarissen plenipotentiarissen van H. H. M. op de conferentien begonnen te Brussel in den jaare 1752 met de Heeren commissarissen plenipotentiarissen van H. K. en K. Majesteit mitsgaders de Heeren commissarissen plenipotentiarissen van S. K. Majesteit van Groot Britanien.* Mémoires du 12 septembre, du 12 novembre et du 2 décembre 1750.

[1] Mémoire du 2 décembre 1750. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

les commandants hollandais en portait témoignage [1]. Dès lors, il n'y avait pas lieu de s'arrêter à la contre-proposition venue de La Haye. C'est un des points que l'on discuta aux conférences de 1750, dont nous parlerons plus loin ; comme nous le verrons, aucune décision satisfaisante n'intervint.

La ville de Tournai fut le théâtre de faits bien plus graves.

En 1751, l'huissier du Bailliage, exécutant l'ordre du Procureur général, apposa, à l'endroit habituel, à côté du corps de garde, un placard concernant les poids et mesures des orfèvres [2]. Un capitaine écossais le fit immédiatement arracher, et comme l'huissier, surpris, lui demandait la raison de ce procédé insolite, l'officier le retint aux arrêts. Le Procureur général porta plainte d'abord au prince de Hesse-Philippsthal, commandant supérieur de la forteresse. Le prince répondit qu'il prenait la responsabilité de ce qui s'était passé, et qu'il « ne prétendoit pas que l'on publiât ou affichât la moindre chose à Tournai sans sa permission, pour voir s'il n'y auroit rien contre le service de la République et de la garnison » [3].

[1] Mémoire du 3 février 1751. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé. cart. 510.

[2] Sur cette affaire, voir *Avis et informations légales fournies par ceux du Bailliage de Tournaij-Tournésis sur la violence commise par un officier de la garnison hollandaise à Tournay, en arrachant par ordre du prince de Hesse Philippsthal, gouverneur de la même ville, un placart concernant les poids et balances des orfèvres.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{\text{D. }34}{2}$: ad H.) — *Relation du Serme Duc Gouverneur à Sa Majesté l'Impératrice et Reine, en date du 28 avril 1751, sur le nouvel attentat, etc.* (Ibidem, $\frac{\text{D }34}{1}$: ad H.) — *Très humble consulte du Conseil des Païs Bas à Vienne sur la relation du Serme Duc Gouverneur concernant le nouvel attentat, etc.* (Ibidem, D. 34, litt. *H*, cum nis 1, 2.)

[3] « Cette ordonnance, dit M. C. Rahlenbeck, était une maladresse et une illégalité, puisque la chambre du métier des orfèvres avait seule le droit de régler les poids et balances, de fixer et de contrôler le titre des objets d'or et d'argent. Le seul tort du prince de Hesse était de ne point avoir attendu patiemment que la mesure fût rapportée, mais de la supprimer militairement..... La politique des Hollandais, en cette circonstance comme en plusieurs autres que nous pourrions citer, consiste toujours à se mettre du côté de nos autorités communales et de nos antiques franchises et libertés contre les abus ou les caprices du pouvoir central. » (*La Belgique et les garnisons de la Barrière*, 88.) — On pourrait croire d'après cela que le prince de Hesse se constitua le défenseur des privilèges communaux méconnus par le pouvoir central. L'étude attentive du dossier ne nous a fait découvrir rien de semblable ni dans les documents émanés du Magistrat, ni dans les dépêches du commandant militaire.



Il méconnaissait ainsi de la manière la plus flagrante le pouvoir législatif de la Souveraine [1], et le Conseil suprême des Pays-Bas n'exagère point en disant que « ce sont des prétentions extravagantes » qui méritent « un coup d'éclat et d'extrémité » [2].

Le prince Charles, de son côté, estime que c'est un parti pris, et que les États-Généraux veulent pousser l'Impératrice à bout « à force de violences et d'insultes » [3].

Quelques années plus tard, dans la même ville, un fait tout semblable se produisit.

Le gouvernement avait fait publier une ordonnance autorisant les officiers de justice et de police à recruter des soldats pour les régiments nationaux. Le colonel de Ton, chef de la garnison hollandaise, fit savoir qu'il empêcherait le recrutement, et qu'il ferait lacérer l'ordonnance impériale, si on la placardait sur les murs.

Ce procédé outrageant se compliquait d'un autre abus de pouvoir.

Le 7 octobre 1777, un soldat du régiment autrichien de Murray s'était rendu à Tournai pour voir sa femme. Non seulement il se vit refuser la permission de rester une heure dans la place, mais, alors qu'il n'était coupable ni même accusé d'aucun délit, ce malheureux reçut, par les ordres du colonel, cinquante coups de bâton. Le prétexte de ce traitement aussi illégal qu'ignominieux fut que peu de temps auparavant des soldats hollandais, passant aux environs de Namur, avaient été l'objet de voies de fait de la part de soldats autrichiens [4].

Cette fois la mesure était comble, et, avec une énergie qui ne lui était pas

1 Le 23 avril 1751, le prince Charles de Lorraine écrit à Marie-Thérèse : « Il seroit fort superflu d'entreprendre de démontrer ici l'injustice et l'arrogance de cette nouvelle prétention; elle va soumettre la puissance législative de Votre Majesté à l'arbitrage et au caprice d'un gouverneur hollandois ».

2 Séance du 11 mai 1751. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, D. 34. Litt. *H*, cum n^is 1, 2.)

3 Relation adressée à Marie-Thérèse par le prince Charles de Lorraine le 28 avril 1751. — Nous reviendrons sur cette affaire quand nous parlerons de la question du subside de la Barrière.

4 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Hendrik Hop,* III. Mémoire du 30 janvier 1778. — Archives générales du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registres MCCXXXVII, f°s 224-245; MCCXXXVIII, f°s 1-7.



habituelle, le gouvernement de l'Impératrice exigea une réparation éclatante [1].

Le Résident des Pays-Bas à Bruxelles avait compris de suite que la conduite du commandant hollandais ne pouvait être justifiée; il s'en exprima de la manière la plus nette [2]. Les États-Généraux finirent par se rendre à l'avis de leur représentant, et, après de longs mois de réflexion [3], ils consentirent à désavouer de Ton pour les deux excès d'autorité qu'il s'était permis. On décida qu'il serait changé de garnison par mesure disciplinaire, mais le colonel mourut avant que la décision lui eut été notifiée [4].

Toutefois, si les États cèdent sur le fond, ils épiloguent sur les détails, et le désaveu est accordé de mauvaise grâce.

On fait valoir que le soldat autrichien bâtonné n'était pas muni d'un passeport en règle. Quand l'officier de garde lui a prescrit de se rendre chez le commandant de la place pour demander un permis de séjour qui eût certainement été accordé, il a refusé d'obéir « en employant des expressions trop indécentes pour être répétées dans ce mémoire » [5].

Sans doute, on ne conteste pas aux sujets de l'Impératrice le droit de se rendre dans les villes de la Barrière, mais on revendique pour les commandants de place une mission de surveillance sur les soldats de passage [6]. Ce

1 Par le mémoire du 22 janvier 1779. (Archives du Royaume à La Haye.)

2 « Ce procédé, qui affronte ouvertement la souveraineté de Sa Majesté sur la ville de Tournay est tel qu'on ne peut le regarder que comme l'ouvrage privé et particulier du génie entreprenant du colonel de Ton. » (Dépêche adressée le 11 janvier 1778 aux États-Généraux par le baron Hop. Ibidem.)

3 La réponse des États-Généraux est du 11 avril 1779. (*Verbaal van den 25 october 1773 tot den 13 october 1784*. Ibidem.) Voir aussi dans le portefeuille XLVI de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne un volumineux dossier relatif à cette affaire.

4 Il fut remplacé par le colonel de Munster, chevalier de l'ordre teutonique. La garnison fut également changée. (Ibidem, D. 104/ad Litt. M 4/n° 6.)

5 Archives du Royaume à La Haye. *Verbaal van den 25 october 1773 tot den 13 october 1784.*

6 « Leurs Hautes Puissances ne prétendent pas contester aux sujets de Sa Majesté le droit de venir dans les villes de la Barrière, mais Elles ne croyent pas moins pouvoir soutenir qu'il doit être libre aux gouverneurs et commandants de leurs trouppes dans ces places d'avoir l'œil sur tout militaire étranger qui veut frequenter ces garnisons et n'en point admettre d'autres que ceux dont les passeports ont été dûment examinés pour être sûr qu'ils ne contiennent rien de préjudiciable au service de l'État. » (Ibidem.)



n'est donc pas en réclamant un passeport que le colonel de Ton a outrepassé ses droits; il n'a eu que le tort de se faire justice lui-même.

En ce qui concerne les mesures relatives à l'affichage, les torts du colonel résident aussi dans la forme; car il avait le droit de ne rien laisser « afficher de contraire au bien de la garnison », et il jugeait de son devoir de ne permettre le recrutement militaire qu'après avoir obtenu l'agrément du prince d'Orange [1].

On le désavoue donc, mais uniquement parce qu'il a péché par excès de zèle, et on déclare bien haut que cet officier n'a jamais eu « le but extravagant et inexcusable de porter atteinte aux droits indisputables et à la souveraineté de Sa Majesté Impériale et Royale, ainsi que le mémoire de ce gouvernement le lui impute ».

L'arrestation d'un soldat autrichien par les ordres d'un commandant hollandais ne constitue par une exception; on arrête surtout des déserteurs, au grand mécontentement du peuple.

A Tournai, en 1720, la foule insulte le bourreau et moleste le paysan qui a prêté sa charrette pour l'exécution d'un soldat fugitif. Le commandant hollandais Taats van Amerongen s'en plaint vivement au marquis de Prié.

L'effervescence populaire à ce moment fut telle que les États-Généraux recommandèrent la prudence à leurs subordonnés. Il appartient aux magistrats civils, écrit le greffier, de réprimer les troubles et d'empêcher le retour des excès, mais, même s'ils manquent à leur devoir, il est essentiel que les officiers hollandais évitent soigneusement de donner prise à la moindre critique [2].

Les désertions étaient fréquentes dans les troupes de la République [3].

1 Chef suprême de l'armée hollandaise.

2 Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 26 juillet 1720, f°s 527-528.

3 Voir le rapport présenté le 2 mai 1741 par le greffier Fagel aux États-Généraux sur les renseignements fournis par le comte de Hesse-Hombourg, gouverneur militaire de Tournai. (Ibidem, *Brussel, Verbaal Kinschot*, I, 1741.) — Le 9 août 1766, le lieutenant-colonel de Ton écrit au Résident Van Haren : « Cette ville (Tournai) est pavée de nos déserteurs qui me marchent tous les jours effrontément et impunément sur les pieds. » (Ibidem, *Brussel, Diverse brieven*, 1767-1778.) — C'est en vue d'enrayer ces désertions continuelles



L'état-major s'efforçait d'enrayer le mal par une répression rigoureuse et faisait une chasse impitoyable aux soldats qui abandonnaient leurs drapeaux.

Mais alors se posait la question de savoir jusqu'où s'étendait le droit des autorités militaires. Les autorités locales, jalouses de leurs privilèges, s'opposaient avec énergie au moindre empiétement sur leurs prérogatives et ne reconnaissaient le droit de police des Hollandais que dans la forteresse proprement dite [1].

De là naissaient des discussions et des luttes rarement courtoises et presque toujours passionnées.

En 1753, deux officiers hollandais ayant arrêté au village d'Assche et ramené dans la ville de Termonde deux déserteurs d'un régiment de Flessingue, le général de Tornaco, commandant supérieur de la garnison mixte, frappa les deux officiers d'une punition disciplinaire et exigea la mise en liberté immédiate des déserteurs.

Le commandant hollandais obéit, mais en référa au ministre de la République à Bruxelles. Celui-ci dénonça au gouvernement belge le général de Tornaco, « personnage autoritaire et tracassier, qui fait naître continuellement des occasions de disputes et de plaintes, qui ne peuvent qu'être chagrinantes des deux côtés » [2].

Il reconnaît que l'arrestation a été effectuée en dehors de la zone militaire; mais, « si les déserteurs des troupes de la République des Provinces-Unies

que le Stathouder ordonne de fréquentes permutations dans les garnisons des Pays-Bas. Dans le cours de certaines années, il y eut des changements tous les deux mois, et même toutes les six semaines. Voir *Mémoire du Magistrat d'Ypres sur les dépenses considérables que lui causent les changements fréquents de garnison*, du 17 février 1750. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f° 1.)

1 « Vous n'avez le droit d'arrestation qu'aux portes et sur les remparts. » (Dépêche adressée par le Magistrat de Tournai au lieutenant-colonel de Ton, le 9 août 1766. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, *Diverse brieven*, 1756-1766.) — De Ton réplique : « Je n'ai vu nulle part que je ne pusse les faire arretter dans les rues. » (Ibidem.) — Voir une plainte à charge du commandant d'Ypres, le 24 août 1759. (Ibidem, *Brussel*, *Memorien en brieven*, 1753-1764.)

2 Dépêche adressée au prince Charles de Lorraine par Van Haren le 19 novembre 1753. (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de correspondance de Van Haren du 13 mars 1752 au 6 février 1756*, f°s 169-172.) — Voir aussi sur cette affaire : Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f° 173.



étoient entièrement libres sur le territoire autrichien, la désertion augmenteroit tellement qu'il ne seroit plus possible de l'arrêter » [1].

Il requiert donc la restitution des deux soldats, la levée des arrêts infligés aux deux officiers et les excuses formelles de la part du général de Tornaco.

Le prince Charles de Lorraine, sans contester les inconvénients graves que présentait pour la République la facilité avec laquelle les désertions s'accomplissaient dans nos provinces, déclara que la question ne pouvait être réglée que par une convention formelle, et qu'il n'appartenait pas à des officiers subalternes de trancher le litige [2].

En conséquence, par amour de la paix, il consentait à lever les arrêts purement et simplement, à restituer les déserteurs, en stipulant d'une manière expresse qu'ils n'auraient à subir aucun châtiment corporel, mais il refusait toute espèce de réparation ou d'excuses, le général de Tornaco n'ayant aucunement outrepassé ses pouvoirs [3].

1 Dépêche du même au même, le 24 novembre 1753. (Ibidem, *Brussel, Secrete brieven,* 1749-1772.)

2 Cette question des déserteurs avait été réglée plus d'une fois, mais les diverses conventions conclues n'étaient plus observées. Dès le 21 avril 1718, avait été signé le cartel de Quiévrain : les déserteurs des pays contractants devaient être restitués à leur souverain par l'autorité du territoire où ils seraient appréhendés, mais il était défendu aux officiers de poursuivre ou de rechercher les déserteurs hors de la domination de leurs maîtres. (*Plac. de Brabant,* VII, 270.) — Charles VI prescrivit, le 23 septembre 1719, de republier cette convention « qui n'est pas observée avec la ponctualité qu'il convient ». (Ibidem, V, 714.) — Même ordre le 23 juin 1725. (Ibidem, 715.) — Idem le 10 avril 1731. (Ibidem, VII, 278.) — Un nouveau traité, signé le 26 décembre 1739, reproduit, à très peu de chose près, le précédent. (Ibidem, IX, 148-153.) — Le 20 juin 1741, le comte d'Harrach publie à nouveau la convention de 1718 et ne parle plus de celle du 26 décembre 1739. (Ibidem, 157-162.) — Même ordre le 29 décembre suivant. (Ibidem, 163-170.) Enfin, nouveau cartel le 12 décembre 1742. (Cité par le duc d'Arenberg dans une dépêche du 12 mars 1749. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{\text{D. 23}}{\text{ad } \underline{7}}$ a : ad H.) — Dans cette dépêche, le duc d'Arenberg dit que le cartel de 1742 a été si mal observé par les Hollandais qu'ils auraient mauvaise grâce à l'invoquer. Il fait savoir à l'Impératrice que dans la seule ville de Tournai il y a plus de mille déserteurs hollandais. — L'Impératrice, d'accord avec le Conseil suprême des Pays-Bas, déclare, le 26 avril 1749, « que la guerre a fait tomber le cartel, et qu'il faut laisser les choses en l'état. » (Ibidem, $\frac{\text{D. 23}}{11}$: ad H, 2837.)

3 Le général de Tornaco lui avait écrit : « Il seroit bien douloureux à nous de devoir

Le Résident hollandais fut d'autant plus mortifié de cette aventure que, peu de temps auparavant, on lui avait manqué d'égards dans une affaire du même genre, mais où les rôles étaient renversés.

Au mois d'avril de cette même année, tandis que le bataillon d'Orange-Drenthe défilait par la ville de Gand pour se rendre à Ypres, des officiers du régiment belge d'Arenberg, ayant remarqué dans les rangs hollandais un déserteur de leur corps, l'avaient appréhendé, malgré les protestations de ses officiers. Ceux-ci, ayant saisi leur ministre de l'incident, on était convenu de surseoir à toute poursuite jusqu'à ce que le Gouverneur général eût envoyé ses instructions. Or, au mépris de cet engagement, le déserteur fut pendu, et la République n'avait reçu de ce chef aucune satisfaction [1].

permettre que des déserteurs hollandois de Zelande fussent arretez sur le territoire de Sa Majesté, dans le temps que les États-Généraux à Namur, Mastrecht et ailleurs engagent ceux qui désertent de chez nous ».

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Registre de correspondance de Van Haren du 13 mars 1752 au 6 février 1756*, f°s 137-138. — Le Résident estime que le gouvernement belge l'a berné « in dit odieus geval ». — Sur l'affaire du déserteur saisi à Gand le 10 avril 1753 et pendu le 14 mai suivant, voir *Mémoire remis par le baron Van Haren au gouvernement de Bruxelles, le 30 mai 1753*. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.44}{10}$: ad H, portefeuille n° 176.) — *Mémoire remis au baron Van Haren, le 23 juin 1753, en réponse au précédent*. (Ibidem, $\frac{D.44}{11}$: ad H.) — *Extrait du registre des résolutions de Leurs Hautes Puissances les Seigneurs États-Généraux des Provinces-Unies des Pays-Bas*. Séance du 10 juillet 1753. (Ibidem, $\frac{D.44}{8}$: ad H.) — *Rapport envoyé par le marquis de Botta Adorno à l'Impératrice-Reine, le 11 juillet 1753*. (Ibidem, $\frac{D.44}{9}$: ad H.) — *Rapport adressé à l'Impératrice par le duc de Silva Tarouca, président du Conseil des Pays-Bas, le 27 juillet 1753*. (Ibidem, $\frac{D.44}{6}$: ad H.) — *Protocole de la conférence tenue à Vienne le 28 juillet 1753 par le Conseil des Pays-Bas*. (Ibidem, $\frac{D.44}{5}$: ad H.)

Il résulte de ces pièces que le malheureux caporal Weijss a été exécuté par suite d'un malentendu. Le Conseil, sans vouloir excuser le manquement à la parole donnée, déplace la question et dit qu'on doit « insister avec fermeté sur la juste satisfaction que les États-Généraux doivent encore à Sa Majesté de grand nombre d'attentats et violences commises par les commandants et officiers hollandais aux Pays-Bas, et ce d'autant plus que les États-Généraux, bien loin de faire la moindre attention aux vives plaintes qu'on leur a fait faire successivement à ce sujet par quantité de mémoires, et à la modération avec laquelle on en avoit usé de la part du gouvernement des Pays-Bas, ont porté l'inattention et l'inconsidération jusqu'à ne pas répondre un mot à plusieurs de ces mémoires ».

La conduite des autorités belges fut plus correcte dans deux cas analogues qui se présentèrent quelques années plus tard : le 10 avril 1773, on reconnut un déserteur belge dans le régiment hollandais de Smissaert, qui traversait Malines; un officier belge l'arrêta,



Les Hollandais émettent la prétention insoutenable de saisir des déserteurs étrangers, même quand ils n'ont jamais servi sous les drapeaux des Provinces-Unies.

Au mois de février 1754, trois déserteurs français arrivent à Tournai. L'état-major de la Barrière n'a évidemment aucun droit sur eux puisque ces réfugiés n'ont jamais fait partie de l'armée hollandaise [1]. Cependant le commandant donne l'ordre de les arrêter, et, sans forme de procès, les fait passer publiquement par le cruel et infamant supplice des baguettes.

Le Secrétaire d'État et de guerre s'éleva avec force contre ces procédés illégaux autant qu'inhumains, et rappela les griefs relevés antérieurement à charge du commandant de Tournai [2]; mais ses représentations n'obtinrent aucun résultat.

Les magistrats communaux n'admettaient pas que l'exécution des déserteurs, même légalement condamnés, se fît sur les places publiques, pas plus en effigie qu'en réalité.

Le 18 juillet 1760, le prince Palatin de Birkenfeld fit procéder sur la grand'place de Namur à une de ces exécutions en effigie. A cet effet, on

mais le restitua presque immédiatement. Le Chancelier approuva : « Ce n'est pas le moment de nous attirer des affaires avec les Hollandois ». — Plus loin il dit : « Il est de bonne politique de marquer, quand cela se peut, de la complaisance aux Hollandois ». (Ibidem, D. 100; ad litt. *E*, 4, n° 8.) — De même, le 25 mars 1774, le général Plunckett, gouverneur d'Anvers, ayant fait arrêter vingt-quatre déserteurs autrichiens, reconnus au passage parmi les soldats de la République, le prince Charles de Lorraine ordonna de les relâcher immédiatement. (Ibidem, Répertoire de l'année 1774, f° 22.)

[1] « La jurisdiction et l'autorité des états majors des places de la Barrière est restrainte aux seuls militaires de leurs garnisons, et les sujets de Sa Majesté, aussi bien que les étrangers qui se trouvent dans l'une ou l'autre de ces places sont incontestablement sous la jurisdiction des juges civils et municipaux. » (*Mémoire remis à M. le baron Van Haren, le 8 février 1754, au sujet de trois déserteurs français refugiez en la ville de Tournay, que le commandant de cette ville a fait passer par les baguettes sans avoir le moindre égard à la jurisdiction qui compète en pareil cas au Magistrat de ladite ville.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

[2] « L'on a déja eu differents motifs de plaintes contre la conduite de M. le commandant de Tournay, et on avoit lieu de s'attendre de l'équité de Leurs Hautes Puissances qu'il y auroit été pourvu de leur part, de façon que ce commandant ne donneroit plus, au moins à l'avenir, sujet à d'autres plaintes. » (Ibidem.)



avait attaché au corps de garde de l'hôtel de ville plusieurs planches portant les noms des condamnés fugitifs. Le bourgmestre dénonça cet usage abusif d'un bâtiment de la ville [1], et l'affaire occupa deux séances des États-Généraux [2].

Les États décidèrent que, les planches ayant été clouées, non sur l'hôtel de ville, mais sur le corps de garde dont l'usage était concédé à la garnison, il n'y avait aucune faute à reprocher à l'autorité militaire : « du reste les planches susdites ne sont pas assez démonstratives et persuasives pour pouvoir justifier leurs plaintes » [3].

Pendant la seconde moitié du siècle, la désertion sévit plus que jamais dans l'armée de la République.

Le 5 avril 1774, le Magistrat de Tournai avise le Ministre plénipotentiaire de l'embarras que lui cause la présence dans la ville de « *plusieurs centaines de déserteurs hollandais du régiment de Smissaert, sujet de Sa*

[1] D'après les autorités belges, l'affichage aurait dû se faire dans la zone des fortifications.

[2] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal.* Séances du 5 février et du 8 décembre 1761, f°s 76, 764.

[3] Ibidem. — *Copieerboek Van Haren, beginnende met den 16 february 1756 tot 26 july 1762,* f°s 444-445.

Cette affaire des exécutions en effigie sur le corps de garde de Namur donna lieu à d'interminables débats. Voir un énorme dossier conservé à Bruxelles, dans les Archives du Conseil privé (cart. 509). On y trouve notamment une curieuse lettre du baron de Reischach datée de La Haye, le 15 décembre 1761. Il a fait de multiples démarches auprès du greffier Fagel, du Grand Pensionnaire, des membres du Conseil d'État, du duc Louis de Brunswick « pour faire ôter ces monuments indignes attachés à la grande garde »; mais, bien que ces divers personnages « en ont fort bien reconnu l'indécence », il n'a rien obtenu. — Le colonel baron de Hertell fait remarquer, dans une dépêche du 2 août 1760, que les exécutions, « même à mort », se font toujours sur les places publiques, et il ne comprend pas dès lors l'émoi du Magistrat de Namur « pour trois planches qui n'ont aucune connextion avec l'hôtel de ville ».

Le Gouvernement fit une enquête dans toutes les places de la Barrière. Le Magistrat d'Ypres répondit, le 16 janvier 1762, que pour les exécutions militaires on utilise la potence de la ville; les exécutions en effigie se font « par des plattinnes attachées au corps de garde ». — Les échevins de Furnes écrivent, le même jour, qu'un officier d'infanterie a été pendu, vers 1718, à une potence dressée à côté du corps de garde. — A Tournai, déclare le Prévôt de cette ville, le 9 janvier 1762, il y a sur les glacis une potence « spécialement réservée aux militaires ». — A Menin, le supplice des soldats condamnés a pour théâtre l'esplanade.



Majesté » [1]. Il appréhende des conflits avec l'état-major, d'autant plus que l'on attend l'arrivée d'un bataillon du même régiment ; il craint que les officiers ne reconnaissent leurs hommes et ne veuillent les saisir. Le président du Conseil privé, consulté sur cette affaire, répondit « qu'on ne pouvoit se méler de garantir ces gens là » ; et le Chancelier fut d'avis qu'il fallait conseiller officieusement aux intéressés de quitter la ville le plus tôt possible [2].

Le 10 octobre de cette même année, le colonel de Ton arrêta deux déserteurs à une demi-lieue des portes de Tournai et les « fit dépouiller de leurs habits jusqu'à l'indécence » [3].

Peu de jours après, le 8 novembre, le baron de Hertell, commandant hollandais de Namur, commit le même attentat aux droits de la Souveraine en envoyant une patrouille saisir au village de Beez deux soldats du régiment de Ligne, accusés, à tort ou à raison, d'avoir déserté le service des Provinces-Unies.

Une réclamation formelle fut adressée au Résident Van Haeren [4]. Le prince d'Orange ordonna de relâcher immédiatement les deux prisonniers ; toutefois, peu désireux d'intervenir par un désaveu officiel, il suggéra un expédient à son subordonné : Hertell ferait au gouvernement de Bruxelles des excuses en forme, mais paraîtrait agir spontanément [5].

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. Répertoire de l'année 1774, f° 22.

2 Ibidem.

3 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Hendrik Hop*, III. — Voir aussi sur cette affaire un protocole du Conseil privé du 27 octobre 1774. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

4 *Mémoire remis le 26 février 1775 par ordre de Son Altesse Royale à Monsieur le baron de Haren, Député de Leurs Hautes Puissances à la cour de Bruxelles, au sujet du refus que fait le Gouverneur de Namur de remettre au Magistrat de ladite ville deux hommes arretez et conduits par la patrouille du village de Beez dans la même ville.* (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1767-1778.)

5 Conformément aux instructions du prince d'Orange, il écrivit à Bruxelles qu'il agissait de son chef : « que tout ce que j'en faisois, c'étoit par moi-même, que je demandois comme une grâce pour moi que cette affaire n'auroit point de suite, pour ma tranquillité et comme une récompense de ce que le Gouvernement (de Bruxelles) m'avoit toujours témoigné d'être satisfait de ma façon d'agir ici ». (Ibidem, farde sans étiquette contenant des pièces relatives aux années 1775 à 1783.)



Il en fut ainsi, et le prince Charles de Lorraine accepta l'amende honorable avec beaucoup de bonne grâce, sans insister pour obtenir une réparation de la part des États-Généraux [1].

Cette chasse aux déserteurs dure jusqu'à la fin de l'ancien régime, et l'autorité hollandaise ne reconnait pas la prescription en cette matière : en 1777, on arrête à Namur un soldat du régiment de Vierset qui a déserté depuis plus de douze ans [2].

Les états-majors, si rigoureux en matière de désertion, ce qui est tout naturel, aident parfois les déserteurs des troupes nationales à fuir, ce qui est contraire à leurs devoirs d'alliés.

C'est ainsi qu'à Namur, dans le courant du mois de juin 1767, une patrouille « paysanne » ramenant dans la ville un groupe de déserteurs saisis à Bothey, le poste de garde à la porte lui chercha querelle et parvint à faire évader les prisonniers.

Le commandant de la place, interpellé par le gouvernement de Bruxelles, avoua que ses soldats avaient eu tort, mais épilogua sur ce que dans la mêlée un des officiers avait reçu un soufflet.

Le prince Charles de Lorraine fit preuve, une fois de plus, d'un esprit conciliant à l'extrême : il accepta l'aveu de l'officier hollandais comme une réparation suffisante et donna des instructions pour que les déserteurs arrêtés au plat pays ne fussent plus amenés dans les villes de la Barrière.

[1] Dépêche adressée par Crumpipen au Résident Van Haren le 5 mars 1775. (Archives du Royaume à Bruxelles.)

[2] Le prince de Kaunitz, mis au courant de cette affaire, écrit le 2 octobre 1777 : « Le cas est vraiment embarrassant, et nous ne devrions jamais donner congé à nos soldats (le déserteur était allé passé un congé régulier à Namur) pour des places où les Hollandois ont garnison. » — Le 7 octobre, le Général commandant les troupes fait savoir qu'à son avis « il seroit difficile de réclamer cet hom̄e ». — Le Ministre et le Chancelier sont d'accord pour « appuier avec force sur la désagréable position où l'on est vis-à-vis de ces garnisons étrangères », et ils se proposent de « resserrer au moins un peu l'étendue des complaisances qu'on a eües en particulier pour celle de Namur ». — Il serait bon, écrit Kaunitz, le 18 du même mois, « d'insinuer au Ministre de la République qu'on avoit été en droit de s'attendre à plus d'égards, mais qu'on seroit aussi dans le cas d'avoir dans les occasions moins de complaisance pour ses désirs ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. Répertoire, XLIV, f° 32.)



A l'avenir, on devait les garder à distance des places et avertir les magistrats compétents pour que leur sentence fût rendue à bref délai et sans conflit possible [1].

A la question des déserteurs se rattache celle du droit d'asile. Les arrestations, dont la légalité est contestée à juste titre lorsqu'elles se font hors des fortifications, soulèvent encore des complications nouvelles lorsque les délinquants se sont refugiés dans un édifice du culte ou dans un monastère.

Les pouvoirs publics, très frappés des inconvénients que présente l'asile pour la bonne administration de la justice à l'égard des regnicoles [2], ne sont pas moins préoccupés du cas où celui qui tente de bénéficier de l'asile est un déserteur hollandais.

Dès le 5 novembre 1715, l'Internonce Santini écrit au comte de Königsegg qu'un détachement de cinquante dragons a envahi le couvent des Carmes d'Alost, en a arraché un déserteur, et « a battu comme des malheureux quelques religieux qui estoient accourus pour empêcher une violation si énorme du lieu sacré » [3]. Le Ministre plénipotentiaire lui répond : « Mon chagrin est extrême, et je suis encore plus chagrin de ce que je ne vois pas comment vous faire avoir réparation [4] ».

Le 7 octobre 1719, le ministre de la République accrédité auprès de la cour de Vienne, fait part aux États-Généraux d'une conversation qu'il a eue

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes CXI, séance du 22 juillet 1768, f[os] 222-226.

[2] Nous avons traité cette question du droit d'asile aux Pays-Bas dans notre étude sur *Le voyage de l'Empereur Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, 169-176. Nous rappellerons seulement qu'une ordonnance, rendue par Marie-Thérèse le 14 novembre 1755, défend de donner asile aux déserteurs. (*Plac. de Brabant*, IX, 209-211.) Cette ordonnance est complétée par le décret du prince Charles de Lorraine, en date du 24 mai 1760, qui autorise les gouverneurs et commandants militaires à retirer les déserteurs des lieux d'asile, après qu'ils se seront adressés aux juges ecclésiastiques, et malgré le refus de ceux-ci de livrer les déserteurs. (Ibidem, X, 10.) — A noter aussi le décret du même prince, en date du 28 mai 1770, statuant qu'à l'avenir, aucun militaire, déserteur ou non, ne pourra dans aucun cas jouir de l'asile. (*Plac. de Flandre*, VI, 1494.)

[3] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXIX, f° 405.

[4] Ibidem, f° 409.

avec l'Empereur. Charles VI a reconnu les inconvénients du système et lui a déclaré que des pourparlers sont entamés avec la Curie romaine [1].

Maintes fois encore les gouvernements échangeront des vues sur ce point.

Au mois d'octobre 1749, le marquis de Botta Adorno avouait au Résident Van Haren les abus auxquels donnait lieu la persistance de l'asile, en ajoutant que la difficulté ne pouvait être résolue que par un accord avec le Pape, et que la Cour de Vienne ne croyait pas les circonstances favorables à une négociation de cette nature [2].

En attendant que la situation soit mieux réglée, les conflits sont fréquents.

Au mois de juin 1728, un soldat du régiment de Pallant fuit la caserne de Tournai et parvient à s'introduire dans la maison des Capucins de Courtrai. Les réquisitions de l'état-major restent vaines [3].

Par contre, dans le cours de l'année 1736, un sergent hollandais tue sa femme à Termonde et se réfugie dans le couvent des Augustins. Les moines n'invoquent nullement le droit d'asile et se prêtent de fort bonne grâce aux perquisitions de l'autorité [4].

Mais c'est une exception, car, quelques années plus tard, dans la même ville, un déserteur est accueilli chez les Capucins, et les religieux refusent l'entrée de leur cloître aux envoyés du commandant hollandais [5]. Après de laborieux pourparlers, ils consentent à livrer le fugitif si le colonel s'engage par écrit à n'infliger au déserteur ni la mort ni une peine « infamante » [6].

1 Archives du Royaume à La Haye. Portefeuilles *De Keiser*. *Secrete brieven*. *Hamel-Bruyninx*, 1718-1724.

2 Ibidem, Registre de correspondance de Van Haren, du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752. — Sur la même question, voir Ibidem, *Brussel*, *Gewone brieven*, 1749-1750. — Voir aussi Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. D. XCVI. Lettres A-C, portefeuille CCXX.

3 Voir *Mémoire remis au Résident Pesters, le 6 juillet 1728, par le Secrétaire d'État et de guerre*. (Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.)

4 *Chronyk van t' gene in dese landen en bijzonderlijk binnen de stad Dendermonde is voorgevallen*, etc., f°s 167-168.

5 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, *Diverse brieven*, 1756-1766.

6 « Dat de grenadier niet met de dood of infamie zou gestraft worden. » (Ibidem, *Copieerboek Van Haren beginnende met den 16 february 1756 tot den 26 july 1762*, f° 36.)



Lorsqu'on s'est mis d'accord et que l'affaire semble réglée, les religieux ajournent la solution, disent qu'il leur faut au préalable solliciter l'autorisation de l'évêque du diocèse. Et tandis que le frère gardien se rend à Gand à cet effet, le soldat parvient à s'évader, et naturellement les Hollandais prétendent qu'il a été aidé par les moines. Le Résident proteste auprès du Gouverneur général, le 7 avril 1760; il rappelle dans son mémoire que, deux ans auparavant, le commandant autrichien de la place de Termonde a fait arracher du même couvent trois déserteurs de ses troupes — ce qui est exact [1] — et il revendique pour les Hollandais le même droit [2].

A Namur avait prévalu une autre solution, contraire aussi d'ailleurs aux prétentions hollandaises.

Le 15 juillet 1751, un fantassin du régiment de Praetorius s'était enfui de sa caserne et avait trouvé un refuge chez les Récollets. Le prieur refusa de le livrer et en référa à l'Évêque. Ce prélat aurait répondu qu'il donnerait volontiers l'ordre de remettre le soldat aux mains de ses chefs, mais qu'il était tenu d'obéir à un décret de la cour de Vienne interdisant de priver du

[1] Le 16 mai 1758, le Secrétaire d'État et de guerre écrit à M. du Quesne de Vertaing, lieutenant-colonel au service de Sa Majesté l'Impératrice-Reine, major de la place à Termonde :

« Monsieur,

» J'ai vu par votre lettre du 15 de ce mois qu'il y a eu un complot de désertion au bataillon du régiment de Wiedt, qui a été découvert, et que trois des complices principaux s'étant réfugiés dans le couvent des capucins, vous avez fait mettre des postes aux portes de ce couvent pour tâcher de prévenir l'évasion des dits complices jusqu'à autre ordre de ma part; sur quoi je vous dirai, Monsieur, que conformément à ceux de Sa Majesté, qui sont clairs à cet égard, vous interpellerez de nouveau le Père gardien, et lui ferez demander s'il veut extrader les trois réfugiés sans aucune condition, car il ne s'agit pas de capituler, et moins encore promettre l'impunité. S'il s'y prête, tout est fini, mais s'il continue à le refuser sous quelque prétexte que ce soit, vous choisirez un officier sage qui, au temps qu'il y aura le moins de concours de monde, entrera dans le couvent avec le nombre de soldats qu'il jugera nécessaire, et qui, sans autre formalité, en retirera les complices, pour ensuite être procédé contre eux selon les règles de la justice militaire. »

(Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f° 194.)

[2] Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek Van Haren*, 1756-1762, f[os] 342-343.



bénéfice de l'asile les accusés du crime d'homicide et en général les criminels passibles de la peine de mort [1].

Comme on put établir que le fugitif n'était pas encore qualifié déserteur et qu'aucune accusation d'homicide n'était portée contre lui, on consentit à le livrer, mais en stipulant que ce fait ne pourrait être invoqué comme un précédent : « Ceux qui à l'avenir se trouveront dans cette catégorie, ne seront point rendus, à moins d'une promesse qu'on n'attentera point à leur vie, et alors ce sera le conseil de la province qui décidera si le soldat réfugié au couvent pourra être rendu ou non [2] ».

Le commandant hollandais refusa de s'engager, cette stipulation lui paraissant « aller droit contre l'autorité de Leurs Hautes Puissances et être une chose très préjudiciable au service » [3].

Mais des affaires bien plus graves devaient naître de ce droit d'asile revendiqué par les corporations religieuses. Trois fois, à peu d'intervalle, la ville de Tournai fut profondément troublée; les chancelleries échangèrent des notes d'une vivacité belliqueuse, et, chose étrange, aucun de nos historiens n'en a fait mention.

Au mois de juillet 1749, huit déserteurs hollandais détenus dans la prison militaire parvinrent à s'évader avec la complicité de la sentinelle de garde et à gagner la cathédrale, en compagnie de leur infidèle gardien.

Le commandant les ayant réclamés au Chapitre, reçut pour réponse que l'on devait demander les instructions du Gouverneur général, et qu'en attendant les réfugiés seraient gardés « exactement » dans la prison capitulaire.

Tandis que la chose était ainsi en suspens, les prisonniers s'enfuirent.

1 Ce langage de l'Évêque de Namur est rapporté par le colonel de Schwarzemberg. On peut se demander si la mémoire de cet officier l'a bien servi, car l'examen le plus minutieux des documents de la chancellerie et du Conseil privé ne nous a rien fait découvrir qui corrobore ces affirmations prétendues de l'évêque. L'ordonnance publiée par Marie-Thérèse pour ses États allemands est conçue dans un esprit absolument opposé. Voir notre étude sur *Le voyage de l'Empereur Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, 170.

2 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1749-1751.

3 Ibidem.



Pour l'état-major hollandais, il n'y eut point de doute sur la complicité active des chanoines [1]. A l'entendre, après avoir procuré aux soldats des costumes civils, on les avait fait échapper en leur donnant des guides, et on n'avait révélé leur fuite qu'après de longues heures, lorsqu'on les savait certainement en sûreté.

Tel est le langage des officiers hollandais. Mais les chanoines se défendent énergiquement d'avoir manqué à la parole donnée.

Dès le 14 août, l'abbé Bouckaert, secrétaire du Chapitre, rend compte [2]

[1] « La promesse a été tenue en prenant les mesures nécessaires pour les faire évader, plusieurs sortes d'habillemens aiant été portés à la prison par différentes personnes qui ont déguisé par des habits les huit déserteurs, par exemple l'un en perruquier, un autre en femme, un troisième en prêtre, et les autres en porteurs de saqs, et qui, à 5 heures du matin, le 4 de juillet, les ont non seulement conduit hors de l'église, mais qui les ont même assisté à se sauver dans la ville, et ce ne fut que l'après-midi, entre 3 et 4 heures, que le Chapitre trouva à propos de communiquer cette évasion au gouverneur, rejettant la faute toute entière sur un de leurs gêoliers, qui auroit favorisé cette évasion, ou par la crainte des menaces des déserteurs, ou par la compassion qu'il avoit de leur sort, lequel gêolier on auroit fait mettre en prison.

» On a eu beau s'attendre depuis à des éclaircissemens de la part du Chapitre sur toutes ces circonstances. Les plaintes par écrit qui leur ont été remises selon ce qu'ils ont souhaité eux-mêmes, et spéciallement le grief que la sentinelle a dû être dans l'église, puisqu'on étoit informé qu'il avoit été déguisé en boulanger portant un panier de pain sur sur épaules, sont demeurés sans réponse et sans éclaircissemens, sous différents prétextes frivoles, et le gêolier n'a jamais été puni. » (*Pro memoriâ des États généraux des Provinces-Unies*. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{20}$: ad H.)

[2] « Conçu dans des termes, et revêtu d'une forme qui marquent une espèce d'authorité que nous ne reconnaissons pas dans l'état-major de cette ville. » (Ibidem.) — Une copie du mémoire de Lewe est annexée à la lettre de Bouckaert. Lewe demande notamment : 1° pourquoi, alors que l'évasion s'est produite de très grand matin, on n'a informé le prince de Hesse qu'entre trois et quatre heures de relevée; 2° qui a fourni aux soldats des habits; 3° qui les a fait sortir par les différentes portes de la ville; 4° qui a déguisé la sentinelle complice en boulanger. « Ne doutant aucunement ou Messieurs du Chapitre auront déjà pris toutes les informations qui les auront éclaircis de quiconque aura été complice à fournir à ces criminels les moiens de s'évader (rien ne leur étant plus facile que de le sçavoir par le gêolier ou clocheman détenu), d'autant plus que leur honneur se trouve particulièrement intéressé pour que leur justification paroisse au public par la connoissance des coupables et par la justice que l'on en fera. J'attends sur les articles ci-dessus une réponse cathégorique de Messieurs du Chapitre, insistant derechef et solennellement à la demande déjà faite ci-devant. » (30 juillet 1749. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f[os] 47-48.) — Les chanoines répondent



de l'incident au marquis de Botta Adorno. Il affirme que l'évasion n'est ni directement ni indirectement l'œuvre du clergé; dès qu'elle lui a été signalée, il s'est rendu chez le prince de Hesse pour lui faire part de cette déconvenue et lui en exprimer ses regrets. Il a été accueilli avec affabilité, et l'entrevue s'est passée de la manière la plus courtoise.

Mais le prince, ayant pris un congé, a remis son commandement au général Lewe, et celui-ci s'est permis d'adresser au Chapitre un mémoire « véhémentement intolérable ». Le secrétaire s'en plaint avec amertume et « suplie le Gouvernement de faire pourvoir par un règlement à l'asile que réclament les militaires de garnison des places de la Barrière ».

Le 20 octobre suivant, le Chapitre envoya au gouvernement central un mémoire justificatif [1] à propos d'un nouveau conflit dont nous parlerons plus loin. Au cours de son exposé, il revient sur l'évasion [2] des huit soldats de 1749,

le 13 août : « Ils observent qu'il leur seroit fort aisé de se justifier des soupçons répandus dans ce mémoire par une apologie détaillée sur chacun des articles qui le composent, mais qu'ils croiroient manquer à ce qu'ils doivent à leur auguste Souveraine et à des ministres vers qui seuls ils sont responsables de leur conduite, et à ce qu'ils se doivent à eux-mêmes et à leur corps, en s'asservissant à une forme d'interrogat tel qu'on le propose, qui marque une supériorité à laquelle on ne sçauroit déférer sans offenser la majesté et blesser les droits de ce corps. » (Ibidem, f°s 49-50.) — Le marquis de Botta ayant reproché au Chapitre de « ne pas l'avoir informé de suite des circonstances particulières de l'évasion », les chanoines répondent : « Il ne faut pas, Monseigneur, attribuer à un mauvais motif notre silence là-dessus. C'est le silence que l'état-major hollandois a affecté dans l'interval du départ du prince de Hesse et de la délivrance du susdit mémoire qui nous a en même temps persuadé que cette affaire étoit ensevelie dans l'oubli, et qu'il étoit hors de propos de fatiguer Votre Excellence d'un récit inutile des circonstances d'un fait dont on pouvoit croire que le commandant de la ville avoit perdu le souvenir. » (Ibidem, f°s 51-52.) — On trouve dans le même registre (f°s 53-63) une copie du procès-verbal de l'enquête effectuée par les soins des chanoines Philippe Damman d'Hérines et J.-F.-J. de Hornes.

[1] *Lettre de ceux du chapitre de Tournai au marquis de Botta Adorno, par laquelle ils lui remettent leurs remarques sur la réponse des États-Généraux au mémoire contenant les plaintes qui leurs avoient été portées de la part du Gouvernement.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 34}{24}$: ad H.)

[2] Le Chapitre apporte une insistance, dont on ne comprend pas bien la raison, à prouver que la sentinelle n'a pas trouvé asile dans la cathédrale; il produit assez naïvement un certificat signé par ce soldat, qui lui aussi a déserté, et dont le témoignage ne doit donc guère avoir de poids auprès de ses anciens chefs : « Le Chapitre a produit un certificat donné à Vallenciennes par le soldat qui étoit de faction à la prison, dont les autres ont



et reproche assez aigrement au général Lewe la malveillance de ses incriminations lancées à la légère. Le premier coupable, c'est le général lui-même, qui n'a pas su garder ses prisonniers. L'acteur principal a été un « clocheman » [1] infidèle, que l'on a interrogé dès que l'évasion a été connue, mais dont on n'a rien pu tirer, parce qu'il « n'avoit point encore cuvé l'eau de vie qu'il avoit bu avec ces soldats ». Quand on a su exactement les « particularités du fait », les évadés étaient déjà bien loin; il ne restait d'autre ressource que de punir sévèrement le complice, et l'autorité capitulaire n'a pas failli à ce devoir [2].

L'émotion causée par cette affaire était à peine calmée qu'une nouvelle occasion de discorde se présenta.

Au mois de novembre 1749, un soldat du corps des mineurs, consigné à l'hôpital de Tournai, parvint à en sortir et se sauva dans la cathédrale. Le doyen, requis de livrer le fugitif, aurait avoué [3] que ce malheureux ne pouvait légalement invoquer le droit d'asile, mais il refusa cependant d'obtempérer aux réquisitions.

Le commandant hollandais, après avoir patienté durant vingt-quatre heures, fit cerner l'église, malgré les remontrances du clergé [4].

foncé la voûte, et ce certificat prouve que ce soldat s'étant présenté à la porte de la cathédrale pour réclamer l'azyle, il n'y étoit point entré, parce que le clocheman, qui avoit ouvert cette porte, luij avoit dit qu'il ne croïoït point qu'il put y avoir d'azyle pour luij.... Le Chapitre a encore fait voir qu'il etoit impossible que cette sentinelle fut sortie de la ville deguisée en boulanger portant un panier de pain sur les épaules, parce que, si cela avoit été, au lieu de huit personnes qui ont été travesties par les soins et l'infidélité du clocheman, il s'en seroit trouvé neuf, tandis qu'il étoit certain qu'il n'y en avoit que huit. » (Ibidem.)

[1] Sonneur de cloches.

[2] Voir aussi les lettres adressées au Résident des Provinces-Unies par le prince de Hesse, le 1er et le 5 juillet 1750. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1743-1751.)

[3] C'est le prince de Hesse qui l'affirme dans une lettre envoyée au Résident le 26 novembre 1749. (Ibidem.) — Il est difficile de se prononcer, vu la passion qui règne de part et d'autre.

[4] « On (le Chapitre) prétend que les fidèles ont été bloqués à l'église; quand on est venu me dire cela, j'ai envoyé l'Aide-major pour les faire sortir; il n'y en avoit pas un seul. » (Lettre du 30 novembre 1749. Ibidem.)



On ne sait comment cette situation aurait pu être dénouée, si le soldat, se rendant aux conseils que lui fit porter le commandant par un de ses officiers [1], n'avait consenti à se rendre à la prison militaire [2].

De l'échange de correspondances qui eut lieu à cette occasion se dégagent certains faits intéressants à noter.

Le prince de Hesse affirme, sans doute pour excuser l'énergie passablement brutale de ses procédés, que, s'il a fait marcher sa troupe, c'est parce

1 « L'aide-major Reisserstein déclara au réfugié qu'il avoit eu tort de fuir, qu'il pouvoit s'attendre à être prochainement relâché, surtout s'il alloit librement à la prison militaire; il le conjura de prendre ce parti pour son bien et avantage, l'assurant qu'il emploierait auprès du Prince (de Hesse) tout son crédit pour le bien disposer en sa faveur, et que, s'il le falloit, il se jetteroit à ses genoux à cet effet. » (Déposition de Bouckaert, secrétaire, Dubois, cavier du Chapitre, et Charlier, clerc de la trésorerie de la cathédrale de Tournai. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 201-205.)

2 Une des lettres du prince de Hesse rendant compte de l'incident au Ministre de la République, nous a semblé assez curieuse pour être reproduite ; nous respectons scrupuleusement l'orthographe :

« MONSIEUR,

» Votre Haute Puissance orra recu presentement le memoire avec ma lettre de ce qui c'est passé touchant le mineur qui étoit réfugié dans la catédrale des chanoines, n'aïant pu informer Votre Haute Puissance plus tôt à cosse d'un fiolent accais de goutte avec fièvre. Si l'on veut donner refuge à ceux qui refuse le servisse du souverain, comme est le cas du mineur, notre garnison n'a qu'à se muttiner par plottons et se retirer dans les Eclisses, ce qui est aussi prejutitiable au servisse de Sa Majesté Royalle et Imperialle qu'a la subordination des trouppes. Toutes mes representations au Chapittre n'ont rien assisdé pour ravoir se griminel, mais aijant envoijé l'aide major Reidsenstein à la prison dans la catétrale, pour le persuader de se rentre de son chef au prevaus de la garnison, il s'y est randu avec luij, et j'aij d'abort fait retirer les gardes devant l'Eclisse. Ainsi je conte cette affaire finie, et j'espeure que par vos representations vous obtiendrés que de pareilles refuges n'ay plus lieux Etant de trop grande consequance pour la dissibline militaire, commant un Gouverneur peut il tennir ordre dans une plasse, si l'on accortte le refuche pour pareil cas?

» Je suis toujours avec un tres sincer ataichement,

» Monsieur,

» De Votre Haute Puissance,

» le tres humble et tres obeissant serviteur,

» GUILLAUME DE HESSE PHILLIPSTHAL.

» De Tournay ce 27 novembre 1749. »

(Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1743-1751.)



qu'on avait laissé pendant toute une journée ses ouvertures sans réponse. Il fait remarquer aussi que ce n'est pas la première prise d'armes provoquée par l'abus du droit d'asile. A l'époque où le commandement de la place était exercé par le landgrave de Hesse-Hombourg [1], la garde s'est rendue au couvent des capucins et a exigé la restitution d'un soldat qui y avait trouvé un refuge [2]. Dans une autre garnison, à Menin, les religieux s'étant montrés moins accommodants, le monastère a été cerné huit jours durant par les contingents hollandais, mais vainement, car le soldat a pu se sauver par un souterrain.

Le gouvernement autrichien, ajoute le prince de Hesse, aurait tort de se plaindre, car, le cas échéant, il se montre autrement énergique encore que les Hollandais. A Fribourg, un régiment impérial a bloqué étroitement un couvent et son église pendant dix-sept jours, ne laissant entrer ni sortir personne, et la famine seule est venue à bout de la résistance des moines. Le déserteur a été pendu, et le gouverneur de Fribourg n'a jamais été blâmé de ce chef ni par l'Empereur ni par le Pape [3].

Nous citerons ici encore un autre fait mentionné par Van Haren dans ce même ordre d'idées.

Le colonel autrichien Wallis, poursuivant un déserteur réfugié dans une église et ne parvenant pas à l'arracher à son asile, l'aurait fait fusiller sur l'autel même où le malheureux s'était blotti. Le Pape aurait lancé l'excommunication contre l'auteur de cette exécution sacrilège; le gouvernement

1 Hoverlant dit (XC, 56-57) que le landgrave Frédéric-Jacques de Hesse-Hombourg étoit « un prince charitable et officieux ». Ce prince avait passé au service de l'Autriche en 1742.

2 « Du temps du langraffe de Hesse-Hombourg, toute la parade est allé au couvent des capusseins ou un malfecteur soldat de la garnison etoit sové, et tout de suite les capusseins l'ont rantu. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1743-1751.)

3 « Dans les trouppes de la Rene on y va plus rudement. A Freybourg, ils ont tenu le couvent des Capusseins et l'Eglise plocquée pantant 17 jours, sans lesser entrer n'ij sortir personne jusque a ce que les capusseins par dissette ont été obligés de rantre le deserteur au regiment de Salme. Jamais le Gouverneur en a eu un reproche ny de la cour, ny du Pappe, ce que le capitaine Stuben de Waldeck peut atester qui est ici, et qui alors etoit au service de la Rene. » (Ibidem.)



autrichien, le prenant sous sa protection, aurait interdit la publication de l'anathème dans les États de l'Impératrice [1].

Voilà ce que raconte Van Haren. Il faut reconnaître cependant que cette fois-ci le Résident se montra désireux de calmer les esprits. Dans une lettre qu'il envoie au prince de Hesse, sans désavouer celui-ci, il exprime des intentions conciliantes; il se plaint de demeurer impuissant à faire renaître la bonne entente, et cela par la faute de ses maîtres qui ne lui donnent pas d'instructions [2]. En même temps, il écrit au greffier des États, Fagel, une lettre pressante pour qu'il fasse prévaloir la modération dans les conseils du gouvernement [3].

Le Conseil privé, saisi [4] du litige par le Ministre plénipotentiaire, émit l'avis qu'une réglementation complète du droit d'asile était vouée d'avance à un échec certain [5]. Cependant, les plaintes des Hollandais contiennent, il l'avoue, une part de vérité : puisque les déserteurs des troupes autrichiennes

1 Nous n'avons trouvé nulle part trace de ce fait, qui se serait passé vers 1740, mais Van Haren le raconte comme une chose bien connue de tout le monde. (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Van Haren du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752.*)

2 « Quelque incliné que je sois à rendre un service aux troupes de l'État en général, et à Votre Altesse en particulier, je voudrois de tout mon cœur pouvoir inventer quelque moïen pour accomoder cette affaire à l'amiable et au bien du service de l'État, car il peut y avoir des circonstances où une affaire d'éclat vient aussi mal à propos qu'un accomodement désavantageux, de sorte que je ne désire rien si ardemment que de voir finir celle-ci à la satisfaction mutuelle, mais n'étant fourni ni d'exemple ni d'ordres de la part de l'État, je n'ai pas d'armes pour combattre, et mes offices ne peuvent jusqu'ici être d'aucun fruit. » (Lettre du 27 novembre 1749. Ibidem.)

3 Dépêche du 1er décembre 1749. (Ibidem.)

4 Dans sa séance du 10 juillet 1750.

5 « Nous ne pouvons que représenter à Son Excellence que la multiplicité des différens cas dans lesquels on peut prendre son asile dans les endroits d'immunité n'ont jamais permis qu'on ait pu faire un règlement en cette matière, et que, quand même il fut possible d'en faire un, il conviendroit d'autant moins de le faire opérer pour les trouppes de garnison des places de Barrière, que le juge laïque ordinaire étant celui qui doit connaître et déclarer dans chaque cas particulier si le criminel doit et peut jouir de l'asile ou pas, on ne pourroit attribuer cette connoissance aux commandans hollandois, lesquels, dans les principes d'une religion étrangère, ne reconnoîtroient la validité de l'asile dans aucun cas. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes nº LXVII, fº 210.)

ne sont plus admis à jouir du bénéfice de l'asile, il serait équitable de traiter de la même manière les soldats de la République [1].

Le Résident Van Haren était d'avis que les Hollandais devaient aussi se prêter à une transaction. L'état-major ferait bien, disait-il, lorsqu'une affaire de déserteurs réfugiés dans une église se présenterait encore, de s'engager à ne pas les punir de mort ou de mutilation. Cet engagement pris, on ne comprendrait plus que l'autorité religieuse pût faire la moindre objection [2].

Tandis que le gouvernement central tentait de pacifier les esprits et d'écarter les obstacles à la bonne entente, des agitations inattendues venaient contrarier ses projets d'apaisement.

Un incident nouveau mérite de nous arrêter un instant, à cause de sa gravité exceptionnelle; il est d'ailleurs, pensons-nous, absolument inédit.

Le 14 août 1750, un soldat hollandais, incarcéré dans la prison du prévôt militaire de Tournai, profitant du moment où on lui apportait sa nourriture, bouscula son gardien, le jeta du haut des escaliers, gagna la rue, et se réfugia dans la cathédrale [3].

1 « Comme néantmoins il convient selon nous que la garde des places de Barrière étant confiées à leurs soins, on contribue autant que possible à la conservation de leurs trouppes, et que celles-ci ne trouvent pas plus d'asile dans les lieux d'immunité que les trouppes de Sa Majesté, nous croions que Votre Excellence peut déclarer, conformément à ce qui a été statué pour les trouppes de Sa Majesté, que touttes et quantes fois un soldat des garnisons de Barrière se réfugiera dans une église pour le simple crime de désertion, qu'il ne pourra et ne devra pas jouir de l'asile, et que les supérieurs ecclésiastiques devront le livrer à la première réquisition de leurs respectifs commandans et qu'Elle pourroit, ce ensuivant, faire connoître aux Évêques des diocèses dans lesquels sont respectivement situées les dites places de Barrière, et aux Magistrats respectifs des dites villes que l'intention de Sa Majesté est que les déserteurs des troupes des garnisons de Barrière ne puissent jouir de l'asile. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, reg. aux consultes, n° LXVII, f° 210.)

2 Dépêche adressée le 4 juillet 1750 par Van Haren au prince de Hesse. (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Van Haren du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752.*)

3 Sur cette affaire, voir *Lettre des prévôt et jurés de la ville et cité de Tournaij au marquis de Botta-Adorno, par laquelle ils informent ce ministre de ce qui s'est passé entre eux et le commandant de Tournaij à l'occasion de l'attentat qu'il avait commis en faisant arracher. de force et de mauvaise foi, un soldat hollandois qui s'étoit réfugié dans l'église cathédrale de*



Bientôt le commandant intérimaire de la place, ce même général de Lewe dont il a été question plus haut, avisé de l'évasion, fit sortir toutes les troupes des casernes, cerna étroitement la cathédrale, et plaça devant chaque porte de l'édifice un canon chargé, entouré d'artilleurs, mèches allumées.

leur ville. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{30}$: ad H, 21 août 1750.) — *Mémoire remis par ordre du Gouvernement au Député des États généraux des Provinces-Unies Van Haren sur la violence que le baron de Lewe, commandant hollandois à Tournai, a commise en faisant arracher avec force et de mauvaise foi un soldat qui s'étoit réfugié dans l'église cathédrale de la même ville, par lequel on demande que, pour faire réparer l'injure et le scandale de l'extraction du soldat hollandois réfugié, LL. HH. PP. ordonnent que le commandant le fasse remettre dans le même endroit d'où on l'avoit arraché, et qu'en outre ils rapellent le même commandant de Lewe pour prévenir les mauvaises conséquences qui pourroient résulter de la continuation de son commandement.* (Ibidem, $\frac{D.34}{28}$: ad H, 23 août 1750.) — *Lettre du marquis de Botta-Adorno au baron de Reischach, Ministre impérial à La Haïe, par laquelle il lui envoie une copie du mémoire remis au Député Van Haren contre la violence commise par le général Lewe à Tournai, afin qu'il puisse aussi, de son côté, agir pour la réparation demandée tant auprès des États généraux que chez le prince Stathouder.* (Ibidem, $\frac{D.34}{29}$: ad H, 24 août 1750.) — *Relation du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice sur l'attentat commis à Tournaï par le Général Baron de Lewe.* (Ibidem, $\frac{D.34}{27}$: ad H, 26 août 1750.) — *Consulte du Conseil des Païs-Bas, tenue le 5 septembre 1750, présents le Duc de Silva-Tarouca, le Cte de Königsegg-Erps et le Mis de Pacheco sur la relation du Prince Charles de Lorraine touchant l'attentat commis à Tournaï par le Baron de Lewe.* (Ibidem, $\frac{D.34}{26}$: ad H; examinée dans la conférence ministériale tenue le 14e de mars 1751.) — *Mémoire remis le 7 octobre 1750 par ordre du Prince Charles de Lorraine à M^r^ le Secrétaire Heidegger, chargé des affaires de LL. HH. PP. les États-Généraux des Provinces-Unies, en l'absence de M. le Bon Van Haren.* (Ibidem, $\frac{D.34}{24}$: ad H.) — *Certificat du secrétaire du Chapitre de la Cathédrale de Tournaï, Bouckaert, lequel, aïant revu le procès-verbal de l'extraction violente faite par ordre du Commandant, Général de Lewe, d'un soldat hollandois hors de l'Église Cathédrale, le 14 août de la présente année, a remarqué qu'il y a deux circonstances omises audit verbal, lesquelles il offre d'affirmer véritables sous serment en étant requis.* (Ibidem, $\frac{D.34}{10}$: ad H, 6 octobre 1750.) — *Rapport du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice, en lui remettant la réponse des États-Généraux au mémoire du Marquis de Botta-Adorno sur l'attentat commis à Tournaï par le Général Lewe.* (Ibidem, $\frac{D.34}{23}$: ad H, 7 octobre 1750.) — *Pro memoriâ des États-Généraux des Provinces-Unies au sujet de l'enlèvement d'un soldat déserteur de la Cathédrale de Tournai.* (Ibidem, $\frac{D.34}{20}$: ad H.) — *Certificat de J. de la Bassarderie, Doïen de la Cathédrale de Tournaij, contenant les circonstances avec lesquelles le Général Lewe a fait enlever de l'Église Cathédrale de Tournaï un soldat hollandois qui s'y étoit réfugié.* (Ibidem, $\frac{D.34}{15}$: ad H, 7 octobre 1750.) — *Certificat du prêtre chapelain des hautes formes de la Cathédrale de Tournaï, Del Rue, rapportant tout ce qui s'est passé dans l'Église Cathédrale de Tournaï, à l'occasion de l'enlèvement d'un soldat*

Or, une foule de fidèles assistaient au salut; l'office terminé, personne ne put sortir. Après que cette situation se fut prolongée durant plusieurs heures, un officier entra dans l'église et demanda que l'on convoquât sur-le-champ une assemblée des chanoines. On lui répondit que le Chapitre était précisément réuni, et que si l'État-major voulait lui déléguer quelqu'un, on pourrait s'expliquer.

Le général Graeme [1], Grand-major de la place, arriva quelques instants plus tard, et requit l'extradition du soldat.

hollandois qui s'y étoit réfugié, par lequel on peut voir tous les excès, menaces et irrévérences commises par la garnison hollandoise dans l'Église Cathédrale. (Ibidem, $\frac{D.34}{19}$: ad H, 8 octobre 1750.) — *Certificat de l'abbé Damman d'Herrinnes, prêtre-chanoine de la Cathédrale de Tournaï, contenant les circonstances de l'enlèvement fait par ordre du Général Baron de Lewe, de l'Église Cathédrale de Tournaï d'un soldat de la garnison de la même ville qui s'y étoit réfugié.* (Ibidem, $\frac{D.34}{18}$: ad H, 16 octobre 1750.) — *Rapport du Duc de Silva-Tarouca transmettant à l'Impératrice Reine le mémoire des États-Généraux des Provinces-Unies.* (Ibidem, $\frac{D.34}{22}$: ad H, 18 octobre 1750.) — *Certificat de l'avocat Millendorff, contenant tout ce qui s'est passé dans l'Église Cathédrale de Tournaï, à l'occasion de l'extraction violente d'un soldat hollandois faite par ordre du Commandant, Général de Lewe.* (Ibidem, $\frac{D.34}{17}$: ad H, 18 octobre 1750.) — *Lettre de ceux du Chapitre de Tournaï au Marquis de Botta-Adorno, par laquelle ils lui remettent leurs remarques sur la réponse des États-Généraux au mémoire contenant les plaintes qui leur avoient été portées de la part du Gouvernement, au sujet d'un soldat hollandois que le commandant de Tournaï a fait enlever de force de l'Église Cathédrale de ladite ville, où il s'étoit réfugié.* (Ibidem, $\frac{D.34}{21}$: ad H, 20 octobre 1750.) — *Mémoire formé par ceux du Chapitre de la Cathédrale de Tournaij, contenant leurs remarques sur la réponse déplacée que les États-Généraux des Provinces-Unies ont faite sur les plaintes du Gouvernement général au sujet d'un soldat hollandois que le Commandant de Tournaij, Baron de Lewe, avoit fait enlever avec violence de l'Église Cathédrale de la même ville.* (Ibidem, $\frac{D.34}{14}$: ad H.) — *Rapport du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice sur l'enlèvement d'un soldat hollandois de l'Église Cathédrale de Tournaij, transmettant le mémoire de ceux du Chapitre.* (Ibidem, $\frac{D.34}{13}$: ad H, 4 novembre 1750.) — *Rapport du Duc de Silva-Tarouca à l'Impératrice sur l'enlèvement par la force des prisons du Chapitre de Tournaï d'un soldat hollandois déserteur.* (Ibidem, $\frac{D.34}{12}$: ad H, 15 novembre 1750.) — *Relation de la Conférence tenue le 14 février 1751 par le comte de Königsegg, le comte d'Ulefeld, le comte de Coloredo, le comte de Khevenhüller, le duc de Silva-Tarouca, le maréchal de Bathiany, le baron de Bartenstein et le comte de Neny.* (Ibidem, portefeuille CXLVI, pièce non cotée.)

Voir aussi Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven*, 1749 à 1753. — Archives communales de Tournai. *Registre aux rescriptions*, 17 août 1750, f°s 204-205.

[1] Voir *Relation de ce qui s'est passé entre M. le Major-général Graeme et le Chapitre de la cathédrale de Tournaij le 22 de juillet 1750.* (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1751.)

Avant de répondre, les chanoines lui demandèrent de quel droit on empêchait les fidèles de quitter l'église. Le général déclara n'avoir pas connaissance d'un ordre pareil, et sortit pour s'en faire rendre compte, puis revint notifier à l'assemblée, de la part du commandant supérieur, qu'elle devait régler le litige dans le délai d'une heure et permettre que le fugitif fût gardé dans la prison capitulaire par deux soldats sans armes; à ces conditions seulement la troupe dégagerait les portes et permettrait l'évacuation du temple.

Après de laborieuses négociations, le général consentit à se départir quelque peu de la rigueur de ses exigences. Il fut convenu que le peuple retenu dans l'église pourrait se retirer, que deux « bas officiers » désarmés seraient admis à constater l'identité du fugitif, et que, le lendemain au plus tard, le Chapitre ferait connaître sa décision.

Bientôt arrivèrent non deux « bas officiers », mais trois officiers. Les commissaires du Chapitre firent d'abord quelque difficulté pour admettre cette substitution qui s'écartait des termes de l'arrangement, mais ils finirent par reconnaître qu'au fond cela importait assez peu, et « que même leur caractère donnoit plus de confiance en eux qu'on n'en mettoit dans deux subalternes »[1].

Les officiers hollandais prétendirent alors que l'on devait faire descendre le prisonnier dans l'église pour procéder à la confrontation. Ils se heurtèrent à un refus : les chanoines maintinrent que cette formalité devait avoir lieu dans la prison même, ce qui permettrait de constater que les craintes d'évasion étaient vaines.

Après de nouveaux pourparlers, les Hollandais consentirent à monter à la prison capitulaire. Mais, et ceci est un détail auquel le Chapitre attacha avec raison[2] une grande importance dans son mémoire à l'Impératrice, ils s'opposèrent à ce que l'on fermât les portes de l'église[3].

1 Voir Mémoire de Neny aux pièces justificatives, n° III.

2 Parce que tout ce qui va suivre démontre qu'il y avait chez les officiers hollandais une arrière-pensée : les portes devaient rester ouvertes pour permettre l'acte de violence que l'on préméditait.

3 « Aussi bien celles qui s'ouvroient dans la rue que celles qui donnaient accès vers la prison, et, comme cette dernière avoit été un instant fermée, l'Aide-major cria à un officier



Les officiers, étant arrivés dans le cachot, se jetèrent sur le détenu, tirèrent l'épée et mirent les chanoines en fuite, puis, comme ils criaient aux armes, un détachement, qui n'attendait que ce signal, envahit l'église, bayonnette au bout du fusil, entoura le prisonnier et l'emmena, escorté par toutes les troupes de la garnison.

Il était plus de 8 heures du soir lorsque cette « scène scandaleuse »[1] prit fin.

Cette fois, on peut le dire sans exagération, la mesure était comble : le peuple retenu de force, invasion de l'église par des soldats en armes, l'épée tirée contre les prêtres inoffensifs [2], c'était la violation flagrante de tout droit et une intolérable usurpation de souveraineté.

Le Chapitre commença par réclamer auprès du général de Lewe satisfaction de l'outrage subi. Lewe affecta de se montrer fort surpris de cette démarche et déclara pour le surplus qu'il n'accorderait « ni satisfaction ni réparation »: tout ce qui s'était fait la veille l'avait été par ses ordres, et il était bien décidé à agir de même « pour tous les cas semblables à l'avenir ».

Le Gouvernement, qui avait subi avec tant de patience les précédents empiétements des états-majors sur son autorité, ne pouvait laisser passer de pareils excès. Dès le 23 août 1750, il adressa aux États-Généraux d'énergiques représentations sur la double atteinte portée aux privilèges de l'Église et aux prérogatives de l'Impératrice. Il ajoutait que l'émotion populaire avait été vive et que l'on avait craint une émeute. Le général de Lewe avait manqué de la manière la plus formelle à son serment de fidélité à la couronne ; la moindre satisfaction que la Souveraine fût en droit d'exiger était d'abord la restitution du soldat indûment saisi, puis le rappel immédiat d'un officier

resté en arrière, de prendre un détachement et d'enfoncer la porte. Les délégués du Chapitre, craignant des voies de fait, s'empressèrent de la rouvrir. » (*Certificat de la Bassarderie.*)

1 C'est l'expression dont se sert le comte de Neny.

2 Les États-Généraux, dans leur mémoire mentionné plus haut, affirment que, si un officier a tiré l'épée, ce n'est pas contre les chanoines, qui avaient d'ailleurs pris la fuite, mais uniquement pour tenir le prisonnier en respect.



qui n'avait que trop réussi à semer la mésintelligence entre les habitants et la garnison [1].

Il est à remarquer que le Cabinet de Bruxelles évite toute discussion sur le droit d'asile invoqué par les chanoines de Tournai, et qu'il se cantonne sur un terrain nettement délimité : la perturbation apportée dans l'exercice du culte catholique et l'atteinte aux prérogatives de la couronne.

Avant d'envoyer sa réclamation, le gouvernement avait fait faire une démarche auprès du Résident Van Haren par le Ministre plénipotentiaire. Au cours de leur conversation, ces deux dignitaires avaient d'abord longuement et subtilement disserté sur la qualité du prisonnier.

Aux protestations de Van Haren contre le système de l'asile, Botta avait répondu par une concession : l'asile n'était pas applicable aux déserteurs. Mais, avait-il ajouté, le soldat réfugié n'était pas déserteur, c'était un simple détenu.

A quoi Van Haren répliquait que le fait seul de se sauver dans la cathédrale constituait l'état de désertion. Les deux interlocuteurs étaient aussi en désaccord complet sur l'attitude du peuple. Tandis que le ministre autrichien prétendait que le peuple avait été exaspéré, que le Magistrat et le Procureur général avaient eu beaucoup de peine à calmer son émotion, le Résident soutenait que la population était demeurée indifférente [2].

[1] « Laissant à leur propre jugement si un tel officier général, quelque bonne qualité qu'il pût avoir d'ailleurs, pouvoit laisser la moindre espérance qu'il cultiveroit l'harmonie si nécessaire pour le repos public entre les militaires et les habitants. » (Mémoire de Neny.) — Voir aussi sur cette affaire la dépêche adressée par Crumpipen le 23 août 1750 au Résident Van Haren. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Memorien en brieven, 1750-1753.*) — Cette demande de rappel du général Lewe fut réitérée au cours de la conférence tenue à Vienne, le 14 février 1751, par les comtes de Königsegg, de Khevenhüller, de Neny, de Coloredo, le duc de Silva-Tarouca, le maréchal de Bathiany et le baron de Bartenstein. L'Impératrice écrivit en marge de la délibération :

« Placet, et qu'on me remet le mémoire avant que de l'expédier.

» MARIE-THÉRÈSE. »

(Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, portefeuille CXLVI, pièce non cotée.)

[2] Van Haren fit au greffier Fagel un rapport détaillé sur cette entrevue. (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Van Haren du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752*, f[os] 178-182.)



Les États-Généraux, après enquête, avaient accordé leur approbation pleine et entière à Lewe [1].

Leur réponse au gouvernement belge, datée du 7 octobre 1750, hautaine et même aigre dans la forme [2], est un long plaidoyer où chacun des points du débat est méticuleusement contesté, et qui ressemble plus à un document de procédure chicanière qu'à un mémoire diplomatique.

Les États relèvent d'abord l'argument tiré du serment de fidélité que prêtaient à l'Impératrice les commandants des places de la Barrière.

Sans doute, ces officiers jurent qu'ils ne se mêleront d'aucune affaire relative au gouvernement politique, à la religion, à l'église, à la justice, aux finances, qu'ils respecteront les privilèges des regnicoles, tant laïques qu'ecclésiastiques; mais ces formules générales doivent être sainement et raisonnablement interprétées en ce sens : pour autant que ces affaires ne concernent pas la conservation de la place et de la garnison.

Il est manifeste que sans cette clause restrictive, le serment serait absurde, puisqu'il serait loisible au Magistrat et au clergé de causer aux troupes un grave préjudice [3] sous couleur de respect des privilèges, et de ruiner la discipline par l'application du prétendu droit d'asile dans un pays où les édifices du culte « abondent » [4], et cela tandis que le gouvernement des Pays-Bas autrichiens n'observe plus le cartel relatif à l'extradition des déserteurs.

C'est surtout au droit d'asile que s'en prennent les États-Généraux, tandis que, nous l'avons dit, le gouvernement des Pays-Bas laisse ce point dans

[1] Dans leur séance du 7 septembre 1750, ils approuvèrent le rapport de Van Heeckeren tot den Brantzenborch, lequel porte presque exclusivement sur le caractère abusif du droit d'asile et insiste sur les procédés suivis par les généraux autrichiens en pareil cas. Il affirme que l'Impératrice elle-même a déclaré qu'il est blâmable de donner asile aux déserteurs, et que l'immunité ecclésiastique n'est qu'un prétexte. (Ibidem. *Resolutien van H. H. M. de Staten Generaal*, 1750, f°s 597-605.)

[2] Neny la qualifie : « indécente, déplacée, et sans égard ».

[3] « Le clergé et les magistrats auroient la liberté de faire à leur plaisir et fantaisie à une garnison toute sorte de tort, ce que le gouverneur seroit obligé de soufrir avec patience et tranquillité. »

[4] « De quelle façon viendroit-on à bout de maintenir des garnisons dans des places où la poursuite et la punition de soldats criminels se trouveroient à chaque instant troublées et interrompues par un immense nombre d'églises, chapelles et cloîtres. »



l'ombre. Ils déclarent ne pas vouloir rechercher si la « prétendue immunité des églises est fondée sur la vraie doctrine et sur la saine raison, ou s'il ne faut la regarder que comme une invention des ecclésiastiques pour étendre leur crédit et leur autorité ».

Mais, après cette précaution oratoire, ils insistent, et estiment impossible que le Dieu de justice se trouve honoré de ce que l'on transforme en asile pour les pires malfaiteurs les lieux sanctifiés par son service, et même, selon la doctrine catholique, par sa présence réelle. En fait, d'ailleurs, les États catholiques ont apporté des restrictions sérieuses à cette immunité abusive, et, aux Pays-Bas autrichiens notamment, on est entré dans cette voie dès le XVI[e] siècle [1]. Si l'asile est maintenu, c'est la ruine des garnisons de la Barrière; en refusant de l'admettre, les États usent du droit de légitime défense [2].

Passant aux faits de la cause, le gouvernement hollandais n'admet pas comme véridique l'exposé des plaignants. A son avis, toute cette affaire a été notablement exagérée et présentée sous un jour faux [3].

1 Le mémoire des États-Généraux cite l'article 66 de l'*Édit perpétuel touchant la justice criminelle,* promulgué par Philippe II en 1570 et excluant de l'asile « les volleurs, larrons publicques, aguetteurs de chemin, homicide par aguet ou de propos délibéré, sacrilèges hérétiques, crimineulx de lèse-Majesté, ceux qui sont accusés de sédition publicque ou tumultes populaires, ou d'avoir fait violence à l'Église ou justice, aussi banqueroutles et aultres semblables. » Sur cette question, voir E. Poullet, *Histoire du droit pénal dans le duché de Brabant depuis l'avènement de Charles-Quint jusqu'à la réunion de la Belgique à la France, à la fin du XVIII[e] siècle.* (*Mémoires couronnés de l'Académie royale de Belgique,* coll. in-4°, t. XXXV.)

2 Les États s'inspirent de ce que leur écrivait leur ministre accrédité à Bruxelles. Nous lisons dans une de ses dépêches datée du 17 août 1750 : « Hoe hoog of zwaar men die zaak zal gelieven op te geven, dit is zeker, dat indien de immuniteiten der kerken op den voet, zo als gepresenteerd word, doorgaan, *U. H. M.* troupes in de Barrieresteden binnen kort geruineert zullen zijn. » (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Van Haren depuis le 7 octobre 1749 jusqu'au 12 mars 1752,* f° 174.) — Deux jours plus tard, il écrit : « Ja, het zal een soldaat vrijstaan zijn officier op straat te attaqueeren, onder voet te stooten, en in een kerk drie voetstappen van daar te vlugten, waarna de geestelijken over desselfs process als regters zullen moeten oordeelen of hij in het geval van immuniteit is, en intusschen komen declareeren dat de gevlugte tot hun groote smart uit hun gevangenis ontsnapt is. » (Ibidem, f° 178-182.)

3 Dans l'enquête faite par Van Haren, l'aide-major Mac Leod avait protesté contre l'accusation d'avoir menacé les chanoines de son épée : s'il avait dégainé, c'était uniquement pour tenir le prisonnier en respect. — Dans cette même enquête, le commandant



On accuse le commandant de mauvaise foi : la vérité est que son attitude a été d'une correction absolue. S'il avait d'ailleurs été moins scrupuleux qu'il ne l'a été réellement, sa conduite eût été parfaitement excusable quand on se rappelle les procédés dont le Chapitre a usé dans des affaires antérieures [1].

On le voit, les États-Généraux rejettent formellement sur les chanoines cette accusation de mauvaise foi A les croire, le Chapitre est coutumier du fait.

L'aigreur est manifeste. Elle se remarque dans tous les documents de l'affaire. Toutes les lettres de Van Haren en portent la trace, et le diplomate hollandais ne fait qu'exprimer avec plus de vivacité encore le sentiment de ses maîtres.

Le Résident écrit à Lewe que ses contradicteurs ont fort mal agi [2]; d'autre part, il communique au baron de Burmania, commandant de Namur, ses sentiments d'absolue défiance à l'égard du clergé tournaisien; il s'exprime en termes blessants [3] et oublie les devoirs de courtoisie que lui impose sa qualité diplomatique. Or, il ne faut pas le perdre de vue, ces missives n'ont rien d'intime; elles sont transcrites dans le registre destiné aux archives;

supérieur reconnut que des canons avaient été amenés devant la cathédrale, mais il nie qu'on les ait pointés. Il déclare aussi que le peuple n'a pas donné le moindre signe de mécontentement. (Rapport de Van Haren au greffier Fagel. Ibidem, f[os] 178-182.)

1 « L'accusation de mauvaise foi a été débattue ci-dessus, mais on ajoutera ici qu'en cas que le commandant eut agi envers le Chapitre avec moins de scrupule, il n'auroit fait que le traiter suivant leur (*sic*) mérite, et de la façon dont le Chapitre a enseigné l'état-major de Tournay à traiter avec eux, si on ne veut pas être leur dupe. » (Ibidem.)

2 « Le gouvernement (de Bruxelles) en a usé en s'en fiant entièrement à la bonne foi du Chapitre, qui en a agi fort mal de son côté. Je crois que nous avons des armes de reste pour défendre notre cause, et des couleurs pour peindre les objets avec leurs ombres. » (Lettre du 22 août 1750. Ibidem, f[os] 184-185.) — Voir sa dépêche du 24 août 1750 aux États-Généraux (Ibidem, f[o] 187); et une lettre très explicite, du même jour, adressée au greffier Fagel. (Ibidem, f[o] 188.)

3 « Dans le fond, j'ajoute plus foi à la parole d'un officier d'honneur qu'à celle de tous les chanoines de l'Eglise romaine. » (Lettre du 25 août 1750. Ibidem, f[o] 189.) — « Le peuple gémit cruellement sous le joug sanguinaire du clergé romain, dont l'avarice et la cruauté égalent l'ignorance et l'opiniâtreté. Si la crainte des peines les plus terribles sur les plus légers soupçons ne les tenait en bride, qu'il fût permis à chacun de s'instruire et de suivre ensuite les mouvemens de sa conscience, la Religion dominante souffriroit plutôt qu'on ne penseroit, de la part de ce même peuple, un échec dont elle ne reviendroit pas. » (Ibidem.)



ce sont donc des pièces d'un caractère quasi public. D'ailleurs, le mémoire — bien officiel celui-là — que Van Haren adresse au marquis de Botta abonde en expressions plus que vives, tout comme les correspondances précitées; il y est question de « tours malitieux et odieux du Chapitre », de ses « exagérations notoires », des « circonstances abusives qu'il invente », etc. Le comte de Neny était d'avis que l'on aurait dû renvoyer immédiatement cette pièce à celui qui l'avait présentée [1], en la déclarant inconvenante au suprême degré.

L'asile est aujourd'hui jugé et condamné sans retour, mais il est évident que toutes les controverses possibles sur l'asile ne parvenaient pas à détruire un fait indéniable : au mépris des droits souverains de l'Impératrice et des privilèges du clergé, le commandant hollandais avait usé de la force pour pénétrer dans une église catholique sans même avoir tenté une démarche préalable auprès des représentants de la couronne et de l'autorité diocésaine; il avait agi comme en pays conquis.

Les États-Généraux ne voulurent rien entendre; couvrant complètement leur subordonné, ils refusèrent toute satisfaction au Cabinet de Bruxelles.

De son côté, Marie-Thérèse, sur l'avis conforme [2] du Conseil suprême des Pays-Bas, approuva pleinement les démarches que le marquis de Botta avait faites pour « exiger une réparation proportionnée à un fait si odieux et si injuste » [3].

Nous nous sommes étendu un peu longuement sur cet épisode de l'histoire de la Barrière, parce que, à notre avis, il montre d'une manière frappante les sentiments réels des autorités en présence.

Ces sentiments se trahissent de nouveau quelque temps après.

A la fin du mois de novembre 1753, le général de Lewe requit le doyen du Chapitre de donner des ordres afin que « personne de la garnison ne puisse se réfugier dans la cathédrale ».

Le prélat s'empressa d'en référer au prince Charles de Lorraine, et

[1] Mémoire de Neny. Voir pièces justificatives, n° III.

[2] Séance du 5 septembre 1750.

[3] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, registre CVII, f° 118.



celui-ci notifia au commandant hollandais un véritable rappel à l'ordre : « Son Altesse Royale n'a pu qu'être surprise d'apprendre une réquisition aussi étrange, pour laquelle d'ailleurs vous ne deviez pas vous adresser à ceux dudit Chapitre, et Elle s'attend à ce que vous abandonnerez une pareille demande, pour ne pas La mettre dans le cas de faire des démarches et prendre les mesures nécessaires pour le maintien des droits de Sa Majesté, du bon ordre de l'Église, et de la tranquillité publique en la ville de Tournay.

» En échange, Monsieur, lorsqu'à l'avenir vous aurez quelque chose d'équitable à demander par rapport à la conservation et à la seureté de votre garnison ou autrement, vous pouvez vous adresser à Bruxelles où l'on trouvera le Gouvernement toujours disposé à se prêter à tout ce qu'on pourra raisonnablement en exiger [1]. »

Si les états-majors de la Barrière font la chasse aux déserteurs, ils poursuivent avec une égale énergie tous ceux qui incitent les soldats de la République à abandonner leur drapeau pour passer au service d'une puissance étrangère.

Dans certains cas, les choses se pratiquent d'une manière conforme à la légalité : le commandant hollandais requiert le magistrat compétent d'instruire le procès des suborneurs, et la justice suit son cours régulier.

En 1750, un soldat du régiment de Cornabé avait déserté et s'était engagé ensuite dans un corps autrichien. Ayant obtenu sa grâce, il déclara qu'il avait été entraîné à la désertion par les manœuvres d'un maçon et d'une « tricoteuse ». A la demande du prince de Hesse [2], les deux individus dénoncés furent poursuivis. Après enquête, les juges déclarèrent que la

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f° 188. — Voir aussi le protocole de la séance tenue au sujet de cette affaire par le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, le 11 décembre 1753. (Ibidem. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, registre CIX, f°s 209-210.)

[2] « Le nommé Jean Badish [Baptiste] Constant, soldat [du régiment] de Cornabé, aiant été déboché par des bourgois et une garsse de la ville, a dénoncé ses suborneurs. » — Le prince de Hesse requiert le Magistrat de les poursuivre, et insiste « pour qu'il procède en toute rigueur ». (Dépêche adressée par le prince de Hesse au Résident Van Haren, le 16 mars 1750. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1743-1751.) — Voir aussi sur cette affaire : Archives communales de Tournai, registre à taille XXVI, f° 103.

culpabilité de l'homme n'était pas établie [1], mais que la femme mise en cause avait contribué à la désertion.

Cependant le tribunal était arrêté par une question de droit [2] : les lois du pays comminaient des peines contre ceux qui débauchaient des soldats au service du Souverain, mais elles ne prévoyaient pas le débauchage, sur le sol belge, de soldats étrangers [3].

La justice était donc désarmée. Toutefois le Gouvernement, « disposé à donner à la République toutes les facilités raisonnables pour la conservation de ses troupes », promit de promulguer à bref délai un édit sur la matière.

Cette promesse fut tenue par l'édit du 15 mai 1750. Le « débauchage » des soldats étrangers devait être désormais puni du bannissement [4].

1 Le prince de Hesse est très mécontent de cette sentence. « Messieurs du Magistrat cherchent à blangir cette affaire », écrit-il le 28 mars 1750 au Résident.

2 Voir sur cette affaire une consulte du Conseil privé, en date du 10 juillet 1750. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes LXVII, f[os] 210-214.) — Voir aussi : Archives du Royaume à La Haye. *Memorien en brieven*, 1750-1753.

3 La législation hollandaise présentait d'ailleurs la même lacune.

4 « MARIE-THÉRÈSE, etc.,

» Les édits que les princes nos predecesseurs ont fait emaner contre ceux qui debaucheroient des soldats, n'aïant compris dans leur disposition que les soldats de leurs propres troupes, Nous avons consideré que cette limitation, quoique fondée sur l'usage des autres dominations, pourroit neanmoins entraîner des inconveniens a l'egard des troupes des Provinces-Unies qui tiennent garnison dans quelques-unes de nos villes, places et forts des Païs-Bas, et comme la bonne et etroite amitie qui subsiste entre Nous et les dits Etats Generaux Nous porte à leur donner dans toutes les occasions des marques de nos attentions pour tout ce qui peut interesser le bien-être et les avantages de leur Republique, Nous avons resolu de leur procurer les facilitez convenable pour assurer d'autant mieux la conservation de leurs troupes et en empêcher la séduction,

» A ces causes...

» Nous avons défendu et interdit, défendons et interdisons, à tous et un chacun de quelqu'état ou condition qu'ils soient, de débaucher des bas-officiers ou soldats des troupes des Etats-Généraux des Provinces-Unies dans nos villes, places et forts des Païs-Bas, où la Republique tient des garnisons, ainsi que dans leurs banlieues à une demi lieüe à la ronde, ou de coopérer en aucune manière à une pareille seduction, à peine contre les contrevenans d'être bannis de toutes les dites villes, places et forts, et de leurs banlieuës, pour le terme d'un an, et d'autres peines plus grièves, suivant les circonstances, dans les cas où la seduction auroit été faite pour le service de quelque Puissance étrangère.

» Si donnons en mandement, etc. »

(Archives du Royaume à Bruxelles. Coll. de placards, XI.)



On pouvait croire que les États-Généraux se déclareraient satisfaits. On fut loin de compte. Le Résident des Provinces-Unies se plaignit de l'exiguïté de la zone dans laquelle le délit pouvait être réprimé, et de la bénignité de la peine [1].

Bientôt, faisant un pas de plus, il soutint, au nom de ses maîtres, que la connaissance du débauchage, comme de tous les délits militaires, incombait aux conseils de guerre et prétendit justifier cette exigence par le texte du serment que prêtaient les gouverneurs [2]. Il interprétait ce texte en ce sens que les gouverneurs étaient autorisés à faire *tout ce qui intéresse la conservation de leurs garnisons.*

On pouvait deviner entre les lignes la tendance à qualifier de délit militaire tout démêlé où un soldat serait mis en cause, et de soumettre ainsi à la juridiction d'un tribunal étranger les bourgeois des Pays-Bas.

Van Haren affirmait qu'à une époque antérieure le gouvernement de Bruxelles avait admis ce principe, au moins tacitement : dans le courant du mois de juillet 1746, un bourgeois de Namur, convaincu d'avoir débauché des soldats, avait été « sententié » par le Conseil de guerre, et pendu, sans que le Magistrat de la ville ni le pouvoir central eussent adressé la moindre plainte à La Haye [3].

La réponse ne se fit point attendre. Un mémoire du prince Charles de Lorraine, daté du 16 décembre 1750, réfute longuement les théories juridiques des États-Généraux.

Examinant ensuite le fait allégué, il rectifie l'exposé fantaisiste qu'en a

1 « La débauche des soldats de la République s'y trouve seulement défendue dans les villes de la Barrière et une demi-lieue à l'entour d'elles, et parconséquent la débauche des soldats reste tolérée et impunie hors de l'enceinte de ces villes et du terrein d'une demi lieue à l'entour, ce qui peut n'avoir lieu que trop souvent à l'occasion de changements de garnisons et des soldats qui s'absentent avec congé... la punition du bannissement des villes et banlieues de la Barrière est une peine très légère et, en un sens, aucune pour ceux qui n'y demeurent point, et qui, par conséquent s'y peuvent laisser employer par continuation et aller à dessein dans les villes et sur des territoires dont ils ne se soucieront guères d'être bannis ensuite. » (Mémoire de Van Haren, du 21 juin 1750.)

2 Voir le texte de ce serment dans les *Placards de Flandre,* IV, 1868. — Voir aussi la dépêche de Van Haren du 30 octobre 1750.

3 Mémoire du 16 décembre 1750. (Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 34}{31}$: ad H.)

donné Van Haren. Le bourgeois de Namur, arrêté par ordre du commandant hollandais le 23 juin 1746, fut réclamé dès le 25 par le vicomte d'Elsée, maïeur de la ville, qui réitéra ses réclamations le 28 juin et le 1er juillet. Les négociations entamées avec le général de Colyear aboutirent à un accord pour en référer à La Haye et à Bruxelles. Le Magistrat attendait des instructions, lorsque le bruit public lui apprit l'exécution du détenu, le 19 juillet, sans que l'état-major lui eût fait la moindre notification à ce sujet.

Si les choses en restèrent là, et si le Gouverneur général ne releva point l'outrage fait à l'autorité impériale, cela tint aux troubles du moment : on était au plus fort de la guerre de la succession d'Autriche, les membres du Gouvernement durent se disperser, Namur subit un siège meurtrier, et l'incident fut perdu de vue. Mais il n'est pas sérieux de soutenir que le Magistrat de la ville « étoit convaincu de la compétence du juge hollandois [1] ».

[1] Nous avons retrouvé dans le carton 508 du Conseil privé une partie du dossier de cette affaire. Le 28 juin 1746, le Magistrat de Namur écrit au général de Colyear, commandant de la forteresse, pour revendiquer le droit de juger Longfils, parce que « Sa Majesté Impériale et Royale a confié au Magistrat de cette ville la juridiction qui lui compette privativement sur ses sujets habitans la ville et banlieue de Namur ». — Le général répond le 30 du même mois : « Il est vraij que cela vous competteroit effectivement si s'estoit un cas civil, qui regarderoit les bourgeois en un délit commun, mais je trouve votre demande très mal fondée puisque le susdit Jean-François Longfils a perpétré un délict militaire... » A la suite de cet échange de correspondances, le Magistrat s'adressa au Ministre plénipotentiaire, le 2 juillet faisant valoir que la conduite du commandant hollandais était « contraire au traité, et que cela ne pouvoit être toléré sans y donner une atteinte considérable et sans commettre tous les fidels sujets au bras militaire étranger dans ce païs ». — Cinq jours plus tard, le Conseil privé, siégeant à Aix-la-Chapelle, émit l'avis que les revendications du Magistrat de Namur étaient fondées, « la connoissance de cette affaire devant sans contredit appartenir aux supplians, juges ordinaires et naturels dudit Longfils, sans que ceux de la garnison puissent se l'attribuer par aucun endroit ». Les précédents contredisent les prétentions de l'état-major. Il est arrivé que des officiers hollandais ont arrêté des « débaucheurs », commettant ainsi une illégalité, mais c'était en vue de les livrer « aux juges paganiques pour être jugés conformément aux placards ». Les troupes anglaises ont toujours agi avec une correction absolue; le Conseil privé rappelle qu'en 1744, le Magistrat de Gand a été saisi par l'état-major anglais d'une plainte à charge d'un habitant de cette ville « accusé d'avoir voulu debaucher plusieurs soldats anglois et irlandois pour les faire passer au service de France, avec cette circonstance que l'accusé était même irlandois de nation, malgré quoy son affaire fut laissée à la connoissance du Magistrat de Gand parce qu'il y étoit habitué depuis quelques années. .. C'est en vain que le général de Colyear pour appuier sa pretention parle dans la réponse qu'il a faite au Magistrat de



Le prince termine par une phrase dont la courtoisie dissimule à peine son mécontentement : « Leurs Hautes Puissances sont trop éclairées, et en même temps trop équitables pour ne pas juger Elles-mêmes que les procédés des officiers de la République, et leurs entreprises toujours impunies sur l'autorité de Sa Majesté ne sont point les voies qui doivent ou qui puissent conduire à échauffer les bonnes dispositions du Gouvernement ».

La mauvaise humeur du Gouverneur général des Pays-Bas s'explique par une autre arrestation arbitraire, effectuée peu de temps auparavant dans la ville de Tournai.

Le prince de Hesse-Philippsthal avait fait arracher d'une maison bourgeoise une fille se disant native de Valenciennes, sous l'inculpation d'avoir tenté d'attirer au service de la France des soldats de la garnison [1].

Namur de la distinction des delits civils et des delits militaires. Cette distinction est fort connue, et elle etoit fort en usage chez les Romains dont on l'a empruntée, mais c'etoit dans un sens tout opposé à celui dans lequel le general de Colyear veut l'introduire. Elle avoit lieu pour les personnes de caractère militaire dont on distinguoit les delicts, elles etoient pour les delicts civiles traitables par devant les juges paganiques, et pour les delicts militaires pardevant les juges militaires, et c'est ce qui se pratique encore aujourd'hui en France où elle est en usage precisement sur le meme pied. Le general de Colyear veut l'emploïer dans un sens renversé pour soumettre les sujets de S. M. qui sont de condition paganique au conseil de guerre de sa garnison pour ce qui regarde les delicts qu'il appelle des delicts militaires et ce qu'on reconnoitra sans peine n'avoir aucune apparence après tout ce que nous avons dit dans la presente consulte. »

[1] Voir sur cette affaire : *Mémoire du 28 janvier 1750, remis par ordre du S^me Duc Gouverneur au Député des États-Généraux des Provinces-Unies Van Haren.* (Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{24}$: ad H.) — *Mémoire remis le 14 mars 1750 par ordre du S^me Duc Gouverneur au Député des États-Généraux des Provinces-Unies Van Haren.* (Ibidem, $\frac{D.34}{25}$: ad H.) — *Mémoire remis de la part de Son Excellence* (le marquis de Botta-Adorno) *à M. Van Haren, Député de LL. HH. PP. à la cour de Bruxelles, par le Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen.* (Ibidem, $\frac{D.34}{26}$: ad H; 14 mai 1750.) — *Édit du 15 mai 1750 contre la séduction et débauche des soldats hollandois dans les places de la Barrière.* (Ibidem, $\frac{D.34}{28}$: ad H.) — *Lettre écrite par le Député des États-Généraux des Provinces-Unies Van Haren, le 30 mai 1750, au Marquis de Botta-Adorno, au sujet des plaintes qui avoient été faites de la part du Gouvernement, des procédés irréguliers des Gouverneurs et Commandans hollandois dans les places de la Barrière, touchant la juridiction qu'ils prétendent s'arroger sur les sujets de S. M. qu'ils soupçonnent de débaucher des soldats de la République.* (Ibidem, $\frac{D.34}{27.1^{o}}$: ad H.) — *Lettre écrite le 8 juin 1750 par le Marquis de Botta-Adorno au Député*



Le gouvernement central, avisé du fait, fit entendre à deux reprises de vives protestations, et soutint que la femme arrêtée par ordre du commandant hollandais n'était justiciable que du Magistrat de Tournai. Il requit le prince de Hesse de la remettre « au pouvoir de son juge légitime et compétent, avec les actes du procès et des informations prises à sa charge, afin que le Magistrat puisse la juger coupable ou l'absoudre innocente ».

L'autorité communale de Tournai avait également réclamé auprès du prince de Hesse, et avait reçu pour réponse qu'il ne pouvait rien faire avant d'avoir « consulté » le Stathouder.

Or, il ne s'était pas borné à « consulter » le prince d'Orange; il lui avait adressé un mémoire apologétique concluant à ce que le gouvernement hollandais se déclarât solidaire de son représentant [1]. Il affirmait que l'arrestation avait été effectuée sur la voie publique, non dans l'intérieur d'une habitation [2]. Mais il faisait immédiatement une réserve qui nous inspire

Van Haren, par laquelle ce Ministre débat tous les raisonnements des États-Généraux, et prouve que tout étranger qui vient dans une ville, est sujet à la juridiction du Magistrat, et que, quelque crime qu'il puisse commettre, il n'est jamais de la compétence des juges militaires. (Ibidem, $\frac{D.34}{27.2^{o}}$: ad H.) — *Lettre écrite, le 21 juin 1750, par le Député Van Haren au Marquis de Botta-Adorno, par laquelle il lui marque que les États-Généraux auroient souhaité qu'au lieu de borner l'effet de l'édit contre la séduction et débauche des soldats aux villes de la Barrière et à une demi-lieue d'alentour, on l'eut fait opérer dans toute l'étendue des Pays-Bas.* (Ibidem, $\frac{D.34}{29}$: ad H.) — *Lettre écrite, le 30 octobre 1750, par le Député des États-Généraux Van Haren au Marquis de Botta-Adorno, par laquelle il répond à celle du 8 juin, et soutient que les Gouverneurs et Commandants Hollandais dans les places de la Barrière doivent avoir le droit de faire punir par leur conseil de guerre ceux qui se trouvent coupables de débaucher des soldats de la République, fondant ce soutènement sur le serment que prêtent ces Gouverneurs, qui, selon les États-Généraux, les autorise à faire tout ce qui intéresse la conservation de leurs garnisons.* (Ibidem, $\frac{D.34}{30}$: ad H.) — *Mémoire remis, le 16 décembre 1750, par ordre de S. A. R. au Député des États-Généraux Van Haren, qui contient la réplique du Gouvernement Général au soutènement déplacé que les Gouverneurs et Commandants Hollandais dans les places de la Barrière doivent avoir le droit de faire punir par leur conseil de guerre ceux qui se trouvent coupables de débaucher les soldats de la République.* (Ibidem, $\frac{D.34}{31}$: ad H.) — *Consulte du Conseil des Pays-Bas à Vienne, en date du 8 avril 1751.* (Ibidem, $\frac{D.34}{22}$: ad H.)

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Diverse brieven*, 1743-1751. Dépêche du 8 février 1750.

[2] « Dans la rue et non dans une maison bourgeoise. » (Ibidem.)

quelques doutes sur sa véracité : si même, dit-il, elle avait été arrêtée dans un cabaret, on ne pourrait pas prétendre qu'il y ait eu violation de domicile [1]. Cette plaidoirie est inutile si la première déclaration est exacte.

Il insiste sur la gravité du délit, sur le danger que présentent pour les garnisons « ces débocheurs, qui sont un cancre et une peste »; il est indispensable que les gouverneurs des places fortes soient armés pour détruire le mal dans sa racine, car on ne peut compter sur l'énergie des magistrats civils : ils ne se rendent pas compte des nécessités militaires, et ils ont une propension fâcheuse à user d'une indulgence funeste aux intérêts de leur propre souverain [2].

Le Stathouder n'hésita pas à lui donner pleinement raison. La question, à son avis, ne peut être douteuse : le salut de la garnison est en jeu.

D'autre part, il s'agit d'une « vagabonde » aussi peu intéressante que possible; il n'y a donc aucune raison de la remettre aux mains du magistrat civil et il y a lieu d'infliger au plus tôt « pour l'exemple », un châtiment sévère à cette « créature » [3].

1 « Quand même elle auroit été prise dans ce petit cabaret, tous ces cabarets où les soldats vont boire ne sont pas comptés pour des maisons bourgeoises, mais sujets de tout temps à la visite des patrouilles qui peuvent y arrêter tous ceux qu'ils y trouvent faisant des désordres... Il est notoire que de tout temps, lorsqu'il y avoit des filles de mauvaise vie dans la ville, non bourgeoises mais étrangères, qui se mêloient avec les soldats de la garnison, les gouverneurs de Tournay les ont fait arrêter même dans les petits cabarets, et les ont fait punir et chasser, sans que jamais le Magistrat y aïe trouvé à redire. » (Ibidem.)

2 « L'intérêt même de Sa Majesté demande que les gouverneurs ayent du moins cette autorité de procéder contre ceux qui s'emploient à la ruine de la garnison, et que de tels cas, qui dans tous les pays du monde regardent directement le souverain des trouppes qui en souffrent, ne soient pas décidés par un Magistrat particulier qui ne cherche qu'à patrociner à ses bourgeois et qui ne procède point en justice selon les articles militaires. » (Ibidem.)

3 Voici le texte de la lettre du Stathouder :

« Dorluchtige Fürst,

» Wij hebben wel ontfangen Uw Doorluchtigheids missive van den 23e deser, waarbij Uw Doorl. aan ons kennis geeft dat de Magistraat van Doornick heeft goedgevonden van Uw Doorl. te reclameeren zeeker vrouwspersoon, genaamt Marie-Joseph Vadurez, geboortigh uijt Valencienne, welke op suspicie van het seduceeren van soldaten tot desertie binnen



Cet argument du « salut de la garnison » fait aussi le fond d'un mémoire envoyé par Van Haren au marquis de Botta-Adorno [1] le 30 mai 1750.

On y plaide d'autre part que la détenue, étant née dans la banlieue de Valenciennes, c'est-à-dire hors des terres de l'Impératrice, ne relève pas de la justice tournaisienne.

C'est ce que le Ministre plénipotentiaire se refuse absolument à admettre. Il soutient avec une grande abondance de preuves [2] que, selon les lois des

de voorsz. stad gearresteert en in de militaire hechteniss gebragt is, en waarbij Uw Doorl. onse ordres versoekt hoe sich in dit en diergelijke gevallen te gedragen.

» Waarop wij goedgevonden hebben Uw Doorl. te rescriberen, dat nademaal het delict, door gem̄ vrouwspersoon begaan, directelyk aanloopt teegens het welzyn van de militairen dienst, en de selve daarenboven is een vagabondeerend persoon, wij geen reden vinden dat zij aan de Magistraat der voorz-stadt zoude werden overgegeven; vermeenende in tegendeel dat aan haar hoe eerder hoe beter verdiende straffe ten exempel van andere behoorde te werden geinfligeert.

» Waarmede, Doorluchtige Fürst, Wij Uw Doorl. beveelen in Gods heilige protectie.

» Uw Doorl. dienstwillige dienaar en neef

» Prince (*sic*) d'Orange et de Nassau.

» Ter ordonnantie van zijne Hoogheid.

» J. De Back.

» In s'Gravenhage den 31ste jan̄. 1750. » (Ibidem.)

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie des correspondances de Van Haren du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752*, fos 115-119. — Voir la dépêche du 21 juin 1750, du même au même, et la dépêche de Van Haren aux États-Généraux, du 2 juillet 1750. (Ibidem). — « Leurs Hautes Puissances, écrit Van Haren, le 30 mai 1750, considèrent que celui qui débauche un soldat l'engage à commettre un parjure, et qu'un tel séducteur commet un crime sujet à une punition arbitraire, et pour lequel les habitans des Païs-Bas autrichiens devroient être punis surtout, parce que, en débauchant les soldats de Leurs Hautes Puissances dans les garnisons de la Barrière, ils pèchent directement contre leur propre Souveraine dont les villes sont gardées par ces mêmes soldats. » (Ibidem.) Le marquis de Botta-Adorno, dans sa dépêche du 8 juin 1750, vise ce passage du *Mémoire* de Van Haren : « Je n'entre point dans la question si celui qui débauche un soldat étranger dans ce païs fait quelque chose de repréhensible relativement à sa Souveraine, qui seule est en droit de le faire châtier, et qui ne sauroit le faire avec justice sans une loi prohibitive préexistante : mais si en débauchant un soldat, il l'engage à un parjure, comme vous me fîtes l'honneur de le dire, Monsieur, que pensera-t-on en Hollande de ceux qui enrôlent pour le service de la République des sujets de l'Impératrice, liés à Sa Majesté par la fidélité que tous les ordres de l'État lui ont jurée, et à l'engagement desquels résiste la prohibition de tant de lois positives et pénales? Les fauteurs d'un parjure de cette nature furent-ils jamais châtiés en Hollande? »

[2] Voir le mémoire du 4 mars 1750 et la dépêche du 8 juin suivant.

Pays-Bas, tout étranger arrivant dans une ville est sujet à la juridiction du Magistrat; que, quelque crime qu'il puisse avoir commis, la poursuite ne rentre jamais dans la compétence du juge militaire. Les états-majors nationaux sont tenus de se conformer à cette loi, et l'on ne peut raisonnablement prétendre que les troupes hollandaises soient dotées de privilèges supérieurs à ceux des soldats regnicoles.

Botta insistait sur la violation, évidente à son sens, du serment de fidélité prêté par le commandant de Tournai à l'Impératrice [1], et finissait par une déclaration très nette : « Jamais Sa Majesté ne souffrira qu'on ébrèche d'une manière aussi sensible les droits de sa souveraineté ».

L'échange de notes se poursuivit quelque temps encore. Le 30 septembre 1750, Van Haren, dans une dépêche au Ministre plénipotentiaire, concède que, quand un étranger se fixe dans une ville belge, il devient justiciable de l'Échevinage; mais, ajoute-t-il immédiatement, comme cet étranger peut commettre des délits de diverse nature, c'est la nature même du délit qui doit déterminer la juridiction. Et, avec une raideur extrême, il déclare que « Leurs Hautes Puissances regardent l'affaire comme entièrement finie [2] ».

Le 16 décembre, le Gouverneur général proteste et soutient, une fois de plus, que seuls les militaires relèvent de la justice des conseils de guerre, et qu'en aucun cas un bourgeois, étranger ou regnicole, ne peut être traduit à leur barre [3].

Les affaires que nous venons d'exposer sont graves sans doute. Elles le sont peu en comparaison d'un abus qui se produisit presque en même temps.

[1] « La seule exposition de ce fait emporte avec elle sa condemnation, et personne ne pourra disconvenir que cette entreprise de l'État-major ne soit contraire au serment qu'il a prêté à Sa Majesté Impériale et Royale de s'abstenir de tout ce qui peut avoir rapport au gouvernement politique et civil de la ville dont la jurisdiction du Magistrat fait une des principales branches. » (Mémoire du 4 mars 1750.)

[2] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. D. 32. Litt. H.

[3] Ibidem.



Le nouvel acte de violence [1] dont nous voulons parler eut pour théâtre la ville de Namur.

Un cabaretier, nommé Gobert, et sa femme, accusés d'avoir favorisé la

[1] Voir sur cette affaire : *Mémoire remis au Député des États-Généraux Van Haren le 16 décembre 1750 par ordre du Serme Duc Gouverneur, par lequel S. A. R. se plaint d'une nouvelle violence commise par la garnison hollandoise.* (Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.\ 34}{32}$: ad H.) — *Mémoire du Député des États-Généraux Van Haren, du 18 février 1751.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{33}$: ad H.) — *Mémoire remis le 20 mars 1751, par ordre de S. A. R. en réponse à celui du Député des États-Généraux Van Haren du 18 février passé.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{34}$: ad H.) — *Lettre du Magistrat de Namur, du 16 avril 1751, au Marquis de Botta Adorno, par laquelle il l'informe que l'État-Major de la garnison hollandoise avoit recommencé ses procédures contre le nommé Gobert et sa femme.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{8}$: ad H.) — *Mémoire remis par ordre du Gouvernement général, le 16 d'avril 1751, au Député des États-Généraux Van Haren, par lequel on le requiert d'écrire sans délaij à l'officier général qui commande à Namur pour qu'il suspende toute poursuite ultérieure contre le nommé Gobert et sa femme, et nommément l'application à la torture.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{10}$: ad H.) — *Lettre du marquis de Botta Adorno, du 17 d'avril 1751, au Magistrat de Namur.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{9}$: ad H.) — *Mémoire du Député des États-Généraux Van Haren du 17 d'avril 1751, en réponse à celui du 16.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{11}$: ad H.) — *Lettre de ceux du Magistrat de Namur, du 19 avril 1751, au marquis de Botta Adorno, par laquelle ils l'informent que l'État-Major hollandois avoit fait venir le bourreau de Maestricht, que le nommé Gobert avoit été ce matin réellement appliqué sur la torture.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{13}$: ad H.) — *Dépèche du Prince de Gavre, du 19 d'avril 1751, au marquis de Botta Adorno par laquelle il l'informe que le prisonnier Gobert avoit été appliqué par l'État-Major à Namur à la torture.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{12}$: ad H.) — *Lettre du Magistrat de Namur de 20e d'avril 1751, au Marquis de Botta Adorno, qui accompagne une pièce, qui détaille la cruauté avec laquelle le nommé Gobert a été traité par l'État-Major hollandois de Namur.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{14}$: ad H.) — *Déclaration sermentèle, datée du 20 d'avril 1751, contenant l'exécution de la torture pratiquée dans les prisons militaires sur le nommé Gobert, cabaretier, domicilié en la ville de Namur, et des inhumanités et cruautés innouïs exercées à son égard par l'État-Major hollandois.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{15}$: ad H.) — *Dépèche du Serme Duc Gouverneur à S. M. l'Impératrice Reine informant Sa Majesté que l'État-Major de la garnison hollandoise de Namur avoit effectivement appliqué à la torture Gobert et sa femme.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{7}$: ad H.) — *Consulte du Conseil des Païs-Bas à Vienne, du 29 avril 1751, sur l'affaire du cabaretier Gobert.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{5}$: ad H.) — *Referat de la conférence ministériale tenue le 1er de mai 1751 sur les violences exercées contre le nommé Gobert.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{4}$: ad H.) — *Lettre de l'Impératrice au Prince Stathouder, du 3e de may 1751, pour demander une réparation et satisfaction des différents attentats et violences commises par les Gouverneurs et Commandans hollandois dans les places de la Barrière aux Païs-Bas.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{1}$: ad H.) — *Lettre de M. Larrey au Baron de Reischach, du 23 août 1751, par laquelle il l'informe que les États-Généraux ont pris la résolution, à la réquisition du Prince d'Orange, de faire remettre le nommé Gobert et sa femme entre les mains du Magistrat de Namur.* (Ibidem, $\frac{D.\ 34}{6}$: ad H.)

désertion [1] d'un soldat hollandais, furent incarcérés par ordre du Conseil de guerre de la place, dans la nuit du 12 au 13 décembre 1750.

Dès qu'il eut appris le fait par la rumeur publique, le Magistrat envoya une députation chez le général Villates, réclamant les prisonniers, afin que leur procès pût être instruit par l'Échevinage, seul tribunal compétent dans l'espèce. Le général répondit que l'instruction était ouverte; si l'innocence des accusés était prouvée, on les relâcherait évidemment; mais si les faits mis à leur charge étaient établis, les juges militaires ne consentiraient pas à se dessaisir. Le général rappelait aussi ce qu'il appelait le « précédent [2] » de 1746.

Le Magistrat prit son recours à Bruxelles, et le prince Charles de Lorraine transmit ses doléances au Résident des Provinces-Unies en les accompagnant d'un commentaire énergique : « Si ces démarches odieuses et précipitées des officiers de la République restent sans correction, la vie, l'honneur et la réputation des sujets de Sa Majesté dans les places de la Barrière seront exposés sans cesse à devenir la victime de la calomnie ou du ressentiment, ce qui entraînerait les suites les plus fâcheuses... et comme il paraît que le commandant de Namur se dispose à pousser ses violences au delà d'un simple emprisonnement, qui est déjà une entreprise insoutenable, Son Altesse Royale ne peut se dispenser de requérir M. Van Haren de vouloir lui écrire dez ce soir pour qu'il suspende toute poursuite ultérieure [3]. »

Deux mois plus tard [4], Van Haren répondit que l'enquête avait démontré

[1] « Il n'y a aucun doute que ces deux prisonniers n'ayent fait déjà depuis quelque tems une sorte de traficq à débaucher les soldats de la République pour les livrer ensuite à des enrolleurs d'une puissance étrangère, qui, pour cet effet, rodent constamment dans le voisinage de Namur. » (Mémoire adressé par Van Haren au prince Charles de Lorraine, le 18 février 1751.)

[2] Il s'agit de la condamnation de Longfils à Namur et de son exécution avec l'approbation tacite des autorités civiles. Nous avons cité pages 154-155 la réponse péremptoire du gouvernement à cette argumentation d'une bonne foi douteuse.

[3] Mémoire du 16 décembre 1750. — Voir une dépêche adressée le même jour par le prince Charles de Lorraine au Magistrat de Namur et portant pleine approbation de ses actes. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f° 163.)

[4] Le 18 février 1751.



la culpabilité des accusés. Il exposait en même temps combien le « débauchage » était pernicieux, surtout à une époque où la désertion était devenue véritablement épidémique dans les troupes hollandaises; rappelant ensuite la défiance de ses maîtres à l'égard des juges civils, incapables d'apprécier la gravité des délits militaires, il faisait savoir que, malgré tout, les États-Généraux, mus d'un vif désir de conciliation [1], consentaient à restituer les deux accusés de Namur, à condition que le gouvernement de Bruxelles s'engageât à publier un écrit comminant pour l'avenir contre les débaucheurs des soldats hollandais la peine de mort et la confiscation des biens, lesquelles étaient prescrites par l'édit du 31 juillet 1738 contre les « séducteurs des soldats de Sa Majesté aux Pays-Bas [2] ».

Le prince Charles de Lorraine refusa d'entrer dans cette voie, estimant que ce serait entamer l'autorité législative de l'Impératrice [3]. La République, faisait-il observer, consentait à se dessaisir des deux détenus, mais ne reconnaissait pas son défaut de juridiction [4]; elle faisait acte de condescendance, à charge toutefois pour le gouvernement des Pays-Bas de lui accorder des concessions nouvelles.

1 « Pour témoigner combien qu'Elles (LL. HH. PP.) sont portées pour cultiver la bonne harmonie avec le gouvernement des Païs-Bas, de même que d'entre les États-majors et les villes de la Barrière. » — Voir aussi une dépêche adressée le 16 décembre 1750 par Van Haren à Vilattes, approuvant pleinement sa conduite. (Archives du Royaume à La Haye. *Registre de copie de la correspondance de Van Haren, du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752*, f°s 307-309.) — Voir aussi une dépêche du même aux États-Généraux. (Ibidem, f° 331.)

2 Voir l'édit aux *Placards de Brabant*, VII, 223.

3 « Sur ce fondement, Son Altesse Royale ne sauroit se prêter à aucun expédient dont on pourroit inférer jamais que les officiers de la République dans les places de la Barrière auroient été en droit de saisir au corps, d'emprisonner ou de châtier des sujets de Sa Majesté ou autres quelconques, qui ne sont point attachés au service de la République dans les dites places pour quelque crime, délit ou excès que ce puisse être, tous ces cas, sans exception aucune aiant du et devant demeurer à la connaissance des juges ordinaires des lieux. » (Mémoire du 20 mars 1751.)

4 « Leurs Hautes Puissances ne sçauroient avouer ce défaut de jurisdiction aussi longtems que le Gouvernement des Païs-Bas ne les tranquilise sur ce, que les séducteurs de leurs soldats seront punis à l'avenir avec la même rigueur pour les Magistratures qu'on en agit envers ceux qui débauchent les soldats de Sa Majesté Impériale et Roijale. (Mémoire de Van Haren, daté du 17 avril 1751.)



En conséquence, le prince, sans se faire illusion d'ailleurs [1], réclamait la remise pure et simple des époux Gobert au Magistrat de Namur; s'ils étaient trouvés coupables, ils seraient châtiés conformément aux lois.

Dans le cas où cette satisfaction serait accordée, il s'engageait à proposer dans un délai très bref des mesures efficaces [2] pour mettre fin à la situation dont les états-majors se plaignaient à juste titre.

Comme on devait s'y attendre, le commandant de Namur, soutenu par son gouvernement [3], ne tint aucun compte des démarches faites par les autorités belges, et donna l'ordre de poursuivre la procédure entamée.

On décida d'appliquer les époux Gobert à la torture.

Le Magistrat, justement effrayé en songeant que tous ses concitoyens étaient menacés de subir l'arbitraire d'un commandant étranger, envoya un exprès au Ministre plénipotentiaire [4].

[1] « Quelque juste qu'étoit cette demande, le passé ne permettoit guères que le Gouvernement pût se flatter qu'elle produisit l'effet désiré. » (Mémoire de Neny. Voir pièces justificatives, nº III.)

[2] « Lorsque cela aura été exécuté, on ne refusera pas de s'entendre avec Leurs Hautes Puissances sur les moiens d'empêcher plus efficacement la séduction de leurs soldats, et de déterminer la peine qui par l'édit du 15 may dernier est laissée à l'arbitrage des juges, dans les cas où la séduction a été faite pour le service d'une puissance étrangère.

» Son Altesse Royale ne balance même pas de déclarer d'avance que, disposée, comme elle l'est, à concourir à tout ce qui peut intéresser la conservation des trouppes de la République, Elle apportera à cet objet toutes les facilitez que l'on pourra équitablement désirer, et Elle se promet de la grande sagesse de Leurs Hautes Puissances, aussi bien que de leur inclination pour le maintien de la bonne harmonie que ces propositions leur paroîtront si raisonnables qu'Elles ne se refuseront pas de les accepter et d'y donner leur consentement. » (Mémoire du 20 mars 1751.)

[3] Voir page 55, note 1.

[4] Le Magistrat de Namur écrit au marquis de Botta-Adorno, le 16 avril 1751 : ... « Nous avons l'honneur d'informer V. E. que par les précautions prises pour reconnoitre les gestions ultérieures de la dᵉ garnison, il nous est revenu que ces deux prisonniers sont condamnés a etre torturés et qu'a cet effet, Elle (*sic*) a ecrit au Boureau de se rendre ici pour mettre ce jugement a execution sitot son arrivée. Nous avons d'ailleurs d'autant plus juste sujet de croire que la garnison commetra cette violence et cet acte de jurisdiction au préjudice et en foule des droits de Sa Majesté, que le Geolier de la garnison s'est rendu hier a nos conciergeries avec un charpentier pour prendre modele d'un Ban de Torture pareil à celui qui s'y trouve. L'execution d'une pareille sentence, si elle a lieu, ainsi que nous avons sujet de le craindre, outre qu'elle seroit un attentat formel à la hauteur souveraine et un acte de jurisdiction contraire à celle competante uniquement à Sa Majesté, nous jette



Celui-ci fit prier immédiatement le Résident des Provinces-Unies d'envoyer à Namur l'ordre de surseoir [1]. Mais le diplomate hollandais s'y refusa nettement. C'est en vain que le prince de Gavre, gouverneur du comté de Namur, écrivit au baron de Schwarzenberg, nouvellement appelé au commandement de la place, pour lui conseiller la prudence et faire appel à ses sentiments d'humanité [2].

Le bourreau de Maestricht, qu'on avait mandé spécialement à cet effet, accomplit son office. La femme Gobert, à peine convalescente d'une maladie mortelle, fut dispensée des horribles épreuves du chevalet, mais son mari fut torturé de la manière la plus abominable. On lui rasa la tête, puis, sur son crâne ainsi dénudé on laissa dégoutter du suif brûlant, alternant avec

dans des allarmes extremes, en ce que si pareilles violences s'exercent de la part de la garnison, nos plus braves bourgeois et les sujets les plus fidèles envers notre Auguste Souveraine pourroient etre journalierement exposés a etre arretés et trainés dans les prisons militaires soub des simples suspicions, tandis neanmoins que dans aucun cas nous n'avons aucune jurisdiction sur les militaires non plus que la garnison n'en doit avoir sur nous. Dans la crainte que nous sommes que cette execution n'ait lieu et meme celle de mort par les aveus que les tourmens de cette torture pourroient arracher de la bouche des d[ts] prisonniers, nous avons cru devoir depecher cette estafette pour supplier tres respectueusement V. E. de vouloir arreter semblable violence par telle voye la plus prompte qu'elle trouvera le mieux convenir. »

1 « S. A. R. se persuade que M. Van Haren trouvera d'autant plus necessaire d'emploier efficacement ses bons offices pour cet effet, que la conduite de l'Etat-Major de Namur ne pourroit contribuer qu'a altérer la bonne intelligence qui subsiste si heureusement entre les deux puissances. » (Dépêche du 16 avril 1751.)

2 « Monsieur,

» Selon ce qu'on me marque de Bruxelles, la cour est vivement outrée de ce qui se passe à l'égard du nommé Gobert. Le Magistrat et le peuple crient hautement. Je prie et conseille Votre Excellence de différer quelques jours sans rien entreprendre de nouveau, et pour que le Boureau qui est ici ne soit point à charge de la garnison, je feroy payer par le Magistrat les journées pour le temps qu'on différera. Quels regrets n'auroit-elle pas d'avoir forcé un homme à déclarer des crimes dont il ne seroit pas coupable? Si sans cela il l'est, je serai le premier à désirer qu'il soit bien châtié.

» J'ai l'honneur d'être très parfaitement, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

» *Le Prince* de Gavre.

» De Namur, le 24 avril 1751. »

(Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1751.)

des douches d'eau glacée. Ces tourments n'ayant pas provoqué d'aveux, les membres du Conseil s'oublièrent jusqu'à injurier de la façon la plus grossière le malheureux patient enchaîné sur son banc de douleurs [1].

Il protesta de son innocence jusqu'au bout, en dépit des tourments les plus épouvantables [2], et l'on poussa ensuite la brutalité jusqu'à le faire fustiger cruellement dans sa prison [3].

Le prince Charles de Lorraine jugea l'incident assez grave pour en saisir l'Impératrice.

Une conférence spéciale se réunit à Vienne le 1er mai 1751, sous la présidence du duc de Silva Tarouca [4]. Le duc rendit compte de la « foule d'attentats » [5] commis par les Hollandais dans les villes de la Barrière depuis la fin de la guerre de la succession d'Autriche. C'est en vain que le gouvernement avait protesté auprès des États-Généraux, aucune réparation ne lui avait été accordée, et même « le mépris et la hauteur s'ajoutoient à chaque offense ». L'attitude des autorités hollandaises était d'autant moins justifiable que, pendant les dernières campagnes, le rôle des garnisons de la

1 « Les officiers rudoièrent le dit Gobert, et lui disoient qu'il étoit un menteur, et qu'il avoit fait la profession de débaucheur, ce qu'ils lui soutenoient, le traitant de coquin, de chien, et d'autres termes durs. » (*Déclaration sermentèle du 20 avril 1751.*) — M. C. Rahlenbeck n'avait certainement pas connaissance de ces horribles détails lorsqu'il reprochait au prince Charles de Lorraine d'avoir « fait de cela une grosse affaire ». (*La Belgique et les garnisons de la Barrière,* 70.)

2 « Ledit Gobert poussoit des cris épouvantables et les officiers le sollicitoient toujours d'avouer, en se servant de termes menaçants et durs, l'un disant : va chien, tu seras pendu, les autres ajoutoient : avoue, ou n'avoue pas, tu seras pendu demain, que nonobstant tous ces tourmens, menaces et duretés, ledit Gobert ne répondit autre chose qu'il étoit entre leurs mains, qu'ils pouvoient faire de lui tout ce qu'ils vouloient, mais qu'il avouoit la vérité, et qu'il n'étoit nullement coupable de ce dont on l'accusoit. » (*Déclaration sermentèle du 20 avril 1751.*)

3 Mémoire de Neny. Voir pièces justificatives, n° III.

4 Présents : le duc de Silva Tarouca, président des Conseils suprêmes des Pays-Bas et d'Italie ; le maréchal comte de Königsegg ; le comte d'Ulefeld, chancelier de cour et d'État ; le comte Colloredo, vice-chancelier de l'Empire ; le comte de Khevenhüller, grand chambellan ; le baron de Bartenstein, conseiller aulique et secrétaire d'État ; le comte de Neny, secrétaire du Conseil suprême des Pays-Bas.

5 Voir *Très humble referat de la conférence ministeriale tenue le premier de mai 1751.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.\ 34}{4}$: ad H.)



Barrière n'avait été rien moins que glorieux, et la dignité du service impérial exigeait que l'on mît un terme à cette « conduite inouïe ».

Le comte de Neny [1] proposa divers moyens de « mettre les Hollandois à la raison ».

Pour atteindre ce peuple de marchands dans ses intérêts, il fallait, disait-il, hausser les droits d'entrée sur les principaux produits de leur industrie et de leur commerce [2]. D'autre part, il serait bon d'expulser du territoire tout soldat des Provinces-Unies trouvé ailleurs que dans une place de la Barrière; comme mesure d'exécution immédiate, on ferait arrêter sur-le-champ les sous-officiers ou soldats de la République qui se trouveraient en congé dans les Pays-Bas, et on les retiendrait comme ôtages jusqu'à ce que les époux Gobert eussent été remis au Magistrat de Namur.

Les membres du Conseil n'agréèrent pas complètement les idées de Neny. Repoussant ce qui aurait pu abaisser le conflit au niveau d'un débat mercantile [3], hostiles également à l'expédient des ôtages, ils estimèrent que l'Impératrice pourrait publier un placard « enjoignant à tous bas-officiers et soldats de troupes étrangères de se retirer des terres de l'obéissance de Sa Majesté dans le terme de trois jours [4] ».

Cette disposition, pensait le Conseil, était de nature à gêner beaucoup de Hollandais, et c'était en même temps une de ces mesures de police intérieure que chaque souverain a le droit de décréter dans ses états sans que personne soit fondé à s'en plaindre. De plus, la Souveraine devrait signifier aux États-Généraux qu'elle se considérait comme insultée, et interdire en

[1] Sur ce personnage, voir l'intéressante notice de G. Bigwood dans la *Biographie nationale,* XV, 588-593.

[2] Sur les tabacs travaillés, les sucres raffinés, l'eau-de-vie de grain et, en général, les denrées fabriquées en Hollande; d'autre part, interdire l'entrée de tout poisson de mer autrement que par Ostende et Nieuport.

[3] « Le premier de ces moyens est étranger à la matière des plaintes dont il s'agit, et il sembleroit que l'on ne cherche que l'utile sans songer à la réparation des offenses par autre voie que celle de l'intérêt, de façon qu'on ne sauroit l'adopter. »

[4] « A peine d'être mis en prison pour trois mois à pain et à l'eau, avec défense, sous la même peine, à tous pareils bas-officiers et soldats des trouppes étrangères d'entrer dans les terres de Sa Majesté pour y séjourner. » — Un édit conçu dans ce sens fut publié le 11 mai 1751. Voir *Ordonnances des Pays-Bas autrichiens,* VII, 25-26.



conséquence au Ministre de la République à Bruxelles de fréquenter la cour, aussi longtemps que satisfaction formelle n'aurait pas été donnée pour l'usurpation de pouvoirs récemment commise à Namur [1].

Telle fut la manière de voir du Conseil suprême des Pays-Bas. Il ajouta cependant que peut-être, avant d'en venir à cette extrémité, on pourrait tenter une dernière fois de résoudre les difficultés à l'amiable, en faisant présenter au Stathouder [2] et au prince Louis de Wolfenbüttel [3] un exposé des griefs les plus récents. L'Impératrice insisterait en même temps sur le déplaisir que lui faisait éprouver « cette manière d'agir indécente et même insultante de la part d'une république alliée », et elle ferait entendre que la politique d'alliance était compromise, si la conduite des commandants militaires ne se modifiait promptement.

La prudence de Marie-Thérèse est connue. On ne sera donc pas surpris d'apprendre qu'elle se décida pour les voies de la modération [4].

Le comte de Neny fut chargé de présenter au prince d'Orange un tableau fidèle [5] des conflits de toute nature qui avaient surgi depuis le traité d'Aix-

[1] Cette dernière proposition avait été présentée par le marquis de Botta-Adorno.

[2] Guillaume V d'Orange.

[3] Louis-Ernest de Brünswick-Wolfenbüttel, né en 1718, mort en 1788. Sur ce personnage, qui joua dans la politique néerlandaise un rôle prépondérant, voir DE WITT, *Une invasion prussienne en Hollande en 1787*. Paris, 1886, in-8°; — D. C. NIJHOFF, *De hertog van Brunswijk. Eene bijdrage tot de geschiedenis van Nederland gedurende de jaren 1750-1784*. La Haye, 1889, in-8°; — V.-H.-T. COLENBRANDER, *De Patriottentijd*. La Haye, 1897-1899, 3 vol. in-8°. — Voir aussi notre étude sur *Le voyage de l'Empereur Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, 75.

[4] Elle inscrivit en marge du *Referat* :

« Placet de prendre encore une fois la voye la plus douce.
» MARIE-THÉRÈSE. »

Le prince Charles de Lorraine lui avait écrit le 21 avril que « des ministres de confiance des Pays-Bas » étaient partisans de la rupture des relations diplomatiques; mais il faisait remarquer que « les conséquences pourroient être plus grandes qu'on ne sauroit le prévoir », et lui aussi approuvait l'envoi d'un mémoire à La Haye. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.\ 34}{7}$: ad H.)

[5] Nous publions ce mémoire aux pièces justificatives, n° III.



la-Chapelle, et l'Impératrice écrivit au prince la lettre autographe que voici :

« Vienne ce 3 mai 1751.

» MONSIEUR MON COUSIN,

» Je ne saurois donner à Votre Altesse une preuve plus forte de mon empressement à entretenir et éterniser la plus étroite union avec la République qu'en m'adressant à Elle dans une occurrence qui de sa nature est telle qu'elle devroit plutôt m'en détourner. Je ne demande pas mieux que d'arranger au plutôt possible les affaires de la Barrière; Je m'y suis toujours offerte, et je m'y offre encore bien sincèrement et de grand cœur.

» On n'a pu disconvenir de l'équité et de la justice des principes qui ont été avancés en mon nom. Il ne restoit donc qu'à en faire l'application, et, sur les instances qui m'en ont été faites, je me suis expliqué la dessus d'une manière si amiable et si satisfaisante que j'ignore ce qu'on pourroit désirer de plus.

» Aussi ma réponse du mois d'août de l'année passée est restée jusqu'ici sans réplique, et malheureusement sans effet, puisque de la part de la République on n'a pas mis la main à l'œuvre. Au lieu de le faire, il paroît que les Commandants des places de la Barrière aient pris à tâche d'accumuler excès sur excès au préjudice de ma souveraineté et de la protection que je dois à mes sujets.

» Peu et peut-être aucun souverain du monde ne les auroit endurés aussi longtemps que moi. Pour ne rien précipiter, j'ai poussé la modération et la patience trop loin, et j'ai grand sujet de m'en repentir, puisqu'au lieu de remédier par là au mal, il a toujours empiré. Enfin on a poussé l'énormité du procédé si loin que par une injustice et cruauté la plus criante, contraire à toutes les lois divines et humaines, et dont on ne trouvera aucun exemple dans l'histoire, on a donné deux fois la torture, et fait fustiger ensuite par la main du bourreau un bourgeois de Namur, mon sujet, réclamé par le Prince mon Beau-frère, et Gouverneur de mes Païs-Bas, pour un prétendu crime, qui étant même avéré, ne pouvoit ni ne devoit être puni que d'une amende pécuniaire par le juge à qui il appartenoit, suivant le cartel même sur lequel la République s'appuie.



» Il seroit difficile d'exposer la douleur et même l'horreur que j'ai ressentie en l'aprenant, et je ne doute pas que par principes et inclination vous n'en soyez également touché.

» Ma dignité, mon honneur, et ma conscience m'obligent à demander très sérieusement une satisfaction éclatante et proportionnée à l'outrage, comme aussi une réparation convenable pour les autres griefs dont j'ai à me plaindre, et que pour cet effet j'ai fait ramasser dans le mémoire ci-joint. C'est là le sujet de la présente lettre, et j'ai préféré cette voïe à celle de faire la demande par un mémoire présenté aux États-Généraux pour cacher autant qu'il est possible aux yeux de ceux qui voudroient nous brouiller des faits si propres à y réussir.

» Quelque vif et constant que soit mon zèle pour les intérêts communs, je ne puis manquer, ni ne manquerai jamais à ce que mon honneur, ma dignité et ma conscience, en un mot le devoir d'une Souveraine chrétienne envers ses sujets exigent de moi.

» Votre Altesse est trop éclairée pour ne pas le sentir de reste.

» Qu'Elle considère donc à quoi on s'exposeroit de part et d'autre, si la faute de recevoir la satisfaction que je demande à si juste titre, je me voiois forcée malgré que j'en eusse, de venir à un éclat.

» Je conviens sans peine que mes intérêts en souffriroient, mais je ne sais si Votre Altesse ne trouvera pas Elle même que les siens et ceux de la République pourroient en souffrir davantage.

» Je m'ouvre à Vous, comme Vous voyez, très cordialement. Je ne le ferois pas si vos sentiments m'étoient moins connus.

» J'attends donc de Vous une prompte et satisfaisante réponse, et suis avec beaucoup de considération

» De Votre Altesse,

» La bien affectionnée cousine,

MARIE-THÉRÈSE.

» Au Prince Stadhalter [1]. »

[1] Au dos de la pièce :
« *N. B.* On a remis, par la même voye de la Chancelerie d'Etat et de cour, une copie de cette lettre avec une lettre d'accompagnement, au Prince Louis de Wolffenbüttel, dans



Le 23 août 1751, un billet de M. Larrey fit savoir au baron de Reischach, ministre d'Autriche à La Haye, que les États-Généraux, à la réquisition du prince d'Orange, avaient décidé de faire remettre les époux Gobert au Magistrat de Namur [1].

Cette fois donc, le gouvernement hollandais, sans reconnaitre cependant d'une manière expresse les torts de ses officiers, fit preuve de bon vouloir [2]; mais ce fut une exception [3].

Cette question du débauchage et des recruteurs ne fut pas terminée après l'affaire Gobert. Les désertions d'ailleurs se multipliaient : les soldats passaient à l'étranger par centaines à la fois [4].

En dépit de la convention [5] conclue en 1766 par le général de Hertell, commandant militaire, et le comte de Beaufort, gouverneur civil, des conflits fréquents surgissent [6] en 1770, 1777, 1778. En 1779, à la suite

les mêmes vues, de même qu'aux Ministres de S. M. à la cour Brittanique, et à la Haye, Comte Richecourt et Baron de Reischach, pour leur direction.

» Il en a été également remis copie à Brusselles par lettre particulière du Secrétaire de Neny, au Secrétaire d'État et de Guerre, du 8e de May 1751, pour l'information de S. A. R. et de S. E. le Ministre, Marquis de Botta. »

(Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{i}$: ad H.)

1 Le carton 508 du Conseil privé contient le dossier de l'instruction faite par le juge militaire et transmis au Magistrat de Namur ensuite de la décision des États-Généraux.

2 La lettre de Marie-Thérèse au prince d'Orange est inédite. A. von Arneth en a connu l'existence (*Geschichte Maria Theresia's*, IV, 257), et en cite un court extrait; puis il ajoute que l'Impératrice reçut une réponse dilatoire (*ausweichend*); nous n'avons pu découvrir le texte de cette réponse ainsi qualifiée par l'éminent historien, mais, ainsi qu'on a pu le constater plus haut, satisfaction fut, en définitive, accordée par les États-Généraux.

3 En voici une autre : les Hollandais avaient arrêté à Froyennes, au mois de juin 1755, un caporal belge, « sur le soupçon que ledit caporal avoit enrollé un déserteur des troupes de la République ». Après un échange de correspondances assez vives, le prince de Hesse écrivit au gouverneur général, le 22 août : « J'ai fait mettre ledit corporal en liberté. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXII, fos 110-137.)

4 Voir C. Rahlenbeck, *La Belgique et les garnisons de la Barrière*, 79-81.

5 En vertu de cette convention, défense était faite aux recruteurs autrichiens de s'approcher à plus d'une lieue de la place.

6 Voir notamment la consulte du Conseil privé, en date du 20 septembre 1770, et les protocoles du Conseil privé, en date du 2 octobre 1777 et du 12 octobre 1778. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)



de l'arrestation de soldats qui ont cédé aux suggestions de racoleurs, la foule s'ameute à Namur, jette des pierres à la troupe, et le colonel hollandais de Gross déclare qu'il a dû « faire paroître de la bravoure pour prévenir les suites d'un soulèvement qui auroit pu aller si loin que la garnison avec la bourgeoisie auroient pu s'entre égorger[1] ».

Il se produit du reste des empiétements sur les droits de police des magistrats locaux, même quand il s'agit de délits qui n'ont avec les questions militaires qu'un rapport éloigné.

A Furnes, en 1736, le vicaire d'une paroisse voisine, voulant sortir de la ville, cherche à gagner du temps en traversant les remparts[2], ce qui se fait tous les jours sans difficulté; un officier[3] l'arrête; malgré l'intervention du bourgmestre et les murmures du peuple[4], il le retient dans le corps de garde « avec éclat et ostentation », depuis 4 heures jusqu'à 7 $^1/_2$ heures, et il ne le relâche qu'après lui avoir fait donner sa parole d'honneur de se représenter devant lui à première réquisition, ce qui était l'obliger en quelque sorte à se reconnaître justiciable de l'autorité militaire.

Vers la même époque, et dans la même ville, des paysans qui se rendent au marché commettent la faute de laisser leurs bêtes de somme brouter l'herbe des glacis; on les met en état d'arrestation et l'on séquestre leurs attelages[5]. Le Magistrat prétend en vain que l'affaire doit lui être soumise,

1 Voir l'exposé de cette affaire très compliquée dans une consulte du Conseil privé. (Archives du Royaume à Bruxelles. Registres aux consultes du Conseil privé, CXXVII, f°s 42-65.)

2 « Il était avec deux autres (*sic*) mannans, et ils ont fait avertence à la sentinelle. » (Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f° 126.)

3 Le capitaine de Watteville.

4 « Le peuple étoit indigné surtout de voir un prêtre exposé publiquement dans un corps de garde à la risée des soldats protestants » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f° 126.) — « Le peuple étoit schandalisé par raport à la manière indécente avec laquelle étoit traité une personne revêtue d'un caractère si respectable. » (*Déclaration du bourguemaître et Lanthoudre de la commune des villes et châtellenie de Furnes.* Ibidem. Jointe des terres contestées, cart. $^{55}/_{56}$.)

5 « Il prétend se faire payer de ce qu'il exige, au moyen de la tortionnaire détention des chevaux qu'il tient lui-même en arrêt... et la juridiction des remontrants est donc notoirement foulée par ces attentats et voies de fait. » (*Réclamation adressée à la Gouvernante*



en vertu de l'article 30 du traité d'Anvers [1]; le commandant militaire se fait rembourser directement le coût des dégâts commis, et n'admet d'aucune manière l'ingérence de l'autorité civile.

A Tournai, sous prétexte que la femme d'un soldat a été volée et maltraitée dans la banlieue, l'état-major organise des battues aux environs de la place, fait des perquisitions domiciliaires et inflige au coupable supposé « vingt-trois tours sous les verges [2] ».

Dans cette même ville, en 1750, le prince de Hesse, mécontent d'un comédien du nom de Leneveu, le fait arrêter et le garde dans la prison militaire. Il déclare au prévôt qu'ayant fait venir une troupe d'acteurs pour distraire son corps d'officiers, il a le droit de traiter « ces gens » à sa guise, et l'on ne parvient pas à lui faire admettre qu'il a usurpé la juridiction des Consaux [3].

Le même prince de Hesse, dont le Magistrat reconnait cependant le « caractère humain et bienfaisant [4] », se jugeant insulté par le médecin Devaux, le fait saisir par la troupe et le détient rigoureusement [5].

L'autorité communale a beau lui démontrer l'illégalité de cette arrestation et lui rappeler que, pour mettre un citoyen en prison, une ordonnance du juge rendue après enquête est indispensable, le prince s'obstine. On fait

générale par le Magistrat de Furnes le 10 décembre 1736. Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 124-136.) — Voir aussi le *Mémoire pour le Ministre de Sa Majesté Impériale et Catholique résidant à La Haye*. (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

1 Cet article porte que l'auteur de pareils dégâts doit être conduit « au chef de la ville ». (*Placards de Flandre*, IV, 3e p., pp. 1641-1646.)

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registres aux consultes LXVII, f°s 210-215.

3 Archives communales de Tournai. Registres aux rescriptions 1749/1750, f° 188.

4 « Nous ne sçaurions cependant attribuer au caractère humain et bienfaisant du prince de Hesse des actes qui auront sans doute été commis au dehors de ses ordres. » (Ibidem. Registre de 1751, f°s 50-53.)

5 « Il l'a fait enfermer dans un endroit très malpropre, destiné à des carillonneurs de nuit, où il resta jusqu'au lendemain à 11 heures sans qu'on souffrît qu'il y fît du feu avec le bois qu'il avoit fait chercher dans quelque cabaret voisin pour se garantir, incommodé comme il l'étoit par la rigueur du froid, sans permettre même, jusque bien avant dans la nuit, qu'il usa d'une chaise pour s'asseoir. » (Ibidem.)



appel à ses sentiments d'humanité : le médecin détenu a une clientèle considérable, plusieurs des malades qu'il traite sont en danger de mort; ne pourrait-on le relâcher pour lui permettre de leur donner ses soins? Insistance inutile. Plusieurs jours se passent avant que Devaux obtienne sa mise en liberté provisoire, après avoir juré de se représenter au premier appel.

Ce sont des procédés intolérables, et les Consaux insistent auprès du pouvoir central pour que l'on mette fin à ces « nombreux faicts et conjectures disgracieuses [1] ».

A Namur aussi les arrestations arbitraires suivies de détention au corps de garde sont fréquentes [2]. Un cocher se prend de querelle avec un factionnaire [3] à une des portes de la ville; on le saisit et on l'écroue à la prison militaire. Les réclamations du bourgmestre fondées sur le traité de la Barrière [4] restent sans effet, le commandant militaire ne voulant « prendre en considération que l'honneur et le respect dus aux armes du Souverain qu'il a l'honneur de servir [5] ». Il faut, pour que cette détention arbitraire prenne fin, une démarche personnelle du marquis de Botta auprès des États-Généraux et la promesse d'un châtiment exemplaire si les actes de violence sont établis [6].

1 « Il suffira, si cette licence énoncée jusqu'icy reste ouverte, qu'un gouverneur ou commandant de place ait quelque sujet ou prétexte de mécontentement contre quelques bourgeois et habitant de tout étage pour lui faire, abusant de son autorité ou plutôt de la force qu'il a en main, un affront inique, et en quelque façon irréparable. » (Ibidem.)

2 Voir Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXVII, f° 269.

3 « Il a afronté la sentinelle, et Votre Excellence n'ignore pas combien une sentinelle doit être respectable sur son poste. » (Dépêche adressée par le baron de Burmania au Résident Van Haren, le 27 juillet 1753. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.)

4 « Le Magistrat vient de réclamer se fondant sur le traité de la Barrière qu'on fait valoir en tel cas, mais rarement quand il s'agit que nous le pouvants alléguer, comme par exemple pour le chaufage et la lumière pour la garnison dont on nous as retranché une bonne partie. » (Ibidem.)

5 Ibidem.

6 Archives du Royaume à La Haye. Registre de correspondance de Van Haren, du 13 mars 1752 au 6 février 1756, f° 156. — Ibidem, *Brussel, Gewone brieven*, 1751-1753.



A Ypres, une contestation s'élève entre le major Trevisani et un employé du bureau des droits impériaux. L'officier accuse le commis de l'avoir insulté et le fait incarcérer par la garde.

De l'enquête ouverte par le gouvernement, il résulte que les faits mis à la charge de l'employé « ne sont rien moins que prouvés », tandis que l'arrestation « est certaine, bien qu'irrégulière et insoutenable[1] ».

Mêmes procédés à Tournai, à l'égard de paysans qui ont ramassé des éclats de bombes[2]; dans cette ville, du reste, les arrestations arbitraires de bourgeois ne se comptent plus[3].

Les moindres prétextes sont bons pour vexer le public : un postillon qui apporte les dépêches à Ypres, et qui entre dans la ville au grand trot pour regagner le retard éprouvé en route, est arrêté par les sentinelles, ce qui est juste puisqu'il a violé le règlement qui prescrit de franchir les portes au pas, mais de plus il est roué de coups et retenu longuement dans la prison militaire[4].

D'autre part, on ne respectera guère le Magistrat, même quand il intervient dans l'intérêt d'un sujet hollandais. En 1720, le lecteur de l'église protestante, Pierre Collame, meurt. Comme il laisse des enfants mineurs, le Maïeur envoie son sergent pour procéder à l'inventaire des meubles délaissés par le défunt. Les scellés ayant été apposés et placés sous la garde d'un recors, deux officiers de la garnison se présentent, brisent les scellés et jettent le gardien à la porte malgré ses protestations, « en lui donnant une pousse et des coups de poing sur sa face vénérable[5] ».

Et jusqu'à la fin de l'occupation, les illégalités de l'espèce se renouvellent et s'accumulent.

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.

2 Ibidem.

3 Voir pour les seules années 1715-1716 le registre des Consaux, f°s 56, 119, 121, 158, 172, 225 à 227. (Archives communales de Tournai.)

4 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXII, f° 8. — Voir aussi *Rapport du Magistrat d'Ypres à la gouvernante générale*. (Ibidem, Jointes des terres contestées, cart. 55/56.)

5 Voir le procès-verbal et la plainte du sergent Leloir aux Archives de la ville de Tournai, carton 964 de la salle de travail. Ce document nous a été très obligeamment indiqué par M. le Dr Desmons.



CHAPITRE IV.

LES CONTESTATIONS AU SUJET DES TAXES.

Législation sur la matière. — Prétention de l'état-major hollandais à Namur au sujet de l'entrée en franchise des spiritueux. Abus constatés à Tournai. — Négociations entre le général de Vehlen et le prince de Holstein-Beck. — Prétentions contradictoires des magistrats et des états-majors. — Dispositions arrêtées en 1739. — Elles ne sont pas observées. — Désaccord à Ypres et à Menin au sujet des fournitures d'alcool à l'hôpital militaire. — Procédés tracassiers du Magistrat de Namur. — Les fraudes. — Rixes mortelles entre fraudeurs et gardes près de Tournai. — Indélicatesse reprochée au commandant de la place d'Ypres. — Fraudes tentées par l'aumônier de la garnison en 1764. — Accusations portées contre l'Auditeur d'Ypres. — Le courrier diplomatique convaincu de fraude. — Protestations des Etats-Généraux.

La question des taxes est réglée dans les articles 16 et 35 du règlement arrêté à Anvers le 30 janvier 1716 par les plénipotentiaires de l'Empire et de la République [1].

Mais, dès le 26 février de la même année, les États-Généraux sont saisis d'une réclamation du Magistrat de Namur contre l'état-major, qui prétend

[1] *Règlement pour le logement et comportement des troupes des États-Généraux des Provinces-Unies, qui doivent être de garnison dans les villes de la Barrière, dont les Ministres plénipotentiaires de Sa Majesté Impériale et Catholique et de Leurs Hautes Puissances sont convenus en détail, suivant ce qui a été stipulé par l'article 19 du traité de la Barrière conclu et signé à Anvers le 30 de janvier 1716. (Placards de Flandre,* IV, 3e p., 1641-1646.)

« Article 16. Les gens de guerre seront obligés de payer les impôts, accises et autres charges ou droits des provinces et villes sans en pouvoir prétendre aucune franchise ou exemption, non plus que des droits d'entrée et de sortie, et autres droits du Souverain.

» Article 35. Comme dans les villes de Tournai et Ypres les impôts sur la bierre et les brandevins ou genièvre sont considérablement plus hauts que dans les autres villes de la Barrière, les dits Commissaires tâcheront de convenir, s'il est possible, d'un expédient à l'intervention des Magistrats, pour y faire boire aux soldats la bierre ou le genèvre à meilleur marché qu'à présent. » — Voir aussi Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, année 1716, f°s 152, 537, 818.



introduire dans la place, en franchise de droits, l'alcool nécessaire aux besoins de la garnison [1].

A Tournai, la situation est bientôt l'objet de doléances plus vives encore : « Ils (les Hollandais) ont transporté, du 28 septembre 1717 au 31 mai 1718, dix-huit-mille-cinq-cents pots de brandevin, nonobstant l'opposition et la représentation des fermiers... ceux de l'état-major font livrer aux soldats dans la citadelle autant de bierre que bon leur semble... Iceux par ce moien dressent partout des cantines et cabarets publicqs ou se vend du brandevin, bierre et tabac aux allans et venans sans paier les impôts de la ville [2]. »

L'interprétation de l'article 35 a donné lieu à une laborieuse négociation entre le général de Vehlen, délégué à Tournai par l'Empereur, et le prince de Holstein-Beck, représentant de la République, car c'est seulement le 1er mai 1720 que les plénipotentiaires se sont mis d'accord [3]. Leur travail a reçu l'approbation du marquis de Prié, mais les États-Généraux ne s'y sont pas ralliés, et l'affaire demeure sans solution.

Cependant le Conseil d'État des Provinces-Unies avait fait entendre au début un langage conciliant : il se disait prêt à interdire aux soldats et à leurs familles l'exercice de tout commerce quelconque, et à décréter des mesures sévères contre les fraudes dont se plaignait l'administration communale [4].

[1] « L'on a demandé que les commandans de la ville et château, les majors d'icelle ville et château, l'auditeur de la garnison et les aide-majors jouissent des exemptions de toutes sortes d'impôts, soit sur le vin, soit sur le brandevin, soit sur la bierre, sans qu'on pourroit leur demander aucun droit là dessus, sous quel pretext que se puisse être. » (*Dépêche adressée par le Magistrat de Namur à la Gouvernante générale, le 12 mai 1738.* Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

[2] A Tournai, dès le début de l'occupation, le Magistrat dénonce les fraudes commises par les soldats. (Archives communales de Tournai, registre des Consaux, 19 mars 1715, fos 63, 91.) — D'autre part, il accuse les cantines militaires de faire la concurrence déloyale aux brasseurs de la ville : « Aux casernes de la Calandre, il y a 18 soldats, et le cantinier a été trouvé en possession de 150 tonnes de bière; c'est évidemment pour le vendre au dehors. » (Ibidem, fo 90.) — Voir aussi Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de Guerre, registre CLXXI, fo 175.)

[3] Leur projet de règlement est transcrit dans le registre CCLXXVI de la Secrétairerie d'État et de Guerre, fos 189, 207.

[4] Voir *Extrait des résolutions de L. N. P. les Seigneurs du Conseil d'État des Provinces-Unies du 19 décembre 1719.* (Ibidem, registre DCCLVI, fos 171-175.)

Ces bonnes dispositions ne durent pas. Les Hollandais exigent pour la boisson favorite de leurs soldats un tarif de faveur [1], mais ils se heurtent à une opposition tenace de la part des villes, dont ces propositions compromettent le budget.

Namur fait valoir « qu'elle crouleroit infailliblement si l'on touchoit aux droits qui se lèvent sur la bierre [2] ». Tournai s'adresse aux États-Généraux, le 5 août 1716, pour démontrer l'impossibilité d'accorder une modération de taxes [3]. La requête du Magistrat [4] expose en détail la situation lamentable dans laquelle la ville se débat. Le nombre des habitants diminue, beaucoup de maisons demeurent vides, les marchands et les artisans émigrent dans la Flandre française et dans le Cambrésis, car « le commerce y est si fort décheu qu'il n'en reste pour ainsi dire qu'un triste souvenir ». Soit dit en passant, cet état de choses ne s'améliora guère pendant les années suivantes.

En 1728, le général hollandais de Pallant en trace un tableau très sombre : le commerce végète, l'industrie a presque disparu, et la ville n'a plus guère d'autres ressources que les dépenses faites par une nombreuse garnison [5]. Et c'est seulement en 1739, après qu'une violente émeute a ensanglanté les rues de la ville [6], que l'on parvient à réglementer d'une manière satisfaisante les accises pour les fournitures de la troupe [7]. Cet accord

[1] Voir *Mémoire de la ville de Namur au sujet de la demande d'exemption fiscale de la garnison hollandaise.* (Ibidem, registre DCCLIX, f°s 1-10.)

[2] Ibidem, f°s 154-166.

[3] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, f° 874.

[4] Elle est conservée aux Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Gewone brieven*, 1716.

[5] « Il est connu à tout le monde qu'il n'y a aucun commerce de considération à Tournai; qu'on a laissé périr les meilleures manufactures, qu'il n'y a aucun passage de voyageurs, et que toute la ville, la bourgeoisie, les marchands, les artisans, jusques à la plus vile populace, ne subsistent et ne vivent que des sommes considérables que la garnison y depence, et de la consomption que les officiers et soldats y font, sans quoy ils seroient reduits dans la nécessité de mourir de faim. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f° 197.)

[6] Voir la *Relation adressée par l'archiduchesse Marie-Élisabeth à Charles VI, le 29 juillet 1738.* (Ibidem, Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, D. 6, litt. T.)

[7] Ibidem, Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLIX, f°s 144-146. On modère notablement la taxe à percevoir sur la bière qui sera consommée dans les casernes. Le Magistrat estime que cette modération de taxes se chiffre pour la caisse communale par une perte de 173,000 florins en trois ans. (Ibidem, registre DCCLVI, f° 63.)



d'ailleurs n'est pas parfait, car bientôt on voit le gouverneur de la place revendiquer pour lui-même l'entrée gratuite de trois pièces de vin [1]. Le baron d'Echten, commandant de Menin, émet la même prétention et refuse de se rendre aux observations courtoises du comte d'Harrach. En vain celui-ci lui fait-il remarquer que les exemptions de l'espèce ne sont pas reconnues par les lois belges, que les gouverneurs impériaux, et même les chevaliers de la Toison d'or sont obligés de payer les droits sur les spiritueux ; l'affaire se poursuit jusque devant le Conseil suprême des Pays-Bas [2]. A Ypres, en 1754, les contestations sont plus vives que jamais [3].

Dans cette dernière ville, il y a de plus, pendant de longues années, des démêlés continuels entre le Magistrat et l'administration de l'hôpital militaire [4]. Le corps échevinal dénie à l'administration hospitalière le droit de libre brassin. Le comte de Laleck, commandant de la place, intervient dans le conflit, « injurie et insulte verbalement le corps du Magistrat [5] », puis, ayant fait brasser à la campagne 40 tonnes de bière, les introduit dans la ville,

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.

[2] Nous voyons dans le procès-verbal de la séance tenue par le Conseil suprême à Presbourg le 9 novembre 1741, que le fisc était parvenu à percevoir, d'une manière détournée, la taxe refusée par le commandant de Menin. Le baron d'Echten s'était fait envoyer de Hollande un carrosse et des chevaux; lorsque ces équipages passèrent la douane de Saint-Philippe, on exigea le paiement d'une somme équivalente aux droits sur le vin non soldés. Le baron réclama à Bruxelles contre cette perception indue. On lui répondit que sa réclamation était fondée, mais qu'il y avait compensation. Le Conseil suprême estima que c'était insuffisant, et que le Gouvernement impérial devait adresser une plainte en forme aux États-Généraux, « eu égard que si une fois on leur laisse empiéter sur le dispositif des traités faits à ce sujet, sans se d'abord y opposer et s'en plaindre, les gouverneurs des autres places se croiront aussi autorisés ». En marge : Placet. Marie-Thérèse. (Ibidem, Chancellerie des Pays-Bas à Vienne $\frac{D}{1}$ 7 ad litt. H.)

[3] Archives communales d'Ypres. Plaintes du Magistrat, 7 septembre 1754. De même dans les pièces intitulées : *Logement des troupes*, on trouve des réclamations fréquentes des fermiers des droits d'accise.

[4] Voir à ce sujet de longues correspondances échangées entre les deux gouvernements de Bruxelles et de La Haye. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f[os] 220-223; DCCLVII, 11-16; Ibidem, 223-225.)

[5] Dépêche adressée par le comte de Neny aux États-Généraux le 27 décembre 1720. (Ibidem, registre DCCLVI, f[os] 272-273.)

sous l'escorte de la garnison, « sabre en main et bayonnette au bout du fusil[1] ».

On se figure aisément l'émotion causée par ce « scandal contraire aux privilèges[2] ».

Le marquis de Prié chargea le Ministre d'Autriche à La Haye d'exiger une éclatante réparation.

Le Conseil d'État des Provinces-Unies prit, selon son habitude, la défense de l'officier incriminé. En agissant comme il l'avait fait, déclara le Conseil, il avait obéi à une « indispensable nécessité[3] ». Quant aux injures relevées dans la plainte du gouvernement de Bruxelles, l'accusé niait absolument les avoir proférées, et le Magistrat n'en fournissait pas la preuve. En conséquence, le comte de Laleck recevait l'ordre d'assurer publiquement les échevins d'Ypres qu'il n'avait pas eu l'intention de leur manquer de respect, et « cela devait suffire[4] ».

Quelques années plus tard, un incident de même nature se produit à Menin.

Les religieuses qui desservent l'hôpital demandent au bourgmestre l'autorisation d'introduire en franchise l'eau-de-vie nécessaire au service des malades[5]. La ville, craignant d'établir un précédent nuisible à ses intérêts fiscaux, rejette la requête et offre de livrer la quantité de spiritueux nécessaire, au prix coûtant. Cette proposition n'a pas de suite, mais, avec la complicité du commandant militaire, les religieuses arrivent à leurs fins : l'eau-de-vie est introduite « à la faveur de la main forte[6] ».

Il faut bien le reconnaître d'ailleurs, certains Magistrats sont aigris par ces vexations continuelles, et leurs procédés sont parfois empreints d'un

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, fos 272-273.

2 Ibidem.

3 Ibidem, registre DCCLVII, fo 2.

4 Voir la déclaration du Conseil d'État en date du 25 janvier 1721. (Ibidem, fos 6-7.)

5 « Les religieuses de l'hôpital ont tâché, sous differens specieux pretextes, d'obtenir la permission d'encaver chez elles quelque quantité d'eau de vie en cercle pour le service, à ce qu'elles disoient, de l'hôpital militaire. » (*Plainte du Magistrat à la Gouvernante Générale.* Ibidem, registre DCCLIII, fos 49-50.)

6 « Au mépris de tout, elles ont sçu engager le comte Nassau-Laleck, commandant de la ville, de faire entrer, le 17 du mois d'août 1731, une aime d'eau de vie en cercles, et de la faire conduire chez elles, à la faveur de la main forte. » (Ibidem.)



caractère tracassier. En 1755, les Échevins de Namur refusent aux officiers hollandais l'autorisation de laisser entrer du rhum, bien qu'ils offrent de payer l'accise légale, et confisquent le baril, sous prétexe que cette liqueur est nuisible à la santé.

Le Ministre plénipotentiaire n'est pas dupe de ces préoccupations hygiéniques : il prescrit à l'autorité communale de restituer la boisson saisie, et l'engage vivement à éviter toute occasion de conflit [1].

Les villes doivent lutter contre des exigences illégales; elles doivent lutter davantage encore contre les fraudes qui se pratiquent d'une manière ininterrompue.

Ces fraudes datent des premiers temps de l'occupation; elles sont prouvées, notamment à Tournai, d'une manière tellement indubitable, que le Conseil d'État, peu suspect cependant de complaisance pour nos autorités civiles, reconnaît, malgré l'opposition du comte d'Albemarle [2], que des mesures spé-

[1] « Il est revenu à S. A. R. que quelques officiers de la garnison de Namur auroient fait venir, ainsi qu'ils l'avoient fait differentes fois auparavant un tonneau de *Rum*, liqueur destinée à faire un *Punsch*, et que malgré qu'ils avoient offert d'en paier les droits de gabelle à l'accoutumé par l'entremise du pharmacien Jacquet, qui leur avoit procuré cette liqueur, vous refuseriez de la laisser suivre, en portant, pendant les pourparlers qu'il y a eu a ce sujet, une defense contre l'entrée ulterieure de cette denrée comme nuisible à la santé et en y comminant une peine de 60 écus.

» Sans entrer quant à present dans les raisons que vous pouvez avoir pour en agir de cette façon au cas dont il s'agit, je dois vous dire, Messieurs, que l'intention du Sérénissime Duc gouverneur general est que vous relachiez d'abord le susdit tonneau de Rum, parmi que les officiers accomplissent la soumission qu'ils font d'en paier les droits, et que vous vous conduisiez sur le même pied pour pareils cas à l'avenir, afin de prévenir des difficultés de cette nature avec les officiers de la garnison à qui, à ce qu'il semble, on ne peut pas donner tort s'ils s'en plaignent. Cependant, si vous croiez avoir des motifs apparents pour le maintien de la susdite ordonnance prohibitive, vous pourrez en faire votre raport en forme et atendre la résolution de S. A. R. avant que de la faire ulterieurement operer contre le militaire. » (*Dépèche adressée par le Ministre plénipotentiaire au Magistrat de Namur le 11 décembre 1755.* Ibidem, registre DCCLXII, f° 363.) — Cf. la consulte du Conseil privé datée du 15 janvier 1756. (Ibidem, Conseil privé, registre aux consultes, LXXXVIII, f°s 39-40.)

[2] « Il n'est pas admissible, écrivait le comte d'Albemarle, qu'on laisse les commis circuler la nuit sur les remparts : l'honneur et la réputation d'un commandant dépendraient uniquement d'un tas de canaille semblable.

» S'il plaisait à ces Messieurs d'escalader et de faire surprendre la ville, d'y introduire



ciales sont indispensables [1], et autorise les fermiers des impôts à visiter en tout temps les bâtiments militaires pour s'assurer de l'exécution des ordonnances fiscales [2].

En 1718, des rixes se produisent à Tournai entre militaires et commis; dix de ceux-ci sont grièvement blessés [3]. Les États de La Haye répondent aux réclamations du Magistrat qu' « ils n'y peuvent remédier [4] ». Ils envoient cependant un commissaire [5], et, après avoir pris connaissance des pièces de l'enquête, ils recommandent au gouverneur militaire la stricte exécution des règlements, le maintien de la discipline, et « de tenir soing qu'aux habitans ne soit fait aucun dommage [6] ».

En même temps ils donnent à l'ingénieur de la place l'ordre de faire réparer les portes afin de rendre la fraude plus difficile [7].

Ces mesures demeurent inefficaces. Les États insistent, déclarent qu'ils ont appris « ces nouvelles contestations avec estonnement et déplaisir [8] »,

l'ennemi en temps de guerre, ou de couper la gorge à quelque poste ou garde, il (le commandant) devroit le souffrir sans se bouger ni rien dire.

» Tout ce que le Magistrat avance dans cette requête est faux dans toutes ses parties, et orné de toutes sortes d'animosités et de calomnies injurieuses. » Hoverlant, LXXXIV, 389-390.)

1 « Attendu la quantité de fraudes et désordres qui sont occasionnez depuis quelque tems par la permission que les soldats ont de sortir de la ville et citadelle, il ne sera par provision et jusques à autre ordre donné semblable permission aux soldats de la garnison, de jour ou de nuit, mais qu'au contraire que l'allé des soldats hors des portes sera deffendu et empesché. » (*Extrait des relations de L. N. P. les Seigneurs du Conseil d'Estat des Provinces-Unies du mardy 19 décembre 1719.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f°s 171-175.)

2 « Les fermiers des impôts, assistés d'un aide-major, pourront en tout tems visiter les corps de garde, pavillons et casernes, et y enlever après deu inventaire tout ce qu'ils trouveront estre fraudé. » (Ibidem.)

3 « Le 3 ce mois, 9 à (*sic*) 10 commis estant emploijez dans leurs fonctions, ont été tellement battus et blessez qu'ils couroient risque de la vie. » (Archives communales de Tournai, registre à taille, 1718, f° 272.)

4 « Parceque les soldats sont trop aigris contre les commis des fermiers. » (Ibidem.)

5 L'avocat Simon Schaap. (Ibidem, f° 298.)

6 Ordre au général-major de Rechteren. (Ibidem.)

7 Ibidem, f° 276.

8 Ibidem, f° 278.

et prescrivent au commandant de refuser aux soldats l'autorisation de sortir de la ville. La paix ne se rétablit pas.

En 1719, l'huissier Jean Hallin est tué par des soldats fraudeurs. Au dire du gouverneur hollandais, la responsabilité du drame pèse sur les commis, qui « ont tiré avec rudesse sur les soldats », tandis que le Magistrat soutient que ses subordonnés se sont trouvés dans le cas de légitime défense [1].

L'année suivante, les Consaux de Tournai accusent, par voie d'affiches, la garnison de se livrer à une fraude systématique des alcools [2]. L'état-major a beau récriminer contre l' « animosité » des échevins [3], accuser les bourgeois et les paysans d'être les vrais coupables que l'on ne poursuit pas, le fait est patent, et amène des conséquences tragiques.

Le 24 décembre 1720, deux soldats du régiment des dragons de Wassenaer sont arrêtés sur la chaussée de Valenciennes, au moment où ils tentaient d'introduire subrepticement du genièvre dans la place; ils se rebellent contre les sergents de la ville, et, dans la bagarre, l'un est tué, l'autre mortellement blessé [4].

Le colonel Buchwitz accuse le Magistrat d'avoir provoqué cette affaire pour amener un éclat [5], et affirme, sans preuves d'ailleurs, que les fraudeurs n'avaient opposé aucune résistance; il récuse la justice civile « manifestement partiale », et fait appel à l'intervention de son gouvernement.

Le Résident des Provinces-Unies plaide la même thèse en termes plus

[1] Archives communales de Tournay, registre à taille, 1718, f° 280.

[2] « De stad zoude gedrukt zijn door de animositeijt en het ongeregelt gedrag van het garnisoen, t'welk de Magistraat, indien het waar was, in geen vague termen, maar specifiquelijk hadde behooren te proberen. » (*Dépêche adressée le 11 décembre 1720 aux États-Généraux par les colonels Veglia van Claarbergen et Buchwitz pour se défendre contre les plaintes du Magistrat.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLVI, f°s 265-271.)

[3] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten Generaal*, séance du 2 août 1720, f° 542.

[4] « Met gesnede kogels doorschooten en geassassineert, soodanig dat den eenen op de plaets is gestorven, en den anderen, die den arm gebriseert is, alle momente de geest staat te geven. » (*Plainte adressée par le colonel de Buchwitz aux États Généraux, le 25 décembre 1720.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLVI, f° 270.)

[5] « Dat is voor het garnisoen tot eenig éclat te provoceeren. » (Ibidem.)



courtois : les choses se sont passées « irrégulièrement », et l'on est allé trop loin; il fallait saisir les fraudeurs et les punir, mais on ne pouvait pas « commettre un meurtre [1] ».

A Ypres, les choses ne tournent pas aussi mal, mais il y a souvent des querelles.

On a fini, de guerre lasse, par accorder l'exemption personnelle de la taxe sur le vin au commandant militaire; mais celui-ci abuse de la condescendance qu'on lui témoigne pour emmagasiner des quantités considérables de spiritueux qu'il vend secrètement à son profit [2].

En 1764, l'aumônier de la garnison [3] tente de faire passer du vin en le dissimulant sous des fruits. Lorsque les commis découvrent les bouteilles, le domestique de l'aumônier les brise et prend la fuite. La garde de la porte, requise de prêter main forte à la police, s'y refuse absolument.

Une plainte est adressée au commandant de la place, et comme celui-ci objecte que le pasteur ne relève pas de lui, mais uniquement du Conseil d'État [4], « tribunal que le Magistrat ne peut reconnaître [5] », on saisit le Gouverneur général.

Le prince Charles de Lorraine rappelle au Résident des Provinces-Unies l'article XXVI du règlement [6] du 30 janvier 1716, et insiste pour que

[1] Dépêche adressée par le Résident Pesters au marquis de Prié le 25 janvier 1721. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f°s 4-5.)

[2] Ibidem, f° 108.

[3] Le même pasteur van Bijler dont il a été question page 62 à propos des querelles religieuses.

[4] Il s'agit du Conseil d'État de Hollande.

[5] Voir la consulte du Conseil privé du 19 septembre 1764. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 509.)

[6] Cet article XXVI est ainsi conçu : « Et comme il importe d'aider les Magistrats des villes à conserver leurs droits et revenus, les gouverneurs et commandans feront donner tout le secours nécessaire aux dits magistrats et leurs commis pour saisir et arrêter tout ce qui sera trouvé en fraude, et d'autant que le cas souvent ne permet point d'avoir recours aux commandans, et qu'il importe que lesdits commis trouvent du secours sur le champ, il est ordonné à tous officiers qui se trouveront de garde, tant de nuit que de jour, de prêter d'abord main forte, lorsqu'ils en seront requis par lesdits commis, et seront exécutées à ce sujet les résolutions du Conseil d'État des Provinces-Unies en date du 4 février et 6 may 1715. » (*Placards de Flandre*, IV, 3e d., 1615.)

l'aumônier soit forcé de payer l'amende [1]. Il requiert également une peine disciplinaire contre le sous-officier de garde, qui a manqué à ses devoirs, car « si une pareille conduite et de pareilles démarches étoient tolérées et restoient impunies, il n'en pourroit resulter que de grands inconvénients pour les villes de Barrière [2] ». Mais l'affaire reste sans suite.

Les États ne répondent pas davantage à la dénonciation du Secrétaire d'État et de guerre à charge de l'Auditeur de la garnison d'Ypres. Cet officier, toujours à propos des accises sur les spiritueux, « a laché des propos violens, injurieux et trop sensibles à des personnes employées dans la Magistrature de ce lieu, ainsi qu'à celui qui y préside, pour pouvoir être passés sous silence [3] ». Son maintien dans la garnison est de nature à tendre encore davantage les rapports des autorités, et son envoi dans un autre corps faciliterait la pacification des esprits.

Les remontrances du gouvernement belge demeurent sans effet. Les États-Généraux affirment que « l'Auditeur est un brave et honnête homme ». Il ne sera pas rappelé, car toute cette affaire a été provoquée par le Magistrat d'Ypres, « qui semble s'être proposé d'ourdir une carrière de troubles et d'occupations désagréables et peu convenables aux souverains [4] ».

Et cependant les États se montrent fort chatouilleux, lorsque les prérogatives, réelles ou prétendues, de leurs agents paraissent le moins du monde atteintes.

En 1752, la police belge arrête un postillon qui se dit porteur de la valise diplomatique. Le sac ouvert, on n'y trouve aucune dépêche, mais une grande quantité de linge fin que le pseudo-courrier s'apprêtait à passer en fraude. Le délit était manifeste.

1 Quinze florins par bouteille fraudée.

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 509. — Voir aussi Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.

3 « Voici le détail de ces propos indecens, emportemens et imprecations : il a dit de l'échevin de Gheus qu'il voudroit le faire pendre sur une potence au milieu de la grand'place ; s'il ose, a-t-il dit, venir à l'arsenal, il sera bâtonné ; s'il bouge, je lui brûle la cervelle, et je lui crève le ventre. » (*Dépêche adressée par le secrétaire d'État et de guerre Crumpipen au Résident Van Haren le 22 octobre 1764.* Ibidem.)

4 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1779-1787. (Cette dépêche, qui se rapporte à l'année 1764, est égarée dans ce portefeuille.)



Les États en firent cependant une affaire politique, et protestèrent avec éclat contre la violation du cachet officiel « portant leurs armes ». Or, il résulta de l'enquête effectuée par des commissaires des deux pays, que la valise saisie n'avait nullement été munie du sceau de la République. Les États ont provoqué une mauvaise querelle, et l'on ne voit pas qu'ils aient puni le courrier qui usurpait des fonctions diplomatiques au détriment du fisc des Pays-Bas autrichiens[1].

Ce n'est point ainsi qu'agit d'habitude le gouvernement de Bruxelles. Lorsque les autorités de nos villes se trompent sur leurs droits et les interprètent d'une manière trop large, le pouvoir central les rappelle à l'observation exacte des règlements[2]. Mais il n'est guère payé de retour par le cabinet de La Haye[3].

Parmi les places confiées à la garde des troupes hollandaises se trouvait le petit fort de la Knokke.

Ce fort était isolé ; on pourrait donc croire que sur ce point-là du moins il n'y eut pas matière à conflits entre les autorités des deux pays. On se tromperait.

Il y a d'abord des actes de mauvais gré au sujet du passage sur la digue.

En 1738, la ville d'Ypres avait achevé la construction d'un canal vers

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel*, *Memorien en brieven*, 1750-1753.

2 Les exemples sont fréquents. En voici un qui est typique : après avoir payé pendant dix huit ans les taxes ordinaires pour le transport des chevaux de remonte par le canal d'Ypres à Nieuport, l'état-major hollandais réclame, en 1733, pour ses « livranciers », l'exemption de ce péage. Contrairement à l'avis du Magistrat, et interprétant le règlement, non en droit strict, mais en équité, le Conseil privé propose à la Gouvernante Générale de faire rembourser les sommes perçues, et la proposition est adoptée. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes, XXII, f°s 175-181.)

3 Nous devons citer une honorable exception parmi les gouverneurs des villes de Barrière. Le général de Colyear, habituellement peu conciliant cependant, adopte à l'égard des fraudeurs une attitude absolument correcte : « Quand les soldats ont défraudé, ils sont, sur la plainte du Magistrat de Namur, châtiés exemplairement, sur les ordres du général de Colyear, suivant l'exigence du cas, et en conformité de ce qui a été stipulé à l'article XVIII du traité fait le 29 août 1717. » (*Dépêche adressée par le Magistrat de Namur à la Gouvernante Générale, le 12 mai 1738.* Ibidem. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)



Furnes et Nieuport par Knokke. Sur la digue fut tracé un chemin destiné au halage des bateaux; on y avait réservé un passage suffisamment large pour les chevaux, mais des barrières placées de distance en distance empêchaient les véhicules d'emprunter cette voie et d'endommager les terrassements.

Le colonel Heyden, gouverneur de la place d'Ypres, dont le commandement s'étendait au fort de la Knokke, fit détruire ces barrières, qui l'empêchaient, disait-il, de se rendre en voiture au fort. Le procédé était d'autant plus discourtois que le bourgmestre d'Ypres avait écrit au commandant que, s'il voulait avertir l'autorité communale de ses visites à Knokke, un exprès, payé par la ville, le précéderait pour ouvrir toutes les barrières. Mais Heyden exigeait qu'on lui remît les clefs; or le Magistrat ne croyait pas pouvoir déférer à cette réquisition parce que le commandant antérieur, à qui ces clefs avaient été confiées, en avait abusé pour vendre à prix d'argent le passage à des véhicules lourdement chargés; on avait ainsi complètement abîmé la route et causé un grave préjudice à la caisse communale [1].

Ce n'est pas tout. Le commandant du fort s'était avisé, dès le début du régime, d'imposer le paiement d'une taxe à tous les bateaux et voitures qui passaient sous ses canons [2].

Chose extraordinaire, il ne semble pas que l'on ait réclamé dès l'abord contre « l'extorsion [3] », comme l'appelle plus tard le Secrétaire d'État et de

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 26-32.

2 Il (le commandant militaire) fait lever certains droits pour les barques qui passent sous le fort par les canaux d'Ypres, de Furnes et de Nieuport, et pour les gens à pied, à cheval ou en voiture, ainsi que pour les bestiaux de toute espèce qui passent sous les ponts; les bateaux chargés de bois étant nommément assujettis à laisser à son profit huit bûches et quatre fagots. » (Dépêche adressée par le secrétaire d'État et de guerre Crumpipen au Résident Van Haren, le 19 janvier 1754. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Memorien en brieven*, 1753-1764.) — Le 12 février de la même année, le comte de Hompesch proteste « que la cour a été abusée, et que le droit ne se lève pas sur les gens à pied ». (Ibidem. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.)

3 « Extorsion que Sa Majesté ne sauroit laisser subsister plus longtems, et que le Gouvernement auroit fait cesser plus tôt, s'il avoit été informé. Si Leurs Hautes Puissances regardent ceci comme des disputes suscitées de mauvaise grâce aux commandans des

guerre. L'État-major affirme que les droits de passage ont été perçus dès 1712 sans opposition [1], et de fait nos diverses archives sont muettes sur ce point avant l'année 1740. Les Hollandais vont jusqu'à prétendre que, « selon toutes les apparences », la chose s'est faite de l'aveu du gouvernement des Pays-Bas; celui-ci tout au moins n'a demandé aucun changement [2], et la taxe n'est d'ailleurs que le paiement d'un service [3]. Sans doute, on veut bien le reconnaître, il n'y a pas de titre écrit, « mais l'ancienneté de la possession supplée au défaut du titre [4] ».

places de la Barrière, Son Altesse Royale le regarde d'un tout autre œil. Elle est persuadée qu'aucun souverain ne permettra jamais qu'un commandant étranger pratique des impositions sur ses sujets, et Elle se promet de l'équité de Leurs Hautes Puissances que, cette raison bien pesée, Elles en connoîtront Elles même la solidité, et qu'Elles défendront au commandant du susdit fort de continuer l'exaction dont il s'agit. » (Mémoire adressé par le secrétaire d'État et de guerre au Résident des Provinces-Unies. Archives du Royaume à La Haye. *Verbaal van den 25 october 1773 tot den 13 october 1784.*)

1 « Lorsque le partisan La Rue surprit le fort, l'année 1712, il trouva cet établissement fondé, et même on sçait positivement par tradition qu'avec les François, et dès la construction du fort, les commandans espagnols ont iouï de ce privilège. » (Ibidem. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.)

2 « C'est en vertu d'un droit dont Leurs Hautes Puissances ont toujours joui dans la personne dudit commandant, depuis tout le tems que le fort de la Knocque est guardé par leurs trouppes, et cela, selon toutes les apparences, avec consentement et approbation du gouvernement général des Païs-Bas, qui, sans doute, n'ignoroit pas déjà avant la conclusion du traité de la Barrière que ce droit de passage se levoit au proffit de ce commandant, et qui n'y a proposé aucun changement. Ce silence prouve que ce sujet fut envisagé par les commissaires respectifs comme un article qui ne souffroit aucune réplique, et c'est une preuve évidente qu'on reconnut alors que ce droit compettoit au commandant dudit fort. » (Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek van 13 maert 1752, tot 6 februarij 1756*, f° 13.)

3 « Vraisemblablement, dans son origine ce droit a été accordé en considération de grands embarras que le passage cause, car il faut des personnes uniquement occupées à veiller tout le long du jour aux bateaux, et à lever et baisser trois grands ponts levis pour chaqu'un d'eux; ce sont des gens que je paie largement; il n'est pas indifférent à qui on confie ce soin, vu qu'en y allant étourdiment, un pont sera abîmé dans deux ou trois ans, quelque solide qu'il soit. » (Dépêche adressée par le comte de Hompesch à Van Haren le 12 février 1752. Ibidem. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.) — A Furnes, les Hollandais s'étaient arrogé le même droit : « l'état-major ne permet le débarquement des bateaux à moins qu'on ne paie une taxe de 3 patars ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f°s 226-227.)

4 Ibidem.

Quoi qu'il en soit, dès 1740, aux conférences de Lille, les commissaires de l'Impératrice stipulèrent dans leur protocole l'abolition de ces taxes vexatoires et injustifiées [1]. Leurs efforts n'aboutirent pas, et le silence se fit durant plusieurs années.

En 1752, le prince Charles de Lorraine souleva de nouveau la question [2]. Le comte de Hompesch, commandant du fort, soutint ce qu'il appelait son droit avec une ténacité toute hollandaise [3]. Il était, faut-il le dire? énergiquement soutenu par le Résident : « Je savois déjà, lui écrit van Haren, le 14 février 1752, que la levée du droit en question étoit une possession ancienne et sans réplique, mais on nous cherche chicane partout... Ne vous inquiétés de rien, je tiendrai ferme comme un rocher, et hormis un ordre exprès de La Haye, personne ne vous obligera de cesser à lever votre droit, ni moi de cesser de plaider votre cause [4] ».

Les États-Généraux se bornèrent à prendre communication [5] du mémoire de Charles de Lorraine, et l'on ne voit pas qu'ils y aient jamais répondu [6].

En 1754, les plaintes du Magistrat d'Ypres sont plus vives que jamais : non seulement les anciennes taxes ont été maintenues, mais on en a établi de nouvelles sur le poisson et sur la houille [7].

1 Voir le rapport des commissaires aux conférences de Lille. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, portefeuille 426 $\frac{\overset{\text{O}}{\text{ad II}}}{\text{i}}$: ad nm 54.)

2 Mémoire adressé aux États-Généraux des Provinces-Unies par le prince Charles de Lorraine, le 15 juin 1752. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven*, 1751-1753.)

3 Voir sa dépêche précitée, du 12 février 1752, au Résident Van Haren.

4 Dépêche du Résident Van Haren au comte de Hompesch. (Archives du Royaume à La Haye. (*Copieerboek Van Haren van 7 october 1749 tot 12 maart 1752*, fo 468.)

5 Ibidem, *Resolutien van H. H. M. de Staten Generaal*, séance du 23 janvier 1754, fo 46.

6 Au moins n'avons-nous trouvé trace de cette réponse ni à Bruxelles ni à La Haye.

7 Mémoire adressé par le Magistrat d'Ypres au prince Charles de Lorraine, le 7 septembre 1754. (Minute aux archives communales d'Ypres.)

CHAPITRE V.

LE LOGEMENT DES GARNISONS.

Le traité du 30 janvier 1716 sur les logements militaires. — Le logement des aumôniers. — Controverse. — Le lecteur wallon à Furnes. — Réclamation du Magistrat. — Décision du Conseil privé. — Exigences des officiers hollandais. — Intervention du Résident. — Les fournitures.

La question des logements a fait l'objet d'un traité [1] signé à Anvers le 30 janvier 1716, mais l'exécution donne lieu à maints tiraillements « parce que ceux de l'État-major prétendent que quelques personnes de la garnison soient logées sur un pied plus considérable que celui qui leur compette [2] ».

Tout n'a pas été prévu dans ce règlement de 1716, et notamment rien n'a été stipulé au sujet du logement dont jouiront les aumôniers calvinistes.

Le Résident Van Assendelft soutient que les ministres des régiments hollandais doivent être logés comme les capitaines, et leurs lecteurs comme des lieutenants [3]. Mais c'est une opinion qui ne s'appuie sur aucun texte formel, une « pure nouveauté », dit le Magistrat de Termonde [4].

L'affaire est délicate parce qu'elle touche aux dissidences d'ordre religieux, et l'on marche sur un terrain brûlant. On fera des objections sur le nombre des aumôniers, et les magistrats catholiques le trouveront naturellement excessif. Le bourgmestre de Namur n'admet pas les trois aumôniers qui accompagnent la troupe; il ne consent à payer le logement que pour

1 *Règlement pour le logement et le comportement des troupes des États-Généraux des Provinces-Unies, qui doivent être de garnison dans les villes de la Barrière.* (*Placards de Flandre*, IV, 1641-1646.)

2 *Dépêche adressée par le Magistrat de Namur à la Gouvernante générale le 12 mai 1738.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

3 Voir sa dépêche du 2 octobre 1730. (Ibidem, Secrétairerie d'Etat et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 45-48.)

4 « Il y a dans Termonde un chapelain des troupes autrichiennes catholiques, logé par la ville comme l'aumônier protestant des troupes hollandaises, sur le même pied. On ne peut exiger davantage. » (*Rapport du Magistrat de Termonde*, Ibidem.)



deux, à raison de dix florins par mois [1]. A Furnes, la commune se refuse à solder les frais d'habitation d'un lecteur wallon qu'elle déclare inutile puisque la garnison se compose exclusivement de soldats hollandais; on soupçonne d'ailleurs ce personnage de s'établir à Furnes pour y ouvrir une école protestante, « ce qu'il a bien soin de reticer », et ce qui serait « contre l'intérêt de la religion catholique romaine, contre les intérêts de Sa Majesté, et contre les lois du païs [2] ».

Le Conseil privé, et après lui le Ministre plénipotentiaire, donna raison au Magistrat de Furnes [3], et l'on écrivit au Résident Kinschot que sa demande « sembloit frivole et inadmissible ». Il y a aussi des contestations perpétuelles entre les états-majors et les autorités communales parce que les officiers trouvent les logements assignés « indécents »; ils veulent obtenir une indemnité qui leur permette de se loger chez l'habitant d'une manière plus confortable. Les villes, de leur côté, défendent leur caisse avec énergie, et les discussions durent, sans trêve, dans toutes les places.

A Tournai, cela commence au lendemain du traité, et dès l'abord le ton est singulièrement acrimonieux. En 1709, les soldats, au lieu de se loger dans les casernes qui leur sont destinées, s'emparent de vive force de l'hôpital Delplanque, en chassent les religieuses et s'établissent aussi dans l'hospice des aliénés, dit *Tour des sots* [4]. Les Prévôts et jurés s'emportent

1 Il fait remarquer que les aumôniers catholiques ne reçoivent comme indemnité de logement que 50 sols par mois. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 154-166.)

2 Ibidem. Conseil privé, registre aux consultes, LIII, f°s 216-216.

3 « Dans la conjoncture que par un bruit vulgaire ce lecteur viendroit tenir sa résidence à Furnes, en vue d'y tenir une école française, eu égard que cela n'occasionneroit pas seulement un scandal public, mais entraîneroit par-dessus ce des inconveniens très préjudiciables à notre Sainte Religion et très dangereux pour le salut des âmes des bons sujets de Sa Majesté, à laquelle par conséquent il importe de prévenir des suites si nuisibles en écartant les vues équivoques du ministre Berteux. » (Ibidem.)

4 Hoverlant, LXXXIV, 210-211. — Ibidem, 290-291. La correspondance du comte d'Albemarle avec le Magistrat est d'un ton plus que vif; il parle de « l'opiniâtreté maligne du Magistrat », de sa « mauvaise foi extravagante », de son « verbiage ridicule »; les casernes sont tellement remplies de vermines, de vilainies et de puanteurs que ce serait une honte de vouloir faire entrer un officier dans un pareil trou ». ... « L'esprit malin du Magistrat ne peut citer un seul passage du règlement sans le châtrer et falsifier. »



contre les récriminations de l'État-major [1]. Plus tard, ils déplorent que les sacrifices pécuniaires considérables auxquels la ville s'est prêtée n'aient pas désarmé l'opposition [2], et le marquis de Prié reconnaît le bien-fondé de leurs doléances. Dans une dépêche adressée le 22 mai 1722 aux États-Généraux, il constate que le logement des officiers, s'ajoutant aux « voyes de fait pratiquées continuellement par ceux de la garnison », est une ruine pour les finances communales; aussi la ville se trouve-t-elle dans l'impuissance de fournir sa part des aides et subsides, et même de payer les rentes de ses emprunts [3].

Ces difficultés durent aussi longtemps que l'occupation [4], et il y a recrudescence chaque fois qu'un nouveau titulaire prend possession du comman-

1 « Il nous est très doloreux de voir la requête (des officiers hollandais) remplie d'expressions si violentes, si calomnieuses, si injurieuses, si peu sincères, et conceue en des termes si généraux qui font paroistre qu'on a affecté d'obmettre les véritables faits et circonstances qui manifesteroient l'intégrité et la justice de notre conduitte... Les officiers se sont oubliez si avant qu'ils ont proféré plusieurs termes injurieux, insultans et invectivans... il est à craindre des désordres infinis qui ne peuvent avoir d'autre but que pour aigrir et animer les membres du Magistrat les uns contre les autres, de fomenter des cabales pernicieuses, d'occasionner des procès et des disputes frayeuses à la ville. » (Signé) De Pape, d'Hallebast, de Calonne, Duquesne, Schijnckele, Werbrouck, Dury, Van Rode, Hoverlant, de Vissery de Beaulieu, de Cartillier, Vernois, Malotau, Le Pan. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven*, 1716.) — Voir aussi Archives communales de Tournai, registre des Consaux, 1715, f°s 35 à 42; id. 54.

2 « C'est un fait très certain que le logement des capitaines et de leurs subalternes dans les auberges et maisons bourgeoises a coûté à la ville plus que ce qu'il auroit coûté si les dits officiers avoient esté logez dans les pavillons, comme il est stipulé et accordé par l'article 24 de la capitulation. »... (*Dépêche adressée par le Magistrat de Tournai au Ministre plénipotentiaire le 27 janvier 1720.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f° 63.)

3 « Les officiers ne prétendent plus loger dans les pavillons, et la ville a donc dû payer leur logement dans des auberges et maisons bourgeoises. Cette double dépense est une surcharge des plus criantes, et la ruine des impôts, causée par les fraudes et la violence des garnisons de la place et de la citadelle ont mis la dite ville non seulement dans l'impuissance de fournir aux aides et subsides, mais aussi hors d'état de pouvoir payer les rentes assignées sur ses revenus... La ville a fait à La Haye de longues sollicitations... qui n'ont produit d'autres effets jusqu'à présent que celuy d'achever d'abimer la ville par ce surcroît de faux frais. » (*Dépêche adressée aux États-Généraux par le marquis de Prié le mai 1722.* Ibidem, registre DCCLVII, f°s 20-23. — Voir ibidem, f°s 197, 204-222, 226-227.)

4 Ibidem, registre DCCLVIII, f°s 4 44.



dement [1]. Après le siège de 1745, la ville, à bout de ressources, se trouva dans l'impossibilité absolue de payer, et le trésor public dut intervenir. Les indemnités de logement subirent une légère diminution, car, à la suite de la guerre de la Succession d'Autriche, les finances de l'État se trouvèrent aussi dans un état précaire. Cette réduction donna lieu à des réclamations sans fin [2], et cependant les subventions n'étaient pas aussi mesquines que les Hollandais se plaisaient à le dire [3].

[1] Voir, par exemple, les réclamations du prince de Hesse-Philippsthal en 1749. Ce n'est pas seulement aux autorités communales qu'il en veut, mais aussi au Ministre plénipotentiaire : « Le duc (Charles de Lorraine) et M. de Grompipen (*sic*) sont bien incliné, mais M. de Botta toujours à ne se détacher point des espaices. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1749-1751.)

[2] Le Résident des Provinces-Unies s'est entremis, mais sans grand succès, la ruine des finances communales n'étant que trop réelle. Les négociations se prolongent après la paix d'Aix-la-Chapelle pendant près de six années. Le 27 janvier 1754, Van Haren adresse aux États-Généraux une longue dépêche où il rappelle ses innombrables démarches : « W. Ed. Gest. zal uit al het bovengemelde, hoop ik, overtuigt zijn dat ik alle mogelijke devoiren heb aangewend om den heere Prince van Hesse Philipsdal en de overige militaire beampten van den Staat te Doornik plaisier te doen, en regt te doen genieten omtrent het geene men haar alhier zoo chicaneus en onvindelyk heeft beknibbeld, maar dat het niet in myn vermogen is geweest daerin te reusseeren. De M. de Botta aande eene kant, ende raad van finantie, bestaande uit lieden van weinig valeur, en nog minder genegenheid jegens de Republijcq, hebben dit hier te lande aan zoo vaste keetenen geklonken, dat de weg van Weenen alleen open is gebleven. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secreete brieven*, 1749-1772.)

[3]

Liste comme l'état-major de Tournay a été payé pour son logement avant le dernier siège (1745).		Liste des payemens que la cour de Bruxelles a résolu de faire à l'état-major de Tournay pour son logement.
Logé.	Gouverneur.	Florins 600.
Florins 1,000.	Commandant.	500.
500.	Grand-major.	400.
200.	Premier Aide-major.	150.
200.	Deuxième Aide-major.	120.
200.	Troisième Aide-major.	120.
145.5.	Auditeur militaire.	120.
145.5.	Ingénieur en chef.	135.
145.5.	Ingénieur.	120.
145.5.	Chaque ministre.	120.
67.4.	Chaque lecteur.	67.4.

(Ibidem.)



Dans les autres places fortes, on ne s'entend pas davantage sur l'organisation des logements. Il en est ainsi à Furnes [1], à Menin [2], à Warneton [3], à Termonde [4], à Namur [5], où cependant la ville, en dépit de ses ressources fort limitées, alloue des indemnités aux officiers qui trouvent leur logement peu convenable [6].

A Ypres, la mésintelligence règne de même, et le Magistrat se plaint de ce que l'Aumônier, qui s'est logé au Saelhof, dans une dépendance de son église, prétende en outre à une indemnité que rien ne justifie [7]. Le ministre calviniste trouve un défenseur dans le Résident de la République [8].

Ce diplomate interviendra de la même manière dans un différend analogue. L'Auditeur militaire recevait une indemnité de logement; il trouva bon de s'établir dans les bâtiments de l'arsenal. Dès ce moment, son indemnité ne fut plus payée; au cours des explications qu'il eut à ce propos avec l'autorité communale, il s'oublia jusqu'à dire que « tout le Magistrat était de la canaille [9] ». Le Résident estima qu'aucune réparation n'était due : « Il est facile de comprendre, écrit-il le 15 mars 1765, qu'il se soit laissé aller à une vivacité, mais il ne convient pas de prendre une vivacité arrivée à la suite d'une pareille chicane avec la hauteur comme on a fait [10] ».

On le voit, le représentant des Provinces-Unies est rarement disposé à donner tort à ses compatriotes.

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 1-3.

2 Ibidem, f°s 79-80.

3 Ibidem, registre DCCLX, f°s 24-25.

4 Ibidem, registre DCCLXI, f°s 242-266. — Voir aussi Conseil privé, cart. 510.

5 Voir les plaintes du baron de Schwarzenberg en 1750. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1752-1755.)

6 Une lettre du lieutenant-colonel Schimmelpenninck van der Oije, datée de Namur, le 17 novembre 1768, et conservée dans le carton 510 du Conseil privé, nous apprend que la ville assignait une somme de 300 florins aux colonels, 180 aux lieutenants-colonels, et 120 aux majors.

7 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.

8 Ibidem, *Copieerboek beginnende met den 26 july 1762, en eyndigende met den laatsten december 1767*, f°s 326-333.

9 Ibidem.

10 Ibidem.



A la question des logements se rattache celle des fournitures, réglée par le même traité du 30 janvier 1716.

Les autorités ne sont presque jamais d'accord sur l'interprétation de ses articles, et les accusations de mauvaise foi sont fréquentes.

Les Magistrats reprochent aux états-majors de fournir de faux états de situation, exagérant le nombre des hommes réellement présents, de manière à se faire attribuer plus de fournitures de toute espèce qu'il n'en est dû légalement [1]. Des contestations naissent à propos des poids et mesures : doit-on se déterminer d'après le système belge ou d'après le système hollandais [2]? Au fond, l'un tient à fournir le moins possible, l'autre à recevoir le plus possible. A diverses reprises, les gouvernements ont tenté d'établir un *modus vivendi ;* il n'y ont pas réussi [3].

1 Archives communales d'Ypres. Dossier intitulé : *Dettes contractées pour subvenir aux frais de la garnison.* — Voir aussi : *Déduction des griefs causez par l'état-major et garnison hollandoise en la ville de Furnes du 16 janvier 1738.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

2 Archives communales d'Ypres. *Register van resolutien van myn heeren den Hoogh Bailliu, Vooght, Schepenen, ende hooftman der stadt van Iper*, 1744-1747, f° 94. — Voir aussi les doléances du Magistrat de Warneton. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f°s 179-181.) — Mêmes plaintes du Magistrat de Tournai. (Archives communales de Tournai. Registre des Consaux, 15 janvier 1715.) — A Tournai, cette question des poids et mesures donne lieu à un incident assez sérieux. Le 22 janvier 1715, Antoine Poupet, entrepreneur du chauffage de la garnison, se plaint au Magistrat « de ce que l'estat major l'obligeoit et ses commis par force, violence, à coups de canne et menaces, de livrer le chauffage à la garnison au poids de Liège ou de Brabant, au lieu du poids de Tournai ». Il est venu apporter ses doléances en personne à une séance des Consaux, où est présent le colonel Doijs, commandant de la place; mais, « comme il a prononcé à l'égard de cet officier des propos insolents et tumultueux, qui ne peuvent être tolerez en bonne justice, on l'a mis dans la prison de la tannerie ». Poupet fut détenu pendant huit jours ; il dut ensuite faire des excuses publiques : « il protesta n'être nullement capable d'un esprit mutin et sedicieux ». (Ibidem, f° 22.)

3 Voir sur cette question des fournitures les détails contenus dans le mémoire de Keerle. Pièces justificatives, n° I.



CHAPITRE VI.

LE RÉGIME DES FORTIFICATIONS.

Prétentions des états-majors. — Abus à Furnes. — Modifications apportées au système de défense. — Constructions d'écluses. — Empiétements sur des propriétés particulières à Menin et à Ypres. — Les fossés de la place de Tournai convertis en jardins légumiers. — Vexations à l'égard des Chartreux du Mont-Saint-Aubert. — Excès au fort de Knokke. Mauvais entretien des forteresses. — Transformation des remparts de Namur au mépris du droit des propriétaires. — Procédés désagréables des généraux de Schwarzenberg et de Burmania. — Conflit entre les Récollets de Namur et l'État-major au sujet de l'entreposage des vivres de la garnison. — Les états-majors et les plantations de la zone militaire. — Le général de Lely et les arbres des remparts d'Ypres en 1750. — Le comte de Münster à Tournai en 1779.

Le régime des fortifications est déterminé par l'article XIII du traité de la Barrière :

« Les États-Généraux pourront à leurs frais et dépens faire fortifier les susdites villes et places, soit par des nouveaux ouvrages, ou en faisant réparer les vieux, les entretenir, et généralement pourvoir à tout ce qu'ils trouveront nécessaire pour la sûreté et défense desdites villes et places, à la reserve qu'ils ne pourront pas faire construire des nouvelles fortifications sans en avoir donné connaissance préalable au Gouverneur général des Païs-Bas, et avoir entendu son avis et ses considérations là dessus, et sans qu'on pourra les porter à la charge de Sa Majesté Impériale et Catholique ou du Païs qu'avec le consentement de sadite Majesté. »

La manière dont les Hollandais entendent la garde des places fortes aura inévitablement pour effet d'envenimer les désaccords et de provoquer les ressentiments. Tout doit leur être permis sous prétexte d'assurer la défense; leurs exigences sont aussi variées que ruineuses, et ils n'épargnent à la ville



occupée aucune tracasserie [1], tandis qu'ils se soucient assez médiocrement d'accomplir leurs obligations.

Bien souvent leurs commandants ne s'adressent aux autorités locales que la menace à la bouche, et le gouvernement central des Pays-Bas est obligé de faire observer à des états-majors d'humeur par trop autoritaire, que les troupes de la République tiennent garnison dans nos places « pour les défendre et non pour les opprimer [2] ».

A Furnes, afin de consolider les remparts, les soldats vont, sans titre aucun, découper des gazons dans les meilleures prairies de la banlieue qu'ils détériorent ainsi gratuitement. Les choses en viennent à ce point que les paysans retournent le sol et sèment des céréales, mais, en conséquence, ils

[1] « Si une vitre est cassée dans les bâtiments royaux qui sont à la charge de Sa Majesté Impériale, ou qu'il tomberoit un peu d'eau par quelques fentes qui surviennent dans les toitures des dits bâtiments, d'abord des plaintes sont faites aux États-Généraux qui les renvoient à leur Résident, qui ne manque pas d'en faire ses représentations à la cour... et nous laissons passer en silence des choses de grande conséquence où l'on a été en risque de voir une châtellenie submergée entièrement, faute d'une réparation, ou d'une construction d'une nouvelle buse en son tems, qui ne doit pas être de la valeur de trois cents florins.» (*Mémoire du colonel de Bauffe* daté du 29 mai 1728. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f° 103.)

[2] Le comte d'Harrach écrit, le 10 avril 1734, au Résident Van Assendelft :

« Monsieur,

» Ceux du Magistrat de Namur aiant icij envoijé un exprès pour représenter à Son Altesse Sérénissime que M. de Colyear leur avoit demandé quelques places et lieux qui leurs avoient de tout tems appartenu, avec menace de les prendre par force, en cas qu'on ne voulu point les lui donner de bon gré, cette Princesse m'a ordonné de vous en donner part, afin que vous puissiés encore par cet ordinaire écrire à M. de Colyear et lui marquer de désister de ses violences, puisqu'il peut bien savoir que les troupes de Messieurs les États-Généraux sont dans la ville de Namur pour la defendre et non pour l'opprimer.

» S'il se croit en droit de faire quelques pretensions, il seroit dans l'ordre qu'il s'adresse à Monsieur le Duc d'Ursel, Gouverneur de la province, et, en cas qu'il ne fût pas satisfait, à Son Altesse Sérénissime, qui ne manquera point de faire toutes les attentions possibles à ses demandes sans d'abord aller par voye de fait et vouloir user de violence.

» J'ai l'honneur d'être, etc.

» Le Cte Frédéric d'Harrach. »

(Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Assendelft* I. *Brieven en bijlagen van Graaf van Harrach*, 1733-1739.)



doivent renoncer à l'élève du bétail, qui était une source de richesse pour la contrée [1].

Dans cette même place, les ingénieurs hollandais, sans rechercher un accord préalable, et même sans aviser de leurs plans le Gouvernement de Bruxelles, transforment le système de défense, et construisent des écluses destinées à faciliter les inondations en cas de siège [2]. Or, qu'on le remarque bien, les troupes des Provinces-Unies étaient chargées de garder une série de forteresses, mais celles-ci ne devenaient nullement propriété de la République, et cependant l'État-major agissait en véritable propriétaire, au mépris des droits les moins contestables de la maison d'Autriche.

A Menin, le Gouverneur a incorporé d'autorité dans les défenses de la place des prairies appartenant à un particulier, et en perçoit les revenus « à titre d'émoluments [3] ». Ce même officier loue à son profit les casernes et les écuries non occupées par la garnison [4], ce qui est absolument illicite.

A Ypres, l'État-major s'est emparé d'un terrain dit « le champ des pestiférés », d'un autre fond situé près de l'écluse de Boesinghe [5], et de pâturages appartenant à la table des pauvres de l'église Saint-Pierre [6]; enfin, il a étendu les glacis au delà des bornes prescrites par les commissaires des deux puissances [7].

A Tournai, le commandant a incorporé aux glacis, sans indemnité aucune, des propriétés particulières dont les Consaux estiment la valeur à plus de cent mille patacons [8]; puis il a fait combler les fossés des fortifica-

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510. — Voir aussi ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f° 53.

[2] Voir la protestation adressée aux États-Généraux par le comte d'Harrach, le 23 juin 1734. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Assendelft* I. *Brieven en bijlagen van Graaf van Harrach*, 1733-1739.)

[3] Voir *Mémoire remis au Résident Pesters, le 20 novembre 1726 sur les plaintes portées à Son Altesse Sérénissime par la dame de Flers, au sujet d'une blancherie ou prairie située entre la ville de Menin et le fort nommé Halluin.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.)

[4] Voir le Mémoire de Keerle, aux pièces justificatives, n° I.

[5] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.

[6] Voir le Mémoire de Keerle, aux pièces justificatives, n° I.

[7] Ibidem.

[8] Archives communales de Tournai. Registres des Consaux, 1715, f°s 59, 91.



tions et les a transformés en jardins qu'il cultive à son profit[1]. Non seulement cela paralyserait éventuellement la défense de la place, mais ces travaux ont dérangé tout le régime de l'Escaut dans la traverse de la ville, et exposent celle-ci à un désastre dans le cas d'une crue subite du fleuve. On eut bien peur[2] en 1739.

D'autre part, les Chartreux du Mont-Saint-Aubert se plaignent de ce que le commandant de la citadelle de Tournai les empêche de cultiver une pièce de terre située cependant à plus de seize toises des chemins de ronde[3], et, par contre, de Neny constate de ses yeux, en 1777, que le colonel de Ton fait labourer à son bénéfice une notable partie des terrains militaires[4]. Ce système est également pratiqué à Namur[5].

Près de la redoute de Knokke se trouvait une ferme dont le vent abattit une partie au printemps de 1737; le commandant interdit au propriétaire de la relever de ses ruines[6]. La question fut soulevée aux conférences de 1738, dont nous parlerons plus loin : les plénipotentiaires hollandais trouvent que l'officier a raison, « bâtir dans les fortifications mérite réflexion[7] » ; ils perdent complètement de vue le texte et l'esprit des traités, et s'ils

1 Voir Mémoire de Keerle.

2 Cette année-là l'inondation faillit se produire. Une enquête fut ordonnée, et les commissaires hollandais, prenant, comme toujours, le parti de leurs compatriotes, imputèrent la responsabilité de la situation au Magistrat de Tournai, « qui a fait construire deux écluses contre le ravelin dit Luquet, ce qui auroit amené le retroicissement des fossez ». — Le comte de Cuvelier, dans un rapport très détaillé qu'il adressa à la Gouvernante générale le 6 février 1739, établit que cette imputation n'est pas sérieuse : les deux écluses ont été construites il y a fort longtemps; ce sont des écluses « déchargeoires », qui fonctionnent en cas de crue pour amener l'eau surabondante en aval de la ville. On a eu le tort de ne pas procéder régulièrement à des chasses. Or, c'est l'État-major qui détient la clef des écluses; mais « il a préféré laisser le limon se fixer afin d'avoir un jardin productif ». (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 136-159.)

3 Ibidem, liasse 56.

4 Aux observations qui lui furent adressées, il répondit par la promesse de remettre les choses en l'état après la moisson. (Ibidem, *Billets de Neny*, registre MCCXXXIII, f° 102.)

5 Voir la dépêche adressée par le Magistrat de Namur à la Gouvernante générale, le 12 mars 1738. Le gouvernement central estime qu'à Namur « cette ménutie ne peut apporter quelque préjudice à la fortification ». (Ibidem, Jointe des terres contestées, cart. $^{55}/_{56}$.)

6 Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 14-19.

7 Voir Mémoire de Keerle précité.

finissent par reconnaître qu'ils n'ont aucun droit de souveraineté ni de police, s'ils consentent à lever l'interdiction de rebâtir, c'est de très mauvaise grâce, et après avoir épuisé toutes les ressources de la chicane.

On se plaint aussi du manque de soin et d'attention des troupes étrangères dans la conservation des forteresses[1], alors que le gouvernement impérial s'acquitte scrupuleusement de ses obligations en cette matière[2].

La direction des travaux militaires n'avait pas été bien exactement réglée, et sur ce point, comme sur tant d'autres, les contestations surgissent à tout instant.

A mainte reprise[3], le commandant de Namur a modifié de son chef les défenses de la ville, en pleine paix; imitant les procédés de son collègue de Tournai, il étend les fortifications du côté de la porte de Jambes, et y englobe des terrains considérables[4], sans expropriation légale et sans indemnité[5].

En 1750, le baron de Schwarzenberg prend sur lui d'ordonner d'importants travaux, décide de démolir plusieurs maisons sises près de la porte de Fer, et n'accorde aux propriétaires qu'un délai de trois fois vingt-quatre heures pour déguerpir[6].

1 Voir, par exemple, les plaintes du colonel du génie de Bauffe. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f° 102.)

2 Les États-Généraux constatent en 1733, à la suite de l'inspection faite par leur Ingénieur-général Hertell, que les fortifications sont délabrées, que les troupes sont insuffisantes, qu'il y manque des provisions de guerre et de bouche, que l'artillerie est en mauvais état; mais, par contre, en 1741, les États reconnaissent que, grâce à la vigilance du comte d'Harrach, il a été pourvu à toutes les nécessités de la défense. (Voir Consulte du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, du 27 novembre 1741. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.8}{1}$: ad litt. P.)

3 Notamment en 1720, 1724 et 1728.

4 Ils furent évalués à plus de 200,000 florins.

5 « Les Estats généraux ont fait faire à Namur, à la porte de Jambe, à la teste du pont de Meuse, de nouvelles fortifications, où ils ont incorporé beaucoup de bonnes terres. Cependant le Traité de Barière ne leur accorde pas ce pouvoire. Ils l'ont fait au grand préjudice des habitants qui y ont perdu leur héritage, qui importe une grosse somme d'argent que le propriétaire a sollicité sans jusqu'à présent en pouvoir tirer raison. » (*Mémoire* précité du colonel de Bauffe, f° 96.)

6 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f° 12. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1750-1753.



Les protestations réitérées du prince Charles de Lorraine font ajourner les travaux; mais on les reprendra quelques années plus tard, sans respecter davantage les droits du Souverain [1] ni les privilèges des habitants [2], et encore une fois, en pleine paix, sans que rien dans la situation politique justifie des mesures aussi graves, le même Schwarzenberg fait disposer des fourneaux de mine sous plusieurs arches du grand pont de la Meuse [3].

Le gouvernement belge envoie à La Haye des représentations très vives, et insiste pour que le commandement de la place soit retiré à un officier qui ne peut avoir sa confiance [4].

Ces démarches demeurent infructueuses, et un an plus tard le commandant ainsi dénoncé est toujours en fonctions [5].

Après Schwarzenberg, c'est le général de Burmania qui, sans nul souci de l'industrie locale, barre un ruisseau, et arrête ainsi le travail de quatre moulins à farine [6]. Lorsqu'on lui en fait l'observation, il répond par des considérations sans rapport avec l'objet, et marquées au coin du dédain le

1 Voir le procès-verbal de la séance tenue à Vienne le 1er septembre 1753 par le Conseil suprême des Pays-Bas. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. Dépêche d'office, litt. A à W, 1753; D. 44 ad H, portefeuille nº 176.)

2 Voir pour le détail des réclamations : *Liste provisionnelle des exactions et dommages qui sont venus à notre connoissance*. Pièces justificatives, nº II.

3 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXII, fº 208.

4 « Leurs Hautes Puissances, ainsi que Son Altesse Royale Madame la Princesse Gouvernante des Provinces-Unies jugeront aisément que ce nouveau sujet de mécontentement ajouté à tant d'autres que le général Schwarzenberg a donnés au gouvernement des Pays-Bas depuis la paix, achevant d'anéantir ou du moins de diminuer infiniment la confiance qu'il seroit à désirer que l'on pût avoir en lui. Cette confiance étant absolument nécessaire pour la deffense de Namur, il seroit à souhaiter que Leurs Hautes Puissances voulussent en charger un général qui puisse être agréable aux deux gouvernements respectifs. » (Dépêche adressée par le comte de Neny aux États-Généraux, le 31 août 1755. Ibidem.)

5 Le 21 avril 1756, Schwarzenberg se plaint du mauvais état du donjon de Namur, et justifie ainsi les travaux qu'il ordonne fréquemment : « les pierres se détachent des murailles en si grande quantité, que, la semaine passée, il en est tombé plus d'un tombereau plein, de sorte que ceux qui doivent passer au pied de ces murailles courent à chaque fois risque de la vie, si l'on n'y met ordre promptement ». (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

6 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 44}{I}$: ad H.

plus blessant : « On doit considérer la consomption considérable des troupes hollandaises qui soutiennent les gabelles de la ville, et font vivre les bourgeois, qui, sans la guarnison, crèveroient de misère [1] ».

Le Conseil suprême des Pays-Bas protesta de nouveau : « Le Conseil estime qu'il convient de joindre ceci à tant d'autres griefs et plaintes que l'on a à charge des commandants et officiers de la République dans les places de la Barriere, et que la dignité du service de Sa Majesté, ainsi que ses droits souverains exigent plus que jamais que l'on fasse cesser une bonne fois tous ces excès et violences, et que l'on oblige les Hollandais à donner une juste satisfaction et réparation [2] ».

La réparation ne vint pas, et le commandement du même général de Burmania fut signalé par un conflit grave avec les Récollets.

En 1756, l'entrepreneur de la fourniture des vivres de la garnison demanda que l'on mît à sa disposition des magasins, et, contrairement aux précédents [3], prétendit les obtenir à titre gratuit.

Le Magistrat désigna les locaux nécessaires, en stipulant toutefois qu'il serait perçu un droit de location, à convenir avec les propriétaires, ainsi que cela s'était toujours fait.

Cette disposition ne fut pas admise par le gouvernement militaire : Burmania prescrivit aux Récollets de céder leur grenier « avec menace, en cas de résistance, d'user de la voie des armes [4] ». Comme les religieux, soutenus par l'administration communale, refusaient d'obéir aux injonctions du commandant, celui-ci fit enfoncer les portes du couvent [5].

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1756-1766.

[2] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, registre CIX, f°s 121-122, 141.

[3] Voir pour les précédents : *Mémoire du Résident Van Haren aux États-Généraux sur l'affaire de l'entrepreneur des vivres de la garnison de Namur, qui a des difficultés avec les Récollets, qui veulent se faire payer leur grenier plus cher qu'autrefois.* (Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek van Haren, beginnende met den 16 february 1756 tot 26 july 1762*, f°s 14-15.)

[4] Ibidem. *Brussel, Memorien en brieven*. 1753-1764. 13 janvier 1757.

[5] L'attaque du couvent est racontée en détail dans une lettre adressée par de Blende (?) au Ministre plénipotentiaire le 11 janvier 1757. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 170-171.)



Or, qu'on ne l'oublie pas, la guerre n'avait pas les Pays-Bas pour théâtre, et l'opération ne présentait aucun caractère d'urgence[1].

Appelé à s'expliquer, Burmania intervertit les rôles : ce n'est pas à lui qu'incombe la responsabilité des actes de violence commis; les coupables, ce sont les moines, « ces gens (*sic*) qui ont fait fermer toutes les portes, têtus comme des mules, ils ont exigé qu'on les enfonceroit[2] ».

Avec sa modération habituelle, le prince Charles de Lorraine tenta d'apaiser la dispute. Il prescrivit à l'entrepreneur des vivres, qui était sujet belge, d'offrir une transaction pécuniaire au Gardien des Récollets; il lui signifiait que c'était le moyen d'échapper au juste châtiment de sa conduite incorrecte[3]. D'autre part, il fit entendre à La Haye des plaintes, légitimes sans doute, mais destinées à demeurer vaines plus que jamais[4].

Au début de l'occupation, la garnison de Menin, lorsqu'elle a besoin de bois, va simplement chercher ce qui lui est nécessaire dans les propriétés particulières des environs[5].

En dépit des réclamations, le système était encore pratiqué lorsque se

[1] « Ces violences, exécutées avec éclat, en plein midi, et dans un tems où il n'y avoit aucune sorte de nécessité de pratiquer de pareilles voies, ne sauroient être regardées que comme une entreprise aussi insoutenable du côté du droit qu'elle est odieuse par les circonstances qui l'ont accompagnée. » (Ibidem, *Mémoire du Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen au Résident Van Haren.*)

[2] Dépêche adressée par Burmania au Résident Van Haren, le 17 janvier 1757. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1756-1766.)

[3] « Pour diminuer par là l'objet de la punition que mérite un sujet de Sa Majesté dont la conduite tend à interrompre la bonne intelligence entre ce gouvernement et les généraux de Leurs Hautes Puissances. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f° 169.) Il existe un volumineux dossier de cette affaire aux Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.

[4] « Il y a longtemps qu'on s'aperçoit que l'état-major de Namur tend à se mettre au-dessus de ses obligations. Par là il y a eu à Namur plus de mésintelligence que partout ailleurs, et si l'on vouloit s'attacher ici à une récrimination, loin que le blâme pourroit en être jetté sur le Magistrat, on ne seroit pas en peine de constater en plein qu'il ne peut rejaillir que sur les officiers de l'état-major même, par les façons peu amicales avec lesquelles ils semblent, et nommément M. le général Burmania, avoir pris l'habitude de se conduire vis-à-vis de l'état politique de la ville de Namur. » (Ibidem.)

[5] Voir Mémoire de Keerle. Pièces justificatives, n° I.



tinrent les conférences de 1738. Les délégués hollandais reconnurent l'incorrection du procédé, affirmèrent qu'il avait toujours été interdit par l'autorité supérieure, et promirent que des ordres sévères seraient donnés afin d'en éviter le retour[1].

Mais alors naît une nouvelle exigence. Dans les forteresses dont les remparts sont plantés d'arbres, l'État-major prétend disposer de ces plantations comme il lui plaît.

A Namur[2], le Magistrat fait parvenir des doléances au gouvernement sur ce point dès 1738.

A Ypres, sans s'arrêter aux représentations du Conseiller Bonaert[3], qui revendique à juste titre la propriété de ces arbres pour l'Impératrice, et qui fait remarquer avec raison qu'il y a là une ressource importante en cas de siège, le général Lely ordonne d'abattre, pendant l'hiver de 1750-1751, la quantité d'arbres nécessaire pour la fourniture du bois à brûler[4]. Au moins, c'est là la raison qu'il allègue; mais, dans une lettre au Résident Van Haren, il tient un autre langage : il ne s'agit plus des besoins de la garnison, mais « d'un petit émolument dont ses prédécesseurs ont toujours joui », et le général se répand en récriminations contre le receveur, qui lui garde rancune, dit-il, pour une affaire de puérile vanité[5].

Faut-il le dire? Le représentant de la République à Bruxelles prend le

1 Voir Mémoire de Keerle. Pièces justificatives, n° I.

2 Voir la dépêche du 12 mai 1738. Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.

3 Bonaert agissait en qualité de receveur général du pays rétrocédé.

4 « Sans épargner même les arbres les plus sains, qui ne sont plantés que depuis dix à douze ans. » (*Mémoire adressé par le prince Charles de Lorraine aux États-Généraux, le 16 janvier 1751*. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1750-1753. — Ibidem. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1751, f°s 40-41. — Ibidem. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1749-1751. — Ibidem. *Brussel, Gewone brieven*, 1751-1753.)

5 « C'est le receveur Bonard qui a osé faire de si frivoles rapports, destitués de toute vérité; j'en suis point étonné que cela provient de lui, car il ne peut faire du bien à personne, il est haijt universellement de toute la ville... Il m'a voulu toujours du mal à cause que je ne lui pouvois point, par la quantité de malades, donner une sentinelle devant sa porte pendant le jour, en aiant une pendant la nuit, et une autre derrière la maison. » (Lettre écrite par Lely au Résident Van Haren, le 31 janvier 1751. Ibidem. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1749-1751.)

parti de Lely. A l'entendre, c'est le Magistrat qui est d'humeur querelleuse ; il a fait une plainte « frivole » pour « sept à (*sic*) huit misérables arbres à-peu-près morts[1] ». Les États, eux, vont plus loin ; ils ne plaident pas, comme leur envoyé, les circonstances atténuantes, il revendiquent un droit formel : les arbres des bastions d'Ypres font partie des ouvrages fortifiés, ils doivent servir à la défense, et, en conséquence, « leur coupe et plantage est à la disposition de la République[2] ».

Malgré les protestations du Gouverneur général, le commandant d'Ypres fait vendre à son bénéfice, en 1775, les arbres qui croissent sur les remparts[3]. Et à Tournai, le comte de Münster se plaint, à la veille de l'évacuation, le 25 avril 1779, parce que le Prévôt de la ville lui a interdit d'opérer à son profit personnel des coupes de bois dans les terrains militaires[4].

1 « Ik heb geklaagt wegens een zo frivole klagte tegens een commandeerende Generaal in een van H. H. M. Bariere guarnisoen, en over het onvrindelyk en twistzoekend gedrag van de Magistraat van Iperen, dewelke op zo een geringe zaak zig met zoo veel emphase aan dit gouvernement had geadresseerd. » (Dépêche adressée par Van Haren aux États-Généraux le 25 janvier 1751. Ibidem. *Registre de correspondance de Van Haren, du 7 octobre 1749 au 12 mars 1752.*)

2 Dépêche adressée par le baron de Reischach au Ministre plénipotentiaire à Bruxelles le 10 janvier 1754. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f°s 182-183.)

3 Voir les protestations adressées aux États-Généraux par le prince Charles de Lorraine, le 26 février et le 26 mars 1755. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.) – La contestation n'est pas encore réglée en 1757, car, cette année-là, le Ministre plénipotentiaire échange avec le colonel de Ton des correspondances très aigres. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 172-174.)

4 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1779-1787. — Voir aussi Archives du Royaume à Bruxelles, Secrétairerie d'État et de guerre, registre MCCXXXIX, f°s 71-82 et 96-97.

CHAPITRE VII.

LES CONTESTATIONS AU SUJET DE LA CHASSE ET DE LA PÊCHE.

La chasse usurpée par les officiers de Louis XIV. — Prétentions du commandant hollandais de Furnes. — Le port d'armes interdit aux bourgeois. — Transaction. — Ordonnance publiée le 16 mars 1722 par le Grand-Bailli Van der Gracht sur la chasse dans la « plaine » de Tournai. — Rixes. — Van der Gracht blâmé. — Le décret impérial du 27 septembre 1725. — Difficultés à Tournai entre le Magistrat et le baron de Pallant, commandant hollandais. — Le mémoire du baron de Pallant. — Intervention des États-Généraux. — Arrestations illégales à Marquain en 1730. — Nouvelles arrestations en 1737 sur l'ordre du général hollandais Monteze. — Le comte de Laleck à Menin en 1728. — La question de la chasse débattue aux conférences d'Anvers de 1738. — Violences à Ypres en 1738. — La situation en 1751. — Le baron von Haeften à Furnes en 1756. — Attitude factieuse du colonel de Ton à Tournai en 1766. — Transaction proposée en 1767. — Le colonel de Casembroot à Ypres. — Demande de réparation présentée par les États-Généraux, le 26 décembre 1769. — Convention du 7 mars 1770. — Les officiers hollandais s'attribuent le droit de pêche. — Abus en matière d'inondation à Ypres. — Les réclamations du Magistrat repoussées par les États-Généraux. — Concessions faites par le Magistrat d'Ypres. — La question des viviers de Zillebeke et de Dickebusch. — Enquête du Conseiller Bellanger en 1756. — Tentative d'accommodement présentée en vain par le prince Charles de Lorraine. — Le comte de Nassau à Menin. — Plaintes du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne en 1740. — Le rouissage du lin et le lavage des toiles interdits. — L'entente réalisée à Tournai.

On dirait vraiment qu'entre les défenseurs de nos places fortes et les autorités nationales tout doive être prétexte à conflit, même les plaisirs pacifiques de la pêche et de la chasse.

On s'est disputé au sujet de la chasse depuis la conclusion du traité de la Barrière jusqu'à sa rupture. Les dossiers relatifs à ces interminables querelles forment dans nos archives et dans celles du royaume des Pays-Bas une masse effrayante de documents. Nous en extrairons quelques exemples significatifs.

Durant l'occupation française, les officiers de Louis XIV avaient traité nos provinces en pays conquis, et s'étaient attribué un droit de chasse très



étendu. Les Hollandais, qui vinrent les remplacer, prétendirent aux mêmes avantages[1].

A Furnes, le Gouverneur se déclare possesseur de la chasse dans un rayon d'une lieue autour des remparts, la met en location, et en retire 1,700 à 1,800 florins[2], ce qui est en contradiction avec l'article VI du traité de la Barrière[3].

Cependant la commune, ruinée par la guerre, était obligée de recourir à tous les moyens possibles pour restaurer ses finances. Se fondant sur une consulte du Conseil privé, elle signifia au commandant Cromstrom que la chasse n'avait jamais été un droit, mais une tolérance purement gracieuse : le Magistrat avait permis aux officiers de chasser dans la banlieue, comme il le permettait aux nobles et notables de la châtellenie; mais aujourd'hui, pressée par les nécessités financières, la commune revenait sur l'autorisation accordée autrefois, et se proposait de donner la chasse en ferme au plus fort enchérisseur[4]. Elle faisait donc appel aux sentiments équitables du commandant, et émettait l'espoir de voir respecter les droits du fermier[5].

Cet espoir fut déçu. L'état-major prétendit avoir seul le droit de chasser à portée du canon de la place. Soutenu par les États-Généraux, il interdit même dans ce rayon le port d'armes aux bourgeois d'une manière absolue[6].

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal,* séance du 16 juillet 1721, f[os] 485-486; séance du 15 août, f[o] 570.

[2] « Sous prétexte que le gouverneur pendant la France les auroit profité. » Voir le rapport du colonel de Bauffe intitulé : *Réflexions sur le traité de Barrière.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 93-94.)

[3] « Sa Majesté Impériale et Catholique consent aussi que dans les places cy-dessus accordées aux États-généraux pour y tenir leurs garnisons privatives, ils y puissent mettre tels gouverneurs, commandans et autres officiers qui composent l'État-major, qu'ils jugeront à propos; à condition qu'ils ne seront pas à charge de Sa Majesté Impériale et Catholique, ni aux villes et provinces, si ce n'est pour le logement convenable et les émolumens provenans des fortifications, et que ce ne soient pas des personnes qui pourroient être désagréables ou suspectes à Sadite Majesté pour des raisons particulières à alléguer. »

[4] Voir la Consulte du Conseil privé en date du 14 octobre 1729. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 232-236.)

[5] « Il n'y auroit point de justice que, quand ceux-ci (les nobles et notables de la ville et de la Châtellenie) en sont privez par économie et par le soulagement du peuple, l'on devroit permettre à ceux-là (les officiers hollandais) de chasser. » (Ibidem.)

[6] Ibidem, Conseil privé, cart. 510.



Des voies de fait se produisirent : un paysan fut grièvement blessé par un officier, et un jardinier fut tué par un soldat[1].

La Gouvernante générale des Pays-Bas, Marie-Élisabeth, saisit de cette affaire le Résident des Provinces-Unies accrédité auprès de sa cour, le 26 mars 1730. Sa dépêche est conçue dans les termes les plus modérés; elle invoque « la justice » des États-Généraux et « leurs attentions ordinaires pour le maintien du bon ordre et de la bonne police[2] ».

On finit par transiger: la ville de Furnes put affermer sa chasse, mais on en réserva une partie à l'usage des officiers hollandais, et la paix fut rétablie[3], au moins pour quelque temps[4].

A Tournai, les choses se compliquèrent davantage, et les contestations se prolongèrent pendant nombre d'années

En 1720, le Grand-Bailli de Tournai, Van der Gracht, représenta au marquis de Prié que des vagabonds détruisaient le gibier aux environs de la ville, notamment dans la « plaine réservée à la chasse du gouverneur », et il demanda que l'on décrétât les mesures nécessaires pour remédier à cet état de choses.

Le marquis de Prié, croyant qu'il y avait réellement là un terrain légalement réservé, permit au Grand-Bailli, le 16 mars 1722, de publier une ordonnance « défendant très expressément, au nom de Sa Majesté Impériale et Catholique, à toutes personnes, sans distinction de quelque qualité ou

[1] Archives du Royaume à Bruxelles, Conseil privé, cart. 510.

[2] Ibidem.

[3] Les documents relatifs aux différends de 1728 ne sont complets ni à La Haye, ni à Bruxelles. Nous avons trouvé les traces de la solution qui prévalut, dans un rapport adressé par le Magistrat de Furnes au prince Charles de Lorraine le 2 décembre 1767, dans lequel il fait l'historique de la question : « En 1730, la chasse fut donnée en ferme, sauf que, par une raison de déférence, on a occasionné une tolérance en vertu de laquelle leur a été abandonné le canton de la chasse situé entre la mer et le canal de Nieuport, depuis la Châtellenie de Bergues-St-Winoc jusques au dit Nieuport, mais il demeure toujours vrai que c'est une tollerance par manière de politesse ou autre connivence denué d'aucun autre titre, si on excepte la nécessité que fournit l'arrière pensée d'un Magistrat prudent qui évite une autorité qui en certaines rencontres peut se souvenir d'avoir été négligé. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

[4] Comme nous le verrons plus loin, la chasse donna lieu à de nouvelles difficultés en 1756 et les années suivantes.



condition qu'elles puissent être, de tirer, chasser, ou faire chasser dans l'étendue de ladite plaine en aucun temps et sous quelque prétexte que ce soit, à peine de cent florins d'amende[1].

Mais, au dire du comte de Neny[2], le Gouverneur de la place exagéra la portée de l'ordonnance, au point de maltraiter des gentilshommes qui chassaient sur leurs propres biens; des rixes éclatèrent, et plusieurs hommes y perdirent la vie.

Le Conseil privé évoqua l'affaire. L'enquête à laquelle il se livra établit l'inanité des prétentions hollandaises et l'inexactitude des faits allégués par Van der Gracht. Celui-ci reçut un blâme sévère[3], et, le 27 septembre 1725, fut publié à Bruxelles un décret impérial ordonnant au Grand-Bailli de Tournai de révoquer son mandement du 9 avril 1722, et lui défendant en outre formellement « de s'émanciper à l'avenir de faire des

[1] Cette ordonnance fut publiée le 9 avril 1722 : *Ordonnance d'Antoine-Ignace Van der Gracht, seigneur de Fretin, Grand Bailly héréditaire de Tournay et du Tournaisis, portant défense de chasser dans la plaine de Tournay, d'y tendre des filets ou lacets, d'y enlever les œufs et les nids de perdrix, de cailles,* etc. (L. Gachard, *Ordonnances des Pays-Bas autrichiens*, 3e série, III, 295-296.)

[2] Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f° 145.

[3] « Cher et Féal,

» Nous ne pouvons nous dispenser de vous faire connoître que vous n'avez pas seulement mal interprété les termes et l'esprit des lettres qui vous ont été écrites par le Gouvernement, le 16e de mars 1722, pour empêcher les paysans et toutes sortes de personnes sans aveu de chasser dans le Tournaisis, mais qu'il ne vous a point été permis de faire émaner et publier sous votre nom le mandement du 9e d'avril 1722 au fait de la chasse dont ne sont pas seulement résulté plusieurs plaintes, tant de la part des États du dit Tournay que du Chapitre cathédral et du Magistrat de la dite ville, mais aussi les malheurs arrivés au village de Blandain le 13e d'octobre dernier, ce qui nous donne d'autant plus de sujet de vous marquer à cette occasion notre mécontentement de la conduite irrégulière que vous avez tenue à cet égard.

» C'est pourquoi nous vous faisons la présente pour vous dire que notre intention est que vous fassiez révoquer le susdit mandement de la même manière qu'il a été publié, afin que chacun en soit informé, et nous vous défendons bien sérieusement de vous émanciper à l'avenir de faire des mandements de cette nature ou d'autres qui doivent être émanés directement sous notre nom royal ou par un ordre exprès de notre part.

» A tant, etc. »

(Gachard, *Recueil des ordonnances des Pays-Bas autrichiens,* 3e série, III, 295-296.)

mandements de cette nature, ou tout autre », attendu que de pareils actes doivent être publiés directement sous le nom de l'Empereur, ou en vertu d'ordres exprès de sa part.

Le décret impérial affirme que « Sa Majesté ne se réserve aucune plaine pour ses plaisirs à l'entour de Tournay ».

Mais cela ne suffit pas à ramener le calme.

Dès 1728, le Magistrat de Tournai mande au Ministre plénipotentiaire[1] à Bruxelles que des soldats et des laquais au service du baron de Pallant, commandant militaire, ont, sur les ordres de leur maitre, arrêté et battu des habitants de la commune de Froyennes qui chassaient sur leurs domaines[2].

Le Ministre à son tour se plaignit à La Haye[3], et, le 17 décembre 1728, il reçut du comte de Sinzendorf, représentant de l'Empereur auprès de la République, une dépêche lui conseillant d'intervenir auprès de l'autorité communale de Tournai, afin de lui prêcher la modération et la paix : si l'on agissait de la sorte, on pouvait espérer que les États-Généraux donneraient des instructions analogues à leur officier[4].

Malheureusement le baron de Pallant n'était pas animé de cette humeur conciliante. Il avait pris la chose de haut, et adressé à ses maitres un volumineux mémoire, par lequel il se refusait à toute concession, et traitait ses contradicteurs avec un mépris, nous dirons même avec une grossièreté rare.

Il a trouvé, affirme-t-il, la plaine et la chasse dans le même état que depuis soixante ans; il a poussé la condescendance jusqu'à permettre à plu-

1 Le comte de Königsegg.

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f°s 145 à 164.

3 A la date du 23 août.

4 « Il me semble, écrit le comte de Sinzendorf, que, pour éviter les ultérieurs éclaircissements et aigreurs de part et d'autre, on pourroit insinuer au Magistrat de la ville de Tournai de s'accommoder de bonne manière avec ledit Gouvernement, et que le susdit Magistrat y veuille apporter toute facilité possible. En ce cas là, je ne doute presque point ou Leurs Hautes Puissances donneront les mêmes ordres à leur gouverneur de ladite ville, et de cette manière on trouveroit apparemment le moyen de terminer amiablement une si odieuse dispute. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)



sieurs propriétaires de chasser sur leur fond, ce qui n'avait plus été toléré depuis la capitulation de 1667. Il s'est donc borné à conserver les avantages dont jouissaient ses prédécesseurs, et dont profitent encore actuellement dans les autres places ses collègues, tant impériaux que hollandais[1].

A l'entendre, les griefs du Magistrat de Tournai ne méritent pas que l'on s'y arrête, et l'archiduchesse aurait dédaigné « ces plaintes animeuses et mal fondées », cet « amas de calomnies portées avec emphase », si « Elle auroit été instruite de la manière malhonnête qu'on a vécu avec la guarnison...... Toutes ces injures et calomnies atroces retombent d'eux-mêmes sur les auteurs et en font suffisamment connoître le caractère.... ce sont des exagérations extravagantes dont tout le monde sçait le contraire ».

Pallant se plaint des seigneurs de la banlieue tournaisienne qui se permettent de venir tirer des coups de fusils jusque sous les ouvrages avancés de la forteresse, ce qui ne peut être toléré aux abords d'une place-frontière, mais il réserve surtout ses colères pour les « ecclésiastiques de la cathédrale, qui ne font autre chose que de parcourir toutes les chasses d'alentour et d'y prendre et ruiner tout le gibier ». Ce sont eux qui « par leurs inductions sinistres ont sçu extorquer les plaintes dont il est fait mention dans ledit mémoire » ; ils ont détruit le gibier par « pure vilainie et animosité », et cependant l'usage des armes leur est interdit « par tous les canons de l'Église, comme incompatible avec leur caractère, et indécent ».

Quant aux officiers hollandais, ils n'ont commencé à chasser qu'après le 15 août, lorsque les moissons étaient engrangées; comment, dès lors, auraient-ils pu causer aux paysans un préjudice tel que ceux-ci seraient réduits à solliciter du gouvernement des réductions d'impôts?

1 « Possession dont jouissent encore actuellement tous les gouverneurs des places voisines tant impériales que ceux des villes de la Barrière sans que je puisse concevoir pour quelle raison je devrois être de pire condition que tous mes prédécesseurs et les gouverneurs des places circonvoisines qui ont encore le même droit et prérogative. » (*Mémoire pour servir de réponse à celuy remis par M. le comte de Kinigsegg-Erps le 16e août 1728, et présenté de la part de Son Altesse Sérénissime Madame l'Archiduchesse gouvernante des Pays-Bas autrichiens à Leurs Hautes Puissances le 23e août 1728, au sujet des prétendues plaintes du dit Gouvernement, et d'autres chefs détaillez dans ledit mémoire.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f°s 180-203.)



Enfin, les attestations que le Magistrat produit à l'appui de ses dires sont données par des ouvriers agricoles qui ont signé ce qu'on leur a présenté, incapables d'apprécier la portée de leurs actes [1].

Après ces déclarations, le commandant hollandais ne tarde pas à se contredire : « Je douterois même si les gens dont les noms se trouvent dans ces attestations ont jamais été au monde ». Il ne voit pas que ses deux affirmations sont inconciliables.

Tous ceux qui ont été en conflit avec lui sont bien traités ! Nous avons déjà vu ce qu'il dit des chanoines; le seigneur de Froyennes, Lossy, « s'est émancipé de vomir un flux de paroles canailleuses et inconnues parmi d'honnêtes gens [2] »; le Magistrat de Tournai a agi « par malice spéculée qui paroit dans son grand jour par des interprétations sinistres ... tout cela surpasse l'imagination et l'impudence la plus outrée; on ne saurait lire ce factum sans horreur et sans une juste indignation ». Il conclut, enfin, en demandant l'intervention des États-Généraux, « afin qu'à l'avenir les gens d'honneur et de probité puissent être à l'abri de ces sortes de langues envenimées et calomniateurs (*sic*) ».

L'appui espéré par le baron de Pallant ne lui fit pas défaut. Un mémoire adressé par les États à la Gouvernante générale, Marie-Élisabeth, apprécie le débat en des termes que le Commandant de Tournai n'aurait pas désavoués : le Magistrat est « un insolent [1] qui s'est conduit d'une manière infâme et mal fondée » ; il mérite d'être « corrigé », et le devoir de l'Empereur est de rétablir la « plaine » comme elle existait à l'époque de l'occupation française [3].

[1] « Par des pauvres manœuvriers et laboureurs, qui travaillent à journée à la campagne, et qui tous ensemble ne possèdent pas un bonnier de terre, qui par inductions ou menaces n'ont osé refuser de faire quelque seing ou marque sur un morceau de papier qu'on leur présentoit, sans en savoir le contenu. »

[2] Après avoir lu le texte de la réclamation du Magistrat (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f°s 145 à 164), on ne comprend vraiment pas la violence du langage de Pallant et des Etats-Généraux.

[3] « Madame l'Archiduchesse voudra bien considérer combien il doit être désagréable à Leurs Hautes Puissances et sensible à un homme de naissance et en général d'un tel caractère d'être traité d'une manière si infâme et mal fondée... M. le comte de Sinzendorf sera requis d'effectuer par ses bons offices auprès de Son Altesse Royale que ceux de

Le gouvernement impérial ne pouvait évidemment céder à ces sommations aussi hautaines qu'injustes, mais le Commandant, sûr de l'impunité, continue ses violences, et, sans titre ni droit, fait jeter en prison, le 2 décembre 1730, un fermier de Marquain, qui chasse, muni d'une autorisation du Bailli[1]. Il se soucie très peu des remontrances de la Gouvernante générale; d'ailleurs l'Archiduchesse ne reçoit même pas de réponse de La Haye.

Les années se passent sans améliorer la situation. En 1737, le général hollandais Monteze donne l'ordre d'appréhender plusieurs chasseurs « parce qu'il ne peut tolérer qu'on tiraille sous le canon de la place[2] », alors que son droit se réduit à porter plainte auprès du juge compétent.

Le comte de Laleck, commandant de Menin, n'agit pas autrement. Non seulement ses officiers chassent sur les terres seigneuriales du village de Moorseele[3], dans la « verge de Menin », mais ils interdisent la chasse à ceux qui en ont obtenu l'autorisation du propriétaire; ils leur enlèvent leurs fusils, et, à la moindre résistance, ils les font écrouer à la prison militaire. Sur un avis sévèrement motivé du Conseil privé[4], la Gouvernante générale prescrit au comte de Laleck d'observer le placard du 16 septembre 1728 « ponctuellement et sans y faire faute ». Mais autant en emporte le vent!

Tournai et Tournaisis en seront corrigés et chargés pour l'avenir de s'abstenir de telles expressions odieuses dont ils se sont servis injustement avec beaucoup d'insolence à charge dudit baron de Palland. » (*Extrait du registre des résolutions de Leurs Hautes Puissances du 30 novembre 1728.* Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.

2 « Si quelques chasseurs s'émancipent d'approcher de trop près de la place, ou de tirer contre les palissades. » (Ibidem.)

3 Voir la plainte de Marie-Florence de Baste de Girauton, née comtesse d'Hust, dame de Moorseele. (Ibidem, registre aux Consultes XIV, f[os] 261-265.) — Sur la « Verge de Menin », voir REMBRY-BARTH, *Histoire de Menin,* I, 201. — Voir aussi la dépêche adressée par le Grand-Bailli de Tournai à l'archiduchesse Marie-Élisabeth en 1738 (sans date plus précise), à laquelle sont jointes toutes les pièces de l'information dirigée par le Lieutenant général civil et criminel du Bailliage, le 11 décembre 1737. (Ibidem, Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

4 « Votre Altesse Sérénissime sera encore mémorative des ruses et brouilleries qui ont été occasionnées, et des malheurs qui sont survenus à ce sujet, si avant qu'il y a eu des blessez et des tués de part et d'autre. » (Ibidem. Conseil privé, registre aux Consultes, XIV, f[os] 261-265.)

Quand se tiennent, en 1738, les conférences d'Anvers, les choses sont toujours au même point : les commandants chassent en toute saison, détruisant les grains ou abîmant les semis[1]. Lorsque l'affaire est mise en discussion, les commissaires hollandais font grand état du placard de 1720, mais passent soigneusement sous silence celui de 1725, qui révoque le précédent; ils se réservent, d'autre part, de vérifier le bien-fondé des doléances qu'on leur apporte, et promettent de faire indemniser, le cas échéant, les personnes qui auront été lésées par les états-majors.

De leur côté, les plénipotentiaires belges soutiennent que la chasse est un droit du souverain, et que nul ne peut en user sans une concession expresse de sa part. Ils ne manquent pas non plus de rétablir la vérité en ce qui concerne les placards de 1720 et 1725. Mais nous avons eu déjà l'occasion de constater que les conférences d'Anvers n'aboutirent pas.

Les voies de fait se perpétuent. Pendant que les représentants des deux pays sont encore assemblés, un garde-chasse du prince de Hesse, gouverneur d'Ypres, blesse grièvement d'un coup de fusil un domestique dont le seul délit consiste à tenir un chien de chasse en laisse[2].

Toutes les autorités ressentent le besoin impérieux de mettre un terme à ces violences.

En 1740, aux conférences de Lille, on tente de nouveau de se mettre d'accord. Les représentants de l'Empereur ont fait admettre par ceux des Provinces-Unies — non sans peine d'ailleurs — une déclaration reconnaissant d'une manière formelle le caractère régalien du droit de chasse, garantissant les intérêts des particuliers et réduisant les pouvoirs des états-majors à ce qui est inscrit dans le traité de la Barrière[3].

[1] Voir le mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I.

[2] Le coupable plaide qu'il a voulu tirer sur le chien, et qu'il a atteint l'homme sans le vouloir, mais l'enquête tourne contre lui. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 77-877.) — Voir aussi le rapport adressé à l'Empereur par le Bailli et les Échevins de la Sale et Châtellenie d'Ypres, et les documents de l'enquête. (Ibidem, Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

[3] Les commissaires belges avaient proposé un article VII ainsi conçu :

« Sa Majesté Impériale et Catholique déclare, comme Elle a fait déclarer encore ci-devant, de ne reconoître aucune plaine pour la chasse à l'entour des villes et places,



Les conférences de Lille n'aboutissent pas plus que celles d'Anvers.

Le 2 novembre 1751, le Gouverneur général constate que « ceux des garnisons des places de la Barrière ont chassé depuis quelque tems tous les jours avec une si grande quantité d'hommes et de chiens, qu'ils détruisent et

tant celles occupées par ses propres troupes que par celles des Seigneurs États-Généraux des Provinces-Unies; par conséquent, tous les Gouverneurs et Commandans, tels qu'ils puissent être, ne pourront plus, sous prétexte de plaine, y chasser, et devront ceux qui commandent dans les villes et places occupées par ses propres troupes se contenter des seuls émolumens repris à l'article VI du traité de Barrière, dont certainement la chasse ne fait point partie. »

A cette rédaction, les Hollandais voulurent substituer la suivante :

« Leurs Hautes Puissances les États-Généraux des Provinces-Unies défendront rigoureusement à tous leurs gouverneurs, commandans et officiers de ne pas (*sic*) chasser dans des terres et seigneuries particulières et privilégiées sans le consentement des seigneurs propriétaires, à peine d'une amende à statuer, bien entendu qu'aiant obtenu ledit consentement, ils ne pourront chasser qu'en tems utile selon les ordonnances émannées au fait de la chasse, et, s'ils commettoient quelque excès ou dégât, qu'en tel cas ils les obligeront sans aucune connivence de dédomager et contenter ceux qui auront souffert les dits dégâts. »

Finalement l'article fut ainsi libellé :

« La chasse étant un droit de régale apartenant au Prince, à l'exclusion de toutes autres personnes de quelle condition et qualité elles puissent être, qui n'ont pas obtenu ce droit par titre ou concession particulière, et par conséquent qu'il appartient aux seuls souverains de permettre ou non permettre la chasse à leurs gouverneurs et commandans des villes et places de leur domination. »

Les plénipotentiaires belges proposèrent l'article VIII en ces termes :

« Tous ceux, soit seigneurs particuliers, soit autres, de quelle qualité ils soient, dont la chasse s'étendra jusques aux palissades et dans les ouvrages des dites villes et places de la Barrière, ne pouront ni chasser ni tirailler plus avant que jusques aux glacis, à peine de cent écus d'amende, et il sera permis à un chacun de sortir des dites villes et places avec des armes à feu sans avoir besoin d'un billet ou permission du Gouverneur ou Commandant, en conformité du XXVIII[e] article du Règlement de l'an 1716. »

Les Hollandais demandèrent que l'on modifiât comme suit, après « aux glacis » : « que jusques à cent toises des palissades, chaque toise à six pieds, et chaque pied à douze pouces, sauf néanmoins qu'ils pouront chasser jusques aux glacis, sans toutefois y tirailler, le tout à peine de... », etc.

(*Relation faite à Son Altesse Sérénissime par les Commissaires de Sa Majesté aux conférences de Lille, le 22[e] de juillet 1740, touchant le règlement pour les garnisons hollandaises des places de la Barrière*. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{O}{\text{ad H}}$ / i : ad n[os] 34, portefeuille n° 426.)



abiment les dépouilles de la campagne quoy qu'ils n'ayent aucun droit d'y chasser[1] ». Des excès sont commis à Menin en 1754 pendant la période de fermeture de la chasse[2]. A Furnes, en 1756, l'État-major s'attribue la répression du braconnage. Sous prétexte qu'une garenne réservée à la garnison a été détruite, il fait procéder à une visite domiciliaire par ses soldats chez des paysans d'Oostduinkerque ; on perquisitionne sans ménagement[3], on saisit des armes et du gibier, que les militaires vendent à leur bénéfice; enfin, on brutalise des femmes[4].

Le baron von Haeften, Grand-Major de Furnes, interpellé sur ces faits, répond, de très mauvaise humeur, qu'on lui « cherche des misères[5] » ; il s'est borné à protéger sa chasse : d'ailleurs « on n'a enfoncé qu'une seule porte à coups de crosse ».

Les circonstances politiques commandent plus que jamais la prudence. Le prince Charles de Lorraine engage le Magistrat à faire tout ce qui dépend de lui pour régler ces sortes d'affaires à l'amiable[6].

Les procédés des officiers hollandais présentent presque partout le même caractère discourtois.

A Tournai, quelques années plus tard, en 1766, les Prévôts et jurés ont cru devoir ajourner l'ouverture de la chasse à cause des retards qu'ont subis les travaux de la moisson. Le colonel de Ton, avisé de cette décision, n'en tient aucun compte; un de ceux qui l'accompagnent accueille la défense du

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven*, 1751-1753.

2 Voir la plainte adressée par le Magistrat de Menin au Gouverneur général le 13 août 1754. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f° 326.)

3 « Il ne fut pas un coin ni recoin de la maison, armoire ni coffre, qui ne fut sujet à l'insolente perquisition du soldat. » (Mémoire du Magistrat de Furnes. Ibidem, registre DCCLXIII, f° 23.)

4 « Notamment on distribua (*sic*) des coups de pied dans le ventre d'une femme enceinte. » (Consulte du Conseil privé datée du 19 janvier 1756. Ibidem, Conseil privé, registre DXV.)

5 Voir son mémoire justificatif. Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 19-20.

6 Ibidem, f° 14.



Magistrat par des injures grossières et de violentes menaces aux sergents qui la lui notifient[1].

Le Gouverneur général est naturellement fort mécontent de ce qui se passe, mais il s'efforce d'établir un *modus vivendi*, et accueille avec faveur, en 1767, une proposition transactionnelle formulée par les autorités communales de Tournai : on permettrait la chasse, pendant la période légale, au gouverneur militaire et aux personnes invitées par lui dans l'ancienne « banlieue », mais elle ne leur serait pas exclusivement réservée : le Magistrat pourrait octroyer des permis à d'autres personnes également.

Le Conseil privé donne complètement tort aux officiers hollandais, et déclare qu'il est urgent de mettre fin au trafic des permis organisé par les officiers; mais il est, comme le prince Charles de Lorraine, favorable à un arrangement, car il ne se fait aucune illusion : quelque mal fondées que soient les revendications des états-majors, et quel que soit le degré d'incorrection de leurs actes, on ne doit pas espérer que les États-Généraux les désavouent[2]. Il faut donc tâcher de s'entendre, afin d'éviter des extrémités fâcheuses[3].

Toutefois, il sera nécessaire d'user de diplomatie, car, si les États soupçonnaient les dispositions qui animent les autorités belges, ils en abuseraient pour se montrer encore moins traitables. On doit les amener à faire les premières démarches; s'ils se refusent à communiquer un projet d'arrangement

[1] « Le chevalier de Bezon, qui accompagnait le colonel de Ton, nous a répondu qu'il s'en f..., puis il a couché un sergent en joue, en lui disant que, s'il ne se retiroit, il étoit un homme mort. » (Voir la plainte du Magistrat de Tournai. Ibidem, Conseil privé, cart. 510.) — Voir une lettre importante adressée au prince Charles de Lorraine par le Magistrat de Tournai, le 29 novembre 1766. (Archives communales de Tournai, registre aux rescriptions, f° 119.)

[2] « Nous devons convenir qu'avant d'amener les États-Généraux au point de se décider contre eux, on devra s'attendre à beaucoup de répliques. » (Conseil privé, cart. 510.)

[3] « Il vaudroit mieux concilier parceque sinon les villes souffriroient plus du ressentiment que leur témoigneroient à tous momens ces officiers commandans qu'elles ne tireroient d'avantage en les excluant totalement des amusemens de la chasse qu'ils paroissent avoir tant à cœur, et l'essentiel ne consistera alors qu'à réduire les choses au point d'obvier aux excès et aux abus de leur part. » (Ibidem.)



amiable, on aura du moins l'avantage d'avoir observé toutes les formes et l'on sera d'autant plus fort pour faire valoir son droit[1].

En conséquence, le Secrétaire d'État et de guerre écrivit au Résident des Provinces-Unies, le 20 février 1767, que la prétention des états-majors était inadmissible, mais que, voulant prouver son esprit de conciliation, le Gouverneur général ne se refuserait pas à examiner, « dans des vues amicales », les propositions que les commandants lui adresseraient.

Le gouverneur de Tournai répondit le 10 mai.

A son avis, les officiers jouissent de la chasse depuis un siècle, et il ne peut renoncer à cet avantage sans un ordre formel de ses maîtres. Toutefois, tenant compte des bons rapports qui ont régné durant quelque temps entre le prince de Hesse et le Magistrat[2], il manifeste des intentions bienveillantes et s'engage à supprimer les « passes » que les gardes militaires exigeaient des bourgeois sortant de la ville en armes.

On finit donc par s'entendre à Tournai, et les plaintes cessèrent.

Mais les difficultés ne furent pas aussi facilement aplanies à Ypres.

Dans cette dernière ville, se fondant sur l'autorisation que la Sale (Châtellenie) avait autrefois donnée au prince d'Holstein-Beck de chasser sur ses terres, et des octrois gracieux accordés par certains seigneurs des terres de Becelaere, de Fumal et autres, le colonel de Casembroot s'arroge le droit exclusif de chasse dans la banlieue, crée un « capitaine de chasse » à qui il attribue plein pouvoir de poursuivre « qui que ce puisse être, qui ne sera pas muni de permission particulière de sa part » ; il utilise des soldats comme gardes, « empêchant les gardes de la ville de vigiler au bon ordre et à l'exécution des placards de Sa Majesté[3] », expulse même les membres du

[1] « Si contre toute attente on trouve de la résistance et de l'opiniâtreté de leur part, on aura, avec tout le bon droit, l'avantage de la modération de son côté, et il y aura lors matière très ample à se prévaloir de l'un et de l'autre dans les réquisitions qu'il sera indispensable de faire aux États-Généraux. » — En marge : « Je me conforme ». (s.) Charles de Lorraine. (Ibidem.)

[2] « A telle enseigne que leurs gardes arrêtoient réciproquement les braconniers, et se les rendoient. » (Consulte du Conseil privé du 5 août 1767. Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes CX, f°s 95-103.)

[3] Voir la dépêche adressée par le Magistrat d'Ypres au Ministre plénipotentiaire, le 17 octobre 1767. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.)

collége de la Sale qui ne sont pas autorisés par lui; enfin, il interdit l'élevage des chiens de chasse dans les fermes, et fait abattre par des patrouilles militaires ces animaux rencontrés sur la voie publique[1].

Ces procédés amènent des rixes où les militaires n'ont pas toujours le dessus. Alors ils recourent aux États-Généraux, et l'on voit, le 26 décembre 1769, la République demander une « réparation éclatante parce que des officiers ont été, par ordre du Magistrat de la Châtellenie d'Ypres, ignomigneusement maltraités, comme s'ils avaient commis un crime capital[2] ».

La représentation des États est conçue en termes très vifs, mais ne contient rien de précis. Nous avons pu reconstituer, d'après les archives du Conseil privé, l'affaire qui avait si fortement ému le gouvernement hollandais.

Des officiers de la garnison d'Ypres avaient invité des officiers français et chassaient en leur compagnie à un endroit interdit. Des sergents de la Châtellenie leur ayant fait des observations, ils les couchèrent en joue et les menacèrent de les tuer s'ils ne se retiraient immédiatement. Les gardes parvinrent à désarmer le plus insolent et le retinrent prisonnier.

Le Conseil privé, tout en constatant la gravité de l'offense, invita le Magistrat à relâcher le détenu afin de faciliter la conclusion d'un arrangement. Le prince Charles de Lorraine avait, en effet, pris l'initiative d'une transaction. Après des discussions qui se prolongèrent durant plusieurs mois, on finit par se mettre d'accord, le 7 mars 1770. Les officiers hollandais furent autorisés à se livrer au plaisir de la chasse pendant la période normale, dans un rayon de 400 verges autour des remparts, mais ils durent

[1] Voir la consulte du Conseil privé, datée du 3 novembre 1767. (Ibidem, registre aux consultes, CX, f°s 174-177.) — Voir aussi la protestation du Gouverneur général des Pays-Bas, en date du 13 mars 1768. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1767-1778.)

[2] Archives du Royaume à La Haye. *Verbaal* du 10 janvier 1768 au 1er mars 1773, f°s 177-179. — Voir aussi Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, reg. aux consultes, CXIV, f°s 154-158. — Voir aussi une consulte du Conseil privé, en date du 19 juin 1782, intitulée : *Sur le droit de chasse que les commandants des troupes hollandaises s'étoient attribué dans les places de la Barrière.* (BULLETIN DE LA COMMISSION ROYALE D'HISTOIRE, 2e série, XI, 394-401.)



reconnaître le droit des propriétaires et tolérer dorénavant les allées et venues des bourgeois armés de fusils et accompagnés de chiens[1], sans prétendre distribuer eux-mêmes les ports d'armes et les permis de circulation.

Les officiers hollandais aiment la chasse; ils tiennent tout autant à s'assurer la distraction, et plus encore le profit de la pêche. Non seulement ils se sont adjugé d'emblée le droit exclusif de pêcher dans les eaux des fortifications[2], mais en pleine paix, à Ypres, ils étendent l'inondation de la place beaucoup au delà des nécessités de la défense[3]. Par conséquent, des particuliers sont grièvement lésés dans leurs intérêts, et ils exigent des indemnités considérables de la Châtellenie. Or, celle-ci perd déjà ce que rapportait autrefois l'affermage de la pêche[4], plus la taille qu'elle ne peut raisonnablement exiger de propriétaires privés de leur fond[5]; elle est donc doublement atteinte dans ses intérêts.

1 L'original de la transaction du 7 mars 1770 se trouve aux archives communales d'Ypres; elle porte les signatures de Crumpipen pour l'Empereur et de Geelvinck pour les États-Généraux. — Il y en a une copie aux archives du Royaume à La Haye, portefeuille *De Keyzer. Fred. Christ Van Degenfeldt*, 1767-1781. — Voir aussi le mémoire du prince Charles de Lorraine, daté du 10 septembre 1768. (Ibidem, *Verbaal* du 10 janvier 1768 au 1er mars 1773.) — Voir Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux consultes, CXIV, f°s 65-70. — Ibidem, CXV, f°s 114-143.

2 « Les rivières de Meuse et de Sambre, écrit le Magistrat de Namur, sont journalièrement bordées de soldats poussant jusqu'à trois à quatre lieues de cette ville, ce qui détruit la pêche, et que nous souffrons avec peine et regret. » (Dépêche du 12 mai 1738. Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

3 Voir sur ce point une consulte du Conseil d'État, datée du 7 janvier 1724 (Ibidem); un mémoire du Magistrat d'Ypres, daté du 1er août 1738. (Ibidem), Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f°s 44-45. Un autre mémoire du même, beaucoup plus important, daté du 6 février 1739, est transcrit dans le même registre, f°s 111-133.

Il faut remarquer que le traité de la Barrière était suffisamment explicite en ce qui concerne les inondations. L'article XVII porte : « Les États-Généraux ne pourront faire aucune inondation en temps de paix, et se croyant obligez d'en former en temps de guerre, ils en donneront connoissance préallable au Gouverneur général des Pays-Bas, et en concerteront avec les généraux commandants les armées aux Pays-Bas. »

4 400 florins par an. Voir mémoire de Keerle, pièces justificatives, n° I.

5 Cette taille représentait 753 florins par an (Ibidem).



Le Magistrat n'admet pas les prétextes d'ordre militaire que l'on invoque, et soutient que, grâce aux viviers d'alimentation [1] de Zillebeke et de Dickebusch, on peut mettre la place à couvert en vingt-quatre heures tout au plus. D'autre part, il fait valoir que l'inondation, telle qu'elle est pratiquée, corrompt l'air et provoque des épidémies.

Les États-Généraux, on le devine, ne prennent pas au sérieux les doléances du Magistrat d'Ypres [2].

Elles sont « fondées sur des informations abusives ». Sans doute, la paix règne, mais on n'est jamais sûr du lendemain, et Ypres, place d'extrême frontière, doit toujours être à l'abri d'une surprise. Or, si l'on s'en tenait au système préconisé par les échevins, ce n'est pas vingt-quatre heures qu'il faudrait pour exécuter le plan d'inondation, mais dix fois vingt-quatre heures, et même ce moyen de défense serait facilement paralysé en cas d'agression subite, parce que l'ennemi pourrait se porter sur les viviers, en occuper les abords et empêcher l'écoulement des eaux vers la ville.

Le point de vue hygiénique n'a pas été mieux compris par les échevins : c'est l'inondation qui préserve la ville des maladies, bien loin de les faire naître.

Peut-on mettre en balance les intérêts de quelques propriétaires et la santé de la population [3]?

[1] Il existe aux archives communales d'Ypres un curieux mémoire, non daté, mais rédigé probablement en 1316, pour établir la nécessité dans laquelle se trouvait la ville d'Ypres de conserver ses fossés comme réservoirs d'alimentation pour les habitants de la ville et des faubourgs. La ville, qui « siet en secke terre sans fontaine », c'est-à-dire sans sources, possédait déjà une canalisation en plomb, et n'était alimentée que par l'étang de Zillebeke, creusé en 1295. Celui-ci étant insuffisant, on creusa un nouvel étang à Dickebusch en 1321. E. De Sagher, *Notice sur les archives communales d'Ypres*, 26-27. — Voir aussi H. Pirenne, *Documents relatifs à l'histoire de la Flandre pendant la première moitié du XIVe siècle*. (Bulletin de la Commission royale d'histoire, 5e série, VII, 24-29 et 477-493.) — De nos jours, l'étang de Dickebusch pourvoit seul la ville d'Ypres d'eau potable.

[2] Voir *Missieve van de Heeren De Dieu en van Assendelft aan den Heer Griffier Fagel*. (Archives du Royaume à La Haye. *Bijlage specteerende tot het verbaal van de Heeren Plenipotentiarissen te Antwerpen*, fos 154-166.)

[3] « Depuis que le Gouverneur d'à présent a fait attention à la conservation de l'inondation, et de faire rafraîchir les eaux, les maladies ne règnent pas tant à Ypres que ci-devant, de sorte que la conduite dudit Gouverneur, bien loin d'être reprochable, mérite au contraire l'approbation d'un chacun. » (Ibidem.)



On jurerait du persiflage, si l'on ne connaissait la gravité du caractère hollandais.

Toujours est-il que le Magistrat insista énergiquement, réfuta la réponse des États-Généraux, et soutint que l'État-major n'était guidé que par le désir d'améliorer sa pêche[1].

La pêche, nous l'avons dit, était une usurpation : rien dans le traité de la Barrière ne justifiait cette prétention des officiers hollandais, et un règlement de 1714 la condamnait formellement[2]. Toutefois, le Magistrat, par amour de la paix, avait fini par concéder à la garnison le droit de pêche dans les fossés de la place.

Voici, dans toute sa beauté, le raisonnement que fit alors le commandant militaire : les fossés sont alimentés par les étangs de Zillebeke et de Dickebusch; ces viviers font donc partie des établissements militaires, donc nous avons le droit d'y jeter nos filets.

Naturellement, le Magistrat ne souscrivit pas à cette conclusion peu juridique, mais les Hollandais s'étaient mis en possession de force, et au bout de trente-neuf ans la querelle n'était pas vidée.

Le 7 septembre 1754, la commune d'Ypres rappelait au prince Charles la spoliation dont elle était victime : « La ville a fait des efforts supérieurs pour récupérer les étangs, digues, et appendances de Dickebusch et Zillebeke, qui sont son vray patrimoine dont l'état-major s'est emparé sans titre quelconque[3]. »

Tout cela est peine perdue, et, en 1756, le commandant, désireux d'offrir

[1] Dépêche adressée par le Magistrat d'Ypres au Gouverneur général, le 6 février 1739. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f[os] 111-126.)

[2] Art. XXV : « Ne pourront les soldats aller couper du bois dans les forêts de Sa Majesté Impériale et Catholique, des villes, communautés ou des particuliers, non plus qu'aller pêcher ès rivières et étangs des villes, des gentilshommes et des autres particuliers; et les officiers qui seront de garde aux portes, feront arrêter tous ceux qui y auront contrevenu, pour être châtiés par ceux à qui il appartient. » (*Règlement pour le logement et comportement des troupes des États généraux etc. arrêté à Anvers le 30 janvier 1716. Plac. de Flandre.* IV, f[os] 1641-1646.)

[3] Voir *Register van resolutien van Mijne Heeren den Hoogh Bailliu, Vooght, Schepene, ende hooftman der stadt van Iper.* 1744-1757. (Archives communales d'Ypres.)



à son fermier — car il avait affermé son prétendu droit — une pêche miraculeuse, fait mettre presque à sec le vivier de Zillebeke.

On a beau lui exposer les graves inconvénients que peut entraîner cette manœuvre : elle risque tout au moins de tarir la fontaine de la grand'place et de nombreux puits particuliers; l'officier ne veut rien entendre [1].

Cette fois, le gouvernement montra plus de fermeté; il chargea Bellanger, membre du Conseil des finances, de se rendre à Ypres pour procéder à une enquête en présence du Magistrat et du Commandant militaire.

L'envoyé du prince Charles de Lorraine se heurta d'abord à des prétentions inconciliables : l'État-major soutenait que les étangs devaient être considérés comme faisant partie des fortifications, puisque leurs eaux s'écoulaient dans les fossés [2]; le Magistrat objectait que des viviers situés à plus d'une demi-lieue des remparts ne rentraient évidemment pas dans les ouvrages militaires. Dès lors, le droit invoqué par les Hollandais d'y pêcher et d'y régler le niveau des eaux ne pouvait se soutenir. D'autre part, un grand danger menace la ville : la manière dont les Hollandais pratiquent la manœuvre des écluses amènera fatalement et à bref délai la disette d'eau potable et la ruine des blanchisseries de toile, qui constituent la dernière richesse industrielle de la cité [3].

[1] Voir la dépêche adressée par le Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen au Résident Van Haren, le 19 décembre 1756. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

[2] « La difficulté consiste en ce que ceux de l'état-major prétendent que ces étangs s'écoulant par les fossés sont une dépendance des fortifications, et que de ce chef ils s'en font un titre pour s'en appliquer le revenu, c'est-à-dire le produit de la pêche, et que pour faciliter cette pêche, et tirer par conséquent une plus grosse somme du poissonnier à qui ils la louent, ils stipulent dans le contrat qu'ils tireront les eaux aussi bas que possible. » (Rapport de Bellanger. Ibidem.)

[3] « Ceux du Magistrat, au contraire, soutiennent que ces étangs ont été creusés et entourés de digues dès leur origine, aux frais de la ville, pour servir de réservoirs propres à procurer l'eau nécessaire pour la subsistance des habitants; que, comme ils sont situés à plus d'une demi-lieue de la ville, ils ne pourroient pas faire partie des fortifications, et que, par conséquent, l'état-major n'auroit eu aucun droit de s'en attribuer la pêche, et moins encore d'en tirer les eaux, au plus grand préjudice de la ville. » (Ibidem.) — A ce rapport de Bellanger est annexé un mémoire de 7 pages in-folio intitulé : *Mémoire pour le Magistrat de la ville d'Ipres, pour servir d'éclaircissement à la représentation faite à Son Altesse Royale, au mois de décembre 1756, au sujet de l'écoulement des eaux dans les deux*

Cependant l'opposition de l'autorité communale n'avait rien d'intransigeant. La ville se déclarait disposée à abandonner le profit de la pêche, même dans les viviers, si, en échange de cet avantage, le Commandant faisait garder les écluses contre toute dégradation, et s'engageait à ne faire écouler les eaux que dans le cas d'absolue nécessité, et chaque fois après une entente préalable.

Le Commandant ayant reçu cette proposition par un refus très net et plein de hauteur, le Gouverneur général soumit directement aux États-Généraux un règlement destiné à sauvegarder tous les intérêts[1].

Il n'aboutit pas, et nous voyons, vingt-cinq ans plus tard, le Magistrat d'Ypres se plaindre avec tout autant d'amertume. D'après un rapport adressé à l'autorité communale par le fourrier Meynne, les abus dont on se plaignait en 1757 se sont perpétués; aussi propose-t-on, au moment où les Hollandais évacuent le territoire, de réglementer la question une fois pour

étangs de Sillebeeke (sic) *et Dickebusch prétendu par l'état major de la dite ville pour faciliter la pêche.* Le Magistrat y expose très longuement les origines du système hydraulique adopté à Ypres : « La ville d'Ypres étant située dans un terrain marécageux, n'a pu tirer de son fond les eaux convenables et nécessaires à la subsistance de ses habitans, et qu'il a falu par artifice subvenir au défaut de la nature en creusant dans les endroits les plus propres du dehors deux étangs, l'un du côté du Levant, qui est celui de Zillebeek, et l'autre au Couchant, pour recevoir et conserver dans leur enceinte les eaux des hauteurs d'alentour, et ensuite les renvoier aux fossés pour de là être conduites dans la ville par des tuiaux de plomb qui s'y trouvent tellement dispercés de tout côté que son fond ressemble à un grand corps rempli de veines. »

Il entre dans beaucoup de détails techniques pour faire comprendre que, par suite des remaniements des fortifications, la quantité de réservoirs possibles a été considérablement restreinte; l'État-major, depuis la main mise opérée sur les travaux hydrauliques, a singulièrement négligé leur entretien. C'est ainsi que « le ruisseau provenant de l'endroit apellé vulgairement *de drie clooten* se trouve présentement presque bouché par l'accroissement des herbes et autres matières qui empêchent le cours vers ledit étang ». Les écoulements comme ceux que le commandant hollandais a ordonnés risquent d'amener à bref délai une disette d'eau potable... « joint à cela que les eaux de ce côté de la ville sont fort nécessaires à cause des blancheries qui y sont situées, et dont la décadence ne peut entraîner que la ruine du commerce des toiles, qui est le seul qui subsiste encore en quelque façon aujourdhui ».

[1] « Les eaux seraient baissées à un pied et demi au-dessus de la buse qui conduit aux fossés de la ville et non plus bas, et ce sans préjudice du droit de propriété. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Memorien en brieven*, 1753-1764.)



toutes d'une manière bien précise, en refusant aux futures garnisons nationales la pêche et la direction des écluses, de manière à éviter toute contestation possible avec l'élément militaire[1].

A Menin, le comte de Nassau[2] s'est également emparé de l'administration des eaux, et l'exerce d'une manière préjudiciable à l'industrie locale[3]. Il n'avait pas plus de droits sous ce rapport que son collègue d'Ypres; avant la guerre de la succession d'Espagne, tout le système hydraulique de la ville était remis à la ferme des domaines[4], et les Français, après s'être emparés de la forteresse, avaient laissé les choses en l'état.

Les troupes des Provinces-Unies traitent donc nos populations qu'elles sont appelées à défendre avec moins de ménagement que ne le faisait un ennemi victorieux.

Cette considération n'émeut pas les États-Généraux : le Gouverneur, disent-ils, est responsable de la sécurité de la place, la défense est surtout assurée par les inondations, c'est donc à lui et à lui seul qu'incombe la réglementation des écluses. Sans doute, il ne doit pas en « abuser au préjudice des propriétaires des terres et blancheries », mais il n'est pour

1 « De la bonne direction et économie des mêmes causes dépend la conservation de la santé des habitans durant l'été. On a vu plusieurs fois que ce grand objet du salut publicq a été sacrifié à un vil intérêt du moment en permettant l'écoulement des eaues à l'insçu du Magistrat, pour pecher, et cela dans un tems où la saison des pluyes étoit passée, d'ou est resulté la disette d'eau pendant l'été, leur corruption par la stagnanté (*sic*), et que par suite nécessaire de cette détresse, nombre d'habitans se sont assailly chaque fois de fièvres longues et dangereuses. Pour prévenir donc un fléau aussi redoutable et l'indifférence dans cette régie intéressante, le rescribent seroit encore d'avis qu'à présent que nous sommes rentrés en pleine puissance, etc. » (*Rapport adressé par Meynne, fourrier de la garnison d'Ipres au Magistrat de la ville, le 18 février 1782.* Archives communales d'Ypres.)

2 Le comte de Nassau-Lalecq, seigneur de Beverwaard et Odijk, né en 1697, mort à Utrecht en 1781.

3 « Il vexe par ce moien les blanchisseurs et occupeurs des prairies en inondant subitement les dites prairies jusque là qu'ils ont eu souvent leurs fils, toiles, et foins déjà fauchez entièrement sous l'eau, ce qui leur a causé des pertes très considérables. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f° 354.)

4 Voir Mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I.

rien dans les dégâts que l'on dénonce : ce sont « ceux de Courtrai qui arrêtent pour des raisons particulières ». Le Gouverneur a signalé la chose à ses maîtres, mais les États, par discrétion, n'ont pas voulu soulever d'incident.

Ils reconnaissent que la question est d'une grande importance pour les habitants de Menin, et ils sont disposés à « se concerter ensemble pour définir pour toujours sur quelle hauteur les eaux devront être tenues l'hiver et l'été à Courtrai, à Harlebeke et à Menin [1] ».

Mais ces bonnes dispositions ne se traduisent pas en actes, et, le 23 décembre 1740, à la suite de nouvelles doléances du Magistrat de Menin, le Conseil suprême des Pays-Bas propose à Marie-Thérèse de faire des démarches auprès du Résident de la République « pour contenir le comte de Nassau-Lalecq, dont la conduite est déjà assez connue, dans les bornes à ne pas commettre de pareils excès très préjudiciables aux sujets de Sa Majesté [2] ».

Au lieu de « contenir » leur représentant à Menin, les États-Généraux épousent une nouvelle querelle que le comte cherche aux riverains de la Lys [3]. Il prétend interdire le rouissage du lin, alors comme aujourd'hui indispensable à l'existence de l'industrie régionale, parce que, dit-il, ce procédé empeste les bords de la rivière, et surtout parce qu'il diminue le rapport de la pêche en faisant périr beaucoup de poissons.

On ira jusqu'à interdire aux blanchisseurs d'Ypres de laver leurs toiles dans les fossés, pour la même raison, alors que cela s'est pratiqué de tout temps sans inconvénient appréciable [4].

Dix ans plus tard, les autorités sont toujours aux prises : le Grand Bailli de Menin fait observer au Gouverneur hollandais que la pêche dans la Lys

1 Voir Mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I.

2 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.7}{3}$: ad litt. M.

3 Voir la résolution des États-Généraux du 19 septembre 1741. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Verbaal Kinschot*, I, 1741.) — Voir aussi, ibidem, *Resolutien van H. H. M. Heeren de Staten generaal*, ann. 1741, f° 214.

4 Archives du Royaume à La Haye. *Verbalen en bijlagen van de gewezenen Resident J.-A. Van Kinschot over den jaere 1743 met de origineele memorien toe specteerende*, II. (Mémoire de 24 pages in-8°.)



appartient à l'Empereur. Sa lettre est d'une parfaite courtoisie[1]. L'officier ne daigne pas de répondre directement : il envoie au Magistrat un de ses subordonnés pour lui signifier purement et simplement qu'il n'a aucune concession à faire.

Tournai est peut-être la seule place forte de la Barrière où la question ait été réglée de façon correcte.

Les États-Généraux avaient consenti à laisser la pêche au Magistrat, s'il parvenait à établir juridiquement les droits de la ville[2]. Des conférences furent tenues entre des commissaires hollandais et tournaisiens, et, après de longues négociations le Gouverneur, Robert Murray, reconnut, par une déclaration formelle du 24 mai 1718, que les revendications de l'autorité communale étaient fondées[3].

1 « Je prends la liberté de vous prier, Monsieur, de ne plus vouloir vous attirer la dite pêche qui est une prérogative de S. M. I. et de bien vouloir défendre à vos officiers et autres qui sont sous votre commandement d'y aller. Je n'ai pas voulu y aller moi-même sans donner avis à Votre Seigneurerie, vu que je suis ennemi des difficultez, et j'ose espérer que Monsieur aura la bonté de me faire tant de grâce de me bien vouloir mander son intention. » (*Lettre adressée au baron de Lely, commandant de la place, par le Grand bailli de Menin, Pharazyn, le 25 novembre 1751.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven,* 1743-1749-1751.) — Le baron de Lely transmit cette missive au Résident Kinschot et ajouta : « Je n'ai pas jugé à propos de lui donner mes intentions par écrit, mais j'aij envoié mon Aide-major Schutz lui dire que je conserveraij la chasse et la pêche qui de tout tems a été affecté à ce commandement pour celui qui la compètera. » (Ibidem.)

2 « La pêche sera laissée à la ville pour autant que le Magistrat peut faire voir par des baux en fermes et comptes de la ville d'avoir de tems immémorial affermé au profit de la ville la pescherie en la rivière et dans les deux nouveaux canaux l'un allant du moulin à drap, l'autre derrière le vieux château, n'estant pas de destituer les villes de leur propre bien dont ils ont jouy sous la régence précédente. » (Archives communales de Tournai. Registre à taille, février 1715, f° 220.)

3 Murray constate que la pêche de l'Escaut appartient à la ville depuis 1535, et celle des deux nouveaux canaux depuis 1691. (Ibidem, 24 mai 1718, f° 248.)



CHAPITRE VIII.

LES GARNISONS DE LA BARRIÈRE ET LES CORPS DE MÉTIERS.

La question des métiers à Tournai en 1715. — Pétition des bouchers d'Ypres en 1715. — Le règlement de 1716. — Réclamations adressées par le comte d'Harrach aux États-Généraux. — Plaintes à Furnes et à Namur. — La question des vivandiers. – Accusations portées par le général de Colyear contre le Magistrat de Furnes. — Enquête ordonnée par le Conseil privé. — La question portée aux conférences de 1738. — Les tailleurs et cordonniers de Termonde en 1750. — Rôle du Résident des Provinces-Unies dans cette affaire. — Attitude loyale du gouvernement de Bruxelles dans les contestations soulevées par les métiers de Namur. — Les prétentions des bouchers de Namur repoussées en 1780.

Nos ancêtres, on l'a vu, étaient fort chatouilleux quand leurs idées religieuses ou le droit de police de leurs magistrats communaux semblaient menacés. Ils n'étaient pas moins attentifs à la défense de leurs intérêts matériels.

Dans ce domaine il y eut aussi maint orage, et l'histoire de nos villes fortes pendant les soixante-sept années de l'occupation hollandaise n'est pour ainsi dire qu'une longue querelle entre les troupes et les corps de métiers.

Tout au début de l'occupation, le comte d'Albemarle écrit à son gouvernement que le Magistrat de Tournai « tend uniquement à couper la gorge à la garnison, à rendre les soldats esclaves et dépendans de la bourgeoisie jusqu'à les obliger d'y faire racommoder leurs souliers, pour laisser le champ libre aux bourgeois d'écorcher le pauvre soldat[1] ».

Dès 1715, une pétition des bouchers d'Ypres dénonce la concurrence

[1] Lettre du 8 janvier 1715. (Hoverlant, LXXXIV, 253.)

illégale des militaires et le danger que leur négoce non surveillé fait courir à la santé publique [1].

Vingt ans plus tard, des réclamations analogues se font jour avec une nouvelle intensité [2], et le comte d'Harrach, ministre plénipotentiaire, transmettant ces plaintes à La Haye, insiste vivement auprès des États-Généraux pour que l'on supprime ce « tuage » en vue de rétablir « la bonne union et harmonie » qui en souffrent depuis si longtemps [3].

Cette fois le gouvernement hollandais tint la main à la stricte exécution du traité de la Barrière [4] : le Gouverneur reçut ordre de saisir les viandes illégalement exposées en vente et de demander au métier lésé quelle satisfaction il exigeait pour le préjudice subi [5].

Mais il n'en va pas de même à Furnes, bien qu'une enquête en règle ait

[1] « Un cavailler qui est de la garnison de la ville d'Ipres, s'est ingéré d'y faire publiquement le métier de boucher, d'y tuer des bestiaux et de rependre (*sic*) la viande dans les casernes et sans doute aussi dans la ville au grand préjudice du droit et immunité du corps des supplians, et non sans grand danger qu'il s'y coulera des viandes corrompues et infectées. » (*Pétition adressée à l'Empereur par les bouchers d'Ypres, le 15 novembre 1715.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVI, f°s 30-31.)

[2] *Plainte des bouchers d'Ipres sur ce que les soldats de la garnison se mêlent de tuer du bétail et d'en débiter la viande.* (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Assendelft. Brieven en Bijlagen van Graaf van Harrach,* 1733-1739.)

[3] Ibidem.

[4] Le règlement arrêté à Anvers, le 30 janvier 1716, en exécution du traité de la Barrière, porte à l'article XVII : « Il ne sera pas permis aux troupes de vendre ou de débiter aucune boisson, tabac, ni autres denrées dans les villes et jurisdiction d'icelles, non plus que dans les casernes et au plat païs et on ne souffrira pas que les vivandiers le fassent. » (*Placards de Flandre,* IV, f° 1643.)

[5] Les archives de Bruxelles, de La Haye, de Tournai et d'Ypres ne possèdent pas de pièces en rapport direct avec la solution de cette affaire ; mais dans le dossier relatif à un conflit de même nature qui surgit à Furnes en 1735, se trouve une lettre du métier des bouchers d'Ypres à ceux de Furnes, datée du 20 septembre 1735 ; nous y lisons ce qui suit :

« Quelques militaires aiant été si hardis que de tuer des bêtes et d'en vendre les viandes au préjudice de notre métier, Son Altesse Sérénissime le prince de Holstein, lors gouverneur, a fait saisir les dites viandes à main forte, et il a été demandé au dit métier ce qu'ils vouloient qu'on infligeroit aux prévaricateurs, en conformité du traité de Barrière conclu à Anvers. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII f° 103-108.)



été faite [1] en 1735, ni à Namur où le commandant de la place ne semble pas animé des sentiments de justice que professe son collègue d'Ypres [2].

La question était d'ailleurs plus complexe dans la première de ces villes, et le gouvernement central fut appelé à intervenir.

Le général de Colyear avait autorisé les vivandiers de la garnison à acheter et à tuer des bestiaux pour en revendre la viande cuite en détail. Le Magistrat fit remarquer que cette « façon d'édit » aurait pour effet de conférer aux vivandiers un privilège supérieur à celui des bourgeois, puisque ceux-ci ne pouvaient acheter et tuer du bétail que pour leur consommation personnelle, le débit étant exclusivement réservé au métier des bouchers.

Le Général répondit que la chose était indispensable [3], et que les vivandiers ne pouvaient, du reste, vendre leurs vivres qu'aux militaires. Si, comme on le lui objectait, il était difficile de faire observer le règlement d'une manière ponctuelle, la faute en était au Magistrat qui n'accomplissait pas ses devoirs en matière de logement de la garnison [4].

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f°s 103-108. En annexe figure tout le dossier de cette enquête. — Voir aussi : *Déduction des griefs causez par l'état-major et garnison hollandaise en la ville de Furnes.* (Ibidem. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

2 Le 12 mai 1738, le Magistrat de Namur dénonce au pouvoir central « l'interprétation sinistre » que le commandant hollandais donne au traité. (Ibidem.)

3 « C'est une observance nécessaire et certaine qu'auprès de chaque régiment on tolère quelques vivandiers afin qu'ils puissent débiter de la soupe, de la chair cuite ou rotie, du lard et autres choses aux soldats qui ne sont pas mariés et qui ne tiennent pas chambrée, lesquels sans cette permission ne pourroient jamais faire un petit repas. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 508.)

4 « Les vivandiers ont reçu ordre de ne vendre qu'aux seuls militaires, mais cela paroît impossible à ceux du Magistrat, parce qu'il est permis de bâtir tant de maisons dans l'enclos des casernes, dans lesquelles on fait toute sorte de négoce de genèvre, eau de vie, bierre et autres choses à la perte totale de la garnison, dont les soldats sont nuit et jour dans les dites maisons, qui, outre cela, sont peut-être encore des lieux de débauche, ce qu'il (c'est-à-dire le général) ne peut empêcher, à moins de faire constamment patrouiller d'une maison dans l'autre, qu'il s'en est inutilement plaint au Magistrat, qui n'y met aucun ordre.

» Que pour y remédier, il devra défendre à ses soldats l'entrée de ces maisons dangereuses, où pour maintenir le repos dans les casernes pendant la nuit, il sera obligé de



Une nouvelle contestation vient donc se greffer sur la première. Le Général accuse les autorités civiles de manquer de complaisance [1], et, après s'être livré à de longues digressions, revenant au litige principal, il interprète à sa manière le texte de l'article invoqué : le sens en doit être que les vivandiers militaires ne peuvent pas entrer en concurrence avec les corporations en vendant leurs denrées aux bourgeois.

Naturellement cette interprétation n'est pas celle des échevins. Pour eux, la viande que l'on vend aux soldats, même dans les casernes, doit avoir été achetée chez les maîtres bouchers [2].

séparer les dites maisons des casernes par une rangée de palissades dont la barrière se fermera toutes les nuits

» Qu'il espère que le Magistrat mettra lesdites casernes tellement en état que toute sa garnison puisse y loger, dont à présent une partie, faute de place, doit loger dans les dittes maisons à ses frais, qu'il espère qu'on lui donnera appaisement sur ses plaintes, puisqu'il n'y a pas d'apparence de casernes, mais que ce ne sont que cabarets sur cabarets. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 508.)

Le Magistrat est très froissé par ces observations du général de Colyear, et il réplique : « Il n'y a aucune maison bourgeoise aux casernes suspecte, moins encore qui serviroit de lieu de débauche, que si néanmoins on les indiquoit, nous sommes trop rigoureux sur ce point pour les y souffrir.

» Cela est si contraire à la vérité, que depuis de longues années aucune fille de joije n'a été vue dans lesdites maisons, mais bien grand nombre ailleurs, et qu'ils osent avancer que ce sont presque les seuls militairs qui corrompent les filles que le Magistrat chasse. » (Ibidem.)

1 A cette occasion le Général attaque très vivement les autorités namuroises, mêlant à la présente affaire plusieurs autres qui n'ont avec elle aucun rapport. Voici un passage de son curieux factum : « Pour donner un eschantillon du peu de complaisance du Magistrat, je dirai qu'il y a quelque tems qu'aiant permis à leurs deputez de visiter les casernes pour voir si on n'y faisoit point quelques distillations, ils trouvèrent un soldat qui avoit un alambic avec lequel il distilloit l'eau de cérise, ce qui seroit un grand secret, lequel alambic ils enlevèrent.

» Cette année, ce soldat étant allé sur le territoire de Liége, il fit redemander l'alambic, avec promesse que ledit soldat ne s'en serviroit pas sur le territoire de Sa Majesté Impériale et Catholique, et que lorsqu'il reviendroit, il garderoit lui même l'alambic, afin de le mettre en pleine assurance.

» Ils ont fait répondre qu'ils rendroient l'alambic quand la garnison sortiroit, et l'ont fait prier de défendre audit soldat de faire telle distillation, ce que je n'ai pu accorder, pour ne pas empêcher ce soldat de gagner sa vie en exerçant ce secret. » (Ibidem.)

2 « Qu'il soit interdit aux vivandiers de vendre de la viande cuite aux militaires, ne soient qu'ils l'aient achetée fraîche chez les maîtres bouchers, comme des bourgeois, aubergistes et rôtisseurs. » (Ibidem.)



Les vivandiers, soutenus par le Général, poursuivirent leur négoce sans se soucier des réclamations du métier[1].

Le conflit ayant été soumis au pouvoir central, le Conseil privé prescrivit d'abord une enquête sur la pratique usitée en cette matière dans les autres places occupées par les Hollandais[2].

Nous ne possédons que les renseignements recueillis à Tournai, à Ypres et à Menin; dans ces trois garnisons le commerce de l'espèce n'existe pas[3].

Le Conseil privé estima que l'affaire était peu considérable en soi, et que les embarras auxquels on s'exposait étaient hors de proportion avec l'importance du litige[4]. Il suggéra, en conséquence, à l'Archiduchesse « de faire connaître à ceux du Magistrat de Namur qu'il convient qu'ils usent d'un peu de dissimulation dans la conjecture délicate où nous sommes[5] ».

La question fut portée aux conférences de 1738 par les commissaires de

1 « Tenant balances pendues dans la boutique, il y vend et debitte par poids à tous et un chacun, l'aiant entendu dire plusieurs fois qu'il achèteroit et tueroit porcqs, veaux, bœufs, vaches et touttes autres, et qu'il les venderoit à tous et un chacun sans que personne fut capable de l'en empecher, et nommément en termes que son colonel le soutiendroit et que les bouchers n'avoient qu'à porter tant de plaintes qu'ils voudroient, qu'ils n'étoient point capables de lui faire empescher, et qu'il se f... bien d'eux. » (*Dénonciation du métier des bouchers de Namur à charge de Jean Bever du régiment du Cronprinz, 12 octobre 1734.* Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.) — Ce dossier contient sept dénonciations du même genre.

2 Ibidem. Conseil privé, registre aux Consultes XXVII, f°s 117-125.

3 Pour Tournai et Ypres, la réponse négative est très brève. Le Magistrat de Menin entre dans plus de détails : « Quoique les vivandiers tenant gargotte aux cazernes donnent la soupe et viande bouillie aux soldats qui viennent manger chez eux, ils ne se sont cependant de notre connoissance avisé de tenir boutique de viande cuite de cochon et autres pour l'exposer en vente. Cette vente n'est icij permise qu'à ceux qui sont admis par le corp de stil des cabaretiers et hobergistes. C'est par la raison que l'article XVII du traité de Barrière défend aux troupes aussi bien qu'aux vivandiers de vendre ou debiter aucune boisson, tabac ou autre denrées dans les villes non plus que dans les casernes, qu'ils estiment devoir s'étendre à tout commerce qui pourroit nuire à celui de la bourgeoisie dont la viande cuite fait partie (*sic*). » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 508.)

4 « Nous disons un objet de si peu d'importance parce qu'il ne s'agit en effet que de quelques porcs qui se tuent et se débitent aux soldats qui ne sont pas mariez et ne tiennent pas chambrée, ainsi le tort qui en peut revenir aux bouchers ne peut être que très petit. » (Ibidem, registre aux Consultes XXVII, f°s 117-125.)

5 Ibidem.

l'Autriche[1]. Les représentants des Provinces-Unies promirent que des ordres seraient donnés à tous les commandants afin de faire exécuter à la lettre le règlement de 1716, et au congrès de Lille, on convint de stipulations suffisamment explicites[2].

Ces arrangements ne devaient point avoir d'effet durable.

A Termonde, en 1750, le Gouverneur autrichien[3] adresse des observations au major hollandais de Wrede parce que des soldats placés sous ses ordres exercent le métier de tailleur et de cordonnier. L'officier proteste « qu'ils ne font aucun ouvrage pour âme qui vive que pour le battaillon[4] ».

1 Voir Mémoire de Keerle aux pièces justificatives, n° I. — Voir aussi le volumineux *Mémoire circonstancié de l'infraction faite par la garnison hollandaise à l'article XVII du règlement d'Anvers et des différents avis et reflections faites à ce sujet par aucuns membres du collège de la ville et châtelinie* (sic) *de Furnes*. (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

2 Les commissaires impériaux avaient proposé la rédaction suivante : « On fera pareillement défense de la part des Sérénissimes États-généraux aux militaires et à tous autres, à prétexte de dépendre de l'état-major, de faire le moindre débit ou trafic, à moins d'être admis dans les corps des métiers, et qu'en cet égard sera observé rigoureusement l'article XVII du règlement de l'an 1716, avec peine de confiscation des marchandises ou denrées, et d'amende à convenir, lequel règlement ils ne pourront pas éluder sous prétexte qu'ils ne font ce négoce ou trafic qu'entre eux ; et si quelque militaire s'avisât d'y contrevenir, les Gouverneurs et commandans en étant requis par ceux du Magistrat, devront leur donner toute aide et assistance pour son entière exécution sur le même pied qu'ils sont obligés de l'accorder aux emploiés à la perception des droits et impôts sur le brandevin. »

Après discussion, on tomba d'accord pour arrêter les termes que voici : « On renouvellera pareillement la défense portée par l'article XVII du règlement de l'an 1716, par lequel il est statué qu'il ne sera pas permis aux troupes de vendre ou de débiter aucune boisson, tabac, ni autres denrées dans les villes et juridiction d'icelles, non plus que dans les casernes et au Plat Païs, et qu'on ne souffrira point que les vivandiers le fassent, et que si quelqu'un y contrevient, en tel cas il sera très sévèrement puni par les peines ou amendes à statuer de Leurs Hautes Puissances les États-généraux des Provinces-Unies. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, portefeuille n° 426, $\frac{0}{\frac{\text{ad H}}{\text{i}}}$ ad n[m] 54.)

3 Le baron de Tornaco.

4 *Dépêche adressée par le baron de Wrede au baron de Haren Grietman de Bild, Députe de Leurs Hautes Puissances à la cour de Son Altesse Royale le Duc Charles de Lorraine à Bruxelles*. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel. Diverse brieven*. 1743-1749 1751.)



De son côté, le Magistrat dénonce les militaires qui vendent des liqueurs et des comestibles au détriment du commerce local [1].

Ces réclamations sont mal reçues par l'autorité hollandaise, et le représentant de l'Impératrice à Termonde se plaint du mépris systématique que l'on affecte à l'égard de son autorité.

Il est de fait que les propos tenus par les officiers au service de la République manquaient souvent de mesure et de courtoisie. C'est ainsi que le bourgmestre ayant signalé des trafics illicites exercés par des soldats du bataillon de Sturler, le major Stockar riposta « que ceux du Magistrat n'étoient que de la canaille [2] », et, malgré ces insolences, il fut soutenu par le Résident des Provinces-Unies [3]. Le baron de Tornaco infligea des arrêts au major, et répondit avec une certaine raideur à Van Haren qu'il ne lui reconnaissait pas le droit d'intervenir dans une affaire de service.

Le diplomate comprit qu'il était allé trop loin, et protesta qu'il avait voulu procéder seulement par voie de conseil [4].

[1] Dépêche du 6 mars 1743. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f[os] 100-101.)

[2] « Le major Stockar de Neuform avait promis que son bataillon de Sturler ne tueroit plus de bêtes, mais étant allé à Bruxelles, il vit le Résident Van Haren, qui lui donna ordre de continuer à tuer des bestiaux, comme ci-devant. Il fit tuer une vache, s'étant même émancipé de dire en ma présence que les messieurs du Magistrat n'étoient que des canails. » (*Plainte adressée par le gouverneur de Termonde au Prince Charles de Lorraine le 23 mars 1753.* Archives du Royaume à La Haye, *Brussel*, *Negotiatie tot herstel der Barrière.* 1749-1750.) — Dans une lettre d'explications qu'il écrivit au Gouverneur, le major s'exprime ainsi : « ... L'on m'assure que dans l'agitation que de pareils discours m'avoient causé, je dois avoir laché le mot de canaille en parlant du Magistrat de Dendermonde... Mais on n'a pas daigné nous donner la moindre satisfaction, si bien que toutes ces raisons peuvent m'avoir extorqué le mot dont on me veut accuser. » (Ibidem, *Brussel, Diverse brieven,* 1752-1753.)

[3] « Par toutes ces circonstances il est aisé à conclure que M. de Haren, au lieu de déborter le major Stockar de son procédé, il doit l'y avoir nourri et fomenté. » (*Dépêche adressée le 11 avril 1753 par le baron de Tornaco au Prince Charles de Lorraine.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f[os] 100-101.)

[4] « Il est vrai que je n'ai rien à ordonner à Termonde, mais je crois qu'il m'est permis d'assister de mes conseils la garnison de Leurs Hautes Puissances qui s'y trouve. » (*Dépêche adressée par le Résident Van Haren au baron de Tornaco, le 26 mars 1753.* Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek Van Haren van 13 maart 1752 tot 6 february 1756,* f° 120.)

Mais tandis qu'il tient ce langage au général autrichien, il écrit à l'officier hollandais qu'il a raison sur le fond de l'incident, et que son seul tort réside dans la vivacité de son langage[1]. Et en même temps il adresse au prince Charles de Lorraine un réquisitoire en règle contre le Gouverneur de Termonde, et demande que cet officier soit formellement désavoué[2].

Céder à une pareille exigence eût été une insigne faiblesse, et le prince Charles, quelque porté qu'il fût pour les solutions conciliantes, avait une idée trop juste des obligations de sa charge et de la dignité nationale pour ne pas opposer une fière résistance à une prétention aussi peu fondée.

Le comte de Neny fut chargé de réfuter le mémoire hollandais en fait et en droit[3]. Il conclut en déclarant la conduite du baron de Tornaco irréprochable; le major Stockar avait été justement frappé et méritait une peine sévère, tant pour sa désobéissance que pour la manière outrageante dont il s'était exprimé à l'égard du Magistrat. Si les États-Généraux s'étaient crus fondés à formuler des plaintes, leur devoir était d'en saisir le gouvernement « au lieu d'insinuer audit major de désobéir au commandant de la place où il est en garnison, et de persévérer dans une contravention manifeste au règlement[4] ».

1 « Il ne faut rien modifier de ce qui existe, mais permettés moi de vous dire que vous auriés mieux fait de n'avoir laché aucun mot à l'égard du Magistrat. » (Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek Van Haren van 15 maart 1752 tot 6 february 1756*, f° 121.)

2 « Leurs Hautes Puissances ne peuvent regarder la conduite du Gouverneur de Termonde que comme une décision précipitée qu'il a entrepris de donner sur un point qui n'est en aucune façon de son ressort, et une manière d'agir peu amicale. » (Ibidem, f°s 124-125.)

3 Le mémoire de Neny est transcrit intégralement dans le registre DCCLXI de la Secrétairerie d'Etat et de guerre (f°s 82-84). Il rappelle et commente l'article XVII du Règlement du 30 janvier 1716, et conclut ainsi : « S'il est permis aux vivandiers dans les places de la Barrière de vendre de la viande aux troupes de Leurs Hautes Puissances, elles pourroient, par le même principe, avoir dans leurs casernes et ailleurs des vendeurs de vin, de bière, d'eau de vie, de tabac et de toutes autres denrées, puisque le règlement comprend tout cela dans une seule et même cathégorie, et que l'un n'est pas plus défendu que l'autre. D'où il arriveroit qu'il s'établiroit dans les villes de Sa Majesté, sous la protection des garnisons hollandaises des corps privilégiés pour vendre toutes sortes de denrées au préjudice irréparable des mêmes villes et à la ruine de leurs habitants. »

4 Ibidem.

Le prince Charles de Lorraine approuva les conclusions de Neny ainsi que les actes de Tornaco, et décida que Stockar ne serait relevé de ses arrêts que s'il donnait sa parole d'honneur d'observer les règlements à l'avenir[1].

L'officier hollandais s'inclina, et la paix régna pour quelque temps[2].

Mais lorsque les difficultés sont aplanies sur un point du territoire, elles ne tardent pas à renaître ailleurs, et, il faut bien le dire, les corps de métiers ont une tendance manifeste à exagérer leurs droits et à formuler des exigences illégales. Seulement, quand une pareille situation se produit, nous avons pu le constater plus d'une fois, le gouvernement central, soucieux de ses devoirs, éclaire ses administrés, leur démontre leur erreur, et loin de les soutenir dans des revendications injustifiées, les rappelle à l'exécution de la loi.

C'est ce qui se passa notamment à Namur, en 1766.

Le Magistrat de cette ville se plaignait de la concurrence faite aux ouvriers de divers métiers par les soldats hollandais[3]. Ses remontrances ne furent pas accueillies; le baron de Hertell répondit que les travaux signalés dans la dépêche du Bourgmestre s'exécutaient uniquement pour le service des troupes, et que de la sorte le traité de la Barrière ne subissait aucune violation. S'il lui est démontré que des soldats ont travaillé pour des

[1] *Dépêche adressée par le baron de Tornaco au prince Charles de Lorraine, le 15 avril 1753.* (Ibidem, f°s 109-110.)

[2] De nouvelles difficultés du même genre surgirent en 1758, mais on parvint à les aplanir assez rapidement. (Ibidem, registre DCCLXIII, f°s 346-353.)

[3] « Ces soldats font des bottes, souliers, selles neuves, habits complets, tant en uniformes qu'en habit de goût pour les officiers, tables, comodes, buffets, lits, et tout ce qui dépend de la menuiserie; en outre ils font commerce public dans les cazernes en vendant indistinctement à qui que ce soit du beure, fromage, harengs, poudre à poudrer, terre, houille, et des viandes de toute espèce, tout cela sans compter le préjudice dérivant du commerce que font aussi les officiers et sergens. Les officiers reçoivent tous les deux ans des fins draps de Hollande pour se faire faire des uniformes, mais au lieu de les mettre en œuvre, il conservent par œconomie leurs vieux habits, les font retourner, et vendent leurs draps neufs en détail à quiconque souhaite d'en avoir, au préjudice des commerçans de la ville et des manufactures du païs. » (*Dépêche adressée par le Magistrat de Namur au prince Charles de Lorraine, le 14 juillet 1766.* Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 509.)

bourgeois, il s'engage à les punir sévèrement, mais il constate que la preuve n'est pas fournie [1].

Le Conseil privé, après une enquête minutieuse, donna raison au Gouverneur hollandais, et proposa au prince Charles de Lorraine « d'éconduire les supplians de leur demande [2] ». Le Magistrat eut beau insister, et prétendre que les allégations de l'état-major n'étaient qu'une « couverture pour la fraude [3] », il n'obtint aucun succès.

Nous retrouvons le même esprit de justice en 1780 : Une réclamation des bouchers de Namur est rejetée, parce que le Conseil privé, après avoir instruit l'affaire avec soin, conclut « qu'il y a de l'excès dans la réclamation ». A son avis, « l'agitation des bouchers dérive plutôt de cet esprit d'anxiétude qui anime les corps de métiers sur tout ce qui tient à leur exclusive, que de la réalité des choses [4] ».

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 509. — Voir aussi la dénonciation adressée en 1721 au Magistrat de Namur par le métier des cordonniers à charge de onze cordonniers militaires. (Ibidem, Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

2 Le Conseil privé fait remarquer que les garnisons de la Barrière peuvent, en vertu de l'article X du traité, tirer de Hollande tout ce qui leur est nécessaire pour leur habillement, équipement ou armement : « pour tout cela, ceux des métiers n'ont pas à se plaindre, telles que soient leurs chartres ... s'ils n'ont donc aucun droit de se plaindre que les troupes de la Barrière fassent venir de la Hollande tout ce qui est spécifié en l'article X du traité, on ne voit pas quelle raison l'on pourroit avoir d'empêcher que ces mêmes troupes puissent faire faire par leurs gens ce qui est destiné à leur usage, et il y auroit même en un tel sistème ceci de préjudiciable, qu'il est plus avantageux au Païs que le tout s'y fasse, que de le tirer tout à fait de l'étranger par l'utilité qui en revient de l'achat de la matière, comme du fer, du cuivre et autres choses nécessaires. ... L'on ne voit pas aussi sur quel fondement on voudroit empecher ceux de la garnison hollandoise de vendre leurs vieilles uniformes ni le drap qu'ils pourroient avoir en superflu, puisqu'il est constant qu'il est permis à tous les manans, sans qu'on en ait jamais fait difficulté, de vendre leurs vieux habits à qui il leur plaît, et même les coupons de draps qui leur seroient superflu, ce qui surement ne peut être envisagé comme commerce. ... D'après ces observations, nous estimons que la réponse qu'a fait le commandant de Hertell à ceux du Magistrat auroit dû leur suffire, et qu'il pourroit plaire à V. A. R. d'éconduire les supplians de leur demande ou de laisser leur requête sans disposition. » ... En marge : « Je me conforme. Charles de Lorraine »

3 « On aura beau dire que c'est pour la garnison que les soldats travaillent et font le commerce, pareil prétexte ne sera jamais qu'une couverture sous laquelle les fraudes clandestinnes seront multipliées à l'infini au préjudice des marchands et des maîtres des métiers de la ville. » (Ibidem.)

4 Voir *Le Voyage de l'Empereur Joseph II dans les Pays-Bas au XVIIIe siècle*, 257.



CHAPITRE IX.

LES DETTES CONTRACTÉES PAR LES MILITAIRES HOLLANDAIS.

La situation en 1713. — Enquête faite en 1731 par le bourgmestre d'Ypres. — Abus constatés à Namur en 1749. — Ordonnance portée en 1752 par le Conseil de guerre des Provinces-Unies sur les dettes des militaires. — Le prince Charles de Lorraine interdit la publication de cette ordonnance dans les Pays-Bas. — Les dettes du bataillon d'Orange-Nassau à Termonde en 1752. — Le Résident des Provinces-Unies et le Magistrat de Termonde. — Modération du prince Charles de Lorraine. — Doléances du Magistrat d'Ypres en 1756 et du Magistrat de Tournai en 1758. — Saisie opérée à charge du général de Schwarzenberg. — La succession du général de Jaijmaert à Tournai. — La situation en 1782.

Voici encore une source de difficultés qui faillit amener plus d'une fois de graves incidents.

Avant même que le traité de la Barrière soit conclu, dès 1713, les États-Généraux se préoccupent des dettes contractées par leurs troupes dans les Pays-Bas[1]. Puis le silence se fait pendant plusieurs années.

En 1731, le bourgmestre d'Ypres, apprenant qu'un changement de garnison est prochain, et sachant que beaucoup d'officiers et de soldats sont débiteurs de bourgeois de la ville, s'adressa à ses collègues de Furnes, de Menin et de Namur, afin de savoir comment ils agissaient en pareil cas pour sauvegarder les intérêts de leurs administrés.

Les archives communales d'Ypres conservent les réponses qui furent faites à cette circulaire.

A Namur, on n'a jamais éprouvé de difficulté à obtenir le paiement des créances à charge de militaires; le Conseil de guerre a toujours fait rendre prompte justice. Le bourgmestre de Furnes se contente, à chaque changement de garnison, d'aviser ses concitoyens par voie d'affiches, que s'ils font crédit

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 7 juillet 1713, f° 828.



aux soldats étrangers, c'est à leurs risques et périls. On procède de la même manière à Menin [1].

Les choses ne paraissent pas s'être aggravées à ce moment, car un temps assez long se passe sans qu'il en soit question dans les correspondances officielles.

Mais, en 1749, des abus sont constatés à Namur, et le Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen demande au Résident Kinschot d'intervenir pour les faire cesser [2]. En 1750, le Magistrat de Tournai constate que « les officiers ne paient ni leurs logements ni leurs fournisseurs [3] ».

Un peu plus tard, au mois de janvier 1752, les commandants hollandais de Tournai, Namur et Ypres publièrent des ordonnances du Conseil de guerre des Provinces-Unies, touchant les dettes contractées par des mili-

1 Voici le texte de la lettre du Magistrat de Menin :

« Aians passé plusieurs années expérimenté les difficultés qui se rencontroient à chaque changement de garnison au sujet de ce que les bourgeois et habitans de cette ville trouvoient bon aux soldats, sergeans et autres des régimens qui sortoient, nous n'avons, après bien des devoirs, point sçu trouver un meilleur expedient pour y remédier que de faire publier à l'entrée de chaque nouvelle garnison, tant de notre part que de Monsieur le Gouverneur, que personne ne feroit dorenavent credit aux militaires pour lequel sujet ou raison que se soit, et que ceux qui s'aviseront de le faire, pourront imputer à eux mêmes toute telle perte qui en pourroit resulter.

» Ce qui a jusqu'icij tellement engagé un chacun à prendre ces précautions et mesures convenables que nous n'entendons plus aucunes les moindres plaintes à cet égard.

» Vous approuverés, comme nous croions, Messieurs, ce moien quand vous refléchirés que malgré telle régulative qu'on pouroit obtenir, il n'en seroit pas moins vrai qu'on trouveroit toujours le secret pour illuder les bourgeois.

» Nous sommes avec considération et respect,

» Messieurs,

» Vos très humbles et très obéissans serviteurs,

» Les Bourgmestre et Eschevins de la ville de Menin,

» L. Cousijn.

» De Menin, le 1er maij 1731. »

(Archives communales d'Ypres. *Logements militaires. Dettes des garnisons,* 1490-1798.)

2 *Dépêche du 1er juillet 1749.* (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven,* 1749-1750.)

3 *Dépêche des Consaux de Tournai au Magistrat d'Ypres.* (Archives communales de Tournay. Registres aux rescriptions, 1751, f° 84.) — *Plaintes du Magistrat de Tournai au Ministre plénipotentiaire.* (Ibidem, f° 90.)



taires, et ils exprimèrent le désir que cette publication fût sanctionnée par les échevins.

Ceux-ci demandèrent d'abord des instructions au Gouverneur général. Le Conseil privé, consulté par le prince Charles de Lorraine, estima les règles prescrites par le Conseil de guerre « injustes, et qui tourneroient toutes au préjudice des sujets de Sa Majesté », parce que, d'après ces ordonnances, en matière d'obligations contractées entre militaires et bourgeois, le serment de l'officier suffit à décider le litige [1], et parce que, d'autre part, la défense de dépasser un crédit déterminé [2] favorise les débiteurs de mauvaise foi. Les juges militaires appliqueront ces règles nouvelles dans les procès intentés par des négociants regnicoles à des soldats étrangers, et il en résultera des mécontentements qui pourront amener des conséquences politiques fâcheuses [3].

Le prince Charles de Lorraine, se ralliant à cet avis, fit savoir au Résident hollandais que, tout en rendant justice aux intentions des États-Généraux [4],

[1] « Au fait des obligations que les militaires contracteroient avec les bourgeois pour argent avancé ou marchandises livrées, l'on ne pouvoit faire droit que sur la foi et serment des officiers quand même les obligations de ceux-ci porteroient une renonciation à l'exception d'argent non compté, ce qui favoriseroit les débiteurs de mauvaise foi. » (*Dépêche adressée par le prince Charles de Lorraine à Marie-Thérèse, le 19 février 1752.* Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 37}{2}$: ad H.)

[2] « Une autre ordonnance défendoit d'accorder pour la nourriture, les écots et loyers, un crédit qui excédât l'import d'un mois de gage des officiers en pied, et de trois mois de pension des officiers pensionnés, de façon que si ces officiers font de ces sortes de dépenses en plusieurs cabarets et que toutes ensemble elles peuvent passer l'import ci-dessus, l'un ou l'autre des créditeurs ne pourra manquer d'être frustré de ses prétentions. » (Ibidem.)

[3] « Le mal est que ces ordonnances, quoiqu'elles ne peuvent obliger les sujets de Sa Majesté par aucun endroit, leur feront cependant un tort considérable parce que le juge militaire ou l'état-major hollandais prétendra ne pouvoir pas s'en écarter dans les jugements qu'il aura à porter entre les officiers et les bourgeois, ce qui tôt ou tard devroit amener des evenemens ou des engagemens fâcheux entre les garnisons et les habitans, et par conséquent aussi entre le Gouvernement de Sa Majesté et les États-Généraux. »

[4] « Les vues dans lesquelles l'on a conçu ces ordonnances sont sages et louables, elles tendent à retrancher à l'officier l'occasion et les facilitez qu'il trouve à contracter des dettes, à entretenir par là les dérèglements de la jeunesse, à se ruiner enfin sans ressource. Il n'en est pas de même des moïens qu'on emploie pour arriver à ce but salutaire. » (*Mémoire adressé le 19 février 1752, par le prince Charles de Lorraine au Résident des Provinces-Unies Van Haren.* Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 37}{4}$: ad H.)



il était obligé d'interdire aux Magistrats des villes de se prêter d'aucune manière à l'exécution de ces ordonnances évidemment contraires à l'esprit des traités.

Sans doute, disait le prince, les États-Généraux soutiendront une fois de plus que les ordonnances en question ayant pour unique but la « conservation des garnisons », elles sont légales, mais, de la manière dont les États interprètent ce texte, il n'est pas de tort qu'ils ne puissent faire aux habitants du pays, ni d'usurpation qu'ils ne puissent tenter sur les droits de la Souveraine, seule investie du pouvoir législatif dans toute l'étendue des Pays-Bas [1]. C'est ce que le gouvernement a le devoir d'empêcher. S'il agissait autrement, il donnerait à ses sujets le droit de croire qu'il les abandonne aux caprices des garnisons étrangères.

Examinant la question de droit, le prince reconnaît le caractère licite des ordres du Conseil de guerre portés sur le territoire hollandais, et même dans les places de la Barrière, lorsqu'ils ne concernent que la police de la garnison et ne touchent pas aux privilèges de la population civile. Mais cette fois il s'agit d'une réforme complète de la juridiction admise en matière de contrats, et les intérêts des bourgeois sont manifestement méconnus [2].

Le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne approuva la conduite du prince, mais, toujours animé de la même prudence, — on reconnaît l'influence de l'Impératrice, — il recommanda d'ouvrir des négociations à La Haye pour conclure un arrangement à l'amiable et éviter de nouveaux froissements [3].

[1] « Leurs Hautes Puissances sont trop éclairées pour exiger qu'une loij faite pour leurs sujets, tant militaires que civils, dût également obliger ceux de Sa Majesté. » (Ibidem.

[2] Dans son rapport à l'Impératrice, le prince Charles de Lorraine relevait notamment le passage suivant d'une de ces ordonnances : « Si les officiers débiteurs alléguoient que dans les obligations qu'ils auroient données, il auroit été compris quelques effets livrés, qu'ils auroient vendu depuis, ils passeroient en païant la valeur qu'ils déclareroient en avoir reçue ». De la sorte, dit-il, « les pauvres créanciers peuvent encore être frustrés en ces sortes de cas de la plus grande partie de la valeur des effets livrés, et être les victimes de la mauvaise conduite et économie des officiers ». (Ibidem.) — Voir Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1750-1753, un mémoire, daté du 19 février 1752, à propos de la question des dettes contractées par des militaires.

[3] Voir la consulte du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, du 6 mars 1752. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.37}{1}$: ad H)

Le gouvernement hollandais ne répondit pas d'abord à ces ouvertures, mais, peu de temps après, la question revint au jour.

Le 12 mars 1752, le Résident Van Haren sollicita du Gouverneur général un ordre de route [1] pour le premier bataillon d'Orange-Nassau, qui devait quitter la garnison de Termonde et se rendre à l'Écluse.

Le baron de Tornaco, gouverneur autrichien de la place de Termonde, fit observer que ce bataillon avait contracté des dettes considérables, et que, s'il partait sans les acquitter, plusieurs bourgeois de la ville subiraient un grave préjudice.

Prenant cet avis en considération, et faisant état d'un précédent, le prince Charles de Lorraine notifia au bataillon d'Orange qu'il avait le choix, ou de payer ses créanciers sur l'heure, ou de désigner trois officiers comme otages en garantie d'un paiement prochain [2].

Il avait été amené à prendre une décision aussi ferme par le mécontentement que lui causait l'attitude, peu conforme aux usages diplomatiques, du Résident hollandais. Celui-ci avait fort mal reçu les députés du Magistrat de Termonde qui étaient venus le trouver pour régler officieusement le conflit. D'après le témoignage de Tornaco, Van Haren se serait « servi dans son discours d'une chaleur peu convenable », son langage aurait été « à la fois insensé et indécent, et il se serait émancipé de dire que, s'il avoit été le major, plutôt que d'obéir, il auroit fait mettre son bataillon sous les armes [3] ».

Les États-Généraux intervinrent pour déclarer que l'exigence du prince n'était pas conforme au traité de la Barrière [4], « dont les articles V et XI ont un sens si clair et si décisif qu'on ne sauroit douter un instant de leur

1 L'ordre de route était nécessaire aux Hollandais pour pouvoir circuler hors des places.

2 « Son Altesse Royale se persuade qu'on fera d'autant moins de difficulté de s'y prêter, que les trouppes de Sa Majesté, qui avoient deffendu Maestricht ont été également obligées d'y laisser des otâges pour le paiement de leurs dettes. » (*Mémoire adressé par le prince Charles de Lorraine au Résident Van Haren, le 17 mars 1752.* Ibidem, $\frac{D.38}{3}$: ad H.)

3 Voir la relation des députés de Termonde. (Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f°s 107-108.)

4 Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek van 15 maart 1752 tot 6 februari 1756,* f° 16.



intention[1] », et en le priant de révoquer un ordre « évidemment obtenu par surprise », ils ajoutèrent que la troupe ne laisserait d'otages en aucun cas[2].

Van Haren, en transmettant cette dépêche de son gouvernement, annonçait par une lettre particulière que tout serait payé[3].

1 Voici le texte de ces articles invoqués par les États-Généraux :

Article V : « On est convenu qu'il y aura dans la ville de Dendermonde garnison commune, qui sera composée pour le présent d'un battaillon de troupes impériales et d'un battaillon de celles des États-Généraux, et que, si dans la suite il pourroit être nécessaire d'augmenter ladite garnison, cette augmentation se fera également des troupes de part et d'autre, et de commun concert.

» Le Gouverneur sera mis de la part de Sa Majesté Impériale et Catholique, lequel aussi bien que les subalternes prêteront serment aux États-Généraux de ne jamais rien faire ni permettre dans ladite ville, qui puisse être préjudiciable à leur service, par rapport à la conservation de la ville et de la garnison, et il sera obligé par ledit serment de donner libre passage à leurs troupes toutes et quantes fois il le souhaiteront, pourvu qu'il en soit requis préallablement, et que ce ne soit que pour un nombre modique à la fois, le tout selon le formulaire dont on est convenu, et qui sera inséré à la fin de ce traité. »

Article XI : « Les États-Généraux pourront changer leurs garnisons et les dispositions des troupes dans les villes et places commises à leur garde privative, selon qu'ils le trouveront à propos, sans qu'on puisse empêcher ou arrêter le passage des troupes qu'ils y enverront de tems à autre, ou celles qu'ils en tireront, sous quelque prétexte que ce puisse être.

» Pourront même les dites troupes, quand le cas le requereroit, passer par toutes les villes de Brabant et de Flandres, et par tout le Plat-Païs, faire des ponts, tant sur le canal entre Bruges et Gand que sur tous les autres canaux, et sur toutes les r ières qu'elles trouveront dans leurs routes, à condition néanmoins que ce seront des troupes d'un Prince ou d'une Nation non en guerre avec Sa Majesté Impériale et Catholique, ni suspectes d'aucun engagement ou liaison contraire à ses intérêts, comme il est dit cy-dessus à l'article IV, et que préalablement il en sera donné connoissance, et réquisition faite au Gouverneur général des Pays-Bas, avec lequel on règlera les routes et les autres besoins par quelqu'un qui en aura la commission de Leurs Hautes Puissances. On observera le règlement fait par les États-Généraux sur le passage des troupes, comme il est observé dans leur propre païs.

» Et les États-Généraux tâcheront de faire les dits changements des garnisons ainsi que les dispositions nécessaires pour cela, de la manière qu'elles soient le moins qu'il se pourra à charge et incommodité des habitans. »

2 Mémoire du 16 avril. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.38}{5}$: ad H.)

3 Le 11 avril 1753, Reidegger, secrétaire de la légation des Provinces-Unies à Bruxelles, écrivait la même chose au Pensionnaire de la ville de Termonde. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f° 105.) — Van Haren écrit



Quelques jours plus tard, le 14 avril, le bataillon de Sturler, qui devait remplacer celui d'Orange, arriva devant la place, mais comme les dettes de ce dernier n'étaient pas soldées, et qu'il n'avait pas voulu désigner d'otages, l'état-major autrichien refusa l'entrée aux arrivants, et les força de se cantonner dans les villages voisins.

Dès qu'il fut avisé de cette situation, le prince Charles de Lorraine donna l'ordre au gouverneur de Termonde d'ouvrir les portes au bataillon de Sturler : le Résident promettait, disait-il, que les comptes seraient réglés à bref délai[1], et il fallait éviter d'en venir à des extrémités fâcheuses.

Dans cette dépêche, le prince déclare qu'il a toujours employé ses bons offices à écarter tout ce qui pouvait altérer l'union entre l'Impératrice et la République, mais il n'a pas été payé de retour, et il a eu le « désagrément » de se plaindre souvent, et toujours sans succès, des infractions aux traités commises par les officiers et soldats des Provinces-Unies. L'impunité qui leur semble assurée n'est pas de nature à raffermir la confiance réciproque entre les deux pays. Or, le droit de garnison n'a été accordé à la République que comme « un moyen propre à affermir la sûreté commune »; l'usage de ce droit est limité par tout ce qui intéresse, dans les places où il s'exerce, la politique, la religion, la justice, les finances, et aussi par les privilèges et immunités des habitants. Dans le cas particulier dont il s'agit, les États-Généraux ne disposent pas du droit absolu de

le 17 avril au greffier Fagel : « Ik heb niettemin moeten beloven mijne devoiren te zullen aanwenden dat H. H. M. den Graven van Leiningen mogen ordonneeren zijne schulde te Dendermonde te betalen ». (Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek van den 16 maart 1752, tot 6 februari 1756*, f° 18.)

[1] Les archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne conservent un curieux mémoire du colonel hollandais de Steprodt sur la question des dettes militaires à Termonde, daté du 1er avril 1752. Il avait cru d'abord, écrit-il, qu'il n'existait pas de dettes de l'espèce, attendu que, dès l'arrivée du bataillon, il avait fait publier au son du tambour un avis aux bourgeois, les invitant à ne pas faire de crédit aux soldats. On a remarqué souvent, ajoute-t-il, que les soldats endettés tâchent de se tirer d'affaire en désertant. Il vient de procéder à une enquête et a constaté que les créances des bourgeois à charge de la garnison s'élèvent à 6,000 florins de Brabant; 3,000 sont dus par le général comte de Wied, et le colonel comte de Leiningen, 2,000 par des officiers subalternes, et 400 par des soldats. $\left(\frac{D. 38}{6} : \text{ad H.}\right)$



changer les garnisons suivant leurs convenances : aux termes du traité de la Barrière, ces affaires doivent se régler de commun accord, et s'il était interdit d'exiger des otages, « les soldats pourraient ne pas payer leurs dettes, et il dépendrait d'eux de ruiner les sujets de Sa Majesté qui sont leurs créanciers ».

Cependant, puisque l'on peut concilier la sécurité des nationaux avec les égards dus à une nation amie, le Gouvernement a autorisé le départ du bataillon d'Orange[1].

Cette attitude bienveillante ne ramena pas le bon accord.

Le 6 septembre 1756, l'avoué et les échevins d'Ypres se plaignent de ce que les dettes arriérées, montant à de grosses sommes[2], ne soient pas liquidées après des années d'attente. Peu après, c'est de Tournai que se font entendre de semblables doléances[3].

En 1757, le général baron de Schwarzenberg, gouverneur hollandais de Namur, quitte cette ville sans payer le loyer de sa maison. Le propriétaire fait saisir par un huissier la vaisselle plate que le général avait déposée à la légation de Bruxelles.

Cet éclat chez un diplomate jouissant du privilège de l'exterritorialité pouvait amener des complications internationales de la plus haute gravité; aussi le comte de Cobenzl, ministre plénipotentiaire, s'empressa-t-il d'annuler la saisie, de faire mettre en prison l'huissier qui l'avait opérée[4], et de soumettre à la signature de l'Impératrice une circulaire notifiant aux Magistrats des villes que dorénavant les citoyens assez peu prévoyants pour accorder des crédits considérables aux militaires étrangers n'auraient d'autre

[1] Ibidem. $\frac{D.38}{7}$: ad H. — La décision du prince fut approuvée par le Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne; la consulte porte en marge : Placet. Marie-Thérèse. (Ibidem, $\frac{D.38}{1}$: ad H.)

[2] L'état détaillé porte plus de 60,000 florins. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 133-169.)

[3] On y relève en 1758 des dettes en souffrance pour une somme de 16,289 florins 15 sous. (Ibidem, f° 222.) — Le magistrat avait aussi réclamé en 1755. (Archives communales de Tournai, registre aux rescriptions, f° 152.)

[4] « Pour soutenir d'un côté l'autorité, et de l'autre le caractère d'un ministre public, sans éclat, mais avec fermeté, j'ai fait colloquer en prison l'huissier Pletinx. » (Ibidem. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, D. 64 — H.)



recours « que pardevant le juge compétent du militaire débiteur »; toute saisie était interdite[1].

A Tournai, vers la même époque, comme les États-Généraux étaient en retard d'envoyer la solde, deux particuliers[2] ont fait au général de Jaijmaert l'avance des sommes nécessaires pour le service de la garnison. Il leur a donné ses meubles comme garantie, en présence de témoins[3]. Il meurt inopinément peu de temps après[4]. Alors les créanciers veulent mettre la main sur leur gage, mais ils se heurtent à l'opposition du Conseil de guerre. Ils ont beau faire valoir que leur créance présente un caractère privilégié, puisque l'argent avancé a servi à payer les sommes dues par l'État[5], le Conseil estime que les droits des autres créanciers doivent être sauvegardés au même titre.

Le Ministre plénipotentiaire, à qui les intéressés ont recouru, tout en reconnaissant qu'il y a « injustice criante, palpable, et bien démontrée », juge qu'une intervention à La Haye n'est pas possible; les rapports entre les deux pays sont tendus, et il faut se résigner à attendre des conjonctures plus favorables[6].

[1] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, D. 64 — H.

[2] Voir le *Mémoire à Son Excellence Monseigneur le Comte de Cobenzl, ministre plénipotentiaire de Sa Majesté l'Impératrice-Reine à Bruxelles pour les sieurs Gaspard Delevingne, Antoine-François-Joseph Vranx, magistrats ancien et moderne de la ville de Tournay, et Gérard Verdure, négotians associés y demeurans.* (Ibidem, Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 237-267.)

[3] L'acte passé le 29 août 1756 constate une dette de 7,567 florins. Le général de Jaijmaert déclare donner comme garantie ses meubles évalués à 2,000 florins, plus une hypothèque « sur ses biens ». Malheureusement, on ne parvint jamais à découvrir ces biens. (Ibidem.)

[4] « Le Conseil de guerre lui a fait un enterrement somptueux, sans autrement s'inquiéter si les biens de ce dernier pouvoient fournir à des pareilles dépenses et ne pas préjudicier aux prétentions de ses créanciers, qui ne purent voir cette pompe funèbre d'un œil aussi tranquille que le virent ceux qui n'y étoient en rien intéressés. » (Ibidem, f° 239.)

[5] Ibidem.

[6] Cobenzl écrit le 11 novembre 1758 : « Nous nous trouvons, à l'heure qu'il est, dans des circonstances si délicates vis-à-vis de la République, qu'on ne saurait assés soigneusement s'écarter de ce qui peut faire naître des engagemens. Par conséquent, il s'agit de temporiser là dessus à des tems plus tranquilles. » (Ibidem, f°s 262-267.)



Il semble que la situation ne se soit guère améliorée dans la suite, car, lorsque l'empereur Joseph II a fait connaître son intention de démolir les forteresses, et que la retraite des troupes hollandaises est imminente, le principal souci des Magistrats est d'assurer à leurs administrés le remboursement de ce qui leur est dû [1].

[1] Voir notamment les délibérations de l'assemblée générale du Magistrat d'Ypres, tenue le 28 décembre 1781. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f°s 258.) — Idem des Consaux de Tournai, le 29 décembre 1781. (Archives communales de Tournai, registre aux rescriptions, f° 244.)

CHAPITRE X.

LES VIOLENCES COMMISES SUR LES HABITANTS DES PAYS-BAS PAR LES GARNISONS DE LA BARRIÈRE.

Vexations à Namur en 1715 et 1729. — Sévices à Furnes. — Deux capucins roués de coups par un officier hollandais. — Le marché de Termonde pillé. — Pillages à Malines. — Rixes. — Un officier hollandais tué à Tournai en 1754 par un veilleur de nuit. — Émeute sanglante à Tournai en 1764. — Les États-Généraux réclament satisfaction. — Réponse du Magistrat. — Avis du Conseil privé. — Recommandations du Gouverneur général. — Bagarres à Namur et à Tournai vers la fin de la période d'occupation. — Les désordres amenés par les changements de garnison. — Incendie criminel à Exaerde en 1737. — Dévastations dans le Tournaisis. — Exactions aux environs de Menin en 1749. — Incendies allumés à Anvers par les troupes hollandaises. — Désordres en Flandre et en Brabant. — Réquisitions ruineuses dans la châtellenie de Courtrai. — Violation des immunités de l'abbaye de Postel. — Les États de Brabant saisis de nombreuses réclamations. — Le régiment de Saxe-Gotha en Gueldre. — Le régiment de Darmstadt à Rolduc. — Plaintes des États du Hainaut. — Réclamations du Magistrat d'Ypres en 1750. — Observations présentées par le Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen au Résident des Provinces-Unies. — Excès commis à Westerloo par le régiment de Saxe-Gotha. — Les soldats de Cronstrom à Hérenthals. — Le vaisseau-stationnaire de la République à Saaftingen. — Le colonel Stavenisse à Tirlemont en 1763. — Le bataillon de Mackay à la Tête-de-Flandre en 1775. — Incendies allumés par la garnison de Namur lorsqu'elle évacue les Pays-Bas en 1782. — Humeur querelleuse des diplomates hollandais accrédités auprès de la cour de Bruxelles. — Bruit de la reconstitution de la Compagnie d'Ostende. — Incident à propos d'une fausse rumeur sur la mort du prince d'Orange. — Vol à la légation des Provinces-Unies à Bruxelles en 1761. — Extorsion commise par le prince de Hesse à Ypres pendant le siège de la forteresse par l'armée française. — Actes bienveillants des Hollandais. — Accueil courtois fait aux évêques de Gand qui visitent Termonde. — Le commandant de Furnes et les bouchers de cette ville en 1734. — Le transport des troupes d'Ypres à Nieupor en 1762. — Le rappel du colonel Spengler, grand-major de la place de Namur, en 1776. — Brutalité des soldats punie. — Les troupes hollandaises accusées d'avoir fêté les victoires prussiennes pendant la guerre de Sept ans.

On a pu constater par ce qui précède la nature peu cordiale des relations établies entre les diverses autorités de nos provinces et les états-majors hollandais installés dans nos forteresses.



Indépendamment de ce que nous avons eu déjà l'occasion de signaler, bien des excès furent commis par les troupes d'occupation.

Tantôt il ne s'agit que de vexations, désagréables sans doute, mais sans grande conséquence, comme à Namur, où, en 1729, les soldats casernés dans la citadelle jettent du haut des remparts des pierres et des bacs de cendres, sans se soucier des habitants de la rue voisine, qui reçoivent ces projectiles jusque dans l'intérieur de leurs maisons [1].

Tantôt ce sont des violences injustifiables exercées sur des regnicoles. En 1715, des officiers hollandais se livrent à des voies de fait sur des échevins namurois, après les avoir grossièrement insultés [2].

A Furnes, en 1720, deux officiers assaillent à coups de canne et de plat de sabre les huissiers qui signifient à l'entrepreneur des fortifications un exploit au nom du propriétaire du terrain [3]. Le comte de Neny trouve la chose « inouïe et intollerable dans un païs où la raison sert de règle aux actions des hommes [4] », mais la République fait la sourde oreille à ses protestations.

Quelque temps après, l'officier commandant la grand'garde dans la même ville avise deux capucins qui traversent paisiblement la place; il se précipite sur eux et les roue de coups de canne [5]. Les États-Généraux disent que

[1] Voir *Lettre remise au secrétaire Travest, le 13 septembre 1729, sur représentation du Magistrat de Namur au sujet du danger auquel se trouvaient exposez les habitants de la rue du Bordeleau, à cause des cendres ardentes et pierres qu'on jettait du château sur leurs maisons.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.)

[2] « Ayant eu la témérité de venir à l'hôtel de ville insulter de grosses paroles et de dire quantité d'injures à un eschevin, le menaçant de sa canne levée de lui donner des coups, et l'ayant poursuivit jusque sur la grande place, toujours la canne haussée... Ils traitent régulièrement le Magistrat des mots de Jean f... et autres semblables que les dits du Magistrat ne peuvent tolérer. » (*Plainte adressée au comte de Königsegg par le Magistrat de Namur.* Ibidem, registre DCXXXVII, f°s 263-282.)

[3] Voir le *Mémoire adressé le 9 novembre 1720 par le comte de Neny au Résident Pesters sur la violence commise au scandal du public par les sieurs Messer et Freicez, respectivement aide-major et ingénieur au service de Leurs Hautes Puissances, le 19 du mois passé dans la ville de Furnes, en maltraitant de fait les officiers commis à l'exécution de la justice dans le tems qu'ils étoient occupés actuellement à exercer les fonctions de leurs employ.* (Ibidem, registre DCCLVI, f°s 226-234.)

[4] Ibidem.

[5] Voir le *Mémoire adressé par la Gouvernante générale au Résident Van Assendelft le 29 août 1732.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, liasse 56.)

c'est l'acte d'un fou, et c'est, écrit piteusement Neny, « la seule satisfaction que l'on en a eue ».

Puis ce sont des vols et de véritables pillages. Dès 1713, on voit un régiment danois au service de la République saccager le marché de Termonde [1]. Peu de temps après, à Namur, un groupe de soldats du régiment de Schmidt donne l'assaut à la boutique d'un charcutier [2]. En 1742, c'est Malines qui subit une vraie razzia, mais on a sévi cette fois [3]; aussi le Résident des Provinces-Unies s'empresse-t-il de dénoncer le Magistrat pour excès de pouvoir [4].

Ces violences amènent des rixes incessantes; la police doit fréquemment intervenir les armes à la main.

Parmi ces querelles sans nombre, nous en citerons une dont l'issue fut tragique [5]. A Tournai, dans la nuit du 14 au 15 août 1754, un veilleur communal trouve dans la rue deux officiers qui se battent sous un réverbère. Il s'avance, décline sa qualité, en français et en hollandais, et leur enjoint de remettre l'épée au fourreau et de se retirer. La fureur des combattants se tourne contre lui; il est obligé de se défendre; après plusieurs

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séance du 31 janvier 1713, f° 117.

[2] Voir une lettre adressée sur cet objet aux États-Généraux par le Résident Pesters, le 24 septembre 1716. (Ibidem, *Brussel, Gewone brieven*, 1716. — Voir Ibidem, *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, séances des 8 et 25 septembre 1716, f°s 799 et 847.)

[3] « On a été obligé de défendre l'entrée de la ville aux soldats hollandais non munis d'une permission spéciale, à cause que ces soldats comettoient des vols et désordres comme l'expérience n'a que trop fait voir par plusieurs qui ont été emprisonnés et dont quelques-uns ont été punis par la corde. » (*Dépêche adressée par le Magistrat de Malines à la Gouvernante générale le 23 octobre 1742*. Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 508.)

[4] *Dépêche adressée par le Résident Kinschot au comte d'Harrach, ministre plénipotentiaire, le 15 octobre 1742*. (Ibidem.)

[5] Une enquête fut ouverte par le Magistrat de Tournai dès le 15 août au matin; de nombreux témoins furent entendus, et l'impression qui se dégage du procès-verbal est que l'instruction a été faite d'une manière très consciencieuse. Une copie des dépositions existe dans le registre DCCLXI de la Secrétairerie d'État et de guerre. (Ibidem), f°s 310-321.



avertissements [1], se voyant en danger, il porte un coup de piétin [2] à son agresseur, et le blesse grièvement. Le blessé [3] succombe au bout d'une heure de souffrances. Ce malheur émeut au plus haut point les officiers hollandais; ils crient à l'assassinat, et il faut toute la prudence du commandant, qui est heureusement d'humeur sage et pacifique [4], pour prévenir de regrettables excès.

Bien que le Gouvernement fût convaincu de l'innocence du veilleur, il le fit venir à Bruxelles, sous le prétexte d'une instruction complémentaire, en réalité parce qu'il espérait que sa disparition calmerait les esprits; mais il ne semble pas que ses désirs se soient réalisés bien rapidement [5].

Dans la même ville, quelques années plus tard, le 9 juillet 1764, à la suite d'un différend des plus futiles entre un soldat et un Tournaisien, éclate une véritable émeute, et le sang coule dans les rues [6].

Quelques soldats, se promenant hors de l'enceinte, se sont moqués d'un passant qui a fait une chute; le fils du passant leur reproche d'avoir ri de

1 Le veilleur, François Tircelle, plaide la légitime défense. Un témoin a entendu Tircelle dire à la victime : « Monsieur, retiré vous, ou je vous brulerai la tête d'un coup de pistolet, ou je vous donnerai mon lardon dans le ventre; alors, le dit officier dit à Tircelle Sacré D..., pousse, ou je pousserai. » — Deux autres témoins déclarent que « Tircelle n'était pas bu », mais que les deux officiers « avaient une forte touche de boisson », et que « surtout l'autre officier était sou à ne pouvoir se tenir ny articuler en quelque façon, continuant à jurer dans sa langue, gesticulant avec son épée », etc. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f°s 316-327.)

2 Piétin ou picron, espèce de bâton ferré.

3 C'était un officier écossais du nom d'Adair.

4 « Le lieutenant-colonel de Reitzenstein nous a donné des marques en toutes occasions, qui n'ont pas été peu fréquentes, d'un esprit de paix et de conciliation dans les differens qui peuvent survenir entre les corps politiques et militaires. » (*Dépèche adressée le 15 août 1754 par le Magistrat de Tournai au Ministre plénipotentiaire.* Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXI, f° 309.)

5 « Les esprits ne paroissent pas moins indisposez et aigris depuis qu'ils ont sçu cette extradition; ils ont tenu plusieurs conseils de guerre. » (Ibidem, registre DCCLXII, f° 2.) — Le 26 février 1755, un décret du prince Charles de Lorraine décharge de toute poursuite le veilleur Tircel « vu qu'il n'a commis cet homicide qu'à son corps défendant. » (Archives communales de Tournai, registre à taille, n° XXVII, f° 130.)

6 Les pièces de l'enquête à laquelle cette émeute donna lieu sont conservées. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux Consultes CIV, f°s 299-305.)



cet accident; d'où première algarade, au cours de laquelle un des bourgeois reçoit un coup de sabre à la main.

Quand les deux bourgeois veulent franchir la porte, les soldats, qui les avaient devancés, les arrêtent, les battent et les enferment dans le corps de garde [1].

A ce spectacle, la foule s'assemble et réclame l'élargissement des détenus, mais un factionnaire écarte les gens à coups de crosse; il est accueilli par des huées; une pierre, partie des derniers rangs du peuple, frappe la sentinelle à la tête. Le soldat fait feu et tue un passant, paisible spectateur de la bagarre.

Les bourgeois exaspérés se précipitent à l'assaut du poste; ils sont reçus par un feu roulant [2] et obligés de se disperser. Malgré le grand nombre de décharges, seulement quatre soldats et un bourgeois furent blessés.

On conçoit l'émotion qui suivit. Le Magistrat procéda à une enquête sévère, tint les portes de la ville fermées jusqu'au lendemain à midi, et ordonna plusieurs arrestations. Une seule fut d'ailleurs maintenue, et le délinquant fut condamné à un bannissement d'une année, pour avoir frappé de deux coups de règle un sergent hollandais.

Les États-Généraux exigèrent du gouvernement des Pays-Bas une satisfaction éclatante « pour cette méchanceté inouie et agression hostile par laquelle les armes et les troupes de la République ont été insultées et lésées au suprême degré [3] ».

Le représentant de la République à Bruxelles prétendit que tous les torts

[1] « Ils attendirent le fils près de la barrière, et lorsqu'il y arriva, ils se jetèrent sur lui, le saisirent par les cheveux, et le traînèrent de cette manière depuis cet endroit jusqu'au corps de garde où ils l'enfermèrent. Le père survint et demanda l'élargissement de son fils, mais il reçut des coups de bourrade qui le renversèrent. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux Consultes CIV, f[os] 299-305.)

[2] « Une quantité innombrable du peuple assaillit la garde, et ce n'étoit que par le feu continuel que fit la garde pour se défendre qu'elle empêcha que le peuple s'en rendît maître. » (*Dépêche adressée par le Résident Van Haren au prince Charles de Lorraine le 31 juillet 1764.* Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboeck beginnende met den 26 juli 1762, en eijndigende met den laatsten december 1767,* f[os] 273-277.)

[3] Ibidem.



étaient imputables aux Tournaisiens [1], tandis que le Magistrat, de son côté, rejetait l'entière responsabilité des troubles sur la garnison [2]. A l'entendre, le peuple s'est montré d'une modération extrême, étonnante, si l'on songe qu'au premier moment il était en force, et aurait pu sans difficulté ressaisir le citoyen arbitrairement arrêté. Le mémoire hollandais, dit le Prévôt de Tournai, garde le silence sur tout ce qui pourrait atténuer la portée de ses accusations : il commence son exposé au moment où la lutte est déjà dans toute sa violence, et il ne dit rien de ce qui l'a provoquée [3]. Et ce qui montre bien l'injustice des États-Généraux, c'est qu'ils réclament un châtiment exemplaire pour les bourgeois, qui dans cette affaire sont les victimes. Or, les soldats, cause première de la querelle, n'ont été punis que de quinze jours de prison !

La conséquence fatale de ces procédés sera d'amener la bourgeoisie à haïr avec d'autant plus de force ceux qui ont occasionné cette catastrophe par leur injustice et leur imprudence.

Le Magistrat proteste contre l'imputation d'avoir insulté la République [4] : « Ce reproche est une mauvaise chicane ». Il n'y a pas eu attentat prémédité, mais seulement un conflit d'individus, et les coupables en tout ceci sont les soldats qui ont assailli brutalement de paisibles promeneurs.

Le Conseil privé adopta les conclusions du Magistrat et proposa de gracier le banni : la condamnation en la forme ordinaire devait suffire à « en imposer au peuple et à donner aux États-Généraux une certaine satisfaction [5] ».

1 Voir sa dépêche du 9 septembre 1764. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

2 « L'injustice et l'imprudence du militaire sont évidemment la cause du désordre ci-dessus mentionné. L'aigreur qui règne entre la bourgeoisie et les soldats du bataillon en garnison depuis quatre ans en cette ville, augmente tellement de jour en jour qu'il pourra arriver à la fin qu'il deviendra presque impossible de contenir le peuple. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, registre aux Consultes CIV, f°s 299-303.

3 Cette observation du Magistrat est exacte.

4 « On doit toujours distinguer des soldats renfermés exactement dans les bornes de leurs devoirs, et que cependant on insulte, d'avec des soldats qui s'attirent par des injustices et des imprudences le ressentiment momentané d'un bas peuple. » (Ibidem.)

5 Ibidem.

Le Gouverneur général se rallia à cette manière de voir, tout en recommandant de veiller avec plus d'attention que jamais à éviter toute occasion de conflit.

Jusqu'à la fin de l'occupation, la République intervient, non seulement quand il s'est produit des troubles graves, comme ceux que nous venons de rappeler, mais à propos de rixes, comme il en survient à tout instant.

Des soldats se sont battus avec des bourgeois dans une salle de danse près de Tournai, en 1779; l'un d'eux a été tué dans la bagarre [1]. La Hollande en fait une affaire d'État. Un accident du même genre, survenu à Namur, donne lieu à un échange de notes agressives, bien que le tribunal se soit montré sévère [2]. Le gouvernement des Pays-Bas, malgré toute sa bonne volonté, ne parvient pas à satisfaire les États-Généraux. A Termonde, les rapports de la garnison avec la population civile sont tellement tendus que la crainte de voir éclater des luttes sanglantes a décidé, en 1775, les échevins à supprimer les fêtes du carnaval [3].

Mais les chefs de la République, si chatouilleux et si exigeants lorsqu'il s'agit des griefs de leurs soldats, ne s'inquiètent pas toujours assez des exactions que leurs troupes font subir au pays occupé, surtout à l'époque où s'opèrent entre les garnisons les mutations rendues de plus en plus nécessaires par la désertion qui règne à l'état endémique dans les contingents hollandais.

Ces voyages des bataillons au service des Provinces-Unies sont marqués par des brutalités et des désordres de tout genre, qui causent de graves

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1779-1787.

2 Bien qu'ayant admis l'excuse de la légitime défense, le tribunal condamna le complice du meurtrier (celui-ci était parvenu à s'évader) à un emprisonnement de trois ans. En portant ce jugement à la connaissance du Résident, le Secrétaire d'État et de guerre écrivait : « On a lieu de s'attendre que Monsieur le baron de Hop y trouvera une nouvelle preuve de justice et d'égards de la part du Gouverneur général, et que du côté des officiers supérieurs de la garnison on redoublera de soins et de surveillance pour que les soldats de cette garnison ne s'exposent pas à ce qui peut donner lieu à des événements désagréables. » (Ibidem. *Brussel, Hendrik Hop*, III. *Memorien en brieven van het gouvernement der Oostenrijksche Nederlanden*, 1774-1780.)

3 *Chronijke van t'gene... binnen de stad Dendermonde is voorgevallen*, 184.



soucis au gouvernement de Bruxelles [1]. Le régiment de La Roque, traversant, en 1737, le village d'Exaerde dans le pays de Waes, un de ses soldats s'avise de mettre le feu à deux maisons [2].

Dans la banlieue de Tournai, la cavalerie hollandaise dévaste, en 1745, plus de mille verges de terres ensemencées [3].

En 1749, après l'évacuation du territoire par les armées françaises, aux environs de Menin, les soldats cantonnés chez l'habitant commettent « les insolences les plus énormes [4] ». La même année [5], le gouvernement de Bruxelles fait savoir à La Haye qu'il a été « étrangement surpris de voir arriver de toutes parts des plaintes amères des exactions et violences que

1 Le gouvernement belge est peu favorable, on le comprend aisément, à ces fréquentes permutations. Lorsque les commandants lui demandent des lettres de route, il proteste bien que « Son Altesse est toujours disposée à apporter toutes les facilités possibles à ce qui peut regarder les troupes de Leurs Hautes Puissances », mais on voit bien que ce système lui déplaît. Voir par exemple les dépêches du 19 et du 24 juillet 1750. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.) — Voir aussi les dépêches échangées entre l'Impératrice et le prince Charles de Lorraine au sujet de ces changements de garnison en 1756, notamment le 22 septembre, les 5 et 6 octobre. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas. Répert. t. XXVII.)

2 Voir sur cette affaire Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f.s 142, 150, 157, 168, 196-206. — « On demande dédommagement pour Pierre-Charles Daude et Pierre Vervaet à Exarde, dont les maisons et appendances ont été brûlées par un coup de fusil qu'un soldat du régiment de La Rocque a lâché, de dessein prémédité; la maison de Pierre-Charles Daude avec deux granges, une écurie et remises, étant taxées à la somme de 82 florins de gros, 6 escalins, et 4 gros; et celle de Pierre Vervaet, avec écuries, et y compris deux pièces de toile, un bon métier avec ses appendances, les meubles qui étoient sur le grenier, la paille et le bois à la grange, le tout taxé à 45 florins de gros, 8 escalins, et 8 gros. » (Archives du Royaume à La Haye. *Bijlagen tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen tot Antwerpen*, 1737-1741, f.os 245-247.)

3 Voir la *Supplique dans laquelle les Doyens, jurez et généralité du collége des laboureurs du Vieu pouvoir et banlieue de la ville et cité de Tournay exposent le foulement qu'auroit fait la cavaillerie de leurs grains.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 508.)

4 « Ils sont toujours à tirer à tout moment le sabre sur les bourgeois; les soldats s'emparent de leurs propres lits et autres effets, et mettent les habitants dans la dure nécessité d'abandonner leurs chambres et de coucher sur la paille. » (*Plainte adressée par le Magistrat de la Châtellenie au Gouverneur général des Pays-Bas, le 14 mars 1749.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Gewone brieven*, 1749-1750.)

5 Le 16 mai. (Ibidem.)

les troupes de la Barrière se sont émancipées de commettre pendant leurs marches dans les Pays-Bas ». A Anvers, les soldats du régiment Larivière ont brûlé les rateliers des écuries de la Maison Hessoise où ils étaient logés; le 2e bataillon d'Orange a également mis le feu à ses cantonnements; ceux du régiment de Halkett ont cassé toutes les vitres; des désordres se sont produits à Sainte-Anne[1], à Wuestwezel, à Tubize, dans le Franc de Bruges. On a fait des réquisitions aussi ruineuses qu'illégales dans la châtellenie de Courtrai, on a expulsé quantité de malheureux paysans de leurs habitations, et on a incendié des bois de grande valeur. Enfin, un bataillon de Nassau envahit l'abbaye de Postel dans la Campine anversoise, brise les portes à coups de hache, s'y installe de force, au mépris de l'immunité conventuelle, s'y livre à de scandaleuses orgies, et, avant de continuer sa route, enlève tous les chevaux de l'abbé[2]. La même année encore, les États de Brabant, réunis au mois de septembre, appuient les réclamations des gens de Calmpthout, Duffel, Vorsselaer, Santhoven, Grobbendonck, Merxem, Heerle et autres villages du marquisat d'Anvers, où les soldats hollandais, non contents du logement, des feux et lumières, qui étaient tout ce qu'ils pouvaient exiger, se sont fait donner de force et gratis des vivres en abondance ainsi que des voitures. Toujours la même année[3], les échevins des seigneuries de Swalmen et Asselt[4] dénoncent à Bruxelles le baron d'Heyligen, commandant le régiment de Saxe-Gotha, qui, après avoir promis de tout payer, a installé ses troupes chez l'habitant, et leur a laissé commettre de grands désordres, maltraiter

[1] Il est vrai que, s'il fallait en croire les Hollandais, ils seraient les plus patients des hommes, et que tous les torts se trouvent du côté des habitants et des magistrats. Au sujet de l'incident de la Tête-de-Flandre, survenu au mois de décembre 1749, le prince de Hesse Philippsthal écrit au Ministre de la République à Bruxelles : « On est toujours chicané à la tette de Flandre et les magistrats d'Anvers, quand on leur en porte des plaintes ne randent aucune justisse (*le prince perd de vue que leur juridiction ne s'étend pas à la rive gauche de l'Escaut*), ce qui poura un jour atirer des fageuses affaires aux trouppes qu'on y fait passer, tout le monde n'etant pas egallemant patiants. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Diverse brieven*, 1743-1749-1751.)

[2] L'abbé réclame de ce seul chef une indemnité de 1877 florins, 11 sous et 9 deniers. (Ibidem.)

[3] Le 10 octobre. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX f° 195-200.

[4] Près de Ruremonde.

les paysans, et obliger ceux-ci, qui n'avaient pas reçu un sou, à signer une déclaration constatant « qu'ils étoient payés et satisfaits[1] ». L'abbé de Rolduc déclare que son monastère a subi les mêmes exactions de la part des régiments de Saxe-Gotha et de Darmstadt[2]. Les États de Hainaut signalent une situation analogue dans leur province[3].

En 1750, le Magistrat d'Ypres proteste contre ce système de permutation fréquente des garnisons, qui est, dit-il, une ruine pour les finances des villes, obligées de supporter les frais des charrois considérables auxquels ces opérations donnent lieu[4].

Vers la même époque, le 20 janvier 1750, le Secrétaire d'État et de guerre Crumpipen témoigne au Résident des Provinces-Unies l'étonnement qu'il éprouve de voir demeurer sans réponse « tant de différens mémoires concernant les excès commis par les trouppes de la République, nommément dans le passage qu'elles ont fait par ce païs pour reprendre possession des places de la Barrière[5] », alors que les États-Généraux sont si prompts à faire entendre des plaintes et des protestations dès qu'ils jugent un des leurs lésé d'une façon quelconque.

Mais on ne répond pas davantage lorsqu'il signale, le 30 septembre sui-

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLIX, f° 195.

2 Voir sa lettre du 5 novembre 1749 au marquis de Bournonville. (Ibidem, f° 200.)

3 Voir la *Requête des États de Hainaut à Son Altesse Royale pour qu'Elle daigne arrêter par un règlement les désordres et exactions que font les trouppes de la Hollande quand elles passent ou séjournent en changeant de garnison.* (Ibidem, registre DCCLX, f°s 136-137.) — Voir Ibidem, f°s 86-87, les difficultés soulevées à Diest en septembre 1750, à propos des chevaux, par le régiment de Cornabé, qui se rend de Tournai à Venloo. — Ibidem, f°s 122-126, les contestations du même genre qui s'élèvent, le 26 juin 1752, entre le Magistrat de Louvain et le régiment de Saxe-Hilbourghausen.

4 « L'on ne conteste point à Leurs Hautes Puissances la faculté de changer les garnisons des places de la Barrière, pourvu que cela se fasse de concert avec le Gouvernement, mais il n'est pas indifférent aux sujets de Sa Majesté, et encore moins à Sa Majesté même de voir multiplier ces changements de garnison selon le bon plaisir des commandants des places, parce qu'on cause par là des frais considérables par les voitures au Païs, qui n'en étoit chargé que rarement ci-devant, et dont l'import rejaillira enfin sur les subsides. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1750-1753.)

5 Ibidem.



vant, « de nouveaux excès » commis à Herenthals et à Westerloo par le régiment de Saxe-Gotha [1].

Par contre, le régiment de Cromstrom, en marche vers Namur, et faisant étape à Herenthals, est mécontent d'être logé, moitié dans les locaux de l'hôtel de ville, moitié dans les halles, et non dans les maisons particulières. De suite, le Résident Van Haren se fait l'écho de ses revendications auprès du prince Charles de Lorraine avec beaucoup d'amertume [2].

Et comme s'il suffisait d'un contact quelconque entre les forces des deux puissances pour amener des froissements, le commandant du vaisseau stationnaire que la République a placé à Saaftingen détruit les installations créées par des Anversois dans la crique de Kieldrecht pour la pêche des moules et des anchois, causant ainsi un préjudice considérable à des gens inoffensifs, qui usent d'une tolérance consacrée par un long usage [3].

Les choses ne paraissent pas s'être beaucoup améliorées dans le cours des années suivantes. En 1763, le colonel Stavenisse se plaint d'avoir été insulté par les habitants de Tirlemont, tandis qu'il traversait cette ville, à la tête de son régiment [4], mais Crumpipen répond qu'il use de ce moyen pour détourner l'attention publique des « exactions dont il est coutumier », et qu'il a exercées à Tirlemont même, à plus d'une reprise, notamment en 1765, et plus récemment encore au mois d'avril 1763 [5].

Et jusqu'à la fin, les mêmes plaintes reviennent. En 1775, c'est le bataillon de Mackay qui a saccagé le hameau de Sainte-Anne, à la Tête de Flandre [6], et, pour clôturer dignement l'occupation, le corps hollandais

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLX, f°s 118-119; 196-197.

2 Voir sa dépêche du 2 décembre 1750. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Copieerboek beginnende met den 7 october en eijndigende den 12 maart 1752*, f°s 251-252.)

3 Voir la protestation du prince Charles de Lorraine, datée du 18 octobre 1754, intitulée : *Au sujet des insolences et des voyes de fait commises par le commandant de la frégate que la République tient sur l'Escaut près de Saaftingen*. (Ibidem. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

4 Voir le mémoire adressé sur cette affaire au prince Charles de Lorraine par Van Haren, le 29 mai 1763. (Ibidem.)

5 Ibidem.

6 Le 13 mai. Voir Ibidem. *Brussel, Hendrik Hop*, III. — Voir aussi Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.

évacuant la forteresse de Namur le 18 mars 1782, incendie en passant plusieurs fermes, maisons et granges, situées sur sa route, et livre enfin aux flammes l'hôpital de Perwez[1].

Le gouvernement ne fait entendre aucune réclamation; il est tellement satisfait d'être débarrassé d'une humiliation de plus de soixante-sept ans, qu'il affecte d'ignorer les excès qui en marquent le terme définitif[2].

Les diplomates hollandais accrédités à Bruxelles n'ont généralement pas travaillé à rendre les relations des deux pays plus cordiales. Ils manifestent souvent une humeur peu accommodante; ils ont une tendance à créer des difficultés, quelquefois pour de simples bruits sans consistance, qu'ils signalent avec éclat aux États-Généraux.

En 1735, on parle vaguement dans le public de la possibilité d'une reconstitution de la Compagnie d'Ostende. Dès qu'il en est avisé, Van Assendelft, au lieu d'ouvrir une information discrète, ainsi qu'il est d'usage dans le monde diplomatique, envoie un exprès à La Haye, et, sur-le-champ, sans s'assurer du bien-fondé de la nouvelle, la République adresse à la Gouvernante des Pays-Bas une protestation menaçante.

Le comte d'Harrach répondit que le propos dénoncé était sans fondement, et, par la même occasion, il infligea au diplomate inconsidéré une juste leçon[3].

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 510.

2 Il s'inquiète même assez peu du triste sort des victimes de l'incendie : « Le Conseil (privé) observe au surplus que, si parmi ceux dont les maisons et granges ont été brûlées, il s'en trouve qui ont été ruinés, ou dont les fortunes ont été considérablement dérangées, ils pourront demander des lettres de quête. » (Ibidem.)

3 « ... Je n'aurois pu m'imaginer qu'il puisse être vrai que vous eussiés écrit une chose pareille sans vous en être assuré principalement auprès de moi, si vous ne me l'eussiés hier avoué vous même. Quoy qu'il en soit, je vous prie d'être persuadé et d'en assurer Leurs Hautes Puissances, que Sa Majesté est si religieuse à l'observation des traités, qu'en tout cas même le *frangenti fidem* même ne tiendroit pas bien auprès d'Elle, et, par conséquent, il ne lui est jamais venu dans l'esprit de songer au moindre rétablissement de la Compagnie, et ne lui viendra même pas, à moins que Messieurs des États-Généraux n'y entrassent d'eux mêmes en reconnoissant le tort qu'ils se sont fait en affaiblissant un païs qui devroit leur servir de barrière. Tout ce que je puis avoir l'honneur de vous assurer, c'est qu'il n'y a pas une ombre d'apparence à tout ce prétendu bruit, vous me feriés même



Une autre fois, c'est pour un propos sans plus d'importance que la chancellerie néerlandaise se met en mouvement.

Un nommé Bacon, « official jubilarisé » de la Chambre des comptes, a raconté dans une société particulière, au mois d'août 1757, que le prince d'Orange avait été tué en duel. Van Haren, mis au courant de cette conversation, adressa au gouvernement une plainte en règle.

Une enquête est ouverte. L'accusé (!) reconnait avoir tenu le propos incriminé : « il a redit ce bruit qu'il tenoit d'un Récollet, qui l'avoit entendu rapporter sur la barque d'Anvers ». Il ajoute qu'il auroit répondu « que cela ne se pouvoit pas, n'étant pas en âge de se battre ». En dépit de cette explication, Bacon reçut un blâme sévère, et le Secrétaire Crumpipen fut chargé de fournir officiellement cette satisfaction au gouvernement de la République[1].

On croit rêver quand on lit cette correspondance, et on se demande ce qui est le plus bizarre, ou les exigences de la Hollande, ou la faiblesse de nos gouvernants. Les récriminations de Van Haren ne méritaient pas l'honneur d'une réponse : un gouvernement soucieux de sa dignité n'avait pas à se préoccuper d'entretiens privés et de bavardages sans conséquence.

Mais ce qui dépasse toute imagination, c'est la ténacité des Résidents lorsque leurs intérêts personnels sont en jeu.

En 1761, Van Haren est victime d'un vol d'argenterie; il requiert le Magistrat de faire arrêter sur-le-champ toute une série d'individus sur lesquels se sont portés ses soupçons.

Et comme on lui objecte les privilèges du pays, il s'indigne : « La vigilance des échevins et leur zèle à rendre justice se borne à écrire des infor-

un très sensible plaisir de me nommer les gens qui vous en ont parlé afin que je puisse deterrer le premier auteur de pareils mauvais bruits, qui ne peuvent tendre qu'à susciter des mésintelligences, que l'on tâchera toujours à éviter de ce côté icij par une exacte observance des traités, afin de s'assurer par là de cette réciprocité si indispensable à notre conservation mutuelle. » (Dépêche du 30 septembre 1735. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven,* 1731-1747.)

[1] Dépêche du 15 août 1757. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven,* 1753-1764.)



mations ou procès-verbaux.... on n'a visité[1] que chès quelques misérables Juifs... il seroit urgent de mettre à la torture les deux accusés que le juge a fait mettre en prison... et qui méritent la mort. »

Le Secrétaire d'État et de guerre lui répond avec beaucoup de calme que, malgré tous les égards que l'on doit à la personne et à la dignité d'un ambassadeur, on ne peut violer la constitution qui entoure de garanties sérieuses la liberté des citoyens : « Son rang et sa qualité ne peuvent rendre le juge plus rigoureux que la loi même[2] »; il n'y a matière ni à condamnation capitale, ni par conséquent à torture[3]; et le Résident a d'autant plus

[1] C'est-à-dire fait des perquisitions.

[2] « Les juges se sont aquités de leurs fonctions avec soin et vigilance, mais ils n'ont pu sur le seul soupçon violer les constitutions du Païs en arretant indistinctement et sans provision de justice tous ceux que Monsieur Van Haren auroit pu soupçonner ou accuser de la perpétration de ce vol; ils pouvoient d'autant moins le faire qu'il avoit été reconnu qu'aïant fait emprisonner le cocher de M. Van Haren sur sa simple réquisition, il dut ensuite le relâcher avec pouvoir audit cocher de libeller ses dommages et intérêts pour avoir été induement emprisonné, sur le principe inviolablement suivi, que, dans des matières de cette nature, on ne peut procéder qu'avec connoissance de cause, et que tout arrêt, qui n'étoit pas autorisé par le juge, est impraticable et atteint de nullité.

» Son Altesse Royale a au surplus remarqué hors des informations qu'on lui a remises, que le Magistrat parinstruisant le procès à la charge de deux prisonniers, n'avoit omis aucune des formalités usitées; et, incapable de prononcer par quelques vues humaines, M. Van Haren devoit assés présumer de la considération que son caractère et sa personne inspiroient, pour se persuader que l'on n'avoit molli dans une affaire dont le châtiment vengeoit un ministre étranger, mais qu'en échange il étoit trop éclairé et trop équitable pour avoir pu croire que son rang ni sa qualité rendissent le juge plus rigoureux que la loi même, que les règles de la Jurisprudence n'avoient pas fait trouver matière à punir Luyckx et sa femme (*les accusés*) de mort ni à les appliquer à la question.

» Après ces observations, Son Altesse Royale ne peut dissimuler à M. Van Haren que les reproches qu'il a faits aux juges d'avoir manqué à leur devoir blessent et attaquent l'endroit qui leur est le plus cher... et qu'il n'est point de juges qui se seroient mieux acquités qu'eux de ces fonctions.

» Son Altesse Royale se persuade donc que M. Van Haren, revenu des insinuations que ses gens peuvent lui avoir faites, et abandonnant la chose à la prudence et à l'équité des juges établis par Sa Majesté, aura désormais des sentiments plus convenables à leur état que ceux qu'il manifeste par son mémoire. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Memorien en brieven*, 1753-1764.)

[3] Le juge ne pouvait user de la question que dans les procès capitaux. Voir *La torture aux Pays-Bas autrichiens pendant le XVIIIe siècle*, 36.



tort de se plaindre, que la justice a déjà fait fausse route pour avoir suivi ses indications.

En effet, on avait arrêté le cocher de la légation sur la réquisition de Van Haren; l'innocence de ce malheureux avait été reconnue et le gouvernement lui avait alloué une indemnité convenable pour détention non justifiée. Cette erreur aurait dû rendre le diplomate plus circonspect; on le lui fit sentir.

Pour terminer cet exposé lamentable, il nous reste à citer un fait qui est comme le couronnement du système.

Le 18 juin 1744, tandis que la place d'Ypres est assiégée par le Maréchal de Noailles, le prince de Hesse exige de la caisse communale un versement immédiat de 7,500 florins pour la solde de ses troupes; comme le Magistrat excipe du mauvais état de ses finances pour décliner la requête du gouverneur hollandais, celui-ci menace la ville d'une exécution militaire, et il faut que le Mont-de-Piété avance la somme requise, pour éviter un coup de force sous les yeux de l'ennemi! [1].

Notre esquisse serait incomplète et inexacte, si nous ne relevions quelques faits, bien rares malheureusement, qui sont inspirés par des sentiments meilleurs.

A Termonde, nous l'avons vu (p. 133), les Augustins n'avaient pas invoqué le droit d'asile en 1736, et la justice militaire s'était fait délivrer sans peine un délinquant réfugié. Les Hollandais, de leur côté, s'étaient mis en frais de politesse : quand l'évêque de Gand, Van Eersel, procéda à la visite pastorale de la ville, le commandant des troupes de la Barrière se fit un devoir de le complimenter [2]. Quelques années plus tard, le successeur de ce prélat, le comte de Lobkowitz, fit son entrée solennelle à Termonde; le régiment de Nassau lui rendit les honneurs depuis la porte d'Eau jusqu'à l'entrée de la collégiale [3].

[1] Archives communales d'Ypres. *Register van Resolutien van mijne heeren den Hoogh Baillu, Vooght, Schepene, ende Hooftman der stadt van Iper*, 1744-1757. — La ville capitula le 25 juin 1744.

[2] *Chronijke van t'gene... binnen te stad Dendermonde is voorgevallen*, 176.

[3] Ibidem, 199.

Nous avons rappelé aussi [1] la conduite pleine de condescendance du Résident Pesters en 1720, lors de la procession du Saint-Sacrement de Miracle à Bruxelles, et les dispositions prises de commun accord à Ypres et à Tournai [2], pour éviter que les cortèges religieux ne fussent troublés. Le jour de Noël de l'an 1727, un soldat du régiment assistant à la messe célébrée pontificalement par le prince de Lœwenstein, refuse de s'agenouiller au moment de la consécration, et est expulsé par des bourgeois. Le colonel, avisé de l'incident, inflige au soldat trois mois de prison militaire [3]. On peut signaler aussi un acte bienveillant dans le domaine économique : le commandant de Furnes, saisi, en 1734, d'une plainte du métier des bouchers contre ses soldats, demande qu'on lui spécifie le préjudice causé afin qu'il puisse le réparer sur l'heure [4].

De même, lorsqu'en 1762 un détachement s'est fait transporter sans droit d'Ypres à Nieuport par le bateau, le commandant de la place écrit au Magistrat une lettre d'excuses, et offre de rembourser immédiatement le prix du passage [5].

En 1776, comme les plaintes à charge du colonel Spengler, grand-major de la place de Namur, sont fréquentes et justifiées, les États-Généraux rappellent cet officier, et notifient leur décision au Gouverneur général des Pays-Bas, comme témoignage de leur désir de concorde [6]. Il semble que, cette année-là, on ait voulu, spécialement à Namur, marquer le bon accord : des soldats ayant blessé des bourgeois, le Conseil de guerre condamna les deux principaux coupables à être pendus, leurs complices à passer par les verges, et un bas-officier fut dégradé pour n'avoir pas protégé les citoyens injustement assaillis [7].

Mais ce sont là de rares éclaircies dans un ciel toujours orageux. Les

1 Page 132.

2 Page 128.

3 Hoverlant, LXXXV, 316.

4 Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVIII, f° 103.

5 Archives communales d'Ypres. *Dettes de la garnison*.

6 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. Répertoire XLIII.

7 Ibidem. Conseil privé, cart. 510.

Belges se défient des Hollandais ; ils sont si habitués aux mauvais procédés, qu'ils apprennent avec indignation sans doute, mais sans étonnement, au mois de décembre 1757, que le pasteur de la Maison hanséatique d'Anvers a célébré par un feu de joie la défaite des Autrichiens à Leuthen, tandis que les aumôniers militaires rendaient à Namur des actions de grâces dans leurs temples, et que la garnison néerlandaise de Termonde illuminait en l'honneur de Frédéric II, pour fêter la capitulation de Breslau.

Hâtons-nous de le dire : l'accusation était en tous points calomnieuse [1].

[1] Les archives de Bruxelles et de La Haye contiennent des documents assez complets sur ces affaires demeurées, croyons-nous, inédites.

Le 26 janvier 1758, Charles de Cobenzl écrivit au Marcgrave d'Anvers :

« Cher et féal,

» Étant informé qu'un ministre de la prétendue religion réformée, qui occupe un appartement dans la maison des villes anséatiques, a eu la témérité de faire un feu de joie dans son logement, à l'occasion de la bataille qui s'est donnée en Silésie le 4 décembre dernier, nous vous faisons la présente pour vous dire que nous voulons que vous le fassiez comparoître devant vous pour lui témoigner combien il y a lieu d'être surpris et scandalisé de la démarche qu'il a osé faire dans le sein des états de l'Impératrice, et que vous lui demandiez quel peut avoir été le motif d'une conduite si extraordinaire et si peu conforme à la règle que tout citoien doit s'imposer en pareils cas ; cela fait, vous nous rendrez un compte exact de tout ce qu'il vous dira, afin que nous puissions y disposer ultérieurement comme nous le trouverons convenir, et suivant que les circonstances l'exigeront.

» A tant, etc.

» Ch. de Cobenzl. »

Le Ministre plénipotentiaire considère — trop légèrement, on le verra — l'accusation comme prouvée, et il demande simplement que le coupable s'explique.

L'enquête a lieu le 31 janvier 1758 par les soins des échevins Van Parijs et Verdussen. Le pasteur Jean Dipeluis, âgé de 42 ans, comparait, et nie catégoriquement « l'inconvenance » qui lui est imputée. Il rappelle que le Résident Van Haeren lui a recommandé d'observer dans sa conduite une prudente réserve ; pour établir combien l'accusation est imméritée, il offre de prouver par témoins qu'au mois de juin précédent, lorsque les habitants d'Anvers ont célébré par des fêtes populaires la défaite du Roi de Prusse à Kollin, il a donné un écu aux organisateurs des réjouissances dans son quartier. Le fait est reconnu exact.

Les Echevins mandent à leur barre l'accusateur, Cornelis De Winter. Celui-ci n'a pas vu le feu de joie, mais il tient le fait du secrétaire de la ville, Van den Bossche.

Le secrétaire, appelé à son tour, n'a rien vu, mais en a entendu parler par l'amman, Vinck.

Vinck, interrogé, déclare que le propos lui a été rapporté par les demoiselles Allard.

Les dites demoiselles invoquent le témoignage d'un Père Minime du nom de Villers.

Le religieux « a répondu, après avoir recollé sa mémoire, qu'il n'avoit rien veu, mais



Mais la facilité avec laquelle on y donna créance en dit long sur les sentiments que l'on attribuait aux troupes chargées de défendre notre territoire.

ouï dire du valet du corps des brasseurs que le ministre avoit fait des feux de joie pour la bataille du 5 décembre dernier ».

On va chercher le valet en question. « Il n'a rien veu, mais avoit conté audit Père Minime, étant au marché au poison (*sic*) que le Roi de Prusse avoit gagné la bataille du 5 décembre dernier, et qu'il *suposoit* que le ministre de la Maison anséatique ne manqueroit pas de faire à cette occasion des feux de joie. »

« Ainsi, conclut le Marcgrave, voilà l'origine de cette nouvelle, laquelle se réduit à une suposition. »

Le Ministre plénipotentiaire ainsi éclairé, prescrivit au magistrat de dire au pasteur que le Gouvernement « étoit appaisé ».

(Archives du Royaume à Bruxelles, Conseil privé, cart. 1292.)

Pour ce qui concerne les accusations à charge des Hollandais de Termonde et de Namur, Cobenzl ayant porté plainte — également à la légère — auprès du Résident, celui-ci écrivit aux États-Généraux, le 9 janvier 1758, la dépêche suivante :

« W. E. G. H.

» De Graaf van Cobenzel, Hare Keijserlijke Majesteits Minister in dese landen, heeft zich gisteren zeer aan mij beklaagd over het geene zich te Namen en te Dendermonde wegens het guarnisoen van den Staat had toegedragen ter occasie van het wederovergaan van Breslau aan den Koning van Pruissen.

» Volgens de advijsen uit die twee plaatsen hadden de Predikanten van het guarnisoen te Namen publijcq in hunne kerkgebeden God de Heere gedankt voor dat evenement, en te Dendermonde had het guarnisoen van den Staat publijcq vreugdevuren aangestoken en geillumineerd.

» Hoe odieus zulks in dese landen voorkomt, en zeekerlijk ook te Weenen zal worden aangesien, is ligtelijk te begrijpen.

» De Heer van Reischag zal zekerlijk zich daarover aan den staat adresseren en te kennen geven welke consequentien ten aansien van de verbittering der inwoonderen deser gewesten, en de zware disputen jaa faiten daruit te wagten, zulke bewijsen van partialiteijt in Haare Majesteits eigen landen en steden na zich zullen moeten sleepen... »

(Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.)

On le voit, le diplomate hollandais ne considérait nullement « l'inconvenance » comme invraisemblable. Il dirigea personnellement une enquête rigoureuse, et il put établir, à sa grande satisfaction, que les faits allégués à charge de ses compatriotes étaient controuvés. Le 26 janvier il écrivit aux États-Généraux que le Ministre plénipotentiaire était à présent convaincu de la fausseté des bruits mis en circulation : « De Heer Grave van Cobenzl heeft overtuigd geschenen dat men onze troupes te onregte had beschuldigt, en mij gesegt dat hem zulks zeer speet, en dat nader derwaerts zou schrijven om zich te eclairciseeren en te prevenieren dat zulks niet weder gebeure. » (Ibidem. *Copieerboek beginnende met den 16 februari 1756 tot den 26 juli 1762*, f° 191. — Voir aussi : *Brussel, Diverse brieven*, 1767-1778.)



CHAPITRE XI.

LES ESSAIS D'ACCOMMODEMENT.

État de l'industrie belge à la suite des traités de 1715. — La question des tarifs après la conclusion du traité de la Barrière. — Le traité de Vienne du 16 mars 1731 stipule une revision prochaine des traités de commerce. — Les conférences tenues à Anvers en 1738. — Les griefs développés par les commissaires belges. — Les réponses des plénipotentiaires hollandais. — Les conférences indéfiniment suspendues. — Le traité d'Aix-la-Chapelle du 18 octobre 1748. — La République réclame les arrérages du subside. — Langage menaçant du Résident Kinschot. — Déclaration du Secrétaire d'État et de guerre le 31 mars 1749. — Retour du prince Charles de Lorraine aux Pays-Bas. — Les instructions données par l'Impératrice au Gouverneur général des Pays-Bas, le 9 avril 1749. — Dépêche du Chancelier sur le même objet. — Les instructions impériales transmises le 14 mai 1749 au baron de Reischach, ministre d'Autriche à La Haye. — Le mémoire adressé par le prince Charles de Lorraine aux États-Généraux, le 6 juillet 1749. — Illusions du Résident Kinschot. — La mission du comte de Bentinck. — Conférences du comte de Bentinck avec le marquis de Botta-Adorno. — Le *Précis des sincères entretiens.* — Déclarations du comte d'Ulfeld aux ministres d'Angleterre et de Hollande à Vienne. — Mémoire adressé par le comte d'Ulfeld à l'Impératrice, le 17 juin 1750. — Les conférences de Bruxelles 4 mai-28 septembre 1752. — Leur résultat négatif. — Conclusion.

Des situations comme celle que nous avons essayé de dépeindre ne peuvent se prolonger sans fâcheux éclats. On le comprit de part et d'autre : à plus d'une reprise, on tenta de remédier aux abus et d'établir un *modus vivendi* plus paisible.

Gachard a fait voir [1] combien les traités de 1715 avaient été désastreux pour l'industrie de nos provinces.

Tandis que l'Angleterre et la Hollande interdisaient à l'Empereur d'édicter, à moins d'un accord préalable avec elles, les règlements commerciaux que l'intérêt de ses sujets pouvait rendre nécessaires, elles demeuraient mai-

[1] *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle,* 505-507.



tresses de modifier leurs propres tarifs selon qu'elles le jugeraient convenable.

Elles ne se firent pas faute de mettre cette latitude à profit, et elles usèrent de tous les moyens dilatoires possibles [1] pour ajourner indéfiniment la conclusion du traité de commerce prévu dans les arrangements de 1715 [2].

Lorsque Charles VI, cédant à la nécessité, consentit, par le traité de Vienne du 16 mars 1731, à l'abolition de la Compagnie d'Ostende [3], il voulut qu'au moins une compensation fût donnée à ses sujets des Pays-Bas, et il fit stipuler [4] que le Roi d'Angleterre et les États-Généraux des Provinces-Unies s'obligeaient à entrer « immédiatement » en pourparlers avec la cour impériale. Des commissaires devaient, à cet effet, s'assembler à Anvers, et la négociation se terminerait, au plus tard, dans le terme de deux années.

Le Congrès subit un premier ajournement à la suite des craintes d'hostilités qui se manifestèrent après la mort de Frédéric-Auguste Ier, roi de Pologne, puis il fut encore retardé, à la demande du roi Georges, retenu dans son électorat de Hanovre. La Hollande travaillait d'ailleurs sous main à faire reculer le plus possible la date des conférences.

Cependant la situation de l'industrie empirait de jour en jour dans les Pays-Bas, et elle était l'objet des plus vives préoccupations du gouvernement.

Devant les appels de plus en plus pressants de l'Empereur, la Grande-Bretagne et les Provinces-Unies comprirent, après cinq années d'atermoiements, qu'elles ne pouvaient se soustraire plus longtemps à l'accomplissement de leurs obligations, et se décidèrent à envoyer leurs représentants à Anvers.

On trouvera dans le livre de Gachard [5] les choses essentielles relatives à la marche de ces négociations, qui s'ouvrirent le 27 août 1737. Nous nous bornerons à parler ici de la question des garnisons, dont l'éminent historien ne s'est pas occupé.

1 Notamment au Congrès de Soissons de 1728.

2 A l'article XXVI.

3 Voir M. Huisman, *La Belgique commerciale sous l'empereur Charles VI. La Compagnie d'Ostende*, 450.

4 Dans l'article V.

5 Pages 512-520.

La Gouvernante générale avait fait préparer un exposé de ses griefs [1]. C'est un long mémoire en XXX articles très précis [2]; il fut déposé par les commissaires belges le 31 mai 1738.

[1] Le 21 mai 1738, l'archiduchesse Marie-Élisabeth écrivit à l'Empereur :

« Comme le comte d'Ulfeld m'avoit envoijé dez l'année passée un mémoire secret, qu'il a trouvé le moijen d'avoir à La Haye, par lequel j'ai pu voir la nature des griefs que les Hollandois comptoient de proposer aux conférences d'Anvers, et que, sur cet avis, j'avois eu soin d'ordonner aux Magistrats des villes de la Barrière de m'informer des plaintes qu'ils croïoient avoir contre la conduite des Gouverneurs, Commandans et États-majors ou trouppes des États-Gn̄aux pour autant qu'elle pourroit être irrégulière ou contraire aux traitez et règlemens qu'il y a pour leur comportement. J'ai remarqué par les informations des Magistrats des d^es villes qu'il y avoit des matières de plaintes, dont une partie étoit du departement du Conseil privé, et l'autre de celui du Conseil des Finances, et aiant considéré qu'il auroit fallu trop de tems pour dresser le mémoire des griefs qui pouvoient résulter desdites informations, si l'examen en auroit été fait par les d^s deux conseils, j'ai jugé convenir d'en charger deux conseillers, l'un du Conseil privé, et l'autre de celui des Finances auxquels j'ai remis dans la même vue plusieurs mémoires que j'avois fait remettre de tems en tems au Résident des États-Généraux d'Assendelft, demandant qu'il fut pourvu aux plaintes ij portées, mais dont la pluspart est restée sans remède, et même sans réponse, avec ordre aux d^s conseillers de dresser et de me présenter un mémoire des griefs qu'ils jugeroient pouvoir être opposez à ceux que les Hollandois pourroient proposer, et aiant pressé les d^s conseillers à l'exécution des ordres dont je viens de parler, après que les commissaires de Votre Majesté m'ont remis les d^s griefs des États-Généraux, ils y ont satisfait, en me présentant le mémoire ci-joint en copie par lequel Votre Majesté daignera reconnoître que les États-majors des places de la Barrière contreviennent à plusieurs égards aux d^s traitez et règlemens sans que les États-Gn̄aux y portent le remède convenable. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{\text{U. 7}}{\text{1}}$: n° 25.)

[2] Il est intitulé : *Mémoire touchant les contraventions faites au Traité de Barrière et autres conventions y ensuivies par les États-Généraux des Provinces-Unies, leurs officiers et trouppes de garnison dans les villes et places de la Barrière, remis à Messieurs leurs commissaires par ceux de Sa Majesté Impériale et Catholique.* (Ibidem. U. 7, n° 25, litt. E.) — Il en existe des copies dans le registre DCCLXIII de la Secrétairerie d'État et de guerre, f°s 354-367, et, à La Haye, dans les *Bijlagen specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen te Antwerpen,* 1737-1741, f°s 87-94.)

Dans le même dossier des archives de la Chancellerie, se trouvent, outre la lettre de l'Archiduchesse, datée du 21 mai 1738, plusieurs documents importants : *Mémoire des griefs remis par les commissaires de Hollande à ceux de Sa Majesté à Anvers.* (U. 7, n° 25, litt. A); — *Mémoire servant de réponse aux deuxième et troisième griefs contenus dans le mémoire délivré par les commissaires de Leurs Hautes Puissances à ceux de Sa Majesté, le 16 avril 1738 aux conférences d'Anvers.* $\left(\frac{\text{U. 7}}{\text{3}}\right.$: n° 30$\left.\right)$; — *Mémoire servant de réponse aux*

Nous avons trouvé dans les archives de La Haye la minute de la réponse que les plénipotentiaires de la République firent à ce mémoire[1].

La plupart du temps, ils cherchent à pallier la gravité des faits : on revient « sur des vieilles affaires auxquelles il a été répondu en son temps » ; ou bien ce sont « des vétilles lesquelles ne devroient pas occuper les souverains de part et d'autre ». Quelquefois ils en contestent la réalité : « Les troupes auxiliaires, au lieu d'être traitées avec distinction, sont chicanées de tous cotez, et on voit clairement par toutes les circonstances que l'on s'est donné toutes les peines imaginables pour ramasser tout ce que l'on a pu pour augmenter le nombre des plaintes ; »... « les Magistrats ne sont pas des plus faciles »... « les faits sont rapportés abusivement ». Lorsque la chose est par trop claire, ils s'engagent à provoquer les mesures nécessaires pour faire disparaître les inconvénients signalés, et, le cas échéant, ils promettent d'obtenir des indemnités pour les personnes qui ont subi un préjudice.

Après de longues délibérations, les délégués se mirent d'accord sur un projet de convention[2] destiné à recevoir l'agrément de l'Empereur et des États-Généraux[3].

Charles VI mourut le 20 octobre 1740, et les conférences d'Anvers furent indéfiniment suspendues.

Marie-Thérèse, par une dépêche[4] du 11 janvier 1741, avait recommandé au gouvernement de Bruxelles de faire poursuivre les négociations sans désemparer ; mais, quand ses pleins pouvoirs arrivèrent, les représentants des puissances maritimes s'étaient déjà retirés dans leurs pays respectifs.

quatrième et cinquième griefs contenus dans le mémoire délivré par les commissaires de Leurs Hautes Puissances à ceux de Sa Majesté, le 16 avril 1738, aux conférences d'Anvers. $\left(\frac{\text{U. 7}}{\text{D}}\right.$: n° 30$\left.\right)$; — *Mémoire concernant les points qui peuvent servir d'ingrédients pour l'instruction des commissaires de Hollande aux conférences d'Anvers.* (U. 7, n° 14, litt. D.)

[1] Archives du Royaume à La Haye. *Bijlagen specteerende tot het verbaal van de Heeren plenipotentiarissen te Antwerpen*, 1737-1741, f[os] 87-94. — Ce n'est que le développement des instructions arrêtées par les États-Généraux dans leur séance du 12 novembre 1738. (Ibidem. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, f[os] 618-634.)

[2] Voir le texte de ce projet à la suite du Mémoire de Keerle. Pièces justificatives, n° I.

[3] Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten generaal*, 1740, f[os] 548-556.

[4] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, U. 7, n° 42.

La jeune impératrice dut faire face à de nombreux ennemis, et les soucis de la guerre lui firent perdre de vue les travaux diplomatiques.

On connait les souffrances que nos provinces eurent à subir pendant la guerre de la Succession d'Autriche : en 1744, les Français s'emparèrent des Pays-Bas, et ils les gardèrent jusqu'à la paix d'Aix-la-Chapelle du 18 octobre 1748.

Aux délibérations d'Aix-la-Chapelle, Kaunitz s'efforça d'obtenir que le droit de garnison dans les places des Pays-Bas fût enlevé aux Provinces-Unies. Il faisait valoir que la plupart des forteresses avaient été démantelées par les Français, et que leur occupation avait perdu, dès lors, toute importance. D'ailleurs, elles avaient cédé si facilement à l'attaque de Maurice de Saxe, que la vanité des précautions prises par la Hollande pour leur défense était suffisamment démontrée [1].

Une autre raison, que Kaunitz passait sous silence, c'est que les temps étaient bien changés.

[1] Voir les rapports du baron de Hertell et du prince de Waldeck. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1731-1747.) — Sur la faible résistance opposée à l'ennemi par les garnisons de la Barrière : A. VON ARNETH, *Geschichte Maria-Theresia's*, IV, 254. L'illustre historien signale la négligence avec laquelle la République entretenait les forteresses, bien qu'elle eût déjà touché des subsides supérieurs à trente-trois millions de florins. — Pour l'histoire des sièges, voir BEER, *Holland und der Österreichische Erbfolgekrieg*, 31-44. — CROUSSE, *La guerre de la succession d'Autriche dans les provinces belges.* Menin fut assiégé du 18 mai au 4 juin 1744; Ypres du 6 au 25 juin; le fort de Knokke, investi le 28 juin, capitula le lendemain; Termonde résista vingt-quatre heures, le 14 août; Namur se rendit le 19 septembre, après treize jours de siège; la citadelle tint bon jusqu'au 30. D'après Crousse, les effectifs étaient très faibles : à Menin, 12 compagnies d'infanterie et 2 escadrons de dragons; à Ypres, 4 bataillons, 1 hollandais et 3 suisses, plus 2 escadrons; à Knokke, 75 hommes. Il y eut une exception glorieuse Tournai, attaqué le 26 avril 1745, résista jusqu'au 23 mai, et la citadelle n'ouvrit ses portes que le 20 juin; sur un effectif de 9,000 hommes, 4,000 étaient hors de combat. — L'historien allemand Heeren trace de l'armée hollandaise un portrait peu flatteur : « Ce n'étoient plus ces Hollandois dont la bravoure avoit en partie décidé les journées de Schellenberg, Hochstedt, Ramillies, Malplaquet. Trente ans de paix avoient presque entièrement parmi eux étouffé l'esprit militaire. Les troupes nationales n'avoient plus du soldat que le nom et les costumes. Les places d'officier étoient à la disposition des membres des régences des provinces dans lesquelles les régiments se trouvoient placés; elles étoient tellement avilies, que la dernière ressource d'un père pour ramener son fils mauvais sujet étoit de le menacer de le faire lieutenant ou capitaine. » (*Mémoires sur les campagnes des Pays-Bas en 1745-1747*, p. 26.)



Lorsqu'en 1715 on avait réorganisé la Barrière, l'Autriche, l'Angleterre et les Provinces-Unies venaient de terminer une longue guerre contre Louis XIV. Les intérêts des puissances étaient les mêmes, et l'entente sur les précautions à prendre contre l'ennemi commun avait été facile. Mais depuis cette époque, trente ans s'étaient écoulés, l'attitude de la Hollande en 1744 n'avait pas été franche [1]; en 1748, elle est la complice de l'Angleterre, qui a trahi la confiance de l'Autriche; Marie-Thérèse songe à se séparer des puissances maritimes et à orienter sa politique dans le sens de l'alliance française.

Les États-Généraux, qui devinaient ces nouvelles dispositions de l'Impératrice, insistèrent énergiquement pour le maintien de leur droit. La Barrière demeura établie, et tout ce que Kaunitz put obtenir, fut la suppression du subside annuel; au moins le nouveau traité n'en fit-il plus mention.

On s'était décidé à Vienne à ne plus payer le subside de 500,000 écus, du moins aussi longtemps que de nouveaux arrangements n'auraient pas été conclus en matière commerciale : les ministres impériaux s'étaient expliqués là-dessus d'une manière catégorique, non seulement au Congrès d'Aix-la-Chapelle, mais à Hanovre, où se trouvait alors la cour d'Angleterre, et à La Haye également [2].

Ce n'était pas la première fois que la question de subside donnait lieu à des tiraillements. L'énorme contribution prescrite par le traité de la Barrière avait toujours été payée de mauvaise grâce [3].

1 En 1744, la République avait entamé des négociations secrètes avec la France sans en avertir l'Autriche. Le cabinet de Vienne apprit que Wassenaer avait eu des conférences à Arras avec Noailles et d'Argenson, et il en fit exprimer tout son mécontentement à La Haye. Les propositions hollandaises ne furent d'ailleurs pas accueillies. (Beer, *Holland und der Österreichische Erbfolgekrieg*, 32, 33.)

2 Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIII[e] siècle*, 524.

3 Dès 1722, le Secrétaire d'État et de guerre exposait au Ministre plénipotentiaire, dans un mémoire très documenté, que les garnisons hollandaises ne dépensaient pas même dans nos provinces l'équivalent du subside impérial, de sorte que l'occupation se faisait aux frais exclusifs des Pays-Bas. (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 32-40.) — Plus tard, le comte d'Ulfeld tiendra le même langage : « Les nombreux millions que les Pays-Bas ont payés à la République lui ont peu rapporté; ils n'ont point circulé chez eux, l'économie ayant été poussée jusqu'à présent par les employés au service des États-Généraux dans les places de la Barrière



En 1733 déjà, le Résident des Provinces-Unies constate qu'on y met peu d'empressement[1]. En 1742, l'Impératrice demande un délai parce que la misère du pays est telle que le gouvernement a dû renoncer à la perception de plusieurs impôts; la République ne s'arrête pas à ces considérations, et menace son alliée d'une exécution militaire[2].

En 1745, les États-Généraux élèvent de nouveau la voix, et font déclarer par leur représentant « qu'il n'y a pas moyen de continuer les affaires de cette façon[3] ». On leur répond qu'à l'impossible nul n'est tenu; le pays est épuisé; il ne parvient même pas à entretenir l'armée nationale; il donnera ce qu'il pourra. Il semble que ce fut très peu de chose[4].

Aussi dès que le traité d'Aix-la-Chapelle eut été publié, la République réclama-t-elle avec insistance[5] les arrérages dus, et des propositions de règle-

jusqu'à tirer d'Hollande les moindres petits besoins de leur troupes, pour y faire passer l'argent du subside. » (Dépêche du 26 mai 1750. Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, U. 8, n° 4.)

1 « De Heeren Staten van Brabant zijn wat difficiel geworden om penningen te ligten. » (*Dépêche adressée par le Résident Van Assendelft aux États-Généraux, le 13 août 1733.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1731-1747.)

2 Cette menace est communiquée au Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, le 5 janvier 1742. Voir le volumineux dossier de cette affaire aux Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.8}{7}$ · ad H. — Voir aussi Piot, *Le règne de Marie-Thérèse dans les Pays-Bas autrichiens*, 28-37. Piot, favorable à la Hollande, est documenté d'une manière très incomplète.

3 « Les subsides de la Barrière depuis quelque temps ont presque entièrement cessés, nonobstant les promesses réitérées faites par Son Excellence le comte de Königsegg-Erps au soussignez qu'il auroit fait faire de tems en tems des payemens, sans effet, puisque depuis huit mois le soussignez n'a reçu que très peu, ce qui les met dans le dernier embarras par rapport au payemens y affectés, tant pour les entretiens des fortifications que de l'état-major, qu'il n'y a pas moyen pour Leurs Hautes Puissances de continuer les affaires de cette façon. » (*Dépêche adressée par le Résident J.-A. Van Kinschot au Ministre plénipotentiaire, le 13 février 1745.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1731-1747.)

4 « Leurs Hautes Puissances connoissent mieux que personne le triste état de nos provinces, l'épuisement total de leurs finances, et l'impossibilitez absolue de fournir de leur propre fond seulement à l'entretien des trouppes de Sa Majesté la Reine qui lui sont assignées. » (*Mémoire adressé au Résident Van Kinschot par le comte de Kaunitz, le 25 février 1745.* Archives du Royaume à La Haye. Ibidem.)

5 « In Geldsachen waren die Holländer recht halstarrige Leute und schwer von einmal gefassten Gesichtspunkten abzubringen. » Beer, *Aufzeichnungen des Grafen William Bentinck über Maria-Theresia*, XCIII.)

ment pour l'avenir. Elle manifestait, tout au moins en paroles, des dispositions conciliantes, mais exigeait une réponse « prompte, claire et satisfaisante [1] ».

Le ton de cette finale dément quelque peu la modération que l'on affecte, et nous savons mieux encore ce qu'il en faut penser par une lettre confidentielle [2] du duc d'Arenberg [3] au Ministre plénipotentiaire : le diplomate hollandais lui avait déclaré « qu'en cas de refus de satisfaire promptement, ses maîtres seront obligés de se servir de moyens qui ne pourroient être que peu agréables [4] ».

Dès le 31 mars, le Secrétaire d'État et de guerre répondit à la communication des États-Généraux par un refus poli mais catégorique d'entrer en négociation : « La guerre a tellement embrouillé toutes les branches du Gouvernement que jusqu'à cette heure il n'a pas encore eu le temps de se reconnaître dans ce désordre général, ni même de penser aux arrangements les plus indispensables pour le bien-être du pays [5] ».

Les réclamations furent toutefois transmises à Vienne.

Pendant ce temps, le prince Charles de Lorraine était revenu prendre possession de son gouvernement. Peu de jours après son retour, il reçut de Marie-Thérèse des instructions précises [6], arrêtées après une discussion approfondie des mémoires hollandais par la « Conférence ministériale [7] ».

1 *Mémoire adressé par le Résident Van Kinschot au Ministre plénipotentiaire, le 18 mars 1749.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{ad\ \frac{9}{a}}$: ad H.)

2 Le 26 mars 1749.

3 Le duc d'Arenberg était membre de la *Jointe interne pour le gouvernement général des Pays-Bas.*

4 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{9}$: ad H cum adj^{s}, *a* — *b*.

5 « Quoique ce Gouvernement ne se departira jamais du principe de concourir de son côté à tout ce qui peut être agréable à Leurs Hautes Puissances, les présentes conjonctures le mettent dans l'impossibilité de s'apliquer à des objets tels qu'est celuy de ce second mémoire, pour peu d'attention que Leurs Hautes Puissances veuillent faire à la situation actuelle de ces paij-ci, Elles concevront aisément cette impossibilité... » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.)

6 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{2}$: ad H.

7 Ibidem, $\frac{D.23}{6}$: ad H.

Les dépêches de la Souveraine portent la trace visible de l'irritation causée par l'insistance des États-Généraux. L'Impératrice proteste avec une vivacité qui ne lui est pas habituelle contre la forme des mémoires qui lui ont été soumis [1], et elle prescrit à son beau-frère de réclamer officiellement le rappel du diplomate qui a signé une communication aussi peu conforme aux usages de la courtoisie internationale [2]. Il est manifeste qu'elle a été profondément froissée dans sa dignité.

Abordant ensuite le fond du litige, l'Impératrice déclare qu'elle ne paiera plus le subside. Si les Hollandais s'avisent de tenter une exécution militaire, on repoussera la force par la force, et le Gouverneur général est invité à prendre d'urgence les dispositions nécessaires pour ne pas être surpris [3].

La décision impériale sera notifiée sur-le-champ à la République, et le prince Charles devant recevoir sous peu la visite du comte de Bentinck [4], « aura l'occasion de lui parler sur le pied ci-dessus marqué ».

1 « Le contenu des deux mémoires est peu mesuré et peu décent, et quoi qu'on ait lieu de croire que le Resident Kinschot les ait addressées par ordre du seul Conseil d'État de La Haie, qui fait les fonctions, dans le sistème de la République, du Conseil de guerre et du Commissariat, on y voit néanmoins aussi le génie de la personne, dont le naturel rude et grossier peut avoir beaucoup contribué à l'incompétence des expressions.» (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{6}$: ad H.)

2 « Faisant comprendre que la conduite et les manières de ce Résident ne sont aucunement propres à entretenir la bonne harmonie, et à cultiver la bonne correspondance que Votre Majesté désire conserver avec ses bons voisins et alliés. » (Ibidem.) — Le 26 avril 1749, le prince Charles de Lorraine écrivit à l'Impératrice qu'il ne croyait pas utile de demander le rappel de Kinschot. Ce diplomate était d'une intelligence médiocre, et d'une faible perspicacité. En l'écartant, on s'exposait à voir accréditer auprès de la cour de Bruxelles un Résident à l'esprit plus délié, qui pourrait devenir un surveillant peu commode. Examinant les reproches que l'on adressait aux mémoires de Kinschot, le prince estimait que sa responsabilité pouvait être assez atténuée : « Il y aura un peu plus de réflexions à faire sur ce qui regarde la personne dudit Résident; selon ce que j'apprends, il ne paraît pas être homme à mettre beaucoup du sien dans l'exposition ou exécution des ordres dont ses maîtres le chargent, et il se pourroit qu'il n'eut aucune autre part aux expressions peu ménagées qu'il y a dans ses mémoires que celle d'avoir rendu en françois les ordres qu'on lui aura donné en hollandois. » (Ibidem, $\frac{D.23}{13}$: ad H.)

3 Ibidem.

4 Le comte Guillaume de Bentinck, 1704-1773.

A cette dépêche, destinée à être transmise à La Haye, était jointe une autre, plus détaillée, du comte de Kaunitz [1].

La Barrière, fait observer cet homme d'État, a été créée « en vue des circonstances du temps et de l'établissement de sûreté mutuelle ». Mais les conjonctures ont bien changé, surtout depuis la dernière guerre, et « la condition des Pays-Bas est extrêmement détériorée » : plusieurs forteresses ont été rasées [2]; celles qui subsistent ne couvrent plus le pays, la ligne de défense est interrompue, et « il n'existe plus réellement que le nom de Barrière ».

Il en résulte que le traité lui-même est virtuellement suspendu, l'engagement inscrit dans l'article XIX tombe, et l'on ne peut équitablement exiger de la couronne un sacrifice au-dessus de ses forces et que les circonstances ne justifient plus [3].

D'ailleurs, le voulût-elle, que cela lui serait impossible [4], à moins de diminuer le contingent de ses propres troupes. Or, le nombre de ses soldats est fixé par le même traité, et les deux stipulations présentent le même caractère obligatoire; puisqu'une seule est exécutable, la Souveraine a le droit de choisir.

L'Impératrice, « qui est accoutumée d'agir rondement et sans détour », a toujours fait tenir le même langage par ses plénipotentiaires, tant à Aix-la-

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772. — La minute se trouve dans les Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{4}$: ad H.

2 Notamment Menin et la citadelle de Tournai.

3 « On ne peut pas demander à Sa Majesté l'Impératrice Reine avec quelque équité que, quoique ses états soient les plus exposés, Elle continue à porter un fardeau dont on ne s'est chargé qu'en considération de beaucoup de raisons qui n'existent plus actuellement. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{4}$: ad H.)

4 « Les fonds et revenus des Pays-Bas, par des causes qui sont assez connues pour n'avoir pas besoin d'être rappelées ici, n'ont pas même été suffisants avant la guerre pour l'entretien de 18,000 hommes : il est notoire que ces provinces ont été entièrement épuisées et abimées par la dernière guerre; et par conséquent il est clair qu'il seroit impossible d'y entretenir le nombre des troupes autrichiennes stipulé par le traité de la Barrière, et de satisfaire en même tems à ce que contient l'article XIX du dit traité. » (Ibidem.)



Chapelle qu'à La Haye et à Hanovre [1]; elle est donc surprise de voir qu'on revienne sur un point qui pouvait être considéré comme écarté; enfin, elle insiste sur un point délicat : les Provinces-Unies n'ont pas le droit de se montrer si exigentes, alors que leurs troupes n'ont opposé à l'envahisseur qu'une résistance bien faible et absolument inefficace [2].

Les instructions envoyées au baron de Reischach, Ministre d'Autriche à La Haye, sont conçues en termes à peu près identiques [3]: plaintes contre le « naturel inconsidéré de Kinschot », et les « expressions indécentes » de son mémoire; impossibilité pour le trésor de fournir ce qu'on lui demande. Mais, après cette fin de non-recevoir, nous trouvons dans les deux documents une proposition de négocier sur les moyens propres à garantir la sûreté des Pays-Bas [4].

1 « A savoir que notoirement l'état de la Barrière étoit totalement changé, et que, si même Sa Majesté étoit portée à renouveller le traité de la Barrière, tel qu'il est, sans exceptions et changements, il seroit absolument impossible d'en remplir les conditions et notamment de payer les 500m patacons. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.23}{4}$: ad H.)

2 « L'on a vu pendant la dernière guerre que nonobstant les 33 millions tirés des Pays-Bas pendant la paix, les places de la Barrière confiées à la République étoient encore beaucoup plus mal pourvues et qu'elles ont été beaucoup plus mal défendues que les autres. » (*Protocole de la conférence ministérielle du 22 d'avril 1749.* Ibidem, $\frac{D.24}{2}$: ad H.)

3 Les instructions envoyées au baron de Reischach sont datées du 14 mai. (Ibidem, D. 24, litt. H, cum nis 1 et 2.) — L'Impératrice avait aussi prescrit à la « conférence ministériale » de préparer une réfutation en règle des mémoires de Kinschot : « Le mémoire de Kinschot contient des expressions indécentes. Il faudra faire les plaintes que demande un écart aussi incongru... Au surplus, la jointe se moulera sur le pied qu'on vient de déduire, et on lui recommande très expressément d'y témoigner les justes égards que Sa Majesté aura toujours pour une puissance dont elle estime infiniment l'amitié, et dont les intérêts et les siens sont si naturellement et si étroitement liés et attachés ensemble. » — Mais ces « justes égards » n'ont aucune influence sur le fond de l'affaire, car Marie-Thérèse ajoute : « Il est aisé de concevoir que le tout milite aussi bien pour les arrérages du subside dont il s'agit que pour les échéances qui en seroient tombées au futur. » (Ibidem, $\frac{D.23}{5}$: ad H.)

4 « La sureté des Pays-Bas a été l'objet essentiel du traité de la Barrière; c'est aussi encore et ce sera toujours celui des attentions de Sa Majesté l'Impératrice, et Elle renouvelle par conséquent de grand cœur l'offre de convenir sans perte de tems de tous les moiens qui peuvent conduire à ce but salutaire, et qui sont justes et praticables selon l'état présent et différent de celui de 1715.

» Cet offre comprend et épuise tout ce que l'on peut se demander et se promettre avec

Tous ces arguments sont repris dans un volumineux mémoire adressé, le 6 juillet 1749, par le prince Charles de Lorraine aux États-Généraux [1].

Jusque-là, les États, se fiant aux dépêches de leur représentant à Bruxelles, se figuraient qu'on finirait par leur donner satisfaction. Au sortir d'une conférence avec le marquis de Botta et le secrétaire Crumpipen, Kinschot écrivait à La Haye : « Het zal zich arrangeren, maar het zal traineren [2] ».

Mais après cet échange de dépêches et de mémoires, on fut naturellement persuadé du contraire, et l'on se décida à recourir au cabinet britannique [3], ainsi que nous le verrons plus loin.

Au mois d'août [4] suivant, le comte de Bentinck fut chargé par le prince d'Orange d'aller complimenter le prince Charles de Lorraine au sujet de son retour dans les Pays-Bas. Il avait pour instructions de s'assurer en même temps auprès du marquis de Botta-Adorno des dispositions véritables du gouvernement [5]. Il devait faire sentir au Ministre plénipotentiaire la surprise et le déplaisir que causait au Stathouder l'ingratitude de la Maison

justice et équité, et Leurs Hautes Puissances, les États-Généraux des Provinces-Unies sont trop éclairées pour ne pas sentir la solidité des considérations susdites, pour ne pas les envisager dans toute leur étendue, et pour donner à l'objet pécuniaire une attention de préférence sur celle que mérite le salut et la sûreté commune. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pas-Bas Vienne, $\frac{D. 23}{4}$: ad H.)

1 Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.

2 Dépêche du 12 mai 1749. (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.) — Nous avons vu plus haut que Kinschot ne passait pas pour un diplomate très perspicace, mais dans cette affaire son opinion était partagée par le comte d'Harrach. L'ancien ministre plénipotentiaire, siégeant à la « conférence ministériale » du 22 avril à Vienne, avait émis l'avis qu'il faudrait tout de même finir par payer. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D. 24}{2}$: ad H.)

3 A. von Arneth, *Geschichte Maria Theresia's*, IV, 255.

4 Et non au mois d'avril, ainsi que le dit Gachard (p. 525). Voir *Dépêche du 7 août 1749 des États-Généraux au prince Charles de Lorraine, par laquelle ils l'informent qu'ils lui députent Guillaume de Bentinck, seigneur de Rhoon, pour le féliciter sur son heureux retour aux Pays-Bas, et prient ce prince de lui donner entière foy et croyance.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. D. 25, litt. H. cum n° 1.)

5 Les instructions de Bentinck nous ont été conservées dans un volumineux *Mémoire instructif*, qui se trouve aux Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Van Haren. Bijlagen*, 1749-1758.



d'Autriche[1]. D'autre part, on ne pouvait admettre l'argument tiré du changement des circonstances: ces changements ne peuvent infirmer un traité formel[2], et l'on ne saurait invoquer davantage le fait que deux forteresses ont été rasées, pour soutenir que la Barrière n'existe plus[3]. L'insuffisance des ressources pécuniaires ne semble pas établie[4], et tout au moins on l'exagère. La République est d'ailleurs disposée à conclure un arrangement raisonnable, « mais cela ne saurait avoir lieu sans qu'on reconnaisse la subsistance du traité de la Barrière ».

Bentinck était un homme conciliant, partisan de l'alliance autrichienne[5]; il avait déjà négocié directement avec l'Empereur et l'Impératrice[6] et se montrait fort désireux de rétablir l'union étroite entre l'Empire, l'Angleterre et les Provinces-Unies.

1 « On la chagrine (Son Altesse le Stathouder) en différentes manières, au lieu qu'Elle se croyoit en droit d'attendre qu'on Lui auroit sçû quelque gré des efforts extrêmes qu'Elle a faits pour le maintien de la maison d'Autriche et de la liberté de l'Europe. » (Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Van Haren, Bijlagen,* 1749-1758.)

2 « Un traité ne peut être annullé que du consentement commun des parties contractantes, quelque déclaration qu'une de ces parties fasse. » (Ibidem.)

3 « Ce ne sont pas quelques villes seulement qui font la Barrière, mais ce sont les Paijs-Bas en général. C'est la défense de ces Pays-Bas qui fait le grand objet, et la garde d'un cordon de forteresses n'est qu'un des moijens qui y servent. Ces forteresses doivent être le mieux qu'on pourra rétablies, et c'est là tout ce qu'on peut conclure du changement des circonstances; mais le droit que la République a acquis de garder et de défendre les Païs-Bas par ses propres troupes n'est point éteint, et, par conséquent, le subside stipulé pour cet effet doit être continué. » (Ibidem.)

4 « Cette seconde raison qu'on allègue suppose un mal que la République a de la peine à croire aussi grand qu'on le dépeint, et qui aprez tout n'est pas sans remède, à moins qu'on n'ait dessein d'emploijer les revenus des Païs-Bas à des usages qui devroient être postposez à l'accomplissement des engagemens contractez avec la République. » (Ibidem.) — Le Résident des Provinces-Unies à Bruxelles a fait une enquête secrète sur l'état réel des finances publiques. Il écrit au Greffier Fagel qu'il ne s'était pas figuré la chose aussi difficile, et il entre dans beaucoup de détails sur les intrigues auxquelles il a dû se livrer, et sur l'argent que lui coûtent des documents très incomplets. (Voir ses lettres du 20, du 23 et du 27 juillet. Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1750.)

5 « Die Aufrechterhaltung dieses Bündnisses hielt er in Uebereinstimmung mit seinem Freunde, dem Herzoge von Newcastle, für ein politischer Axiom. » (BEER, *Aufzeichnungen des Grafen William Bentinck über Maria-Theresia*, XCIII.)

6 Voir sur ces négociations, Ibidem, 33, 38, 45, 50, 85, 97, 100, 102, 120, 122.



Il eut des conférences avec le Ministre plénipotentiaire [1]. Celui-ci déclara que l'Impératrice était fermement résolue à maintenir le traité « suivant son vrai sens et but, c'est-à-dire la sûreté de ces provinces, boulevard des puissances maritimes [2] ».

Les lacunes de la Barrière nécessitaient l'entretien dans les Pays-Bas d'une force armée supérieure aux indications du traité; voulant prouver la bonne foi du gouvernement autrichien, Botta remit au comte de Bentinck un tableau complet des recettes et des dépenses, s'engageant à consacrer à la défense du pays tous les revenus disponibles. Lorsque les circonstances seraient plus favorables, et que l'état des finances deviendrait meilleur, l'Impératrice ne manquerait pas d'employer ses ressources nouvelles à la réfection des forteresses ou au paiement du subside, selon la préférence qu'exprimeraient les États-Généraux. Mais, et c'est ici le point délicat, si l'on voulait restaurer les finances, il fallait se décider à entreprendre la revision des traités de commerce. Le gouvernement des Pays-Bas était prêt à y contribuer pour sa part [3].

Le comte d'Ulfeld tint le même langage à Vienne lorsque, quelques mois plus tard, les Ministres d'Angleterre et de Hollande, Keith et Burmania, vinrent insister près de lui au nom des puissances maritimes [4].

1 Nous en connaissons le sens par un document intitulé : *Précis des sincères entretiens entre Leurs Excellences le comte de Bentinck et le marquis de Botta-Adorno à Bruxelles, le 11e et le 12e d'aoust 1749 (Secrete)*, qui est conservé aux archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Van Haren, Bijlagen*, 1749-1758.

2 Ce langage concordait avec celui que Marie-Thérèse avait tenu à Bentinck le 8 janvier 1750. Voir Beer, *Aufzeichnungen*, 97-98.

3 « Sans entrer en des longues conférences peut-être aussi infructueuses que ci-devant celles d'Anvers, le Gouverneur général prêteroit toujours la main à des éclaircissements équitables pour parvenir une bonne fois à un traité de commerce réciproquement avantageux. » (*Précis des sincères entretiens*. Voir n° 6, p. 15.)

4 Les deux diplomates étaient chargés de demander : 1° les arrérages du subside de la Barrière; 2° le paiement exact et régulier du même subside pour l'avenir; 3° que les droits d'entrée et de sortie dans les Pays-Bas fussent remis sur l'ancien pied, jusqu'à ce qu'on en seroit convenu autrement, en conformité de l'article XXVI du traité de la Barrière, offrant à cet effet de reprendre sans délai les conférences d'Anvers. (Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle*, 526-533.) — Voir aussi l'importante lettre



Des deux côtés, on se déclarait donc prêt à reprendre les négociations entamées sans succès à Anvers douze ans auparavant. Mais l'Impératrice voulait que l'on se mît préalablement d'accord sur les principes qui serviraient de base au nouveau traité.

Ces pourparlers se prolongèrent pendant près de deux ans. Gachard les a résumés [1] et nous n'y insisterons pas.

Nous nous bornerons à noter un point : Marie-Thérèse soutint toujours que si l'article XIX du traité invoqué par les Hollandais devait être exécuté, il en était de même de l'article XXVI relatif aux arrangements commerciaux entre les deux pays. Le comte d'Ulfeld écrivait en son nom, le 26 mai 1750 : « Les obligations des contractants sont égales, et si l'une des parties voulait exiger de l'autre l'accomplissement de sa promesse, et refusait en même temps de satisfaire à la sienne, à pas égaux, ce serait dire que les traités ne portent pas une obligation réciproque, et que l'une est autorisée à en retirer toût l'avantage, et de laisser à la charge de l'autre tout ce qui est onéreux [2]. »

Il rappelle qu'en 1731, lorsque Charles VI consentit à la suppression de la Compagnie d'Ostende, on avait fixé à deux ans au plus le délai dans lequel serait conclu un traité de commerce. Il était temps de tenir cette promesse laissée depuis longtemps en souffrance. Au reste, « l'Impératrice était prête à donner les mains, sur le pied des principes proposés, à tout projet praticable [3] ».

Marie-Thérèse avait été influencée dans le sens de la modération par son chancelier. Celui-ci lui parlait avec une franchise absolue.

Le 17 juin 1750, le comte d'Ulfeld adressait à la Souveraine un long mémoire sur la question [4]. Après avoir mis en lumière, une fois de plus,

de Bentinck, écrite de Vienne le 6 juin 1750. (Beer, *Aufzeichnungen des Grafen William Bentinck über Maria-Theresia*, 102-116.)

[1] Gachard, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle*, 526-533.

[2] Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, U. 8, n° 4.

[3] Ibidem.

[4] Gachard, qui expose en détail les pourparlers auxquels donna lieu cette affaire, ne parle pas du mémoire d'Ulfeld. Ce document est intitulé : *Réflexions sur les articles XIX et XXVI du traité de la Barrière*. (Ibidem, U. 8, n° 6.)



les procédés habituels des Hollandais [1], il conclut qu'en ce qui concerne l'article XXVI, l'Impératrice a pour elle le bon droit et aussi les termes de l'acte diplomatique. Mais il ne peut juger de même la contestation portant sur l'article XIX. L'Impératrice aime la vérité et le devoir de son serviteur est de la lui faire entendre.

Le traité de la Barrière subsiste. On en est convenu plusieurs fois, verbalement et par écrit; soutenir le contraire serait « ôter à tous les traités leur vertu obligatoire et détruire le système de l'Europe ».

Que l'engagement soit dur, onéreux, injuste même, on ne le contestera pas, mais il a été accepté sans restriction. La lettre du traité est en faveur de la République, et elle n'y renoncera pas gratuitement.

La seule conduite que l'on puisse conseiller à la Souveraine est de proposer des concessions sur l'article du subside, mais en les faisant dépendre d'un accord sur les affaires commerciales. Si l'on obtient cet arrangement, le commerce des Pays-Bas se relèvera, la richesse publique grandira, et l'on réussira sans peine à faire accepter par les États provinciaux une augmentation d'impôts qui permettra de satisfaire la République.

Mais il n'y a pas d'illusion à se faire : si l'on ne promet pas le subside, les puissances maritimes ne se prêteront pas à la conclusion d'un traité de commerce.

Les Hollandais se montrent disposés à ménager les Pays-Bas et à adoucir leurs exigences [2]. Ils sentent bien qu'ils ne possèdent plus leur puissance d'autrefois; ils se disent aussi que les calamités souffertes par les Pays-Bas sont, au moins en grande partie, le fruit de la conduite de leurs troupes pendant la dernière guerre, et ils témoignent une modération qui ne leur est pas habituelle. Il faut profiter de cette circonstance, et « les deux affaires doivent se prêter mutuellement la main ».

[1] « Les Hollandois insistent toujours avec opiniâtreté sur les points dans lesquels ils se croient fondés, et, d'un autre côté, ils ont soin d'employer tous les faux-fuyans imaginables pour se soustraire à l'obligation d'accomplir leurs engagements réciproques. »

[2] La République avait déclaré qu'elle ne pouvait pas renoncer au subside stipulé par le traité de la Barrière, mais qu'elle se concerterait volontiers avec la cour impériale sur une diminution de ce subside pendant quelques années et sur l'abandon d'une partie des arrérages. (GACHARD, *Histoire de la Belgique au commencement du XVIIIe siècle*, 327.)



Kaunitz tenait le même langage qu'Ulfeld : « Que l'on ne sacrifie pas l'article du commerce à un petit profit d'argent plus apparent que réel. Car je suis très persuadé que, si cela arrive, les Païs-Bas et les revenus de Sa Majesté y perdront plus que ne vaut le subside en entier ; il est indubitable que les subsides des provinces diminueront avec la diminution *(sic)* de leur commerce [1] ».

Ce fut seulement le 23 novembre 1751 que les puissances maritimes adoptèrent les bases proposées [2]. Mais il y eut encore des réclamations des États-Généraux au sujet du subside. Vigoureusement appuyés par le Ministre d'Angleterre [3], ils prétendaient obtenir au moins un acompte ; l'Autriche

1 Lettre de Kaunitz à Koch, du 17 juin 1752. (SCHLITTER, *Correspondance secrète entre le comte A.-W. Kaunitz-Ritberg et le baron Ignace de Koch,* 237.)

2 Un mémoire, daté du 26 mai 1749, et délivré le 28 mai par le comte d'Ulfeld aux représentants de la Grande-Bretagne et des Provinces-Unies, énonçait comme principes dont l'Impératrice ne saurait se départir :

« Que les traités étoient également obligatoires pour tous les contractants, et qu'on étoit tenu, de part et d'autre, à y donner satisfaction entière, en même temps et à pas égaux.

» Que le traité de Münster devoit être exécuté « à plein » par les États-Généraux, comme il l'avoit été par la maison d'Autriche, et qu'on commenceroit d'abord par le redressement de tout ce qui étoit contraire aux articles VIII, IX, X, XI, XII, XIII de ce traité, qui établissoient une entière réciprocité dans le commerce entre les Pays-Bas et les Provinces-Unies.

» Que le même traité étant, quant au commerce, la base de celui de la Barrière, il serviroit de règle dans tous les doutes ou difficultés qui pourroient survenir en des cas qui n'auroient pas été prévus par le dernier.

» Que l'engagement de l'article XXVI du traité de la Barrière n'étant que provisionnel, jusqu'à ce qu'on en convînt autrement par un traité de commerce, il importait de s'occuper sans délai de la conclusion du traité.

» Enfin que le commerce des Pays-Bas, à l'exception de ce que les traités stipulaient, étoient dans une entière et pleine liberté. » (Chancellerie des Pays-Bas à Vienne. U. 8, nº 5. Cité par GACHARD, *Histoire des Pays-Bas au commencement du XVIIIe siècle,* 527-529.)

3 Le Résident Van Haren se loue fort de l'appui que lui donne son collègue britannique : « Voors. Engelsche Minister die met veel ijver de zaak van den staat bepleijt... voor het overige moet ik herhalen dat ik mij niet genoeg loueren kan over de conduite van voors. Minister, die deze zaken met alle verstand en cordaatheid aandringt en behandeld. » (*Dépêche adressée aux États-Généraux le 24 février 1752.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven,* 1749-1772.) — L'ambassadeur d'Angleterre à Vienne agissait auprès de l'Impératrice avec le même zèle. Le 4 mars 1752, le secrétaire Koch écrit à Kaunitz :

« Kitt (lord Robert Murray Keith) insista sur l'importance de satisfaire la République

s'obstinait à ne pas verser un florin aussi longtemps que ses griefs commerciaux ne seraient pas redressés. Le Ministre d'Autriche à La Haye écrit le 15 février 1752 : « Les plaintes et les clameurs deviennent encore de jour en jour plus grandes dans la République[1] ».

Ces récriminations[2] retardèrent encore l'ouverture des conférences. Elles s'ouvrirent enfin à Bruxelles le 4 mai 1752.

Le roi d'Angleterre avait délégué, pour le représenter aux conférences[3] de Bruxelles, Salomon d'Ayroles, ministre accrédité auprès du prince Charles de Lorraine, et André Mitchell, membre du Parlement. La République y avait envoyé Guillaume Van Haren, son Résident aux Pays-Bas, Jacques Van der Heim, secrétaire du collège de l'Amirauté à Rotterdam, et Guillaume Van Citters, conseiller pensionnaire de Middelbourg. Les plénipotentiaires de Marie-Thérèse étaient Patrice de Neny, membre du Conseil suprême des Pays-Bas à Vienne, Paul-François de Cordeys et Louis de Keerle, tous deux membres du Conseil des Finances.

Si le gouvernement autrichien s'était attendu à de bons résultats, son illusion ne dura guère, car, avant même que les délégués se fussent réunis

par rapport au traité de la Barrière... qu'il était ainsi chargé de la prier avec les dernières instances de vouloir ordonner à Bruxelles de faire incessamment quelque paiement à compte de la Barrière », et l'Impératrice ajoute de sa main à la lettre de son secrétaire : « avec les larmes aux yeux et se metant a genoux, il demanda un payement a bon compte à l'ouverture des conferences ». (SCHLITTER, *Correspondance Kaunitz-Koch*, 180, 349.)

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{U.8}{B}$: ad nm 11.

2 Voir GACHARD, 530-533.

3 Sur ces conférences, voir *Protocole des conférences de Bruxelles entre les commissaires de Sa Majesté d'une part, et les commissaires des puissances maritimes d'autre part, sur les mesures à prendre pour raffermir la sûreté commune, ainsi que sur l'exécution du traité de la Barrière, du 15 de novembre 1715, de la convention de La Haye du 22 de décembre 1718, et du traité de Vienne du 16 mars 1731*. (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{U.8}{2}$: ad nm 21.) — *Register verbaal gehouden bij de heeren W. baron Van Haren, J. Van der Heim, W. Van Citters, commissarissen plenipotentiarissen van Haar Hoog Mogende op de conferentien begonnen te Brussel in den jaare 1752 met de Heeren commissarissen plenipotentiarissen van Hare Koninglijke en Keiserlijke Majesteit, mitsgaders de Heeren commissarissen plenipotentiarissen van zijne Koninglijke Majesteit van Groot-Britannien betreffend het tractaat van Barriere en de gevolge van dien*. (Archives du Royaume à La Haye.)



pour la première fois, le Chancelier écrivait : « Comme les puissances maritimes ont nommé deux commissaires, vifs jusqu'à l'emportement, à sçavoir Ayroles et Van Haren, on ne peut guères se flatter d'une heureuse issue des conférences à tenir [1] ».

De son côté, Van Haren envoie au Greffier des États-Généraux un portrait peu flatté de Patrice de Neny, en qui il voit un adversaire déterminé de la République et un « prétentieux artisan de chicanes [2] ». Peu après, il renchérit encore et consacre une longue missive à dépeindre les plénipotentiaires de l'Impératrice. Aux détails déjà donnés sur Neny, il ajoute qu'il est bien en cour; il concède qu'il est honnête... quand ses intérêts ne sont pas en jeu. Cordeys est un instrument des Jésuites; c'est aussi un « chicaneur », généralement détesté. Keerle est un habile avocat, qui passe pour favoriser les intérêts de la Flandre, sa province natale, au détriment de ceux du Brabant. L'aristocrate hollandais se plaint de devoir négocier avec des gens de naissance aussi commune, et prévoit des difficultés résultant de leur manque d'éducation et de leurs habitudes procédurières [3].

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, U. 8, n° 9. — D'autre part, Bentinck écrit au prince d'Orange au sujet de Van Citters : « J'avoue que cet homme me plaît prodigieusement, et j'ose dire de tous ceux qui me sont connus dans les affaires à présent, il n'y en a aucun qui aie autant de sens et de connaissance que lui. » (BEER, *Holland und der Österreichische Erbfolgekrieg*, 101.)

2 « Deze Nenij is de Republijcq gansch niet genegen, een stoute spreeker van t'geene hij weet en niet weet, en een creatuur van Tarouca en Botta. Als men met hem in detail zal moeten chicaneren, zal het werk lang duuren. » (*Lettre adressée par Van Haren au Greffier Fagel, le 10 février 1752.* Archives du Royaume à La Haye. *Brussel, Secrete brieven*, 1749-1772.)

3 « Ik heb met de laatste post gemeld dat de 3 benoemde Keys. commiss. juist geen lieden zijn zo als wel te wenschen ware geweest en vermits in het werk van negotiatien zomtijds veel afhangt van de personeele hoedanigheeden der personen die daar toe worden geemploijeerd zo ben ik verpligt daar een woord van te zeggen.

» De vader Nenij was een paapsche Jer van zeer geringe afkomst, die te Leuven gestudeert en progressen in de regtsgeleerdheid hebbende gemaakt hier gebleven is, en gepractiseerd heeft.

» Dus een man die het in zijn vaderland niet breed moet gehad hebben.

» De zoon heeft op de zelve academij gestudeerd, en passeert voor een der grootste regtsgeleerden van dese provintien, heeft veel verstand en nog meer volubiliteit van tong, en heeft bij de Ministers alhier en vooral bij M. de Botta een ongemeene gunst verworven en hem nooit tegengesprooken. Hij is te Weenen geweest en heeft insgelijks omgegaan



Ulfeld prescrit aux représentants de Marie-Thérèse de ne pas se départir du calme et de la modération, de ne pas se laisser intimider par les menaces, ni séduire par des promesses fallacieuses [1].

Le marquis de Botta-Adorno n'augure pas mieux des conférences que le Chancelier [2], Kaunitz émet un avis tout semblable [3], et, dès la deuxième conférence, tenue le 8 mai, le prince Charles de Lorraine écrit à l'Impératrice

met Tarouca en Bartenstein aan wien hij uitgestrek berigt van dit land naar hun zin en smaak gedaan heeft, en aan de keijzerinne gewisselijk ook. Behalven als het op het pousseeren van zijn fortuin aankomt is hy een eerlijk man en wel met om te gaan.

» Cordeijs is van boere afkomst en heeft ook te Leuven gestudeert in de regten, en had niets ter wereld wanneer de berugte zaak tusschen mevrouw van Vianen en de Jesuiten in geding kwam, als wanneer die Paters die hun instrumenten wel weten uit te kiesen, hem tot hun Advocaat verkooren, en na dat zij hun proces gewonnen hadden, hebben ze met alle magt gepouseerd in den Raad van Finantien. Deze staat te boek voor een uitmuntend chicaneur, voor bequaam tot allerlij stukken, en voor zeer violent, weshalven hy zeer gehaat en veragt is bij t'gemeen. De marquis de Botta consulteerd hem in alles.

» Keerle is een vlaming, heeft ook gestudeerd te Leuven in de regten, zeer geporteerd voor Flaanderen, en heeft den naam van de Auteur of ten minsten protecteur te zijn van alle de Canaalen, verhogingen van regten op de schulde, ende verdere genomene mesures tegen Braband en de Comercie op de Schelde, om flaanderen te favoriseeren. Voorts zegt men dat hij een eerlijk man is. Het is dan met die drie advocaaten dat wij te doen zullen hebben.

» Het is mij zeer indifferent door wie haar keijs. Majesteit zig wil laten representeeren, dog het verwondert mij dat niet een man van fatsoen in dit land daar bij gevoegd is, daar zoo veel Princen, Graven en Barons zijn, die men weet jabroers te zijn en die men pro forma daar bij had kunnen voegen, zoo dat het is al of men expres dese commissie daar men zo schorvoetende toe gekomen is heeft willen ontluisteren, ten minsten difficijl en netelig maaken door tot commissarissen te destineeren personen van laage geborte en die de chicane van de pratijcq zijn opgevoed waar mede, etc.

» W. Van Haren.

» Brussel den 9 maart 1752. »

(Archives du Royaume à La Haye. *Copieerboek Van Haren beginnende den 7 october 1749, tot den 12 maart 1752.*)

[1] « Opposer toujours le phlegme, la modération et la douceur à leur feu et hauteur, encore qu'elle allât jusqu'à l'indécence, mais, en même temps, ne pas rester moins ferme à soutenir toute cause évidemment juste, sans se laisser ny intimider par leurs menaces, ny induire à rien de préjudiciable par des espérances flatteuses des avantages plus grands, mais incertains et éloignés. » (Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, U. 8, nº 9.)

[2] Lettre adressée de Vienne, le 18 mars 1752, par Koch à Kaunitz. (Schlitter, 193.)

[3] « Plus j'y pense, et plus je crois ne pouvoir changer de sentiment. Tout me confirme au contraire, et je suis fâché de devoir vous dire que cela ne pourra finir que très mal. » (Lettre de Kaunitz à Koch, 3 avril 1752. Ibidem, 208.)



qu'il a été « frappé de l'exorbitance des propositions que les Hollandais ont faites[1] ».

Nous ne retracerons pas ici l'histoire des neuf réunions qui se tinrent à l'hôtel de ville de Bruxelles entre le 4 mai et le 28 septembre 1752. On en trouvera les actes essentiels dans le livre de Gachard[2], et l'on y verra comment ces négociations, destinées à rétablir et à resserrer le bon accord avec les puissances maritimes, aboutirent au contraire à une évolution de la politique autrichienne dans le sens de l'alliance française.

Nous devons seulement noter ici que le gouvernement des Pays-Bas profita des conférences de Bruxelles pour faire entendre une fois de plus les plaintes de nos populations contre les garnisons de la Barrière. De Keerle fut chargé de présenter un mémoire sur cet objet.

Il se borna à reprendre le document soumis au Congrès de 1738, et à le compléter par quelques points nouveaux.

Les conférences de 1752, pas plus que celles de 1738, n'obtinrent de résultat pratique[3].

L'alliance française conclue, le gouvernement autrichien ne se préoccupa plus des traités de la Barrière. Il agit comme s'ils n'existaient plus, en ce sens que l'on décréta, sans se soucier des réclamations des États-Généraux et de leurs menaces de représailles[4], toutes les mesures nécessitées par l'intérêt des manufactures nationales.

Mais la situation ne s'améliora pas dans nos places fortes ; on a pu le voir par ce que nous avons exposé d'après les documents des archives belges et hollandaises.

Charles de Lorraine voyait dans les « insultants procédés des garnisons » un système voulu, un moyen d'obliger le gouvernement à acheter la tranquillité en payant de nouveau les subsides de la Barrière, et il mettait sa

1 Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{U.8}{P}$: ad n[m] 21.

2 Pages 534-543.

3 Il y eut encore des pourparlers entre Kaunitz et Bentinck jusqu'en avril 1753. Les *Secreete Resolutien* des États de Hollande et de Westfrise en contiennent un rapport très détaillé, cité par DISCAILLES, *Les Pays-Bas sous Marie-Thérèse*, 160, note 5.

4 On savait ces menaces peu sérieuses : la République était dans un état de faiblesse qui lui interdisait toute action extérieure.



belle-sœur en garde, lui faisant comprendre que si l'on cédait sur ce point, l'adversaire ne manquerait pas de recourir à ce procédé si utile, pour se faire attribuer d'autres avantages aussi « exorbitants » et aussi peu justifiés [1].

La Souveraine est pleinement d'accord avec son beau-frère. Sa décision est bien arrêtée : pas de traité de commerce, pas de subside [2]. Elle parle aux diplomates étrangers comme à ses propres ministres; elle le dit au comte de Bentinck : « Elle ne satisfera à l'article XIX qu'après que les puissances maritimes auront pleinement satisfait à l'article XXVI [3] » ; peu de temps après, elle propose à Keith et à Burmania de payer de nouveau si la République restaure les places d'une manière convenable, et si un traité de commerce est conclu dans le délai d'un an [4]. Ce traité, écrit-elle ailleurs [5], est prévu par le traité de la Barrière; l'Autriche a eu « trente-cinq ans de patience », et l'on ne peut manifester de pareilles exigences à l'égard d'un pays épuisé par la guerre, dont la frontière est ouverte, alors qu'on n'exécute pas soi-même les engagements pris à la face de l'Europe.

Le traité de commerce ne fut pas conclu, et le subside demeura impayé, au vif mécontentement de la République; ses représentants dans nos forteresses ne le dissimulaient nullement [6].

1 « Si tel est leur dessein, comme l'on ne peut quasi plus en douter, ils ne se borneront point au subside, la voie de fait seroit trop commode pour eux, pour ne point l'emploier à nous arracher tout ce qui seroit de leur convenance, nouveau cartel, réglement des limites, commerce, tout devroit être sacrifié. » (*Relation adressée par le prince Charles de Lorraine à l'Impératrice, le 28 avril 1757.* Archives du Royaume à Bruxelles. Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.34}{7}$: ad H.)

2 L'Impératrice écrit le 6 juin 1754 : « Pourroit-on croire que nous recommencerions à payer le subside sans qu'en même temps nous soyons assurés de la cessation de l'état provisionnel » (du commerce). (Ibidem. Correspondance de cabinet de Charles de Lorraine, III, 170.)

3 Ibidem.

4 Ibidem, III, 188-193.

5 Ibidem, IV, 271-275.

6 « Il est notoire que, lorsque leurs créanciers s'adressent vers eux pour être satisfaits de leurs prétentions légitimes, ceux-ci les renvoient en leur disant que, lorsque l'Impératrice-Reine leur fera compter ce dont elle est redevable, ils aquiteront volontiers leurs dètes. » (*Mémoire à Son Excellence M. le comte de Cobenzl pour les sieurs G. Delevingne, Ant.-F.-J. Vrancx, magistrats ancien et moderne de la ville de Tournay et Gérard Verdure, négotians associés y demeurans.* Ibidem. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLXIII, f° 243.)



On n'empêcha plus les remparts de tomber en ruines, et la Hollande, n'attachant plus d'importance à leur conservation, ne laissa dans nos villes sans défense que des garnisons dérisoires, tout juste suffisantes pour affirmer un droit qu'il ne lui plaisait pas d'abandonner d'une manière expresse.

Nous avons analysé dans un autre travail [1] les délibérations tenues à Bruxelles en 1781 sous la présidence de Joseph II, où fut résolue la démolition des forteresses de la Barrière. Nous n'y reviendrons pas; nous nous bornerons à citer un fait intéressant.

Lorsque les troupes hollandaises eurent quitté notre territoire, et que les ouvrages militaires eurent été démolis, l'Empereur prescrivit une enquête sur les empiétements de terrains qui s'étaient produits au cours de l'occupation, et ordonna de restituer aux ayants droit ce dont ils avaient été frustrés par les procédés injustes des états-majors [2].

Ainsi finit, au bout de soixante-sept années, cette occupation étrangère, imaginée par la Hollande pour contenir l'ambition française, et qui n'y réussit que bien imparfaitement, on a pu s'en convaincre par l'histoire lamentable de la guerre de la Succession d'Autriche.

Le sentiment public n'a pas varié dans nos provinces, et bien que le souvenir des tracasseries et des humiliations se soit effacé avec le temps, l'impression traditionnelle est demeurée dans les esprits : à de rares exceptions près [3], les historiens belges parlent de la Barrière comme d'une institution néfaste.

M. C. Rahlenbeck en a cependant entrepris la justification dans le petit livre, intéressant d'ailleurs, et bien documenté, que nous avons cité plus d'une fois.

[1] *Le voyage de l'Empereur Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, 252-278.

[2] Voir Galliot-Dupré, *Histoire de Namur*, V, 258.

[3] Une de ces exceptions est Poutrain. Nous avons vu que ses appréciations favorables aux troupes hollandaises sont absolument contredites par les documents des archives. On trouvera une intéressante notice sur Poutrain dans le *Bulletin de la Société historique et littéraire de Tournai*, XXI, 48-72. L'auteur, M. E. Soil, juge cet historien avec une indulgence qui nous paraît excessive. — Une autre exception est Piot; dans son étude sur le règne de Marie-Thérèse, il reconnaît qu'il y eut des excès, « mais rares » (p. 27, note 1); on a vu ce qu'il en est.



Familiarisé de longue date avec nos archives d'État, l'estimable historien a dû être frappé par les procédés arbitraires et vexatoires des autorités hollandaises, et il reconnait de bonne grâce que les États-Généraux ont mal choisi leurs instruments[1]: « leurs gouverneurs, dit-il, se sont permis des libertés qu'il serait trop long d'énumérer ici[2] ».

Liberté est un euphémisme, et il est regrettable que l'auteur n'ait pas appuyé davantage. Sans doute, le plan de sa brochure ne comportait pas de développements très détaillés, mais il eût été utile cependant de donner quelques indications plus explicites.

Nous croyons avoir exposé d'une manière assez complète les « libertés » que se permirent les gouverneurs de la Barrière. Aussi sommes-nous quelque peu surpris de voir M. C. Rahlenbeck représenter ces officiers comme les défenseurs « de nos communes contre l'arbitraire du pouvoir central[3] », en même temps qu'il nous montre la République des Provinces-Unies prenant généreusement les armes contre nos oppresseurs étrangers[4]. Pour lui, même au point de vue économique, les garnisons de la Barrière étaient un

1 « Les États-Généraux ont eu le tort de prendre à leur service des princes des maisons souveraines d'Allemagne, et de les envoyer dans les villes belges comme gouverneurs » (p. 88).

2 Ibidem.

3 « Il nous faut constater que la politique des Hollandais en cette circonstance, comme en plusieurs autres que nous pourrions citer (*et qu'il ne cite pas*), consiste toujours à se mettre du côté de nos autorités communales et de nos antiques franchises et libertés contre les abus et les caprices du pouvoir central, qui, se trouvant entre les mains d'étrangers, est souvent maladroit par pure ignorance. Nos gouverneurs généraux intérimaires, ou ministres plénipotentiaires, dans le cas de résidence à Bruxelles des gouverneurs-généraux effectifs, se succédaient trop rapidement pour leur permettre de se faire à notre milieu, à nos mœurs, à nos usages » (p. 89).

4 « Tout se paie et s'expie dans la vie des nations comme dans celle des simples individus. Notre lâcheté vis-à-vis de Philippe II et du duc d'Albe a fait de notre pays un champ de bataille où la religion du passé qui, à force de massacres, avait repris son empire, s'est montrée cependant impuissante à reconquérir nos provinces séparées, où l'on a vu, pendant plus de deux siècles, les Hollandais et les Belges expatriés formant désormais une nation distincte, venir constamment combattre en faveur de l'intégrité de notre sol, de la liberté de conscience et de nos libertés publiques contre nos oppresseurs espagnols, autrichiens ou français. Là, et là seulement, est tout le procès et la justification de la Barrière. Ces garnisons hollandaises dont on a tant médit, et dont nous connaissons maintenant l'histoire, c'est le souffle des vivants qui passe sur les morts, et les fait sortir du tombeau » (p. 104).

bien, puisqu'elles ne coûtaient plus rien, et qu'elles favorisaient le commerce de nos villes [1], et il conclut que les troupes hollandaises ont jeté chez nous « la semence du bien et du vrai qu'un rayon de liberté suffit à faire germer [2] ».

Nous ne saurions en aucune manière partager cet enthousiasme.

On pourrait dire peut-être que les Hollandais rendirent à nos ancêtres le service de les habituer à vivre en contact avec des chrétiens dissidents, à voir pratiquer, dans une mesure d'ailleurs très faible, un culte qui n'était pas le leur.

Mais nous ferons immédiatement une réserve : si les garnisons de la Barrière furent une école pratique de tolérance religieuse, elles le furent sans le savoir et sans le vouloir.

Si les états-majors avaient réellement été inspirés par le désir de faire aimer la liberté de conscience, ils auraient commencé par respecter les idées religieuses des Belges, et ils se seraient bien gardés de froisser à tout propos les croyances de nos populations.

Sous ce rapport, leur conduite fut malhabile au possible, et plus d'une fois, nous l'avons constaté, ils perdirent toute retenue et toute mesure.

Entre le régime d'unité absolue de foi, aussi ancien que nos Pays-Bas, et celui de la liberté de conscience inauguré partiellement sous Joseph II, la transition s'est opérée petit à petit, de 1715 à 1780, et le peuple des Pays-Bas accueillit sans révolte [3] l'édit de tolérance du 12 novembre 1781. Le fait est visible, mais c'est aller trop loin que d'attribuer le mérite de ce résultat aux hommes qui ont trop souvent violé les privilèges nationaux, et traité en pays conquis le territoire confié à leur garde.

Une leçon se dégage bien nettement, nous semble-t-il, de l'histoire de la

[1] Page 92.

[2] « On pourrait croire que l'action des Hollandais chez nous a été vaine, que leurs exemples et leurs conseils n'ont servi à rien. Ce serait aller trop vite en besogne. La semence du vrai et du bien peut être foulée aux pieds, enfouie profondément dans le sol; un rayon de liberté suffit pour la faire germer » (pp. 105-106).

[3] Il y eut des protestations de la part des corps constitués, mais elles demeurèrent sans écho dans les populations. Voir notre *Étude sur la condition des Protestants en Belgique depuis Charles-Quint jusqu'à Joseph II*, 110-147.



Barrière : un peuple qui veut être vraiment le maître de ses destinées, qui veut jouir d'une indépendance réelle, doit savoir assumer le soin de sa défense, se résigner aux sacrifices nécessaires, et repousser avec énergie la tutelle impérieuse et humiliante de l'étranger.

Cette énergie, nos ancêtres ne l'eurent pas.

Ainsi que l'écrivait naguère un éminent publiciste, dont nous avons rappelé les amères paroles comme épigraphe de ce mémoire, « ils avaient subi la paix de Munster sans qu'une fibre remuât dans la Belgique qui en faisait les frais, et, quand la curée prit fin, il ne restait, au lieu de Belgique, qu'une Barrière où des garnisons étrangères montaient la garde ».

Et nous conclurons en approuvant sans réserve la ténacité de Joseph II dans cette circonstance : moins de deux ans après son inauguration, grâce à la fermeté de son attitude, en dépit de l'opposition vigoureuse des États-Généraux de Hollande, le pavillon étranger, qui avait si longtemps flotté sur nos forteresses en ruine, disparaissait, et les derniers bataillons de la République des Provinces-Unies repassaient pour toujours notre frontière du Nord.

PIÈCES JUSTIFICATIVES

I.

Mémoire formé par M. de Kcerle sur la conduite des gouverneurs et garnisons de la Barrière [1].

1. — TOUCHANT LA RELIGION.

Scandale causé par les troupes des États-Généraux dans les villes de la Barrière. — Les protestants à Tournai. — Irrévérences à l'égard du Saint-Sacrement. — Le clergé catholique empêché d'accomplir sa mission. — Caractère illégal de ces vexations.

Que les troupes des États-Généraux causent dans les places de la Barrière du scandale par l'exercice public de la religion protestante, surtout dans la ville de Tournay, ou ils ont choisi un endroit au milieu de la ville à l'opposite d'une église catholique.

Que cet exercice public y attire quantité de protestans, qui sous prétexte de dépendre de l'État-major ou d'être sous la protection des militaires, professent publiquement la religion protestante. Qu'ils commettent des irrévérences envers le St Sacrement dans les processions, et lorsqu'on porte le viatique aux malades, les soldats hollandois restant sur le passage le chapeau en tête, les officiers affectant même de faire à Namur par forme de correction des expositions sur le cheval de bois, et d'autres punitions, les jours de fête, pendant la procession.

Les officiers ne veulent pas permettre que les ecclésiastiques administrent publique-

[1] Cf. : *Mémoire pour servir d'instruction aux commissaires de Sa Majesté aux conférences d'Anvers au sujet de celui présenté de leur part le 31 de mai 1738 aux commissaires de Leurs Hautes Puissances les États-Généraux des Provinces-Unies concernant plusieurs contraventions faites au traité de Barrière et autres conventions y ensuivies par leurs officiers et troupes de garnison dans les différentes places de la Barrière, et le mémoire responsif des dits commissaires des États-Généraux délivré à ceux de Sa Majesté le 4 décembre dernier.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

Avant les conférences de 1738, le gouvernement ordonna une enquête. Le 22 février 1738, il envoya aux magistrats des villes de la Barrière un questionnaire détaillé. Nous n'avons pu retrouver ce document ni à Bruxelles ni dans les archives locales, mais son existence nous a été révélée par la réponse du Magistrat de Namur, datée du 12 mai 1738. Celle-ci compte 92 pages in-fo de texte et 90 pages d'annexes; elle est conservée dans le carton 55/56 de la Jointe des terres contestées. Nous avons trouvé aussi la réponse du Magistrat de Furnes, datée du 18 juin 1738. (Ibidem, 18 pages et 78 pages d'annexes in-fo.) Nos recherches sur ce point à Ypres et à Tournai sont demeurées infructueuses.



ment les sacremens aux militaires malades de la religion catholique qui sont dans les citadelles, hôpitaux, prisons, pavillons et cazernes.

Ils empêchent qu'aucun ecclésiastique aproche les soldats catholiques condamnés à mort, ou qu'il les accompagne au suplice, ils les font même accompagner par un ministre de la religion protestante.

Leurs ministres font publiquement des proclamations de bans de mariage, et marient les Catholiques avec des Réformés.

Tous ces abus sont contraires à l'article 9 du traité de la Barrière dont la teneur s'ensuit :

« S. M. I. et C. accorde l'exercice de la Religion aux troupes des États gn̄aux » partout où elles se trouveront en garnison, mais cela dans des endroits particuliers, » convenables et proportionnés au nombre de la garnison que les magistrats assigneront » et entretiendront dans chaque ville et place où il n'y en a pas déjà d'assignés, et » auxquels endroits on ne pourra donner aucune marque extérieure d'église, et on » enjoindra sévèrement de part et d'autre aux officiers politiques et militaires, comme » aussi aux ecclésiastiques et à tous autres qu'il apartient, d'empêcher toute occasion » de scandale et de contestation qui pourroit faire naître quelque dispute ou difficulté, » on les aplanira à l'amiable de part et d'autre.

» Et quant à la Religion par raport aux habitans des Pays-Bas autrichiens, toutes » choses resteront et demeureront sur le même pied qu'elles étoient pendant le règne » du Roy Charles II de glorieuse mémoire. »

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS [1].

Les réclamations du Magistrat de Tournai sont mal fondées. — La situation à Tournai et à Namur. — Les irrévérences dont on se plaint sont très rares, et leurs auteurs sont punis. — Les prêtres catholiques sont admis auprès de leurs coreligionnaires malades de la garnison. — Les condamnés à mort, même catholiques, ne peuvent être accompagnés au supplice que par un ministre réformé. — Il est désirable d'empêcher les mariages mixtes, mais ce n'est pas possible pour le moment.

MESSIEURS,

Nous avons l'honneur de vous presenter la reponse au mémoire que vous avez remis le 31 du mois de mai dernier touchant quelques pretendues contraventions contre le traité de Barrière, la convention postérieure et le règlement du 30 janvier 1716, et de

[1] Le mémoire de Keerle ne fournit qu'un résumé, parfois assez incomplet, de la réponse des commissaires hollandais. Nous avons trouvé à La Haye le texte original de cette réponse. (Archives du Royaume. *Bijlage specteerende tot het verbaal van de Heeren Plenipotentiarissen te Antwerpen, 1737-1741.*) Elle est intitulée : *Missive van de Heeren De Dieu en Van Assendelft aen den Heer Griffier Fagel, geschreven te Antwerpen den 8 december 1738.* Il nous a semblé intéressant de mettre à la place du sommaire présenté par les députés belges, la réplique intégrale des Hollandais.



vous faire connoitre en même tems que Leurs Hautes Puissances ont vu avec bien de surprise que la pluspart, et on peut dire presque toutes les plaintes comprises dans votre dit mémoire sont les mêmes qui ont été formées il y a plusieurs années, et auxquelles on a repondu en son tems, au contentement et à la satisfaction de Sa Majesté Imperiale et Catholique, du moins il n'a pas été repliqué à la plus grande partie; et pour autant qu'il y en a eu quelques unes que l'on a trouvé fondées, il y a été remédié, et des autres on est convenu au contentement de part et d'autre.

L. H. P. ont remarqué aussi dans ledit Mémoire que souvent sur le fondement d'un cas tout particulier on forme des plaintes générales, lesquelles, bien examinées, ne consistent que dans un cas singulier; et très souvent ces plaintes sont fondées sur des informations abusives, et quand la chose dont on se plaint se trouveroit ainsi, on n'en pourroit jamais tirer ces consequences prejudiciables; on en fait aussi plusieurs plaintes pour des vétilles, lesquelles ne devroient pas occuper les souverains de part et d'autre, de sorte qu'il est bien loin de là que ces plaintes pourroient servir de blame aux troupes de L. H. P.; au contraire elles leur servent de louange, parce qu'il n'y a peut-être pas d'exemple que des troupes auxiliaires, qui (au lieu d'être traitées par distinction, sont chicanées de tous cotez) ont tenu une discipline si exacte, et ont donné si peu de raisons à des justes plaintes comme celles de L. H. P., et cependant on voit clairement par toutes les circonstances, que l'on s'est donné toutes les peines imaginables pour ramasser tout ce que l'on a pu pour augmenter le nombre des plaintes.

On se plaint sans raison du côté de S. M. I. et C. que les troupes de L. H. P. en garnison à Tournai auroient donné du scandale, en aiant choisi une place pour l'exercice de la Religion Reformée, située au milieu de la ville, à l'opposite d'une Eglise Catholique Romaine : entre plusieurs raisons que l'on pourroit alleguer pour faire voir que la Religion Reformée ne peut donner aucun scandale aux Catholiques-Romains, comme se bornant dans l'enceinte des murailles de son Eglise, sans être accompagnée de ceremonies exterieures, il suffira de dire que ce n'est pas la garnison de Tournai qui s'est approprié de sa propre authorité ladite place, mais que c'est le Magistrat même qui dans l'année 1709, après la reddition de la ville, a assigné et approprié aux frais de la ville la dite place, pour servir la garnison à l'exercice de la Religion Reformée; et quant ledit Magistrat dans l'année 1720, secondé par le Gouvernement des Païs Bas Austrichiens, a tenté de se rendre le maitre pour reprendre ladite place, L. H. P. ont allegué tant de raisons solides que ledit Gouvernement n'a pu s'empecher d'y ceder, ce qui a aussi produit cet effet, que jusques à present la dite place a demeuré à la garnison pour le service divin, sans que depuis l'année 1720 il ait été fait aucune instance ultérieure à ce sujet, et ainsi une affaire finie depuis dix-huit ans ne devroit pas avoir été renouvellée; de plus parce que nonobstant les plaintes continuelles de la part de L. H. P., afin d'avoir un autre endroit à Namur pour l'exercice de la Religion Reformée, quoique celui qui leur a été assigné par le Magistrat audessus de la boucherie tenoit à une Eglise Catholique, où l'on fait le service tous les jours, on ne l'a pu obtenir, d'où il s'en suit indubitablement que la proximité de l'une à l'autre Eglise ne peut donner aucun scandale aux Catholiques Romains, car

autrement, pour cette seule raison, ledit Magistrat de Namur auroit assigné une autre place, et les représentations de la part de L. H. P. à ce sujet auroient eu plus d'effet, comme elles attendent encore.

Après une recherche exacte faite dans toutes les villes de la Barrière, pour savoir si quelques personnes de la Religion Reformée s'y étoient établies, afin de profiter de l'occasion que les Eglises de la garnison procurent pour y exercer leur Religion, L. H. P. sont informées que, bien loin que le nombre pourroit choquer, il n'y en a point qui s'y soient établies et qui viennent à l'Eglise; seulement à Tournai il y en a quelques unes qui, se reposant sur la capitulation de ladite ville en l'année 1709, se sont établies là, laquelle capitulation a été approuvée par S. M. I. et C. dans le 21e art. du Traité de Barrière : d'ailleurs leur nombre est si petit, et ils assistent si secrettement au Service Divin, que l'on n'en peut parler sans exaggeration, moins encore former une plainte générale.

Pour ce qui regarde que quelques soldats des garnisons des villes de la Barrière se seroient rendus coupables par des irreverences pour le service Divin des Catholiques Romains, L. H. P. sont informées que ces cas sont très rares, et même quand on a trouvé quelqu'un coupable, il a été puni selon les ordres établis par l'art. 9e du traité de Barrière, lequel L. H. P. sont d'intention de faire observer exactement. S'il est arrivé que l'on a châtié un soldat à Namur en le mettant sur le cheval de bois un jour de fête, on n'y doit point chercher quelque dessein pour vouloir donner du scandale, mais seulement l'attribuer à un cas fortuit qui ne peut pas donner sujet à des plaintes.

Les plaintes comprises dans le 4e article dudit memoire sont destituées de tout fondement, parce que l'on permet aux Ecclesiastiques Catholiques Romains de visiter les officiers et soldats malades qui sont de leur Religion, et de leur administrer les sacremens dans les citadelles, hôpitaux, prisons etc., fusse que ces plaintes consistent à ce que pour prevenir des désordres que quelques Ecclésiastiques trop zélés pourroient causer, les Gouverneurs ont mis ordre, lesquels n'ôtent nullement aux Ecclesiastiques Romains la faculté d'assister les malades de leur Religion, mais seulement pour prévenir l'émotion du peuple, ce qui est conforme à l'intention de l'art. 9 du traité de Barrière, et par conséquent ne peut fournir raison à des justes plaintes. C'est une coutume constante, fondée sur la raison, que dans toutes les places où les troupes de L. H. P. sont de garnison, les militaires criminels condamnez à mort sont accompagnez à la place de l'exécution par un Ministre de la Religion Reformée, parce qu'il est raisonnable qu'un tel soit accompagné au supplice par un Ecclesiastique de la Religion dont le souverain fait profession, et cela ne se fait nullement pour le faire changer de Religion, puisqu'alors il n'y a ni le tems ni l'occasion, mais seulement pour exhorter ces misérables à une mort chrétienne; par conséquent on ne voit pas quel grief réside en cette affaire; de plus parceque l'on permet aux Ecclésiastiques Catholiques Romains de visiter les criminels même après la condamnation, pour les consoler et de leur administrer les sacremens jusques à peu de tems avant qu'on les mène au supplice. Dans le projet d'accommodement entre les Etats de Namur et le Gouverneur de la ville, il se trouve bien que du côté des dits Etats il a été exigé que les Prêtres Catholiques

Romains pourroient accompagner les criminels à la place de l'exécution, mais dans la réponse du Gouverneur est seulement referé sur ce point à ce qui s'etoit pratiqué jusqu'à ce tems là, aussi cette période n'a pas été insérée dans l'accommodement entre les dits Etats et le Gouverneur, qui a été approuvé par L. H. P. le 21 février 1718, ainsi il n'y est nullement acquiescé de leur part.

Le Magistrat de Tournai, d'ailleurs pas des plus faciles, a bien tâché de procurer du changement dans cette affaire, dont Monsieur l'Evêque ne voulut pas se mêler, mais aux représentations de L. H. P. faites au Gouvernement des Païs Bas Austrichiens dans l'année 1720, que de faire accompagner les criminels par un Prêtre Catholique Romain à la place de l'execution pourroit causer des désordres, cette affaire a resté là, et selon nos sentiments ne devroit point occuper ces conférences.

Si longtemps que L. H. P. n'auront point deffendu indistinctement aux militaires de se marier avec des Catholiques-Romaines on ne peut pas prendre mauvais aux Ministres dans les villes de la Barrière qu'ils les fiancent, decrient les bans, et les marient dans l'Eglise, parceque, selon les lois de la Republique, les mariages contractez autrement par ses sujets sont reconnus illégitimes; c'est pourquoi que le Gouverneur de Namur de sa propre authorité n'y a pu faire aucun changement; aussi le Gouverneur d'une ville ne peut ôter aux sujets de son souverain la faculté que les lois du païs leur donnent, de pouvoir se marier avec des Catholiques Romaines.

Dans le projet d'accommodement entre les Etats de Namur et le Gouverneur de la ville du 17 août 1717, envoyé à L. H. P. pour être agréé, il se trouvoit bien un article, par lequel il étoit stipulé que les Ministres de l'Eglise Reformée ne marieroient pas des Catholiques Romains avec des Reformez, pourvu que réciproquement les Prêtres Catholiques ne marieroient pas des Catholiques-Romains; mais cet article n'a pas été accepté par L. H. P., et ne se trouve pas dans la convention approuvée par Elles le 21e février 1718; par conséquent le dit article n'a jamais subsisté : cependant L. H. P. sont bien inclinées à trouver un expédient pour empêcher que pour l'avenir les Reformez et les Catholiques-Romains ne se marient ensemble, et nous sommes authorisez pour concerter sur ce point avec vous, Messieurs, et entendre vos propositions là dessus.

RÉPLIQUE DE NOS COMMISSAIRES.

La comparaison, faite par les commissaires hollandais, de ce qui se pratique à Tournai et à Namur est défectueuse. — Les commissaires perdent de vue la stipulation du traité « que tout est remis quant au point de la Religion comme il étoit du temps du règne de Charles second ». — La liberté du culte n'est accordée qu'aux troupes hollandaises et nullement aux habitants du pays. — La présence d'un ministre protestant au supplice d'un catholique est un scandale. — Proposition d'interdire les mariages mixtes sous peine de châtiments sévères.

Nos commissaires ont répliqué que l'on remarquoit que les commissaires hollandois vouloient éluder les plaintes faites au sujet d'un des endroits dont ils se servent à



Tournay pour l'exercice de leur Religion sur la bourse dans la grande sale et places attenantes vis à vis d'une église catholique, à prétexte que cet endroit auroit été assigné en l'année 1709 par ceux du Magistrat même et que ce seroit vainement que l'on voudroit persuader qu'il y auroit du scandale par le voisinage des d^{es} églises, puisqu'on n'en trouveroit pas à Namur, où la place au dessus de la boucherie est aussi attenante à une église catholique.

Que la comparaison que les Hollandois veulent tirer à cet égard est défectueuse en tant que l'église voisine à Namur n'est qu'une petite chapelle particulière où l'on dit de bonne heure une messe pour la commodité des bouchers[1], au lieu qu'à Tournay c'est une église considérable où l'on fait le service divin pendant une bonne partie du jour pour tout le public, et conséquemment aussi aux mêmes heures que les Reformés assistent à leur service, ce qui est la cause du scandale dont on se plaint.

Que quant à l'endroit assigné à Tournay par le Magistrat, il faut observer que cette ville aiant été soumise par les armes des trois puissances alliées dont deux n'étant pas de la Religion Catholique Romaine, ils avoient eu soin de stipuler certaines aisances pour l'exercice de la leur, et que les Magistrats ont d'abord été contraints d'assigner deux endroits, mais que les choses sont depuis changées de face par la remise de ladite ville et autres à Sa Majesté en vertu du traité de Barrière par lequel il a été expressément stipulé que quant à la Religion toutes choses resteroient sur le pied qu'elles étoient du temps de Charles second, sauf que Sa Majesté y a accordé l'exercice de leur Religion aux troupes des Etats généraux de garnison dans les places de la Barrière taxativement et ce seulement dans des endroits particuliers, convenables et proportionnés au nombre de la garnison.

Que par conséquent il suffit au désir de l'art. 9 que la garnison de Tournay ait un endroit suffisant pour leur service divin, et que celui de l'arcenal étant tel, on a à juste titre demandé l'abandon de celui sur la bourse.

Que c'est en vain que les commissaires hollandois réclament la capitulation de la ville de Tournay pour soutenir que des personnes auroient pu s'établir à Tournay, puisqu'il est certain que le tout aiant été remis quant au point de la Religion comme il étoit du temps du règne de Charles second, Sa Majesté ne peut souffrir que des habitans de ses Païs Bas y professent une autre Religion que la Catholique Romaine.

A quoy on peut encore ajouter que Sa Majesté par l'art. 9 du traité de la Barrière n'aiant accordé l'exercice de la Religion qu'aux militaires ou aux trouppes des Etats gñaux dans les places de la Barrière, il n'est permis à aucun autre sujet ou habitant des Païs bas, ni même à aucun étranger qui y vient, soit pour affaires, soit pour s'y établir, de professer publiquement une autre religion que la Catholique.

Que l'art. 20 du traité de Barrière en confirmant les capitulations des villes s'explique

[1] Cette « réplique » n'est que le résumé d'un mémoire développé sous le titre de : *Réflexions pour les commissaires de Sa Majesté aux conférences d'Anvers sur la réponse de ceux de Leurs Hautes Puissances les États-Généraux des Provinces-Unies au mémoire leur délivré dans la 29e conférence tenue le 6e juillet 1739.* (Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

individuellement à l'égard desquels points cette confirmation des capitulations doit avoir lieu, savoir tout en matière de régale, de justice, de police que des finances, comme aussi l'administration particulière des Etats, des Provinces, des Collèges, des villes et communautés au plat paijs, de même que des cours souveraines de justice et autres cours de justice, lesquels actes de police, régale, justice et finances subsisteront et sortiront leur effet, le tout comme s'ils avoient été faits par le souverain légitime.

Et que par cette confirmation on n'y a touché en aucune manière le point de la Religion qui avoit déja été réglé par l'art. 9 du traité.

Quant aux militaires condamnés à mort, on a persisté qu'il seroit tout à fait hors de règle que dans un pays de la domination de Sa Majesté où la seule Religion catholique est permise, elle devroit souffrir le scandale au public de voir que les soldats qui en font profession seroient accompagnés à la mort par un ministre protestant, qui dans ces derniers momens ne peut que jetter le trouble dans l'âme du condamné.

On pourroit dire encore que suivant l'esprit de l'art. 9 du traité de la Barrière il n'est pas permis aux Hollandois de faire mener au dernier suplice un soldat de leur propre religion par un ministre protestant, parceque c'est un acte public qui cause du scandale, inconvénient que led[t] art. 9 a voulu prévenir, et qu'ainsi, à plus forte raison il ne peut pas leur être permis de faire accompagner un soldat catholique au dernier supplice par un ministre protestant, autrement il seroit vrai de dire que Sa Majesté leur auroit accordé la permission dans ses propres Etats de se donner des mouvemens pour faire changer de religion les Catholiques et exposer ces condamnés à embrasser la protestante, ce qui a toujours été notoirement contraire aux intentions de Sa Majesté.

Pour ce qui concerne les mariages des militaires reformés avec des filles catholiques, comme les Hollandois avoient déclaré être autorisés pour concerter les moiens de les empêcher, on a chargé les Commissaires de Sa Majesté de proposer de faire de part et d'autre une deffense générale à tous ecclésiastiques et ministres de faire aucunes proclamations, ou d'assister à la célébration de pareils mariages sans le consentement des deux souverains, à peine d'en être corrigés rigoureusement, et que les parties contractantes seront de part et d'autre délivrées en mains de justice pour y être châtiés selon l'exigence du cas.

---

2. — TOUCHANT LA POLICE.

Immixtion abusive des officiers hollandais dans les attributions de police des Magistrats. — Arrestations arbitraires.

Les Commissaires de Sa Majesté ont dit dans leur dit mémoire que les Gouverneurs, Commandans, et Etat major se mêlent de toutes sortes de faits de police.

1° qu'ils empêchent aux Magistrats de désigner les places qu'ils croient propres à y mettre le fumier et autres immondices de la ville.



2° qu'ils font apréhender les bourgeois de l'un et de l'autre sexe pour le moindre démêlé et même pour des contraventions aux ordonnances politiques, les font mener à la grande garde et les y retiennent souvent un tems considérable sans vouloir les remettre aux Magistrats, que souvent la garde les maltraite, tandis qu'on laisse échaper les militaires qui se sont trouvés dans ces sortes de disputes et querelles.

3° qu'ils font enlever les habitans de leurs maisons avec violence, ce qui étoit arrivé à Namur en l'an 1730, et qu'ils arrêtent quelquesfois des personnes qui ne sont pas coupables, faute de prendre les précautions nécessaires.

4° S'il arrive quelque dégât aux glacis ou aux fortifications, et même quoy qu'il n'y en ait pas, ils font arrêter les bourgeois et les païsans et les font conduire au corps de garde, ils refusent de les délivrer au Magistrat, et ils font le gouverneur ou le commandant seul arbitre du prétendu dédommagement et des peines qui pourroient écheoir, s'arrogent ainsi une sorte de jurisdiction qui ne leur apartient pas sur les sujets de Sa Majesté. Que tout cecy est contraire au serment que tous les gouverneurs et commandans doivent faire et qui est inséré au traité de Barrière à l'art. 7, et particulièrement à l'art. 30 de celui conclu à Anvers le 30 janvier 1716 pour le comportement des trouppes des Etats gñaux de garnison dans les villes de la Barrière.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Les commissaires hollandais reconnaissent que les commandants de place n'ont pas le droit de police. Ils ne l'ont d'ailleurs exercé que dans les cas de force majeure. — Des ordres précis seront formulés en conséquence par les États-Généraux.

Les Gouverneurs et Commandeurs respectifs des villes de la Barrière ne se sont jamais mêlez de donner les ordres pour placer les fumiers et autres ordures de la ville, que quand ils furent jettez aux endroits où la puanteur pouvoit incommoder la garnison et la bourgeoisie, ou quand il pouvoit être préjudiciable à la défense de la place ou pour d'autres justes raisons, auxquels cas il est arrivé que les Gouverneurs et commandeurs, de concert avec les premiers du Magistrat, ont assigné d'autres endroits plus convenables, comme cela s'est fait à Tournai ; aussi quelquefois avec postposition de leurs propres intérêts, et au préjudice de leur paturâge, ils ont assigné des places dans les fortifications pour mettre le fumier, afin de prévenir les maladies et autres incommoditez que la puanteur auroit pu causer, comme il est arrivé à Ipres.

Les informations de tous les Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière portent unanimement qu'ils ne font jamais apprébender pour des contraventions politiques aucun bourgeois, que quand ils en sont priez par les Magistrats, à quoi les Gouverneurs et Commandeurs sont obligez par le 16e article du Règlement de l'année 1716, et, s'il arrive par hazard qu'ils font apprébender des bourgeois, il faut que ce soit qu'ils se sont engagez dans des querelles avec des militaires; alors les deux parties



sont mises aux arrêts, mais les bourgeois n'y sont nullement maltraitez, et sont ordinairement remis dans peu d'heures entre les mains de leur juge compétent, avec les informations prises contre eux, et dans pareils cas presque toujours les bourgeois sont relâchez et mis en liberté par les Magistrats, sans subir aucune peine, pendant que les militaires sont punis suivant la rigueur des loix, de quoi tous les Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière se plaignent unanimement, ce qui doit être redressé promptement si l'on veut prévenir des désordres dans les villes respectives.

L. H. P. ne comprennent pas qu'il arrive de càs auquel le Gouverneur d'une place seroit obligé d'enlever par force un bourgeois de sa maison, à moins que le tems ou d'autres circonstances ne permissent pas d'en donner part au Magistrat; hors de ces cas, qui seroient assez singulières, L. H. P. désapprouveroient que les bourgeois et habitans des villes fussent enlevez par force par des militaires, sans la réquisition du Magistrat, et Elles y mettroient des ordres efficaces, si pareils cas venoient à leur connoissance; mais les Gouverneurs et Commandeurs, qui ont été requis de donner leurs informations à ce sujet, s'en justifient tous également, et on n'en peut faire de recherche ultérieure, parce qu'il n'est point exprimé dans ledit mémoire ni le lieu ni le temps que ces violences ont été commises : on allègue un seul cas, qui seroit arrivé à Namur dans l'année 1730. Mais, après qu'il a été examiné, il s'est trouvé que l'on avoit rapporté abusivement le fait, et on a communiqué ces informations à la Cour de Bruxelles, qui en a été satisfaite; ainsi il paroit très étrange à L. H. P. qu'après l'espace de huit ans un tel cas soit renouvellé, et que l'on fonde là dessus une plainte générale contre des officiers d'honneur qui n'ont pas manqué à leur devoir.

S'il seroit arrivé que par abus quelquefois l'un auroit été arreté pour l'autre par le militaire, de quoi cependant L. H. P. ne sont pas informées, cela est de très peu de conséquence pour former des plaintes et en occuper les souverains de part et d'autre.

Puisqu'il n'est rien de plus raisonnable que celui qui a causé du dégât aux fortifications que L. H. P. sont obligées d'entretenir, qu'il le repare, et qu'il soit mis aux arrêts quand il est attrapé sur le fait; alors ordinairement ces affaires sont terminées sur le champ à l'amiable. Cependant L. H. P. ne seront pas éloignées, en cas d'opposition, de laisser la judicature de ces differens aux Magistrats des villes respectives, pourvu que l'on soit assuré qu'ils administreront bonne et briève justice.

---

3. — TOUCHANT LA CHASSE.

Les gouverneurs militaires chassent en toute saison et causent de grands dégâts dans les campagnes. — Vexations à l'égard des chasseurs de Tournai et d'Ypres.

Les commissaires de Sa Majesté se sont plaints que les gouverneurs de Menin, Furnes, Ipres, Tournay et de Namur chassent indifféremment en toute saison et



détruisent les grains et autres avestures de la campagne, malgré les placcarts qui règlent les temps deffendus et permis pour la chasse, que le gouverneur de Menin avoit fait construire plusieurs ponts entre la rivière la Lys et le grand chemin de Roulers pour traverser à cheval toutes les campagnes de ce quartier et qu'il avoit déja gâté nombre de terres semées de colzat et de bled.

Qu'on empêche les habitants de sortir de la ville avec leurs armes, surtout à Tournay et à Ipres, à moins qu'ils ne soient munis d'un passeport signé du commandant, pour lequel on fait même payer à Tournay.

Que cecy est contraire à l'art. 28 du Règlement du 30 janvier 1716.

Que les commandans ou gouverneurs n'ont aucun droit de s'arroger la chasse, et que si dans quelques villes on a bien voulu le permettre pourvu qu'ils chassent avec modération, on est cependant en droit de les en empêcher, surtout lorsqu'ils en abusent, cette faculté ne leur aiant été attribuée par aucune convention, qu'au contraire l'art. 6 du traité de Barrière et l'art. 28 du Règlement du 30 janvier 1716 font voir que ce droit ne leur apartient pas.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Les commissaires hollandais estiment que les plaintes sont entachées d'exagération. — Les dégâts dont la réalité sera établie seront réparés. — Les mesures prises à l'égard des chasseurs, que l'on critique si vivement, sont des précautions usitées dans toutes les places de guerre. — Pour ce qui concerne le droit de chasse, ils s'en réfèrent à la convention conclue avec le Marquis de Prié en 1720.

Pour ce qui concerne la chasse et particulièrement les plaintes portées contre les Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière, comme s'ils chassoient en tous tems hors de la saison, qu'ils ruinoient par là la chasse, et gâteroient les grains et autres fruits de la campagne, c'est de quoi les dits Gouverneurs et Commandeurs s'excusent unanimement, et particulièrement le Gouverneur de Tournai a mandé à L. H. P., que quand on s'est informé exactement il y a quelques années touchant les excès de chasse qui seroient commis par l'Etat-major de Tournai, qu'on a trouvé que ces plaintes n'étoient pas seulement non fondées, ce qu'il a prouvé au contentement, mais qu'elles ont été formées par ceux qui s'étoient rendu eux mêmes coupables des dits excès, ce qu'on pourra démontrer encore par des preuves convaincantes.

Au cas que contre toute attente le Commandeur de Menin ait causé quelques dégâts, en chassant par des terres semées, ou en y faisant mettre des petits ponts de bois, L. H. P. sont d'intention de le faire dedommager par ledit Commandeur; à cette fin Elles s'en feront informer exactement, et mettront les ordres nécessaires pour prévenir de pareilles plaintes. Au reste, si quelqu'un de la garnison a été à la chasse dans une



saison qu'elle étoit défendue, il a été corrigé, selon le mérite du cas, comme il est arrivé encore depuis peu à Ipres.

Il est bien vrai que l'on donne aux bourgeois à Ipres et à Tournai une permission par écrit du Gouverneur, pour montrer aux gardes quand ils veulent sortir et rentrer en ville avec des armes à feu, mais il est de même vrai que cela ne se refuse à personne, et par conséquent ne peut être regardé comme contraire à l'article 28 du Règlement de l'année 1716. De plus, l'on ne paie rien pour ladite permission sous quelque prétexte que ce puisse être ; cet ordre sert seulement pour la sureté de la place, et pour l'entretien de l'ordre et de la discipline militaire, ce qui est pratiqué dans toutes les villes frontières, et notamment à Tournai, même avant la reddition de la ville. Aussi les Gouverneurs des villes de la Barrière n'en usent pas autrement que font ceux des villes de S. M. I. et C. aux Païs-bas Austrichiens.

L. H. P. n'entreront point en discussion si les Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière ont moins de droit pour la chasse que les Gouverneurs et Commandeurs ont eu dans le tems que ces païs étoient à la France, puisque ces villes ont été cédées à condition d'être possédées avec le même droit que le Roi de France les avoit possédées. Mais Elles se réfèreront seulement à ce qui a été reconnu à ce sujet par le Marquis de Prié, avec lequel il a été convenu dans l'année 1720, pour ce qui regarde la chasse, *que ceux de l'Etat-major de Tournai se règleront selon ce qu'il est en usance dans les autres villes de la Barrière, et ce qu'il y a été observé jusques à présent, et suivant les ordonnances et reglemens émanez sur le point de la chasse*, ce qui est confirmé dans un placcart, émané au nom de S. M. I. et C. par le même Marquis, le 9 avril 1722.

L'allégué du 6e article du Traité de Barrière ne vient point à propos ici, parce qu'il dit que les Gouverneurs et Commandeurs des villes ne seront point à charge de S. M. I. et C., mais cela ne leur ôte point les prérogatives qui ont toujours été attachées à leurs charges, et le 25e article du Règlement de l'année 1716 ne regarde point les Gouverneurs, ni l'Etat major des villes, mais uniquement les officiers et soldats de la garnison, et dans la convention faite avec le Gouverneur de Namur il n'y est pas parlé d'autres officiers que de ceux de la garnison; aussi cette convention ne contient pas d'autre défense que celle qui a relation aux terres appartenantes aux particuliers, et quand on voudroit appliquer cette convention dans le sens le plus fort et universel, ce que L. H. P. ne croient pas que l'on puisse faire ici, encore n'en sauroit-on pas tirer la conséquence que cette défense seroit relative aux Gouverneurs et Commandeurs d'autres villes, parceque L. H. P. auroient pu donner le droit de la chasse, appartenant au Gouverneur de Namur, contre des autres avantages qui pourroient avoir été accordez par ladite convention, sans que cela pût être tiré en conséquence pour d'autres gouverneurs, et ce qui est de plus, que quand même on voudroit prendre ladite convention de Namur dans ce sens, alors, au lieu de produire un argument contre le droit de chasse competant aux Gouverneurs, l'on trouveroit au contraire un argument pour leur fournir des preuves que la chasse leur appartient de droit, tant que l'on ne pourroit faire conster qu'il y seroit convenu autrement.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

Le droit de chasse est essentiellement régalien. — Les abus dont on se plaint sont réels et devront être équitablement réparés. — La convention de 1720 a été mal interprétée; elle a d'ailleurs été formellement révoquée en 1728.

Qu'il est certain que la chasse est un droit de régale et ne peut appartenir à qui que ce soit, sinon qu'il l'ait obtenu par concession ou titre particulier du Prince de sorte que les gouverneurs et officiers n'aiant pas un pareil titre, ne peuvent pas prétendre ce droit; qu'on ne peut pas s'en former de ce qu'il se seroit pratiqué du tems de la France, et que ces villes aiant été cédées avec le même droit que le Roy de France les a possédées, et n'y aiant eu du tems de la France aucune ordonnance ou titre qui autorise les gouverneurs à chasser principalement au préjudice des villes, châtellenies et seigneuries particulières qui ont acquis le droit de chasse de leur souverain, il s'en suit que c'est en vain qu'on réclame un prétendu usage des gouverneurs françois, d'autant plus qu'ils ne chassoient que dans des endroits où ces villes ou particuliers n'avoient pas le droit de chasse, ou que pour faire plaisir aux gouverneurs françois, ils ont bien voulu la leur accorder dans quelques endroits.

Qu'on ne peut pas présumer que le souverain auroit donné aux gouverneurs ce qu'il avoit engagé ou accordé à titre onéreux aux seigneurs particuliers.

Qu'au reste les Etats généraux n'ignorent pas les plaintes des abus qui se sont commis à l'égard de la chasse et de quelle rigueur plusieurs de leurs gouverneurs ont usé malgré leurs prétendues excuses, qu'il est plus que tems de remédier aux querelles et aux homicides qui sont arrivés et qui ont fait naitre de l'animosité entre la noblesse et les Etats-majors des villes de la Barrière.

Qu'au surplus on attend de l'équité de LL. HH. PP. qu'elles feront reparer ces dommages et dégâts faits par le gouverneur de Menin.

A quoy on peut ajouter qu'il n'y a aucune convention parlaquelle on auroit reconnu que le droit de chasse compéteroit aux gouverneurs des villes de la Barrière, et que le placcart réclamé par les commissaires hollandois n'est qu'une défense de la part du Grand Bailly de Tournay à toutes personnes, sans distinction, de chasser dans l'étendue de la prétendue plaine à l'entour de Tournay, émanée dans la supposition abusive qu'il y avoit réellement une telle plaine réservée pour les plaisirs du prince.

Que cependant ce Grand Bailly a excédé l'ordre du Marquis de Prié qui portoit uniquement d'empêcher que la chasse des environs de Tournay ne fût ruinée par des païsans et gens sans aveu, suivant la requisition que le Brigadier Doyse lui en avoit faite sans avoir dit ou prétendu dans sa lettre au Marquis de Prié qu'il y auroit une plaine dont la chasse seroit réservée pour le Gouverneur, qui devoit bien douter lui même de ce prétendu droit, puisque s'il avoit estimé que cette chasse lui apartenoit à

l'exclusion de tous autres, il se seroit cru en droit de la maintenir de sa propre autorité sans devoir recourir à celle du Marquis de Prié.

Que cette défense du Grand Bailly de Tournay, portée irrégulièrement sur des informations abusives, a été révoquée au mois d'août 1728, lorsque Son Altesse Ser^me^ Marie-Elisabeth, s'étant fait faire raport des plaintes de ceux de Tournay et du Tournésis et des différents seigneurs y aiant des terres, a, de l'avis du Conseil privé de S. M., déclaré qu'il n'y avoit pas de plaine réservée pour ses plaisirs dans les lieux d'alentour de Tournay, ni dans aucun endroit du pays rétrocédé, et permis en conséquence aux gentilshommes et autres aiant droit de chasse sur leurs terres, d'y chasser en se conformant aux anciennes ordonnances émanées pour la conservation de la chasse avant l'an 1667.

D'où il s'ensuit que n'y aiant aucune plaine dans le pays rétrocédé, les gouverneurs ne peuvent pas s'y arroger le droit de chasse.

---

4. — INONDATIONS.

A. **Ypres.**

L'État-major de la place d'Ypres a étendu les inondations au delà des nécessités de la défense. — Il s'est attribué sans titre le droit de pêche. — Préjudice causé aux finances de la châtellenie. — Influence mauvaise sur la santé publique.

Les Commissaires de Sa Majesté ont représenté que ceux de l'Etat major d'Ipres extendent l'inondation d'un terrain contigu à la ville beaucoup plus qu'il ne s'est jamais fait en tems de paix en tenant les eaux fort hautes et cela pour améliorer la pêche qu'ils se sont aproprié sans aucun droit ni titre.

Qu'il en résulte une perte pour la châtellenie de fl. 755 par an dans les tailles, et que la pêche de cette inondation dans l'état où elle étoit avant cette extension, raportoit annuellement fl. 400 au profit de la ville et châtellenie, que les propriétaires de ces terres inondées sont privés de l'usage et des fruits de leur fond, et que cette inondation, inutile en temps de paix, corrompt l'air de la ville d'Ipres et des environs.

Que cette extension d'inondation est contraire à l'art. 7 du traité de Barrière, et qu'au sens de cet article les domages qui en sont résultés doivent être réparés aux frais des Etats gn̄aux.

L'on a prévenu l'objection que les Hollandois auroient pu faire sur la nécessité de cette inondation pour la sureté de la place, en disant que les deux étangs qui servent de réservoir aux eaux qui la forment, suffisent pour inonder ce terrain en moins d'un jour, et l'on s'est borné à demander que la hauteur des eaux soit réglée sur le pied qu'elle étoit cy-devant en tems de paix.

B. Menin.

Dommage causé aux blanchisseurs de toile de Menin par les inondations.

Que le Comte de Nassau, gouverneur de Menin, s'est emparé de la direction des eaux et des écluses et lèse les blanchisseurs et occupeurs de prairies en inondant subitement les d^es^ prairies, ce qui a causé des pertes considérables.

Qu'avant le dernier siège de Menin toutes les écluses internes et même le trou servant de passage aux batteaux étoient à la disposition des fermiers des Domaines, que la France les a laissés dans cette paisible possession, et a même donné toute assistance à la conservation des Domaines.

C. Tournay.

Altérations causées au régime de l'Escaut dans la traverse de Tournai par la négligence de l'État-major hollandais.

Que l'on a négligé de la part des Etats gñaux de faire nettoier les fossés de la ville dépendant de la fortification qui ont toujours été entretenus de la largeur de 50 jusqu'à 60 pieds de France pendant tout le tems que la ville de Tournay a été soumise à cette couronne, au lieu que maintenant il reste à peine la largeur de 25 à 30 pieds, ce qui provient de ce que, depuis la reddition de la ville, on n'en a point fait tirer le limon qui s'y est encore accru au point qu'on y plante des arbres et qu'on y fait des jardins que l'Etat-major fait cultiver à son profit.

Qu'outre le préjudice qui en résulte à la fortification que les Etats gñaux étoient obligés de réparer, la navigation, les moulins de la ville et les prairies voisines souffrent aussi de ce que ces fossés ainsi comblés ne peuvent plus suffire à l'écoulement des eaux superflues de l'Escaut qui s'y déchargeoient par plusieurs ouvertures d'écluses faites à la rive droite de la rivière, et retomboient de là dans le bas Escaut, au dessous des écluses nommées le pont des troux, ce qui est le cas de la stipulation de l'art. 17 du traité de Barrière par raport à la réparation des dommages qui en résultent.

D. Bouchaute.

Inconvénients produits par la mauvaise réglementation des écluses.

Que par l'art. 1 de la convention du 22 décembre 1718 il a été stipulé que LL. HH. PP. permettent aux intéressés des écluses de Bouchaute de les remettre où elles ont été cy devant, et que les d^es^ écluses aient les coulans d'eau directement à la mer comme elles l'avoient avant la dernière guerre.

Que, malgré cette stipulation, la digue au devant du canal parlequel ils faisoient cy devant décharger les eaux dans la mer est restée fermée jusques à présent et que ceux de Bouchaute ne peuvent faire écouler les eaux de leurs terres que par le moïen du canal qui va se rendre au fort de Philippine, lequel étant moins profond que celui qui conduit directement à la digue, ne peut par conséquent pas recevoir les eaux et dessécher les terres qui par là sont aussi souvent inondées par les accidens qui surviennent fréquemment à l'écluse audit fort de Philippine, ce qui cause des domages très considérables aux habitans et aux propriétaires.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Les inondations des terres voisines de la ville d'Ypres sont nécessaires pour la sûreté de la place; elles sont d'ailleurs favorables à la santé publique. — Le gouverneur de Menin attribue les dégâts dont on se plaint à la négligence des éclusiers de Courtrai et d'Harlebeke, et à l'imprévoyance des propriétaires qui ne font pas réparer leurs digues en temps utile. — Les inconvénients constatés à Tournai sont dus aux modifications introduites dans le régime des eaux par le Magistrat. — La chose a été reconnue par l'enquête de 1736. — Les États-Généraux feront curer à leurs frais les fossés de Tournai, à condition que le Gouvernement en fasse autant pour les fossés d'Audenarde. — De même, les États-Généraux feront réparer les écluses de Bouchaute, bien que les inondations soient dues au manque d'entretien du canal par les intéressés.

A l'égard des plaintes comprises dans votre dit mémoire concernant les inondations, et particulièrement celles contre le Gouverneur d'Ipres, comme si par des considérations particulières il auroit fait étendre l'inondation d'un terrain contigu à la ville plus loin que jamais il n'a été fait en tems de paix, L. H. P. croyent être bien informées que ces plaintes sont fondées sur des informations abusives, parceque de tout tems les viviers de Zillebeecq et Dickebusch, parlesquels les inondations sont formées, sont tenus sur un certain degré de hauteur, lequel sous le Gouverneur d'à présent n'est pas plus haut qu'il n'a été du temps de ses prédécesseurs, ce qui est de la dernière nécessité, premièrement pour la sûreté de la place, parceque par cette inondation la troisième partie de la ville est couverte, et en second lieu pour prévenir les maladies, sans ces inondations plus fréquentes parmi la garnison et la bourgeoisie.

L'allégué contre ceci, que par le moyen de ces deux viviers l'inondation peut être formée dans l'espace de vint-quatre heures, et que par conséquent il n'est pas nécessaire d'avoir une si grande étendue d'inondation, fait voir qu'on en est très mal informé, parceque depuis peu on a fait l'expérience en laissant couler l'eau du fossé nommé le *beure* de deux pieds seulement, et pour le faire remplir par le vivier de Dickebusch on a eu besoin de deux jours, de quoi un chacun qui connoit cette inondation, peut conclure qu'elle ne peut se former dans dix fois vint-quatre heures, comme elle doit

être pour la sureté de la ville, de plus, au cas que la place fut attaquée, le Gouverneur ne seroit pas toujours le maître de former l'inondation, parce que l'ennemi le pourroit empêcher très facilement, par rapport à ce que ces deux viviers sont fort éloignez de la ville.

Vous trouverez, Messieurs, que l'allégué dans vos plaintes, que l'air se corrompoit par ces inondations et causoit des maladies, n'est pas fondé, et cela doit vous être suggéré par des personnes qui préfèrent leur intérêt particulier à celui du commun, car il est tout au contraire vrai, et l'expérience fait voir que jamais l'air n'est plus corrompu, et qu'il ne règne jamais plus de maladies dans la ville, que quand l'eau de l'inondation est écoulée, dont la raison est très palpable, parceque, quand on ne fait pas venir de tems en tems de l'eau fraîche sur cette terre marécageuse, l'air s'infecte par des vapeurs que le soleil en tire; et si on n'a pas soin de rafraîchir les eaux dans les fossez de la ville, dont la garnison et la bourgeoisie se servent, elle se corrompt et donne une mauvaise odeur, de même quand la petite rivière d'Iperlé, qui passe par la ville, n'est pas de tems en tems nettoyée et rafraichie par l'eau du vivier de Zillebeecq, elle donne une puanteur insupportable, ce qui doit indubitablement causer des maladies; au contraire, on sait par l'expérience, que depuis que le Gouverneur d'à présent a fait attention à la conservation de l'inondation, et de faire rafraîchir les eaux, les maladies ne règnent pas tant à Ipres que ci-devant, de sorte que la conduite dudit Gouverneur, bien loin d'être reprochable, mérite au contraire l'approbation d'un chacun; et comme L. H. P. sont informées que les eaux qui forment l'inondation ont été pendant cette année au dessus de la hauteur réglée, et que par la conclusion dans cet article sur votre mémoire est demandé que les eaux fussent tenues sur le pied comme elles ont été ci-devant en tems de paix, Elles se persuadent que l'on se contentera avec l'élucidation que l'on vient de donner à ce sujet; et qu'on ne voudra pas pour l'intérêt particulier de quelques propriétaires des terres inondées, exposer la garnison et la bourgeoisie aux maladies et autres incommoditez qui en résulteroient indubitablement. S'il reste cependant encore de la part de S. M. I. et C. quelque doute sur cette affaire, L. H. P. veulent bien convenir d'une marque fixe pour régler la hauteur des eaux, au contentement de part et d'autre.

L. H. P. ignorent à qui a été la direction des écluses pour former l'inondation à Menin pendant que les François en ont eu la possession, mais il est certain que, depuis la prise de la même ville, la direction en a été confiée au Gouverneur, ce qui doit être nécessairement, puisqu'il est responsable de la place; il est d'une notoriété publique que la force de la ville consiste pour la plus grande partie dans l'inondation, laquelle se forme par les eaux de la rivière de Lis, par le moyen de l'écluse située dans la ville. Il seroit très facile de surprendre la ville si la direction des dites écluses étoit en d'autres mains, et qui pourroit-on trouver de plus propre pour cela que le Gouverneur, qui doit répondre de la place? L. H. P. sont d'accord que le Commandeur n'en doit pas abuser au préjudice des propriétaires de ces terres et blancheries, mais c'est de cela qu'il s'excuse particulièrement, en attribuant les débordements à ceux de Courtrai,

qui arrêtent pour des raisons particulières les eaux de la rivière. Ledit Gouverneur a déja porté ses plaintes sur ce sujet au Conseil d'Etat des Provinces Unies le printemps passé. Pourtant L. H. P. ne s'en sont pas plaintes, à cause qu'Elles n'aiment pas de multiplier les griefs. Cependant pour prévenir toutes disputes de part et d'autres, Elles sont de sentiment qu'il conviendroit à présent de concerter ensemble, pour définir pour toujours sur quelle hauteur les eaux devront être tenues l'hiver et l'été à Courtrai, à Harlebeek et à Menin.

L. H. P. ne disconviennent pas qu'il n'y ait du limon dans une partie des fossez de la ville de Tournai, qui empèche qu'ils n'aient la largeur et la profondeur requise, principalement le fossé devant et derrière le ravelin Lucquet; mais aussi Elles sont informées que c'est occasionné parceque le Magistrat a fait mettre deux écluses du côté de l'Escaut, contre ledit ravelin, et par là empêché que l'eau de la rivière ne puisse entrer dans le fossé de la ville, afin de s'en servir pour certain moulin à eau, sans avoir pris en même tems la precaution de vuider les fossez de la ville du limon par le moyen de ces ecluses : puisque l'on trouvoit dans l'année 1732 que ces fossez étoient trop accrus de boue et de limon, le Conseil d'Etat a ordonné d'ouvrir ces écluses une fois par semaine, pour décharger les fossez de ce limon par la force d'eau, ce qui s'est pratiqué au commencement avec beaucoup de succès, mais a été négligé depuis quelque tems à cause que M. le Général-Major et Directeur De Bauffe [1] a soutenu, quoique sans aucun fondement, que la direction de ces écluses compétoit au Magistrat seul, et si parlà il y auroit été apporté quelque dommage à la navigation de la ville, aux moulins ou terres situées aux environs, on n'en doit pas attribuer la cause à L. H. P. qui se persuadent que ces plaintes proviennent par des informations abusives, parceque, premièrement, l'accroissement de limon ou de boue dans les fossez de la ville ne peut faire aucun préjudice à la navigation, puisqu'il n'y a point de bateaux ni de nacelles qui passent par les fossez, mais par l'Escaut, qui traverse la ville; en second lieu, les moulins n'en peuvent souffrir non plus, parcequ'ils ne tournent pas par les eaux des fossez, mais par celles de l'Escaut, qui tombent sur les moulins sans entrer dans les dits fossez; et en troisième lieu, il n'est pas possible que l'accroissement des fossez de la ville puisse causer une inondation de terres situées aux environs, parceque l'eau de l'Escaut, qui devoit former cette inondation, ne peut être bouchée ni arrêtée par le limon qui se trouve dans les dits fossez, à cause que cette eau n'y passe pas, mais tient son cours continuellement par la ville [2].

Dans l'année 1736, pareilles plaintes ont été portées à L. H. P. de la part de

[1] Simon de (ou del) Bauffe, né à Ath, ingénieur militaire distingué, mort devant Belgrade en 1738. Il avait épousé Anselberge Borlees, morte à Gand en 1764.

[2] Cette question de l'écoulement normal des eaux causa beaucoup de souci au Gouvernement. Voir le règlement du 6 octobre 1740 pour empêcher les inondations de l'Escaut dans l'étendue de la province de Flandre. (*Placards de Flandre,* V, 707); — Règlement du 16 novembre 1743. (Ibidem, 723); — Ordonnance du 25 mai 1746. (Collection imprimée des placards aux Archives générales du royaume), réitérée le 14 décembre de la même année; — Décret du 8 novembre 1750 (aux archives communales de Tournai).



Son Altesse Serenissime, Madame l'Archiduchesse Gouvernante générale des Païs-bas Austrichiens; mais s'étant bien informé, on a trouvé que c'étoit un malentendu et que les rapports qui en étoient faits à la cour de Bruxelles regardoient les fossés de la ville d'Audenaerde et non pas ceux de Tournai. Il étoit bien rapporté que les fossez de la dernière ville étoient remplis de boue et de limon, mais point que cela empêchoit l'écoulement de l'Escaut, et quand on s'étoit exactement informé de la cause du débordement de cette rivière dans ce tems là, on a trouvé que ce fut à cause qu'alors le Magistrat de Tournai avoit fait hausser les moulins sur l'Escaut, et que ceux d'Antoing l'avoient fait à proportion, ce qui avoit empêché que les eaux qui se trouvoient sur les prairies ne pussent pas descendre dans la rivière, et secondement parce que les fossez de la ville d'Audenaerde, par où l'Escaut passe, étoient tellement accrus que l'eau de la rivière ne pouvoit pas s'écouler comme il faut.

L. H. P. sont informées que depuis, par ordre de la cour de Bruxelles les moulins à Tournai sont baissez, et par là on a ôté la première cause du débordement de la rivière, mais que les fossés de la ville d'Audenaerde sont encore dans le même état.

Nonobstant qu'il paroit clairement par l'allégué que l'on ne peut attribuer à L. H. P. la faute de l'accroissement de la ville de Tournai, cependant, pour y apporter de leur côté toute facilité, Elles veulent bien, à leurs frais, faire nettoyer le fossé du ravelin Lucquet, c'est à quoi tendoit proprement la demande de M. De Bauffe dans l'année 1737, moyennant que S. M. I. et C. donne les ordres nécessaires pour nettoyer et approfondir les fossez de la ville d'Audenaerde, pour prévenir le débordement de la rivière, et qu'il soit ordonné de même au Magistrat de Tournai de faire écouler au moins une fois par semaine, le jour de la navigation, les eaux dans les fossez de la ville, par les susdites écluses et autres qui sont dans les fossez, pour faire emporter la boue et le limon; et qu'au cas que le Magistrat demeureroit encore en défaut, L. H. P. ne sauroient pas manquer de mettre tels ordres qu'Elles jugeront convenables pour la sureté de la place, parce que sans cela tous les frais seraient inutiles et perdus, et les fossez bientôt une seconde fois remplis de limon et de boue.

Pour ce qui regarde les plaintes des interessez des écluses de Boeckhoute, L. H. P. sont informées qu'ils sont eux mêmes la cause que leurs terres demeurent souvent inondées, parce qu'ils négligent de faire nettoyer le canal rempli de roseaux et d'autres saletés, parlequel l'eau doit écouler vers Philippine.

Le posé que les réparations fréquentes aux écluses à Philippine les rendroient souvent impraticables, et ainsi seroient la cause des inondations, ne paroit pas probable, à cause que L. H. P. ne savent pas qu'on ait fait depuis longtems des réparations à ces écluses, que seulement un peu dans l'année 1737, qui n'a pu être d'aucune conséquence. Cependant leur intention est nullement de refuser aux intéressez de réparer ces écluses et de faire un canal parlequel ils puissent faire écouler les eaux directement dans la mer, moyennant certaines précautions nécessaires pour prévenir tout dommage, mais Elles ne croyent pas que les dits interessez voudroient faire cette dépense, pendant qu'ils peuvent décharger les eaux d'une manière plus commode et à moins de fraix;

ainsi le meilleur moyen seroit de faire nettoyer le canal qui mène vers Philippine, pour donner plus de cours à l'eau.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

Les inondations ne se justifient, en temps de paix, par aucune considération d'ordre militaire; elles sont incontestablement nuisibles à la santé publique. — Réglementation nécessaire. — Dédommagements à accorder aux propriétaires lésés.

Que l'on ne sauroit disconvenir que les inondations faites sans nécessité a l'entour des villes, et surtout en tems de paix ne portent un grand préjudice [1] aux propriétaires des terres voisines, que ceux d'Ypres en souffrent de grands dommages, que le prétexte allégué qu'en tenant ces terres sous l'eau on préviendrait l'infection de l'air, n'est pas fondé, car quoyqu'un terrain marécageux, quand on en retire l'eau, donne pendant quelques jours des vapeurs et des exhalaisons, cependant ce terrain, une fois deséché et mis en culture, ne produit plus cet effet, et, qui plus est, plus l'inondation est étendue, plus l'infection de l'air est à craindre, parceque l'ardeur du soleil désèche toujours en été l'inondation sur les bords qui infectent l'air.

Que, puisque de la part des Etats gñaux on est disposé à convenir de certaines bornes pour régler la hauteur des eaux, l'on admet ce moien en général pour les endroits où il n'y en a point, mais que dans le cas spécial d'Ipres où il y a déjà des bornes, il faut que les eaux soient réglées sur le même niveau qu'elles ont toujours été en tems de paix avant l'extension qui leur a été donnée par ceux de l'Etat major, et que les particuliers qui ont été privés de la jouissance de leurs terres en soient dédommagés.

Qu'il sera aussi nécessaire de convenir que les eaux des fossés seront tenues à la hauteur réglée, tant pour l'hiver que pour l'été, sans qu'il soit permis au gouverneur de s'écarter de cette règle.

Menin.

Que le gouverneur de Menin a tort de soutenir que les inondations des blanchiries provenoient de ce que les propriétaires n'avoient pas soin de réparer une petite digue qui les couvre, et qui est au dedans de la ville, que la dite digue est baissée d'un pied et demi, et de ce que l'on n'observe pas à Courtray et à Harlebeque de tenir les eaux dans leurs justes bornes.

Puisqu'il se trouve que lad[e] digue est très bien entretenue, et qu'elle est un pied plus haute que les bornes d'hiver, et près de trois pieds au dessus de la hauteur réglée pour l'été, que d'ailleurs cette digue est sujette à l'écouage des hommes de fief qui ne manqueroient pas de calanger les propriétaires s'ils en négligeoient l'entretien, et quant

[1] Elles sont d'ailleurs interdites par l'article XVII du traité de la Barrière, déjà cité.



à l'allégué touchant Courtray et Harlebeque, quoyqu'il y ait d'anciennes marques pour la hauteur des eaux dans l'une et l'autre saison, l'on convient que les meuniers qui dirigent leurs écluses ont quelques fois excédé nonobstant les règlemens et ordonnances; c'est pourquoi on comminera des peines si sévères contre les défaillans, et on prendra de si justes précautions de la part de Sa Maj^té, que les eaux ne seront plus retenues à l'avenir à Courtray et à Harlebeque audessus des marques réglées.

Bouchaute.

Que l'art. 1 de la convention du 22 X^bre 1718 est précis sur ce qui concerne les écluses et havre de Bouchaute, que ce même art. permet aux intéressés des écluses de les remettre où elles ont été auparavant, et de donner aux eaux leur écoulement directement vers la mer, comme elles l'avoient été avant la dernière guerre.

Que les commissaires des Etats généraux disent *que leur intention n'est pas de refuser aux intéressés de réparer ces écluses et de faire un canal parlequel ils puissent faire écouler les eaux directement dans la mer, moiennant certaines précautions nécessaires pour prévenir tout dommage.*

Qu'on prend cette réponse pour une confirmation de ce qui est stipulé par ledit art. 1, et que le nettoiement du canal de Philippine ne produiroit pas l'effet désiré, puisqu'il est trop haut, et que le bassin dudit fort seroit encore moins suffisant qu'à présent pour recevoir les eaux, lorsque, par ledit nettoiement, on leur auroit donné plus de pente et de rapidité.

---

5. — TERRES INCORPORÉES DANS LES FORTIFICATIONS DONT LES PROPRIÉTAIRES N'ONT PAS ÉTÉ DÉDOMMAGÉS, ET AUTRES PARTIES DONT LES ÉTATS-MAJORS SE SONT APROPRIÉ LES FRUITS AU PRÉJUDICE DES VILLES ET DES PARTICULIERS [1].

Ipres.

On s'est plaint que l'Etat major de la ville d'Ipres s'est emparé de la pêche des deux étangs de la ville depuis l'an 1717.

Qu'il s'est emparé du foin des digues des d^s étangs depuis 1718, item des arbres et taillis à l'entour de ces étangs.

Qu'il s'est aussi emparé d'une partie de terre à la sortie de la ville, le long du canal,

[1] On trouvera aussi des détails sur ce point dans un mémoire intitulé : *Memorie behelsende de pointen concernerende de executie van het tractaet van Barrière van den jaere 1715, en nadere conventie van den jaere 1718, welke in het geheel of ten deele nogh niet afgedaen sijn.* (Archives de la Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f°s 75-88.) — Dans le même registre, f°s 91-108 : *Réflexions à faire sur différents points concernant le traité des barrières.*



dit le champ des pestiférés, comme aussi d'une autre partie de terre près de l'écluse ou sas d'Ipres à Boesinge [1] depuis l'an 1715.

Qu'enfin l'Etat-major a fait faulcher en 1731 une partie des prés appartenant à la ville, le long de l'étang de Zillebecq.

Que la ville avoit toujours joui de ces parties de biens avant ces occupations de la part de l'Etat major, même pendant la guerre, et que la ville étoit occupée par les armes de la France, et, ce qui est bien digne d'attention, c'est que le produit de la pêche des deux étangs pendant l'administration provisionelle des Etats gñaux a toujours été validé à la ville en compensation de ce qu'elle devoit païer pour les ustencils de l'Etat-major suivant une résolution des Etats gñaux du 16 avril 1716.

Que les Etats-majors ont aussi étendu les glacis audelà des bornes prescrites et réglées par les commissaires à ce autorisés de la part de Sa Maj^{té} et des Etats gñaux.

Tournay.

Que ceux de la garnison de Tournay empêchent les propriétaires des terres contigües aux glacis, quoyque situées au delà des 16 toises réglées par les d^s commissaires de jouir de leurs fonds, et d'y semer du grain, ce qui est contraire à la résolution des Etats gñaux du 16 may 1715.

Namur.

Que les Etats gñaux sont en défaut de dédommager les propriétaires des maisons et jardins incorporés dans les fortifications qu'ils ont fait construire au fauxbourg de Jambes en 1725, quoyqu'ils y soient tenus en vertu des art. 13 et 17 du traité de Barrière [2].

Fort de Knocque.

Le command^t dud^t fort trouble les propriétaires d'une cense située dans la contrescarpe du fort, et veut leur empêcher de réparer les bâtimens, et ceux du village, dont la cense dépend, d'en faire mesurer le terrain pour y proportionner les tailles que led^t terrain doit paier.

[1] Boesinghe, arrondissement d'Ypres. L'écluse de l'Yperlée passait pour un chef-d'œuvre de construction hydraulique; elle date de 1643-1644.

[2] Art. XIII : Les Etats Generaux pourront à leurs frais et dépens faire fortifier les susdites villes et places, soit par des nouveaux ouvrages, ou en faisant réparer les vieux, les entretenir, et généralement pourvoir à tout ce qu'ils trouveront nécessaire pour la sûreté et défenses desdites villes et places, à la réserve qu'ils ne pourront pas faire construire des nouvelles fortifications sans en avoir donné connoissance preallable au Gouverneur général des Pays-Bas, et avoir entendu son avis, et ses considérations là dessus, et sans qu'on pourra les porter à la charge de S. M. I. et C. ou du Païs, qu'avec le consentement de Sadite Majesté.

Art. XVII, cité au n° XI.



Que le droit des propriétaires de cette cense est établi par une possession constante et par une décision formelle de l'Intendant de France Leblanc, en date du 7 juillet 1710, d'où il résulte que cette cense ne fait point partie des fortifications, et que, par conséquent, l'opposition du commandant est contraire à l'art. 6 du traité de Barrière.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Le traité de la Barrière accorde à l'État-major la jouissance de tous les émoluments provenant des fortifications; il faut y comprendre le droit de pêche. — La question pourra être résolue à l'amiable. — Le litige au sujet des foins est d'une importance minime. — On s'entendra également sur l'usage des glacis, de manière à concilier l'intérêt des propriétaires et les nécessités de la défense. — Même décision pour le conflit qui a surgi au fort de la Knocque.

Il ne paroit pas naturel que le Magistrat d'Ipres jouiroit de la pêche des deux viviers Zillebeck et Dickebusch, des herbes et du bois sur les digues, à l'entour de ces viviers, puisque L. H. P. sont obligées d'entretenir à grands fraix les dites digues, comme aussi les canaux, tuyaux et écluses par ou cette eau passe vers la ville, de même que les redoutes pour défendre ces écluses; il est aussi usité dans toutes les villes fortifiées de laisser à l'Etat-major la pêche dans toutes les eaux des fortifications, c'est pourquoi L. H. P. dans l'année 1710, quand Elles ont ôté à l'Etat-major des villes de la Barrière la plupart des emolumens, et leur ont donné une somme annuelle à la place, leur ont néantmoins laissé la pêche.

On est convenu par l'art. 6 du traité de Barrière que l'Etat major jouiroit de tous les émolumens provenant des fortifications, ce qui dans ce cas doit avoir plus lieu qu'ailleurs, puisque ces deux viviers sont proprement le reservoir de toutes les eaux qui servent aux inondations de cette ville, et pour fournir de l'eau aux fossez, ainsi par une conséquence naturelle, si la direction de ces viviers étoit confiée à des particuliers, cela pourroit causer du tort à la ville; pour cette raison L. H. P. croyent qu'il est de la dernière nécessité que la direction reste à l'Etat-major, qui doit répondre de la place.

Nonobstant tout cela, puisque dans le mémoire [1] que nous avons eu l'honneur de vous remettre le 16e avril dernier, nous avons mis les disputes entre l'Etat-major et les Magistrats des villes entre les points qui doivent être reglez, pour ôter toute pierre d'achoppement, L. H. P. veulent bien convenir sur ces points à l'amiable, moyennant cependant que la direction de ces deux viviers reste au Gouverneur.

A l'égard de la prétension que le même Magistrat forme sur le foin de l'écluse

[1] Ce mémoire, intitulé : *Mémoire des points auxquels l'exécution du traité de Barrière et de la Convention postérieure manque en tout ou en partie, et sur lesquels Leurs Hautes Puissances demandent une exécution plus exacte et plus complette*, est transcrit dans le même registre, sous le nº 64, fos 64 à 67.

de Boesinghe, comme aussi sur le terrain que vous nommez dans votre mémoire le Champ des pestiferez, quoi qu'inconnu chez nous sous ce nom, nous croyons pourtant que ce sera le petit terrain entre les fortifications et la ville, où l'on pend ordinairement les condamnez, cela nous semble de trop peu de conséquence pour former matière de dispute, moins encore le foin de Boesinge, puisqu'il croît notoirement sur un ouvrage à cornes.

Les plaintes que dans l'année 1713 l'Etat-major a fait faucher le foin appartenant au Magistrat d'Ipres, sans dire si le Gouverneur a pris le foin, ou sans qu'on dit si ses successeurs ont continué de le faire, nous montrent clairement qu'on se plaît à multiplier les griefs, car autrement il paroit incomprehensible, qu'après l'espace de vingt-cinq ans on veut renouveller une bagatelle de la sorte : le rapport du Gouverneur d'Ipres sur les plaintes qu'on forme, comme s'il s'en servoit des glacis au delà des bornes prescrites, dit que jamais on ne s'est plaint à lui, et que de bonne foi il n'en sait rien de toute cette histoire, mais qu'il sera prêt de redresser d'abord qu'on lui auroit montré le moindre excès.

A Tournai on laisse l'usage des glacis, quand ils s'étendent plus de 16 toises, aux propriétaires, pourvu qu'ils n'en fassent d'usage préjudiciable à la défense de la ville, ainsi en conformité de la résolution du Conseil d'Etat du 6 mai 1715, et du convenu avec le Sr Marquis de Prié à ce sujet l'année 1720, on permet aux propriétaires de semer cette partie des glacis avec tels légumes et autres fruits qui ne poussent pas trop haut, mais on fait de la difficulté de les faire semer avec des grains et d'autres légumes qui croissent fort hautes, et couvrent par leur hauteur les glacis et le chemin couvert, comme étant préjudiciables à la défense de la place, et contraire au convenu sur ce sujet; quoique l'Etat-major à Tournai se tienne exactement à tout ce qui a été réglé à cet égard, cependant les propriétaires de cette partie des glacis ne demeurent pas dans les bornes prescrites, mais la passent souvent, en occupant ce qui est entre les 16 toises, et en ôtant les marques clandestinement, même en y plantant quelquefois des arbres et des hayes : ainsi, Messieurs, nous vous prions très instamment qu'en conséquence du convenu avec le Marquis de Prié dans l'année 1720 soit ordonné de nouveau aux propriétaires de ces terres de n'en faire aucun usage qui puisse être préjudiciable à la défense de la ville. Il est connu à L. H. P. que pour aggrandir les fortifications dans le faubourg Jambe à Namur dans l'année 1722, on a incorporé quelques terres, mais cela a été du consentement du Marquis de Prié, et quand les propriétaires de ces terres se sont plaint, et ont demandé du dédommagement au Conseil d'Etat, on les a renvoyé au Gouvernement des Païs-bas Austrichiens, le Résident Pesters ayant été chargé d'en faire des représentations au Gouvernement de Bruxelles; sur quoi ces ouvrages ont été achevez, et depuis ce tems jusqu'à l'année 1736, ces propriétaires ne se sont plus adressez au Conseil d'Etat, parceque le souverain des Païs-bas Austrichiens ne donne jamais du dédommagement pour des terres incorporées aux fortifications, mais ces dédommagemens se font par une répartition générale des districts ou ces terres occupées sont situées, que cela étant ainsi il ne seroit nullement de



l'intérêt de S. M. I. et C., mais au contraire d'une conséquence très préjudiciable si l'Etat, qui agit dans ce cas pour sa dite Majesté, voudroit dédommager les propriétaires. Cependant, si tel usage ne consiste dans les Païs-bas Austrichiens, et que le Gouvernement déclare qu'on ne demande rien de L. H. P. que ce que l'on demanderoit en pareil cas de S. M. I. C., L. H. P. ne refuseront pas de dédommager les propriétaires selon les estimations des experts, qu'Elles commettront alors expressement pour cela.

Il est vrai que le Commandeur du fort de Knocque n'a osé permettre de faire un nouveau bâtiment à la place d'une grange que le vent avoit renversé, parcequ'on ne l'avoit pas averti, et que de batir dans les fortifications mérite réflexion, savoir si ce bâtiment seroit nuisible aux fortifications, ce qu'un Commandeur ne peut faire jamais sans la permission de son souverain.

Vous paroissez, Messieurs, d'être dans le même sentiment, puisque vous posez dans votre Mémoire que la grange n'est pas située dans les fortifications, alléguant pour cela la décision de feu l'Intendant Le Blanc. Mais cette matière de raisonner en matière de fait ne procède pas, puisqu'il ne fait rien à l'histoire de quel sentiment l'Intendant Le Blanc a été, mais comment la chose se trouve réellement, ce qui paroîtra clairement par une inspection oculaire; on a trouvé sur le lieu que cette grange est située dans la redoute à gauche du chemin couvert, entre le canal de Furnes et de Nieuport, laquelle redoute est entourée d'un fossé, ainsi il est hors de doute que cette grange est située dans les fortifications.

Nonobstant cela, L. H. P. veulent bien permettre en considération de la possession du propriétaire, que ladite grange soit reparée pourvu qu'elle ne soit pas aggrandie, et de même que le terrain soit mesuré, à quelle fin Elles donneront les ordres nécessaires pour ce sujet au Commandeur.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

Erreur de fait des commissaires hollandais. — On accepte cependant le principe d'une transaction. — Règles à adopter à Tournai. — Réclamations des directeurs de la table des pauvres à Saint-Pierre d'Ypres.

Que les Commres hollandois sont mal informés lorsqu'ils disent que le souverain des Païs-Bas ne donne jamais de dédommagement aux particuliers propriétaires des terres incorporées dans les fortifications, que l'on pourroit citer une infinité d'exemples de ce qui s'est pratiqué à cet égard dans différentes villes.

Que quoyque les fonds incorporés dans les fortifications du fauxbourg de Jambes à Namur aient été estimés par un officier des fortifications et par des experts qui en ont dressé un état, lequel devroit servir de règle pour le dédommagement à faire aux intéressés, tant pour le capital que pour les intérêts depuis qu'ils sont privés de leurs biens, l'on veut cependant bien convenir d'une somme raisonnable, pour éviter une nouvelle estimation qui seroit impossible dans l'état des choses.



Que les glacis de Tournay doivent être réglés sur la même étendue qu'ils avoient été du temps de l'occupation de la ville par la France, qu'on doit y mettre des bornes à l'intervention des Comm^{res} à nommer par Sa Maj^{té}, par les Etats gnaux et par ceux des Magistrats, pour prévenir toute contestation à l'avenir, et qu'il faudra stipuler un article général dans la convention à faire, parlequel les propriétaires des terrains contigus aux glacis de toutes les places de la Barrière seront laissés dans la paisible possession de leurs fonds avec la liberté d'y semer toutes sortes de grains et légumes, pourvu qu'ils n'y plantent point des hayes ny lèvent des terres qui pourroient être de quelque préjudice à la fortification.

Que les Etats-majors ne pourront s'aproprier la jouissance d'aucunes terres, prairies ou autres, si ce n'est que des foins qui croissent sur les ouvrages des fortifications, et la pêche des fossés, et spécialement qu'ils laisseront les usagers de six à sept bonniers de prairies situées vers la porte de sept fontaines à Tournay entre l'Escaut et la nouvelle rivière jouir en pleine liberté des d^{es} prairies sans les troubler et molester, ainsi qu'ils ont fait en ôtant des planches qui étoient sur la nouvelle rivière par où les d. usagers faisoient passer leurs bestiaux pour paître sur les d^{es} prairies après la S. Jean, si mieux n'aiment les d^{s} Etats-majors de laisser le libre accès des d^{es} prairies aux usagers par le pont nommé le pont de troux, ce qu'ils leur ont refusé jusqu'à présent pour les priver de la jouissance desdites prairies depuis la St Jean jusques à l'hiver.

Item, que ceux de l'Etat major restitueront aux propriétaires une pièce de terre d'environ un quartier, situé hors de la porte du château, près de la nouvelle rivière, qu'ils ont fait entourer d'un fossé, passé 4 à 5 ans, à prétexte d'avoir en vue d'y faire un ouvrage pour servir de défense au pont de troux et y placer un corps de garde, et que jusques icy n'a pas été exécuté, et quand il seroit question d'y faire led^{t} ouvrage, ce ne pourroit être qu'après en avoir donné connoissance au Gouvernement gnal des Pays-Bas, et avoir entendu son avis et ses considérations conformément à l'art. 13 du traité de Barrière, et qu'en ce cas même les propriétaires du fond devroient en être dédommagés, en sorte qu'il n'y a pas de raison pour que ceux de l'Etat-major s'aproprient dés à présent les herbes de cette petite partie de terre ainsi qu'ils le font.

Qu'il sera aussi restitué aux propriétaires certain terrain de la consistance d'environ dix bonniers contre la porte de St Martin et celle de Lille à Tournay, lequel nonobstant que les François l'eussent fait entourer des palissades dès l'an 1706 ne laissa pas d'être labouré et défructué par les propriétaires ou occupeurs, lesquels en ont joui jusqu'en l'année 1709 que lad^{e} ville fut reconquise par les armes des alliés et que c'est depuis lors que les d^{s} propriétaires ont été privés de leurs fonds sans en avoir été désintéressés.

Et qu'en cas que les Etats gnaux ne veulent pas se prêter à la restitution de cette partie de terre, qu'on devroit en dédommager les intéressés, d'autant plus que, par leur résolution [1] du 2 avril 1710, ils ont eux mêmes réglé que les Etats-majors devront

[1] Il s'agit probablement du règlement du 2 octobre 1710 édicté par les États Généraux sur le logement de la garnison de Tournai. Voir Collection des placards imprimés des Archives générales du royaume, t. XXVI.



se contenter de leurs gages sans pouvoir tirer le moindre avantage à charge des villes, Chât[es], places et villages, soit en argent ou valeur, sous quel prétexte ou nom que ce pourroit être, ce qui a aussi été stipulé par les art. 13 et 17 du traité de Barrière.

Que les directeurs des revenus de la table des pauvres de l'église paroissiale de S[t] Pierre à Ipres se plaignent de ce que l'Etat-major s'est emparé et retient quatre mesures de pâture grasse qui étoient louées cy devant six à sept livres de gros par an, et que les proviseurs de l'église paroissiale de S[t] Nicolas dans la même ville repètent aussi pour les pauvres de lad[e] paroisse une mesure et 32 verges de terre leur appartenant dont ceux de l'Etat major se sont mis en possession en l'an 1715, aiant fait abattre et démolir une petite maison qui y étoit construite à l'usage du jardinier qui cultivoit lad[e] partie de terre.

---

6. — ABUS INTRODUITS A LA CHARGE DES VILLES DE LA BARRIÈRE ET AU PRÉJUDICE DE LEURS DROITS D'IMPÔTS ET ACCISES [1].

Ipres.

Frais imposés indûment à la ville d'Ypres pour le transport des troupes.
Innovations pour l'entrée des barques par la porte d'eau.

Depuis la prise de possession de la ville d'Ipres au nom de Sa Maj[té], les Etats gñaux ont obligé ceux de la ville à se charger des frais de transport du détachement de la garnison qui se change tous les huit jours au fort de Knocque, transport qui s'étoit toujours fait aux frais des Etats gñaux depuis l'an 1713 jusqu'à la prise de possession au nom de S. M. suivant la résolution du 16 avril 1716, qu'il n'y a aucun art. dans les traités qui puisse assujétir ceux de lad[e] ville à cette dépense et que les Etats gñaux sont obligés de fournir par eux mêmes ou en paiant à tout ce qui doit servir au transport de leurs trouppes, bagages, munitions &[a], attendu que par l'art. 11 du traité de Barrière, qui règle l'ordre à observer à l'occasion des changemens des garnisons il n'y est pas stipulé que de ce chef Sa Maj[té] ni ses sujets devroient contribuer en rien

[1] Le 3 mai 1722, le Marquis de Prié écrivait aux États-Généraux des Provinces-Unies : « La ruine des impôts de la ville (de Tournai), causée par les fraudes et la violence des garnisons de la place et de la citadelle ont mis ladite ville non seulement dans l'impuissance de fournir aux aides et subsides, mais aussi hors d'état de pouvoir payer les intérêts des rentes assignées sur les revenus. » (Archives de la Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, f[os] 20-23.)

Les garnisons avaient fréquemment tenté d'obtenir des tarifs de faveur en matière d'impôts. C'est ainsi qu'à Namur, le 30 janvier 1738, l'Etat-major hollandais demanda « que les ministres prédicateurs jouiront du privilège de païer un florin de moins sur la tonne de bonne bierre et dix sols sur la petite, duquel bénéfice profiteront aussi les lecteurs » ; le magistrat répondit : « La ville crouleroit infailliblement si l'on touchoit aux droits qui se lèvent sur la bierre. » (Ibidem, registre DCCLIX, f[os] 1-10.)



à la dépense de ces transports, qu'il y est exprimé au contraire que les Etats gñaux tâcheront de faire lesd[s] changemens des garnisons ainsi que les dispositions nécessaires de manière qu'elles soient le moins qu'il se pourra à la charge et à l'incommodité des habitans.

Que le Gouverneur a introduit depuis peu de faire reconnoitre les barques qui arrivent par un sergeant et quelques fusiliers avant de les laisser entrer au quay, à quel effet l'on se sert de la barquette qui apartient à la ville et qui sert à ouvrir et fermer la porte d'eau, et qu'on oblige le portier, qui est établi et gagé par la ville, à conduire la barquette pour la d[e] visite, de sorte qu'à cause de cette nouveauté le Magistrat a dû lui donner augmentation de gages.

Qu'en considérant la visite des d[es] barques comme relatives aux attentions que doit avoir le gouverneur sur ce qui peut intéresser la garde et la défense de la place, il est certain que la dépense qui en peut résulter ne sauroit être à charge de Sa Maj[té] ni de la ville, mais uniquement des Etats gñaux, au moïen du subside qui leur a été accordé par l'art. 9 du traité de Barrière.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Le régime actuel a été adopté pour éviter les inconvénients du transport des troupes par terre. — Les États-Généraux sont prêts à modifier la situation. — Le règlement du passage par la porte d'eau a été fait d'accord avec le Magistrat.

Que le Magistrat d'Ipres a bien voulu se charger des frais de transport par eau du détachement qui va chaque semaine au fort de Knocque y relever la garde pour remédier aux inconveniens qui pourroient résulter si ce détachement alloit par terre, que, puisque les chemins ordinaires dans cette saison ne sont pas praticables, et que les soldats devroient aller par des sentiers détournés, cela pourroit causer des désordres, et que le Magistrat et le Gouverneur ont voulu le prévenir, et qu'en conséquence le Magistrat s'est chargé des frais du transport, que cependant les Etats gñaux voudront bien entrer dans tels arrangemens qui pourroient libérer le Magistrat dud[t] transport, pourveu qu'on se console des désordres qui arriveroient quand ce détachement marchera par terre.

Qu'il est surprenant que le Magistrat d'Ipres se plaint du gouverneur qu'on visite les barques ordinaires qui arrivent de Furnes et de Nieuport, qu'il permet à sa garde de se servir d'une petite nacelle appartenant à la ville et oblige en même tems le portier de la ville de la mener, puisque le Gouverneur ne fait rien en cela que de concert avec le Magistrat, aiant proposé l'alternative, ou de mettre une garde hors de la porte d'eau pour y visiter les barques, ou bien qu'il les feroit visiter par la garde, comme à présent, pourvu qu'on voulut accorder que cela se fît par le portier avec la nacelle de la ville, que le Magistrat a accepté le dernier membre, que cependant les Etats gñaux



veulent bien ordonner au Gouverneur de ne plus se servir ni du portier ni de la nacelle, si le Magistrat aime mieux que l'on mette une garde hors de la porte d'eau, ce qui contribuera certainement beaucoup à la sureté de la ville.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

Ou bien le transport doit se faire par la barque, aux frais des États-Généraux, ou les troupes doivent suivre la voie de terre, et si elles causent des dégâts dans la campagne, les États doivent accorder d'équitables indemnités de ce chef.

Qu'il y a un grand chemin qui conduit d'Ipres au fort de la Knoque, que, si ce chemin est mauvais pendant l'hiver, le fermier de la barque n'en doit pas souffrir, et que ce n'est pas une raison pour prétendre qu'on doive transporter gratis le détachement, dont le changement si fréquent n'est pas d'ailleurs d'une nécessité absolue, ni pour dire que l'on n'auroit pas sujet de se plaindre des dégâts que causeroient les soldats en traversant les terres cultivées, qu'on présume trop de l'équité des Etats gn̄aux pour croire qu'ils voudroient faire un pareil soutènement. Qu'ainsi, si les Etats gn̄aux veulent continuer à se servir de lad^e barque dans les changemens de lad^e garnison, ils devront paier au fermier le droit, qui sera réglé à quelque chose de moins que celui des autres passagers, et s'ils préfèrent de se servir du grand chemin, et que les soldats causent quelques dégâts dans les terres, les occupeurs en seront dédommagés aux frais du régiment dont les soldats auront fait les dégâts, à l'arbitrage des experts.

---

7. — TOUCHANT L'OUVERTURE ET FERMETURE DES PORTES.

Les portes des villes de la Barrière sont fermées durant plusieurs heures par jour, ce qui cause un réel préjudice aux voyageurs et négociants. — Règlements vexatoires sur les barques publiques à Ypres et à Furnes. — Exemptions indues réclamées pour les hôpitaux militaires.

Que l'on tient en quelques villes de la Barrière les portes tous les jours fermées depuis le midi jusqu'à une heure, et les dimanches depuis neuf jusques à onze heures du matin, et depuis deux jusques à quatre de l'après midi, sans permettre à qui que ce soit de sortir ou entrer à pied ou à cheval pendant ce tems sans un ordre exprès du Gouverneur, quoique suivant la résolution du Conseil d'Etat des Provinces Unies, du 6 may 1715, le guichet doit être ouvert pour les passans, ce qui cause beaucoup d'embaras et dérangement aux voiageurs et gens de campagne.



Que de plus on ferme souvent ces portes dans quelqu'une des villes de la Barrière, surtout à Furnes, avant le temps fixé, et avant que la cloche d'avertance n'ait sonné.

Que dans les villes où il y a des barques publiques, nommément à Ipres et à Furnes, qui arrivent après que les portes sont fermées, on ne les laisse plus entrer en ville, ce qui cause une interruption dans le commerce, dérange infiniment les passagers, et est contraire à l'art. 29 du règlement du 30 janvier 1716.

Que l'Etat-major à Menin prétend que l'hôpital militaire soit exemt des droits de ville sur le vin, brandevin, bierre, bois etc., qu'il en jouit en effet par provision et sans protestation, et que le comte de Lalecq [1] y a fait entrer à main armée du brandevin le 17 août 1737 pour être encavé dans l'hôpital militaire.

Que l'art. 16 dud[t] règlement [2] résiste à cette prétention, qui est d'autant plus mal fondée, que ceux du Magistrat, à l'exemple de ce qui se pratique à Ipres, Tournay, et Furnes, veulent bien par considération laisser suivre exemt d'impôt le brandevin nécessaire pour les soldats malades dud[t] hôpital, pourvu qu'on le prenne à la cantinne de la ville, et que l'on n'en abuse pas, ce qui est indispensable pour empêcher les fraudes et les versemens, que les Etats-majors, qui sont obligés par l'art. 26 du d[t] règlement [3] de prêter tout secours et assistance aux Magistrats et à leurs commis, ne peuvent, sans une contravention formelle aud[t] art. autoriser des moiens qui tendroient à leur destruction.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

La fermeture des portes à certaines heures est une nécessité. Cependant les États-Généraux sont disposés à accorder toutes les facilités possibles. — Pour ce qui concerne la circulation des barques de nuit, on pourra fixer une heure après laquelle les portes resteront fermées. — Les commissaires ne peuvent admettre les refus d'exemption pour les denrées nécessaires au service des hôpitaux.

Que LL. HH. PP. pensent qu'on ne se plaint pas de ce qu'on ferme les portes des villes tous les jours depuis midi jusqu'à une heure, le tems que les officiers et les soldats de la garde dînent, non plus de ce qu'on les ferme les dimanches pendant

[1] Il s'agit du Comte de Nassau Lalecq, déjà mentionné plus haut.

[2] Art. XVI : « Les gens de guerre seront obligés de payer les impôts, excises et autres charges ou droits des Provinces et Villes, sans en pouvoir prétendre aucune franchise ou exemption, non plus que des droits d'entrée ou de sortie, et autres droits du Souverain. » (*Placards de Flandre,* IV, 1643.)

[3] Art. XXVI : « Et comme il importe d'aider les Magistrats des villes à conserver leurs droits et revenus, les Gouverneurs et Commandans feront donner tout le secours nécessaire ausdits Magistrats et leurs Commis, pour saisir et arrêter tout ce qui sera trouvé en fraude, et d'autant que le cas souvent ne permet point d'avoir recours aux Commandans, et qu'il importe que lesdits commis trouvent du secours sur le champ, il est ordonné à tous officiers qui se trouveront de garde tant de nuit que de jour, de prêter d'abord main forte, lorsqu'ils en seront requis par lesdits commis, et seront exécutées à ce sujet les résolutions du Conseil d'État des Provinces-Unies en date du 4 février et du 6 may 1715. » (Ibidem, 1645.)



le service divin de la garnison, parce que ceci convient et se fait pour la sûreté de la place dans toutes les villes frontières, ainsi qu'on l'auroit démontré au Marquis de Prié l'an 1720, qui pour lors en étoit content, mais que les plaintes consistent que personne, pendant ce tems là ne peut entrer ou sortir sans la permission du Gouverneur, quoyque, suivant la résolution du Conseil d'Etat du 6 may 1715, on doit ouvrir le guichet pour les passans, que tous les rapports des gouverneurs des villes sont unanimes, que pour faire entrer et sortir les passagers aussi bien à cheval qu'à pied, on aporte toute sorte de facilité, et qu'on ne le refuse à personne, que ce nonobstant les Etats gñaux sont disposés d'ordonner aux gouverneurs de laisser ouvert le guichet pendant ce tems afin que tout le monde puisse entrer et sortir avec la permission de l'officier de garde.

Que les mêmes rapports des gouverneurs portent aussi que, suivant l'ordre, les portes s'ouvrent au lever du soleil et se ferment au couchant, et qu'il n'est arrivé qu'une seule fois à Furnes qu'on avoit fermé la porte avant le tems fixé, mais qu'on y a d'abord remédié au contentement du Magistrat.

Qu'on ne refuse à personne venant avec des barques publiques d'entrer en ville, ni à Ipres ni à Furnes, pas même après que les portes sont fermées, quoy qu'il arrive souvent que ces barques viennent bien tard dans la nuit.

Que selon l'art. 29 de la convention de l'an 1716 on doit bien laisser entrer les barques publiques même après les portes fermées, mais que l'intention ne peut pas avoir été que cette permission doit s'étendre jusques à bien tard dans la nuit; puis, que les bateliers s'arrêtent quelques fois sans nécessité, qu'il faudroit donc fixer une heure pas plus tard de dix au soir, pour que les batteliers des barques publiques soient avant ce tems en ville, à quoy les Etats gnaux veulent bien donner les ordres au Gouverneur.

Que bien loin que la prétention d'exemption des impôts et autres droits pour les hôpitaux puissent donner sujet de plainte, c'est au contraire un des griefs des Etats gñaux qu'on leur dispute ladite exemption, et qu'ils espèrent que pour les raisons reprises dans leur mémoire du 16 avril 1738, on laissera librement entrer le nécessaire pour la consomption et les médicamens destinés aux hôpitaux sans en exiger aucuns droits ni d'entrée ni d'impôt.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

Réglementation à décréter à l'amiable. — Les commissaires des États-Généraux ne fournissent aucun argument à l'appui de leur demande d'exemptions pour le service des hôpitaux.

Que puisque les Commres hollandois déclarent que l'intention des Etats gñaux est qu'on ne refuse à personne la permission de sortir pendant ces heures dont on parle plus haut, et que le guichet soit toujours ouvert pendant ce tems, on pourra s'en contenter, pourveu qu'il soit ordonné que dans toutes les villes de la Barrière le guichet devra être ouvert à tout le monde pour entrer et sortir, et que si quelques personnes



souhaitent pendant ces heures de passer avec des voitures, les commandans en devront accorder la permission.

Que quant à ce que l'on ferme quelques fois les portes avant le tems fixé, on pourra y remédier pour l'avenir par les ordres à donner à cet égard de la part de LL. HH. PP. à leurs gouverneurs et commandans.

Pour les barques qui arrivent en quelques villes, surtout à Ipres et à Furnes, quoyque les Comm^res de LL. HH. PP. avancent qu'on ne refuse à personne venant avec ces barques d'entrer en ville, les sujets des plaintes ont été vérifiés, et que, quoyque l'art. 29 du règlement de l'an 1716 soit clair sur ce point, on pourroit convenir que les barques ne pourront arriver après les dix heures du soir, ne fût pour quelque accident extraordinaire.

Quant à la prétendue exemption des hôpitaux que les Comm^res hollandois n'ont point répondu au mémoire des Comm^res de Sa Maj^té responsif à celui de LL. HH. PP. du 16 avril 1738.

---

8. — AUTRES EXCÈS.

Corvées imposées arbitrairement. — Abus en matière économique. — Dommages causés aux prairies de Furnes pour l'entretien des remparts. — Exigences illégales du major de la place de Namur.

1. Que le Gouverneur de Furnes a obligé en 1734 ceux du Magistrat de faire rompre aux frais de la ville la glace du fossé principal, à quoy ils ne sont pas tenus.

2. Que les militaires font toute sorte de commerce en vendant des denrées de toute espèce dans les cazernes, et qu'ils débitent entre autres communément à Ipres, Furnes, et Namur des viandes crues, contre la teneur expresse de l'art. 17 du Règlement du 30 janvier 1716.

3. Que plusieurs personnes, à prétexte de dépendre de l'Etat-major, font profession publique de quelque métier ou négoce, quoyqu'ils soient indépendans de la garnison.

Qu'il est notoire que les magistrats des villes ne peuvent être obligés aux ouvrages que l'on a voulu mettre à leur charge au 1er point.

Que le 2e et le 3e sont absolument contraires au sens et au contenu du traité de Barrière et de celui pour le comportement et logement des troupes des Etats gñaux.

Furnes.

Que l'on s'est plaint en 1729 de ce que ceux qui étoient chargés de l'entretien des fortifications de Furnes ruinoient les meilleures prairies des environs, en y prennant des gazons que l'on tailloit pour mottes d'une épaisseur extraordinaire, sans vouloir cependant paier aux intéressés plus que de coutume.



Qu'on a remis plusieurs mémoires de part et d'autre sur cet excès, auquel il sera bon de pourvoir pour l'avenir.

Namur.

Que le major du Château, de Becker, occupe ou loue à son profit un bâtiment qui est au pied dudit château appartenant à Sa Majesté, quoyqu'il ait son logement au château, ce qui est contraire à l'art. 15 du règlement du 30 janvier 1716.

RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Les corvées dont on se plaint ont été prescrites d'accord avec le Magistrat. — On veillera à la suppression des abus constatés en matière économique. — Les États sont prêts à adopter une réglementation équitable pour la livraison des gazons de Furnes. — Le major de la place de Namur n'a pas excédé son droit.

Qu'il est vrai que dans l'hiver de 1724 le Magistrat a fait casser à sa réquisition la glace dans le fossé capital de la ville, pendant que la garnison étoit occupée à le faire dans les fossés extérieurs, comme il étoit impossible à la garnison de tout faire en même tems, le Gouverneur a demandé l'assistance du Magistrat, en déclarant seulement qu'en cas de refus on seroit obligé, pour soulager la garnison, de faire fermer une ou deux portes de la ville, que le Magistrat a préféré de faire rompre la glace.

Que les Etats gn̄aux ne refusent pas de donner des ordres précis aux gouverneurs de la Barrière afin que les militaires qui font trafic demeurent dans les bornes de la résolution du Conseil d'Etat du 4 février 1715, suivie du règlement du 30 janvier 1716, et de se bien garder de débiter quelque chose qui puisse causer aucune matière à des plaintes, et quand ils seront informés que des personnes n'étant point de la garnison ont osé entreprendre quelque trafic sans être reçu dans le corps de métier en quelle place que cela se fait, elles ne manqueront pas d'y trouver les ordres nécessaires pour l'empêcher.

Que pour ce qui regarde de tailler des gazons, le prix du dédommagement en est réglé dans les villes de la Barrière, qu'il n'y a aucun différend pour cela, que, seulement dans l'année 1729, lorsque ceux de la Chat^e de Furnes s'étoient plaints qu'on tailloit les gazons nommés *block zooden,* lesquels sont plus épais que les gazons ordinaires nommés *staire zooden,* pour en avoir un plus grand prix, mais que, par la résolution du Conseil d'Etat des Provinces Unies du 13 février 1730, on leur a fait voir que les plaintes n'étoient pas fondées, et déclaré qu'ils devoient se conformer au décret du Marquis de Prié du 24 avril 1724, émané particulièrement pour ce sujet.

Que cependant on a offert d'obliger l'entrepreneur de paier le double de ce qu'on étoit accoutumé de paier pour des gazons ordinaires, mais que cette proposition n'aiant pas été acceptée, le Conseil d'Etat a ordonné de ménager l'usage de ces sortes de

gazons autant qu'il seroit possible, et, quand on ne pourroit pas s'en passer, de les prendre dans les fortifications, à l'indication de l'ingénieur, que néanmoins les Etats gñaux veulent bien en convenir pour l'avenir, sans qu'ils pourroient faire de meilleures propositions que celles qui ont été faites par le Conseil d'Etat l'année 1730.

Que le major de la citadelle de Namur, Becker, déclare que le bâtiment en question a toujours été occupé pour le service des majors dud[t] château, et qu'il s'en servoit pour y mettre ses chevaux et y loger celui qui en a soin, sans qu'il l'ait jamais loué à d'autres, ou en ait profité la moindre chose.

RÉPLIQUE DES COMMISSAIRES DE SA MAJESTÉ.

La prétention des commissaires hollandais en matière de corvées est insoutenable. — Abus en matière de fourniture de feu et lumière. — Nécessité d'une règle uniforme pour les fournitures. — Projet de règlement. — Service hospitalier. — Les prétentions des Hollandais sont basées sur un règlement inexistant. — Préjudice causé aux propriétaires de bois des environs de Menin. — Location illégale de bâtiments militaires de cette place.

Que le Gouverneur de Furnes n'étoit pas en droit d'obliger le Magistrat à faire rompre la glace du fossé principal, que l'excuse recherchée que les Comm[res] hollandois allèguent, que toute la garnison ne pouvoit être occupée à cet ouvrage, et en même tems garder les portes, et qu'ainsi il auroit fallu fermer une ou deux portes de la ville, démontre assés qu'ils n'ont aucun fondement pour soutenir cette démarche, de laquelle on a moins cru devoir se plaindre pour ce cas singulier que pour les conséquences.

Et comme leurs garnisons sont et doivent être assés fortes pour, dans des pareils cas extraordinaires, en emploier une partie à ces ouvrages et une autre à la garde des portes, il ne paroit pas que, sous ce prétexte, ils puissent menacer le Magistrat d'en fermer quelqu'unes.

Que pour ce qui est du commerce et traficq de leurs militaires, les Com[res] hollandois conviennent assés que l'art. 7 du règlement de l'an 1716 est décisif sur ce point et que la résolution du Conseil d'Etat du 4 février 1715 ne sauroit opérer, mais seulement le d[t] règlement.

Les garnisons hollandoises avoient introduit plusieurs abus touchant les feux et lumières; il conviendra de faire cesser ces abus et de statuer une règle générale qui aura lieu pour toutes les garnisons des villes de Barrière.

Il faut prendre pour base de cette règle l'art. 9 du règlement de l'an 1716 dont la teneur s'ensuit :

« Il sera fourni pareillement pendant quatre mois et demi, et, si l'hiver est rude » et long, pendant cinq mois, à commencer du 15 novembre, à chaque soldat un paquet



» de bonnes grosses tourbes composé de six briques, ou une livre et demi de houille,
» poid de chaque ville, par jour, ou du bois à proportion, et au choix du Magistrat.
» Dans les corps de gardes on continuera le chauffage pendant six mois, à commencer
» du 1[er] novembre, le tout aux frais de qui il apartient. »

Il faut observer que le chauffage qui se livre aux trouppes de la République qui sont dans les citadelles ou châteaux est aux frais de Sa Maj[té], et celui qui se donne aux mêmes trouppes qui sont dans les villes de la Barrière est à charge des Magistrats de ces villes, suivant l'art. 9 dud[t] règlement qu'on vient d'insérer; la portion de houille ou de bois qui compète au soldat est réglée, il faut s'en tenir à cet article, et, comme l'article n'en donne ni au Gouverneur ni à l'Etat-major, il est clair qu'il ne leur en compète aucun, et les Etats majors n'ont d'ailleurs aucun titre pour l'exiger.

L'art. 9 dit aussi *in verbis :*

« Dans les corps de gardes on continuera de fournir le chauffage pendant six mois,
» à commencer du 1[er] novembre, le tout aux frais de qui il appartient. »

Par cet article il est réglé qu'on doit donner le chauffage aux corps de garde, mais le *quomodo* n'y est point énoncé, de façon qu'il faudra convenir là dessus.

Pour y parvenir, il convient de prendre pour règle ce que l'on observe pour les trouppes de Sa Maj[té], les Etats gñaux ne peuvent bonnement pas exiger que leurs trouppes soient traitées plus avantageusement que celles de Sa Maj[té].

On pourra donc statuer qu'on ne livrera aucun corps de garde qui ne soit effectivement occupé, tant de jour que de nuit.

Que dans les listes que les Gouverneurs ou commandans en délivreront, ils les distingueront en doubles et simples.

Qu'un corps de garde ne sera réputé double que lorsqu'il sera commandé par un officier qui y sera de poste, et y restera jusqu'à ce que le garde le relève.

Que tous les autres postes, quand même ils seroient de 24 hommes et plus, et commandés par un sergeant, caporal, ou autre bas-officier, seront livrés comme simples.

Que, quant à la quantité des houilles et chandelles, pour chaque double et simple corps de garde, on suivra le pied du dernier règlement de Sa Maj[té].

Que quoyqu'il ne compète ni feu ni lumières à charge de Sa Maj[té] ou des villes aux gouverneurs, commandans ou autres officiers de l'Etat-major, on veut cependant bien accorder le chauffage d'un double corps de garde pour les ord[res] du seul gouverneur ou de l'officier qui commandera dans la place, et ce seulement pendant le terme de la livrance des autres corps de garde.

Qu'il sera établi une personne de la part de Sa Maj[té] dans les villes ou chateaux où cette dépense est à charge de ses finances ou de la part des magistrats dans celles où elle est à leur charge, pour vérifier la livrance effective des corps de garde par les entrepreneurs.

Quant aux fournitures [1], il conviendra aussi de faire cesser les abus qui s'étoient introduits à cet égard, ainsi les comm^res de Sa Maj^té insisteront qu'il soit établi une règle uniforme dans toutes les villes de la Barrière sur le pied suivant :

1° Qu'il ne compète point de fournitures aux Etats-majors des villes et châteaux, et qu'on ne leur en livrera pas.

Qu'on n'en livrera que pour le nombre effectif des officiers et soldats présens sur les listes qui en seront données tous les mois.

Que les gouverneurs, commandans, ou autres officiers de l'Etat-major des villes ou châteaux, ni les officiers des régimens à qui on donne les logemens en argent, ne pourront se faire livrer aux fraix des villes ou de Sa Maj^té par les entrepreneurs respectivement aucunes fournitures ou ustensiles soit pour eux ou pour leurs domestiques.

Et dans les villes où l'on assigne auxdits officiers des logemens en nature chés les bourgeois, ils ne pourront de même prétendre aucunes fournitures ou ustensiles des entrepreneurs.

Qu'une fourniture d'officier sera composée d'un bois de lit sans tenture, long de six pieds un pouce, et large de quatre pieds en dehors ; de deux matelats proportionnés à la grandeur du bois de lit, remplis de bonne laine bien conditionnée, du poids de 30 livres y compris la toile qui sera blanche et bleue à carreaux; d'un traversin rempli de paille ; d'une couverture de bonne laine de la longueur de 3 1/2 aunes et de la largeur de 2 1/2 aunes; d'une paire de draps de toile blanche, honnêtement fine, de même longueur et largeur qui seront renouvellés tous les mois; d'une paillasse de grosse toile de la grandeur du bois de lit, remplie de six bottes de paille pesant chacune six livres, qui sera renouvellée de six en six mois.

On donnera pendant l'hiver à chaque capitaine deux couvertures. Item, à chaque capitaine trois chaises de bois, et aux officiers au dessous de capitaine deux pareilles chaises. Item, on fournira dans chaque chambre d'officier une petite table de menuiserie sans tapis. L'on passera une fourniture de soldat pour les valets des officiers de l'Etat-major des régiments et des capitaines, pourvu que ces valets ne soient pas comptés ni compris dans les compagnies comme soldat ou autrement.

Les officiers devront se contenter des pièces et ustenciles y spécifiées pour leur fourniture complette, sans pouvoir rien prétendre de plus. Si au changement des garnisons les régiments ou battaillons entrant étoient moins forts que ceux qui sortiront, on laissera suivre aux entreprenneurs les fournitures qui excéderont la compétence du nombre effectif des entrans dont seront délivré des listes fidèles aux Magistrats ou officiers chargés de la direction des fournitures de la part de Sa Maj^té, ou telle livrance sera à charge de ses finances conformément à ce qui a été statué par le règlement de l'an 1716. Bien entendu que si les régiments ou battaillons entrant étoient plus forts

[1] Voir, pour les interminables contestations auxquelles cette affaire des fournitures donna lieu notamment entre le Prince de Holstein et le Magistrat d'Ypres, le *Register van Resolutien van Mijne Heeren den Baillu, Vooght, Schepene, ende Hooftman der Stadt Iper*, aux Archives de la ville d'Ypres, 1er mai 1720, 18 et 10 mai id., f°s 94 et suiv.



que ceux qui seroient changés, on leur livrera le suplément des fournitures nécessaires suivant leur pied effectif.

Ledt règlement du 30 janvier 1716 sera icy tenu pour répété de mot à mot, et sortira son entier effet dans tous ses points pour autant qu'il n'y sera pas dérogé par la convention à faire.

Il sera donné de la part du gouverneur ou commandant, tous les trois mois, une liste exacte et complette du nombre effectif des officiers et soldats de la garnison, et la revue s'en fera en présence d'un commissaire de Sa Majesté, à ce autorisé, toutes et quantes fois que le gouverneur ou commandant en sera requis par ledit commissaire.

Les commres hollandois ont prétendu que les soldats seroient reçus dans les hôpitaux [1] où on reçoit ceux de Sa Majté, en paiant pour l'entretien et la guérison de chaque soldat le même prix que l'on paie pour ceux de Sa Majté qui ne peut excéder les six sols par jour.

Que dans les villes où il n'y a point d'hôpitaux, le Magistrat assigneroit une maison et y fourniroit les matelats, linges, et couvertes pour y faire un hôpital pour les trouppes qui y seront de garnison, et, comme il ne se trouve point d'hôpitaux dans les villes de la Barrière, que l'on devroit s'en tenir au second point.

Ils se sont fondés sur le règlement ou convention de 1698 où il seroit statué que les soldats malades des trouppes des Etats gnaux seront reçus dans les hôpitaux où l'on reçoit ceux de Sa Majté, en paiant pour entretien et guérison de chaque soldat le même prix que l'on paie pour ceux de Sa Majté qui ne peut excéder les six sols par jour.

Les Commres de Sa Majesté aiant répondu que le règlement de l'an 1698, dont les Hollandois n'avaient produit qu'une copie, n'existoit point, ces derniers ont répliqué qu'il étoit d'autant plus surprenant qu'on voulût douter de l'existence de ce règlement, qu'il se trouvoit énoncé et adopté par l'art. 8 du règlement de 1716 qui porte *in verbis* à l'égard des hôpitaux : « on suivra l'énoncé dans le règlement de 1698 à la charge de qui il apartient [2] ».

[1] Les Hollandais se plaignaient vivement du manque d'hôpitaux dans les villes de la Barrière. Les Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne contiennent une copie des instructions secrètes données aux commissaires hollandais délégués aux Conférences d'Anvers, laquelle copie avait été procurée au Gouvernement de Bruxelles par son Ministre à La Haye. Nous lisons dans ce document intitulé : *Mémoire concernant les points qui peuvent servir d'ingrédient pour l'instruction des commissaires de Hollande aux Conférences d'Anvers*, qu'il n'y avait d'hôpital militaire dans aucune des garnisons hollandaises. A Tournai il y a un bâtiment destiné à cette fin, près du couvent de Marvis, mais il est mal entretenu et les États-Généraux ont dû débourser mille florins pour rétablir le toit; à Menin, le bâtiment assigné à l'hôpital est en ruines; de même à Ypres, à Furnes, à Namur, où « le bâtiment *ad hoc* est fort vieux, incommode, et rempli d'insectes ». (Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, LL. R. no 14, Litt. D.)

[2] *Placards de Flandre*, IV, 1642. — Nous avons trouvé une copie de ce *Règlement fait entre le Roij de la Grande Bretagne et S. A. Électorale de Bavière au sujet du logement des garnisons en ces Païs-Bas* dans les Archives de la Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCCLVII, fos 208-211. Cette pièce est annexée à une lettre écrite par P. Mac Neny, à Crumpipen, le 10 avril 1729. Nous y lisons : « Cette prétendue copie du règlement de 1698 n'est qu'une pièce volante ne portant à la tête que la date de l'année, et n'aïant à la fin aucune date soit d'année, soit de mois ou de jour. L'on ne voit pas non plus que ce règlement ait été signé, et beaucoup moins voit-on par qui, de sorte que cette pièce ne peut servir de règle, à quelque égard que ce puisse être. »



Cependant les Comm^res^ de Sa Maj^té^ ont offert que l'on assigneroit et entretiendroit pour l'avenir les batimens des hôpitaux et places qui, à cet effet, seroient assignées, et quant aux fournitures à livrer aux d^s^ hôpitaux, de même que pour les feux et lumières, que les troupes des Etats gñaux de garnison dans les villes de la Barrière seroient traitées sur le même pied que celles de Sa Maj^té^ aux Païs-Bas.

Il semble que c'est là tout ce que les Hollandois peuvent raisonnablement exiger, et quoyque le règlement de l'an 1698 se trouve énoncé dans le règlement de l'an 1716, on est toujours en droit de le faire produire en forme autentique, pour être assuré de son contenu, et pour voir s'il n'avoit pas consisté dans un projet qui n'avoit point eu d'effet, ce qui est d'autant plus aparent, qu'on n'en trouve dans les papiers du Gouvernement ni l'original ni la copie, et que les Etats gñaux avouent assés qu'ils n'en ont pas d'original puisqu'ils en demandent eux mêmes la production.

Quant aux exemptions des impôts et des droits d'entrée et de sortie pour la consomption des d^s^ hôpitaux que les Hollandois ont aussi demandée, on leur a dit que cette prétention étoit mal fondée, que les Hollandois n'ont rien produit pour la faire valoir et qu'aucun endroit, à prétexte de servir d'hôpital aux trouppes de Sa Maj^té^ dans ces Païs Bas, ne jouit de cette exemption, c'est pourquoi les commissaires de Sa Maj^té^ devront s'opposer à cette exemption, au cas que les Hollandois la demandent.

Que le Gouverneur de Menin loue à son profit les cazernes et écuries non occupées par la garnison, ce qui est contraire à l'art. 22 du règlement de 1716.

Que depuis, les cazernes, greniers et écuries vides ont été louées par le nommé Vermeer, qui avoit été établi directeur des pavillons et cazernes par le Conseil d'Etat de Leurs Hautes Puissances, après la réduction de la ville, depuis fl. 1200 jusqu'à 1500 par an, et pas moins de fl. 1000, selon la force de la garnison.

Que le Gouverneur de Menin refuse de faire réparer et entretenir le pavé d'une digue construite dans les fortifications pour servir de communication au fort d'Halluin, malgré que cet entretien ait été fait aux frais des Etats gñaux depuis l'an 1706 jusqu'à 1731.

Que les propriétaires et occupeurs des bois sur la verge de Menin souffrent de grands dommages par le dégât que la garnison de Menin commet en y allant couper du bois en tout tems et en le raportant publiquement en ville pour son usage particulier, ce qui est contraire à l'art. 25 du règlement de 1716.

Qu'un soldat du régiment de la Roque, lorsque ce régiment passa par le village d'Exarde, pays de Waes, lâcha un coup de fusil qui causa l'incendie de deux maisons qui ont été estimées par deux experts avec les autres effets incendiés à 127 livres de gros et 15 escalins.

Que le fait est constaté par des déclarations passées pardevant les gens de loy, et que suivant, le règlement émané par les Etats gñaux le 11 avril 1704, adopté par l'art. 11 du traité d'Anvers, et par le décret du Comte de Königsegg du 20 may 1716 touchant la conduite des trouppes dans les marches [1], les propriétaires des d^es^ maisons incendiées doivent être dédommagées par le dit règlement.

[1] *Placards de Flandre*, IV, 1651.



NOUVELLE RÉPONSE DES COMMISSAIRES HOLLANDAIS.

Les griefs relevés à charge du gouverneur de Menin ne sont pas fondés. — L'entretien des chaussées incombe au gouvernement des Pays-Bas. — Des mesures seront prises en vue de remédier aux abus constatés en matière de coupes de bois.

Que les Etats gñaux improuveroient la conduite du Gouverneur de Menin s'il louoit à son profit les cazernes ou écuries, mais que le Gouverneur nie le fait, qu'ainsi ils conviennent que la direction des cazernes et écuries doit demeurer aux Magistrats.

Qu'ils avouent que depuis quelques années la chaussée à Menin de la porte de Lille au fort Hallewijn n'a pas été entretenue, 1° parcequ'en général l'entretien de toutes les chaussées est à charge de Sa Majesté ou des villes, 2° que toutes les chaussées de la ville de Menin sont entretenues par le Magistrat.

Qu'il est vrai que le chemin en question sert de communication entre la ville et le fort Hallewyn, mais que c'est en même tems le grand chemin vers Lille, et que, par conséquent, il doit être à charge de la ville, comme les autres, malgré que les Etats gñaux l'aient autrefois entretenu, que c'est là un abus qui doit cesser, que cependant, pour autant que led^{t} chemin sert à tenir l'inondation, et que pour cela il est muré, ils veulent bien entretenir lad^{e} muraille, pourveu que la ville entretienne la chaussée.

Sur la plainte de couper du bois, que le Gouverneur a fait renouveller les ordres à chaque changement de garnison pour l'empêcher, que les soldats qui en ont été coupables ont toujours été punis, et que les Etats gñaux donneront leurs ordres pour l'observance du 15e art. du règlement de 1716.

---

9. — PROJET DE CONVENTION.

Des commissaires seront délégués de part et d'autre afin de réglementer l'exercice du culte protestant par les troupes hollandaises. — Les autorités militaires hollandaises n'interviendront pas en faveur des protestants des Pays-Bas. — Des mesures seront prises pour éviter toute entrave et toute irrévérence à l'égard des processions catholiques. — Les prêtres catholiques seront admis auprès de leurs coreligionnaires des troupes hollandaises. — Les soldats catholiques condamnés à mort seront conduits au supplice sans l'assistance d'aucun ecclésiastique soit catholique, soit réformé. — Les mariages mixtes seront interdits. — Les états-majors ne pourront faire appréhender un bourgeois hors le cas de rixe, et devront, en ce cas, remettre immédiatement le bourgeois arrêté entre les mains du Magistrat. — Les États-Généraux défendront à leurs officiers de



chasser sur les terres des particuliers sans le consentement des propriétaires. — La chasse des particuliers est limitée à cent toises des palissades des places. — Règles à suivre pour la réfection des ponts. — Réglementation uniforme des écluses. — Ouverture des portes et guichets des villes. — Circulation des barques publiques. — Limitation des corvées. — Défense aux soldats de pratiquer un négoce quelconque. — Droits de l'Impératrice en matière de recrutement. — Réglementation du droit d'asile.

Après plusieurs conférences tenues entre les Comm[res] de Sa Maj[té] et des Etats gñaux, ils convinrent des points suivants sous l'agréation de leurs respectifs souverains.

1°. Comme en vertu de l'art. 9 du traité de Barrière conclu à Anvers le 15 novembre 1715, S. M. I. et C. accorde l'exercice de la Religion aux troupes des Seign[rs] Etats gñaux partout où elles se trouveront en garnison, dans des endroits particuliers convenables et proportionnés au nombre de la d[e] garnison, et qu'entre autre difficulté est survenue à l'égard de l'endroit assigné à cette fin dans la ville de Tournay, comme aussi dans celle de Namur, on est convenu que de part et d'autre seront nommés des commissaires pour examiner dans les d[es] villes respectives les lieux et places y destinées à l'exercice du service divin des troupes des Seig[rs] Etats gñaux, et tâcher d'ôter les inconvéniens qui pourroient s'y trouver, soit au moien de convenir des autres places plus convenables, soit autrement, et de la meilleure manière que faire se pourra, à quel effet les d[s] Com[res] enverront leur besogné clos et cacheté respectivement à leurs supérieurs pour y être statué ce que de raison [1].

Et pour éviter que pareille dispute ne vienne à naître dans d'autres villes et places de la Barrière, il est provisionnellement convenu que les endroits assignés aux mêmes fins, et dont aujourd'huy il n'y a aucune plainte, resteront assignés, sans qu'il sera permis à l'avenir de part et d'autre d'y prétendre quelque changement, demeurant au reste l'art. 9 du traité de la Barrière en la force et vigueur [2].

2°. Quant à la Religion par raport aux habitans des Païs-Bas autrichiens, toutes choses devant rester et demeurer sur le même pied qu'elles furent pendant le règne du Roy Charles second de glorieuse mémoire, L. H. P. ne permettront pas que leurs

[1] Les États-Généraux répondent le 27 août 1739 : « Leurs Hautes Puissances ne peuvent pas accepter cette proposition, mais insistent encore sur l'exécution de l'article IX du traité de Barrière, et demandent qu'en conformité d'icelui soit assignée à Namur une place plus convenable pour faire le service divin que ne l'est celui dessus la boucherie, comme aussi à Tournai pour ceux de l'assemblée wallonne, au lieu de l'Arsenal. » (Archives du Royaume à La Haye. *Resolutien van H. H. M. de Staten-Generaal*, séance du 27 août 1739, f° 439. — Traduction française dans les *Bijlaegen tot het Verbael*, n° 131, f° 297.)

[2] Les États-Généraux n'acceptent pas cette proposition. Ils insistent pour que des locaux plus convenables soient assignés au culte réformé dans les villes de Namur et de Tournai, « à Namur, à cause des vermines, de la puanteur et bruit, etc., à Tournai, à cause que c'est dans l'arsenal où il y a un fracas continuel ». (*Réponse des commissaires plénipotentiaires des États-Généraux*. Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)



généraux et officiers, sous prétexte de dépendance de l'Etat-major ou autrement accordent auxd[s] habitans leur protection pour les exempter des édits et placcarts de S. M. et de ses glorieux prédécesseurs émanés à ce sujet, au contraire il sera libre aux Cons[rs] fiscaux et autres officiers de justice de procéder contre les d. habitans selon qu'il est prescrit par les d. placcarts et édits [1].

3°. Les officiers des troupes de L. H. P. ne pourront faire exécuter quelque peine ou punition corporelle soit d'exposition sur le cheval de bois, soit autre, nommément les jours de fêtes et autres jours au passage des processions publiques, et toutes fois que les d[es] processions seront accompagnées du Saint-Sacrement, ou qu'il sera porté aux malades, à l'aproche d'icelui, tous officiers et soldats tant ceux qui se trouveront de garde ou non de garde seront obligés pendant ce tems là de se retirer à l'écart, et les sentinelles dans leurs guérites, à telle peine qu'il sera trouvé convenable de statuer de la part de L. H. P. qui sera exécuté sans la moindre connivence [2].

4°. Les ecclésiastiques pourront visiter et donner toute l'assistance spirituelle aux officiers et soldats professant la Religion catholique, apostolique et romaine dans les citadelles, cazernes, hôpitaux et prisons, et leur administrer les saints sacrements extérieurs de l'église avec la décence qui a été pratiquée jusqu'à présent dans la chambre ou lieu où les d. officiers et soldats se trouveront, et ce, sans aucun trouble et empêchement, et quant à ceux qui seront condamnés à mort après avoir été ainsi visités et administrés [3], aussitôt qu'ils seront délivrés à la garde pour être menés au supplice, *ils ne seront accompagnés ni d'aucun prêtre catholique, ni d'aucun ministre de*

[1] « Il ne convient pas que les sujets de la Religion Réformée soyent soustraits aux Loix pénales décernées contre eux, sous prétexte de dépendance de l'État-Major ou autrement, car en tel cas qui a été accordé par Sa Majesté en faveur des troupes de LL. HH. PP. pour l'exercice de leur service divin, se tourneroit au préjudice des sujets et habitans desdits païs en vilipendence des édits et placcarts du souverain. » (Note des commissaires impériaux transcrite dans les *Bijlaegen tot het Verbael,* f° 233.) — Réponse des États-Généraux : « L. H. P. ne trouvent aucune raison de faire à ce sujet un article aussi général, et n'ont aucunement en vue de donner la moindre atteinte à ce qui a été convenu touchant ce point là par l'art. 9 du Traité de Barrière. » (Voir le Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 439.) — Les États-Généraux ajoutent qu' « ils ne prennent sous leur protection que ceux (les protestants) établis dans les villes de la Barrière avant la signature du traité. » (*Réponse des commissaires plénipotentiaires des États-Généraux*. Archives du Royaume à Bruxelles. Jointe des terres contestées, cart. 55/56.)

[2] Réponse des États-Généraux : « L. H. P. ordonneront aux gouverneurs respectifs dans les villes de la Barrière d'observer exactement l'art. 9 du Traité de Barrière, et d'éviter autant qu'il se pourra les punitions publiques des soldats au tems que quelque procession passera la place de l'exécution. Le reste de cet article étant d'une nature qu'il ne peut être accordé. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 439.)

[3] « L'assistance spirituelle aux moribonds étant le dernier devoir des Chrétiens envers leur prochain, et eu égard que c'est l'unique soulagement et bonheur qu'une âme chrétienne puisse désirer au dernier moment de sa vie, principalement ceux condamnez pour leurs crimes au dernier supplice, on ne doute pas que MM. des États-Généraux n'admettent l'article. » (Note des commissaires impériaux transcrite dans les *Bijlaegen tot het Verbael,* f° 234.)



la religion des troupes de L. H. P. afin d'éviter tout ce qui peut dans ces derniers momens jetter du trouble dans l'âme des condamnés (A) [1].

5°. Comme des mariages qui se contractent entre les militaires qui sont de la Religion protestante et des filles ou veuves catholiques de ces Pays-Bas autrichiens résultent plusieurs inconvéniens et difficultés, S. M. I. et C., aussi bien que les dits Seigneurs Etats gñaux ont trouvé bon de deffendre doresnavant tels mariages généralement entre des militaires et filles ou veuves de différente religion, à des peines très rigoureuses à statuer et exécuter contre les contrevenans de part et d'autre [2].

6°. Les Seign^rs Etats gñaux des Provinces Unies en conformité de l'art. 30 du règlement de l'an 1716, et en exécution de l'art. 7 du traité de Barrière, donneront des ordres très précis et sérieux à tous les gouverneurs, officiers et commandans des villes et places de la Barrière, *de n'apréhender aucun bourgeois* ou habitans, ne fût à la réquisition des Magistrats; que si néanmoins il arrive que dans des querelles avec des militaires, ou à raison de quelque dégât commis aux fortifications, quelques

N. B. — Les notes marquées d'une lettre sont celles de Keerle.

(*A*) Suivant cet article une personne de la Religion catholique romaine, condamnée à mort, ne pourroit pas être accompagnée jusques au supplice d'un prêtre catholique, ce qui paroit contraire à l'art. 9 du traité de Barrière, qui porte que, quant à la Religion, toutes choses resteront sur le même pied qu'elles étoient pendant le règne de Charles II. On n'a rien voulu innover quant à la religion. Du temps de Charles Second, les catholiques condamnés à mort ont toujours été accompagnés d'un prêtre de leur Religion jusqu'au supplice, et il n'est pas croiable que l'intention de Sa Majesté ait été de les priver de ce secours spirituel, qui dans les derniers moments de la vie est plus nécessaire que jamais.

On ne sauroit même pas penser que l'intention des États ait été d'en user autrement quant aux catholiques qui seroient dans leur service, parce qu'en ce cas ils n'auroient pas manqué de le stipuler ainsi. Il convient donc de substituer aux mots subvirgulés la période suivante : « Il sera permis à un » ecclésiastique de la Religion catholique romaine de les accompagner jusqu'au lieu du supplice, qui » pourra y rester jusqu'à la mort des criminels, sans qu'aucun Ministre des troupes des États-Gñaux » pourra s'y trouver, et sera enjoint aud^t ecclesiastique de la Religion romaine qui accompagnera » les criminels comme dit est, de se comporter avec toute la modération et décence requises. »

[1] Réponse des États-Généraux : « Sera accordé, pourvu que cela se fasse comme il a été pratiqué jusqu'ici, sans aucun éclat extérieur.

» Mais quant au reste de cet article, touchant les condamnez à mort, cela ne peut être accordé. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 439.)

[2] Réponse des États-Généraux : « L. H. P. deffendront aux officiers de la Religion Reformée dans les troupes de l'État de se marier avec des femmes de la Religion Catholique-Romaine sous peine de cassation.

» Aussi on ordonnera à tous les capitaines de ne pas permettre que de tels mariages se contractent entre leurs bas-officiers et soldats de la Religion Protestante et des femmes Catholiques-Romaines.

» Enfin on deffendra à tous Ministres d'épouser [c.-à-d. de célébrer le mariage de] telles personnes.

» Le tout sous condition qu'il sera réciproquement deffendu à tout sujet de Sa Majesté Imp^le de la Religion Catholique Romaine, de marier des veuves ou filles des militaires en garnison dans les villes de la Barrière faisant profession de la Religion Reformée, et qu'il soit pareillement interdit aux Ecclésiastiques Catholiques-Romains d'épouser telles personnes, sous les peines dont on conviendra de part et d'autre. (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 439.)



bourgeois ou habitans seroient appréhendés en flagrant délit, ils seront obligés de les remettre incontinent aux Magistrats qui devront prendre connoissance du fait et administrer bonne et briève justice et, quant aux dégâts faits aux fortifications, l'estimation du dommage se fera par des experts à nommer de part et d'autre, laquelle justice devra pareillement se faire et administrer par les juges militaires à l'égard de leurs troupes qui se seront querellées ou autrement méfait envers les Magistrats des villes ou les bourgeois et habitans d'icelles [1]. Bien entendu que dans des cas extraord[res], comme ceux de trahison, sédition, complot contre la sureté de la garnison et autres cas de pareille nature, le tems ne permettant pas d'en avertir les Magistrats, alors il sera permis auxd[s] gouverneurs et commandans de les apréhender et de les mettre en sûreté, pour ensuite être punis par leur juge compétent, selon la grièveté des délits et crimes (A).

7°. La chasse étant un droit de régale [2] appartenant au Prince, à l'exclusion de toutes autres personnes de quelle condition et qualité elles puissent être, qui n'ont pas

[1] « La confusion des jurisdictions ne pouvant produire que de grands troubles et désordres, et souvent l'impunité des coupables, au grand préjudice de la tranquillité publique, on pourra y pourvoir par cet article. » (Note des commissaires impériaux transcrite dans les *Bijlaegen tot het Verbael*, f° 234.) — Réponse des États-Généraux : « L. H. P. ordonneront aux Gouverneurs et Commandeurs respectifs de ne point appréhender des bourgeois dans des villes de la Barrière, sinon avec connoissance ou par réquisition préalable du Magistrat; pourvu que dans des cas extraordinaires, comme par exemple de trahison, sédition, complot contre la sûreté de la place ou contre la garnison, et pareils autres, où souvent le temps ne permettroit pas pour en avertir le Magistrat, alors il sera permis au Gouverneur d'appréhender le bourgeois et de le mettre en sûreté : de même les bourgeois faisant quelque dégât aux fortifications, et pris sur le fait, seront remis entre les mains du Magistrat, au cas que la question entre l'entrepreneur et celui qui a causé le dommage ne pourra être terminée à l'amiable, lequel Magistrat sera alors obligé d'administrer bonne et briève justice, et de faire réparer le dommage selon l'estimation préalable du Directeur ou Ingénieur de l'État. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f[os] 439-440.)

(A) Comme on voit par la lettre que M. Van Haren a écrite le 30 octobre 1750 à S. E. M. le Marquis de Botta, que les Hollandois soutiennent, quoique sans ombre de raison, que les juges militaires des troupes qui sont de garnison dans les villes de la Barrière sont en droit de punir les habitants et même les étrangers qui viennent dans ces villes et qui seroient coupables d'avoir débauché des soldats de la République, sous prétexte que ce seroit là un délit militaire, il convient d'ajouter après les mots subvirgulés les mots suivans : « habitans ou étrangers qui ne sont pas dans le service militaire des » États-Gñaux ».

[2] « Quant au point de la chasse, il est certain que ce droit est un droit de régale, et ne peut appartenir à qui que ce soit, militaire ou politique, sinon qu'ils l'obtiennent par concession et titre particulier du Prince, de sorte que les Gouverneurs, officiers, et commandans des villes, destitués d'un pareil titre, ne peuvent pas s'arroger ce droit; car de vouloir s'en former un de ce qui auroit été pratiqué au tems de la France, et que les dites villes auroient été cédées avec le même droit que le Roi de France les a possédées, il est certain que sous la France même il n'y a aucune ordonnance ni titre exprès, qui autorise les Gouverneurs de former des plaines pour chasser, et principalement pas en préjudice des villes, chatellenies et seigneurs particuliers, qui ont acquis le droit de chasse de leur Souverain.

» Si donc sous la France les Gouverneurs par tolérance et précairement ont eu quelque plaine ou chasse à l'entour des villes, il est certain que cela n'a pu être que dans les endroits où les dits corps des villes et châtellenies, ou bien des seigneurs particuliers n'avoient pas droit de chasse, ou bien que ceux-ci,



obtenu ce droit par titre ou concession particulière, et par conséquent qu'il apartient aux seuls souverains de permettre ou non permettre la chasse à leurs gouverneurs et commandans des villes et places de leur domination, les Etats gñaux des Provinces Unies deffendront rigoureusement à tous leurs gouverneurs ou commandans et officiers de ne pas chasser dans les terres des Seigries particulières et privilégiées sans le consentement des Seignrs propriétaires, à peine d'une amende à statuer, bien entendu qu'aiant obtenu ledit consentt, ils ne pourront chasser en tems clos selon les ordres émanées au fait de la chasse, et s'ils commettoient quelqu'excès ou dégât, en tel cas ils les obligeront sans aucune connivence de dédommager et contenter ceux qui auront souffert ledt dégât (*A*) [1].

8°. Tous ceux, soit seigneurs particuliers, soit autres, de quelle qualité ils soient, dont la chasse s'étendra jusqu'aux palissades et dans les ouvrages desdes villes et places de la Barrière, ne pourront ni chasser ni tirailler plus avant que jusques à cent toises des palissades, chaque toise à six pieds, et chaque pied à douze pouces, sauf néanmoins qu'ils pourront chasser jusqu'aux glacis, sans toutefois y tirailler, le tout à peine de cent écus d'amende, et il sera permis à un chacun de sortir des dres villes et places avec des armes à feu sans avoir besoin d'un billet ou permission du Gouverneur ou Commandant en conformité du 28e article du règlement de l'an 1716 (*B*).

9°. Comme il y a difficulté à Namur, Tournay, et Ypres par raport à l'extension des glacis, fortifications et inondations, Sa Majté Imple et Cathe et LL. HH. PP. les Seigneurs Etats gñaux des Provinces Unies voulant pourvoir aux difficultés y survenues

pour faire plaisir aux dits Gouverneurs, auront bien voulu la leur accorder dans de certains endroits. Un Prince Souverain ne pouvant pas être présumé de donner aux Gouverneurs ce qu'il a engagé ou donné à titre onéreux aux seigneurs particuliers, et sans qu'on puisse en tout cas lui contester le pouvoir de permettre ou non permettre aux Gouverneurs de ses places de chasser sur les plaines qui pourroient lui appartenir, à l'exclusion de tous autres..... Et comme Messieurs des États-Généraux n'ignorent pas les plaintes des abus et désordres qui se sont commis à l'égard de cette chasse, et de quelle rigueur plusieurs de leurs Gouverneurs et commandans s'en sont servis, malgré toutes leurs prétendues excuses qui ne doivent pas prévaloir aux querelles, débats, et homicides qui sont arrivés; et qu'il n'est que trop le tems d'y remédier sur un pied qui puisse prescrire de justes bornes à tant d'excès, qui font naître une animosité, principalement entre la noblesse et les États-Majors des villes et places de la Barrière. » (Note des commissaires impériaux transcrite dans les *Bijlagen tot het Verbael*, f° 234.)

(*A*) Bon.

[1] Réponse des États-Généraux : « L. H. P. ordonneront aux Gouverneurs et Commandeurs respectifs de ne pas empêcher les bourgeois de sortir des villes ou d'y entrer avec des armes à feu, comme aussi de ne plus donner pour cela des billets de permission.

» Aussi elles enjoindront très sérieusement aux dits Gouverneurs et Commandeurs de prendre garde qu'il ne soit causé du dommage à qui que ce soit par la chasse, soit dans ou hors de saison; dans l'espoir que S. M. I. et C. voudra bien se contenter de cela, sans insister davantage sur le reste de cet article. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 440.)

(*B*) Bon.



et à survenir, sont convenus que seront nommés de part et d'autre des commissaires qui, à l'intervention des députés des Magistrats et de l'Etat major des villes respectives, examineront les bornes mises et à mettre pour marquer l'étendue extérieure desd^{s} glacis, fortifications et inondations telles qu'elles doivent l'être, et sur le pied qu'on en pourroit être convenu, afin que les corps des villes, châtellenies, communautés et propriétaires particuliers puissent jouir de leurs terres et fonds qui se trouveront au delà des d^{es} bornes prescrites et à préscrire, sans pourtant y pouvoir planter ni haies, ni arbres, ni lever de terres, mais uniquement y planter et semer de bas fruits, et tels qui ne peuvent porter aucun préjudice à la sureté des d^{es} places (*A*).

10°. Lorsqu'il s'agira de réparer quelques ponts dans les villes de la Barrière [1], ou de construire des nouveaux, il ne sera pas permis d'attendre jusques à ce qu'ils soient devenus impraticables; c'est pourquoy ceux qui seront commis à ces ouvrages seront obligés avant d'abattre les d^{s} ponts d'apreter tous les matériaux y nécessaires afin que les d^{s} ponts puissent être construits ou réparés tout au plus pend^{t} le terme de quatre jours, et si telle construction ou réparation devoit durer plus longtems, en tel cas les entreprenneurs seront obligés à leurs frais et dépens de construire un petit pont pour la commodité des passans (*B*) [2].

11°. Pour éviter les dégâts et dommages causés par la négligence des gouverneurs

(*A*) Bon.

[1] « Cette réparation est certainement très préjudiciable au commerce et marchez de villes, d'autant que les bourgeois aussi bien que ceux du plat Païs, pendant qu'on est occupé à de tels ouvrages, souffrent un dommage considérable, auquel il convient de remédier autant qu'il est possible. » (Note des commissaires impériaux transcrite dans les *Bijlaegen tot het Verbael,* f° 238.) — Réponse des États-Généraux : « Il sera ordonné au Gouverneur de Tournai, aussi bien qu'aux propriétaires de terres situées contre les fortifications de la dite ville, de se tenir précisément aux bornes mises suivant l'accord fait avec feu M. le Marquis de Prié dans l'an 1720.

» Et quant à l'extension des fortifications à Ipres, seront nommez des commissaires de part et d'autre, qui, après avoir ouï l'État-Major et le Magistrat, examineront sur le lieu s'il y a des justes raisons pour faire du changement dans les bornes qui y sont actuellement; mais comme en tout cas l'État-Major a usé de bonne foi, L. H. P. jugent qu'aucun dédommagement ne peut avoir lieu pour le passé.

» Aussi l'on nommera des commissaires pour fixer la hauteur des eaux de la Lisse (*sic*) à certain degré, non seulement à Menin, mais aussi à Courtrai et Harlebeek, tant en été que dans l'hyver; ce qui se fera aussi à Ipres selon votre demande du 31 mai 1738, pourvu qu'on aye égard à la sureté de la place, et à ce qui est nécessaire pour prévenir les maladies parmi la bourgeoisie et la garnison : et au cas qu'en tems de paix l'inondation viendra d'être étendue sans nécessité par les Gouverneurs ou Commandeurs outre les bornes à mettre, ils seront responsables dans leur particulier devant leur juge compétent du dommage causé aux propriétaires des terres inondées.

» Ce qui se trouve à la fin de cet article est accordé, pourvu que ces gens-là ne sèment des grains ou autres fruits qui poussent trop dans la hauteur. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 440.)

(*B*) Bon.

[2] Réponse des États-Généraux : « L'on fera ordonner aux Directeurs et autres chargez du soin des fortifications, d'avertir à tems lorsque tel cas existe, et de prendre garde que les matériaux soyent à la main avant que d'abbatre les vieux ponts. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 441.)



et commandans, ou ceux commis à la direction des écluses dans les villes et places de la Barrière et autres occupées par les troupes de S. M. principalement à l'occasion des grandes et continuelles pluijes qui font gonfler les eaux des rivières et canaux et ensuite les déborder, on est convenu que les mêmes ordres que ceux compris dans le placcart du 23 juillet 1739, émané de la part de S. A. S. au nom de S. M. I. et C. seront envoiés de la part de L. H. P. aux gouverneurs commandans et éclusiers des villes et places de la Barrière, aux mêmes fins, peines et amendes y statuées, et lesquels de part et d'autre seront observés à toute rigueur (*A*).

Et quant aux écluses de Menin construites à l'usage des moulins domaniaux, on s'informera si elles peuvent et doivent servir à la sureté de la place, en cas que non, on les laissera à la direction du meunier, et en cas qu'elles doivent ou peuvent y servir, les Seig[rs] EE. GG. donneront tels ordres pour la direction des d[es] écluses, que ni les droits domaniaux de S. M. ni le public en souffriront aucun préjudice sans nécessité [1].

12°. L'ouverture et fermeture des portes de toutes les villes et places de la Barrière se feront au tems réglé et fixé à cet égard, et pendant les heures du jour que les d[es] portes se trouveront fermées, comme les jours ouvriers, et principalement les dimanches, le guichet devra toujours être ouvert à tout le monde pour entrer et sortir à pied et à cheval, et si quelques personnes souhaitent pendant ces heures de passer avec des voitures, les gouverneurs et commandans en pourront accorder ou refuser la permission demandée selon les circonstances et raisons légitimes qui se présenteront.

Et quant aux barques publiques qui ne peuvent arriver pendant une bonne partie de l'année avant la fermeture d'icelles, on les laissera entrer après les portes fermées, bien entendu que le maître de la barque arrivant après dix heures sonnées paiera chaque fois une amende de dix florins au profit des pauvres de la ville (*B*) [2].

(*A*) Il faut commencer cet article ainsi : « Pour éviter à l'avenir » — le reste est bon.

[1] Réponse des États-Généraux : « L. H. P. ordonneront aux Gouverneurs et Commandeurs de villes de la Barrière, et spécialement à celui de Menin, comme S. M. I. fera aussi à ceux qui ont la direction des écluses à Courtrai et Harlebeek, de tenir les eaux, tant en été qu'en hyver, aux bornes réglées, ou comme elles seront à l'avenir, sous peine d'être responsables dans leur particulier du dommage qui pourra être causé par le débordement des rivières, au cas qu'ils eussent contrevenu à dessin aux dits ordres.

» Le second point de cet article, touchant la cession des écluses à Menin, ne peut être accordé sans compromettre la sureté de la place. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 441.)

(*B*) Il faudroit que dans les villes de la Barrière les portes fussent ouvertes comme dans les autres villes de la domination de S. M. On ne voit pas de raison pourquoy les portes devroient être fermées pendant le jour; ainsi il conviendroit de mettre l'art. 12 comme s'ensuit : « L'ouverture et fermeture des » portes des villes et places de la Barrière se feront au tems réglé, bien entendu qu'à l'avenir les » d[es] portes ne seront plus fermées pendant le jour, mais qu'il en sera usé comme dans les autres villes » de S. M. »

[2] Réponse des États-Généraux : « Cet article ne peut être accordé tel qu'il est, mais L. H. P. ordonneront aux Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière de laisser ouvert le guichet pendant le tems ordinaire que les portes se ferment, savoir, les jours ouvriers, lorsque les gardes prennent le diner, et, les dimanches, pendant l'exercice divin de la Religion Réformée, et de mettre tels ordres que les passagers peuvent entrer et sortir avec connoissance et du consentement de l'officier du guet; leur recommandant



13°. Les Seigneurs Etats gñaux renouvelleront l'observance du sixième article du traité de Barrière et du 31 du règlement d'Anvers, et, en conséquence desdits articles, feront deffense à tous les gouverneurs, commandans, et à tous autres officiers militaires des villes et places de la Barrière de demander la moindre chose à charge desd[es] villes, châtellenies et habitans du plat paijs, sous quelque prétexte que ce puisse être, ni de les obliger à voiturer quoi que ce soit, ni à faire tout autre ouvrage tel qu'il puisse être, mais qu'ils devront se contenter des émolumens leur accordés par le traité de Barrière de l'an 1715, et se conformer à la résolution prise par le Conseil d'Etat des Provinces Unies du 2 d'août 1710, le tout sous les peines comminées par lad[e] résolution [1].

14°. On renouvellera pareillement la deffense portée par l'art. 17 du règlement de l'an 1716 par lequel il est statué qu'il ne sera pas permis aux troupes de vendre ou de débiter aucune boisson, tabac, ni autres denrées dans les villes et jurisdiction d'icelles, non plus que dans les cazernes et au plat paijs, et on ne souffrira point que

outre cela, d'avoir considération pour les passagers qui voudront passer pendant ce tems là avec des carosses, berlines ou chaises.

» Et quant aux barques publiques, L. H. P. ordonneront qu'on laissera entrer les dites barques jusques à dix heures du soir, et qu'il reste toujours libre au Gouverneur et Commandeur de prendre telles précautions touchant les passagers, qu'il jugera à propos pour la sureté de la place. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 441.)

[1] « Comme il n'y a rien de plus odieux et pernicieux que le public soit exposé aux vexations et exactions illicites des Gouverneurs, Commandans, et autres officiers militaires, auxquels est confiée la garde des villes et places de la Barrière, la direction des écluses, et le soin des fortifications, dont ils abusent souvent pour se faire donner des contributions, dons, pensions ou gratifications des habitans du plat Païs, et dont on joint ici une liste par provision de celles qui sont venues à notre connoissance [voir cette liste sous le n° II], et que d'ailleurs ils se croyent en droit d'obliger les Paijsans, qui viennent aux marchez et autres jours avec leurs chariots et chevaux, à voiturer les fumiers de leurs écuries aux endroits y destinez, et que pendant l'hyver, lorsqu'il a gelé, les aide-majors les controignent de voiturer la glace aux glacières sans les payer, ne permettant même pas qu'ils sortent de la ville pour retourner chez eux, sans qu'ils soyent munis d'un billet, lequel souvent ils donnent à quelques uns pour une pièce d'argent, afin d'être exempts de la d[e] voiture, nonobstant que la ville paye aux susdits aide-majors une somme proportionnée aux peines et à la dépense pour remplir les dites glacières : que d'ailleurs quelques uns des d[s] Gouverneurs se font payer un droit de passage aux ponts et barrières, et des autres une reconnoissance de tous les bateaux chargez de marchandises, entrans ou sortans par la porte d'eau des d[es] villes et places. Enfin qu'à Furnes est arrivé qu'on a voulu obliger le Magistrat à faire rompre la glace du fossé principal, avec menace de fermer une ou deux portes, et que pareil exemple pourroit assujettir le Magistrat à de semblables nouveautez, tous quels excès, vexations et exactions sont absolument contraires au repos public et aux articles du Traité de Barrière. » (Note des Commissaires impériaux, transcrite dans les *Bijlaegen tot het Verbael,* f[os] 239-240.) — Réponse des États-Généraux : « Ne peut être accepté, comme n'étant pas nécessaire, après ce qui a été convenu sur ce sujet par le Traité de Barrière et le Règlement d'Anvers, et ce qui, en conformité de cela, est inséré dans les commissions des Gouverneurs et Commandeurs des villes de la Barrière.

» Mais quant aux services, que, selon qu'on dit, quelques uns des dits Gouverneurs auroient exigé des habitans du plat Païs, L. H. P. sont prêtes d'y pourvoir, lorsqu'ayant reçu les informations requises, Elles trouvent les faits tels qu'on les a posés.

» Au reste, nous devons remarquer que ce que font les officiers commandant sur la frontière, ne peut être un objet de la présente négociation. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 442.)

les vivandiers le fassent, et si quelqu'un y contrevient, en tel cas il sera très sévèrement puni par des peines et amendes à statuer de la part de LL. HH. PP. les Etats généraux des Provinces Unies [1].

Cette convention a été agréée de la part de S. M., mais les Etats gñaux n'aiant pas donné leur agréation, la convention est restée sans effet, les conférences ont cessé, et la guerre est survenue de façon qu'il n'y a eu rien de conclu ni d'arrêté.

Les Hollandois étant gens à pousser leurs prétentions à l'excès, et le Gouvernement étant informé que leurs commandans des places de la Barrière auroient voulu empêcher aux officiers de S. M. d'y faire des recrues pour son service, il sera bon d'insérer dans la convention à faire l'article suivant :

« Comme la souveraineté des places de la Barrière apartient à Sa Majté l'Impératrice-Reine, et que par conséquent elle est en droit d'y faire faire des recrues pour son royal service, les Etats gñaux donneront des ordres très précis aux gouverneurs et commandans desdes places de n'y aporter aucun obstacle ou empêchement, mais qu'au contraire ils devront donner toute aide et assistance aux officiers ou autres qui seront chargés d'y faire des recrues de la part de Sa Majté ou de son représentant. »

Touchant l'immunité.

S'il arrivoit que quelques soldats ou officiers des troupes des Seigneurs Etats gñaux dans les villes de la Barrière commissent quelques crimes, et que pour se soustraire aux peines statuées par les loix, ils se retirassent dans des couvents, églises cimetière, ou autre endroit d'immunité, on est convenu qu'ils ne pourront pas en être tirés, mais que le Juge royal ou Magistrat du lieu décidera avant tout la question si lesds soldats ou officiers devront jouir de l'immunité ecclésiastique.

Si le jugement porte qu'ils doivent jouir de lade immunité, ils pourront y rester sans qu'il sera permis à qui que ce soit de les arracher des lieux d'immunité.

Mais si au contraire il fut décidé par les juges nommés cy dessus qu'ils ne doivent pas jouir de lade immunité, le juge qui aura prononcé ensuite de cette convention pourra le faire extraire desds lieux d'immunité et les délivrera aux troupes des Etats gñaux pour leur faire infliger la peine qu'ils auront encourue.

Dédommagement.

Les Seign. Etats gñaux devront indemniser les villes, châtellenies et les particuliers de tout ce qu'ils auront souffert, soit par l'incorporation ou occupation de leurs fonds faites de la part de leurs trouppes, soit pour quelque autre cause que ce puisse être [2].

[1] Réponse des États-Généraux : « L. H. P. deffendront très rigoureusement à tous militaires sans distinction, de débiter la moindre chose aux bourgeois des villes de la Barrière, pourvu que cela leur reste permis entre eux, comme il est permis aux militaires dans toutes les villes où il y a de la garnison. » (Commentaire dans les *Resolutien* de 1739, f° 442.)

[2] Voir *Liste provisionnelle des exactions et dommages*, pièces justificatives, n° II.



AUTRES EXCÈS DE LA PART DES HOLLANDAIS.

Conflit à Tournai entre l'état-major hollandais et le Magistrat communal au sujet d'un cadavre trouvé dans les eaux des fortifications. — Le Gouvernement consent à ce que dans des cas semblables les devoirs d'instruction soient effectués conjointement par les deux autorités. — Les Hollandais n'ont pas admis cette transaction. — En conséquence, le Gouvernement maintient le droit exclusif du Magistrat communal en la matière.

En 1750, le Procureur fiscal du Magistrat de Tournaij, aiant été informé qu'il y avoit un cadavre dans la rivière, vers le pont de troux [1], ij envoia un sergeant, comme il est d'usage, pour garder ce cadavre jusqu'à l'arrivée des comm^{res} du Magistrat qui devoient en faire faire la levée. Mais les officiers de l'Etat-major de Tournay le firent enlever sous prétexte qu'il avoit été pêché dans les fortifications de la ville.

Ce fait ne peut être envisagé que comme une atteinte à la jurisdiction du Magistrat, puisque la levée d'un cadavre et la visite qui doit s'en faire est un acte formel de la haute justice et de la jurisdiction territoriale qui apartient constament au Magistrat qui prend les informations pour voir s'il résulte de la visite des médecins et chirurgiens jurés que le corps levé a péri par homicide ou par cas fortuit.

Ces informations, lorsqu'elles chargent quelques personnes qui ne dépendent pas de la jurisdiction du juge ordinaire, sont remises au juge compétent pour faire agir contre les accusés, mais il est nécessaire, et la bonne police exige que le premier acte de jurisdiction, qui est la levée du cadavre, soit fait par le juge territorial, et c'est ce qui s'est pratiqué jusqu'à présent à l'égard des soldats hollandois et de tous les autres qui se sont noyés.

Quoyque le droit du Magistrat soit incontestable [1], cependant S. A. R., pour prévenir toute contestation, a fait déclarer à M. Van Haren par un mémoire du 12 9bre 1750, qu'elle étoit disposée de convenir par provision que, toutes les fois qu'un pareil cas ou autre excès ou évènement semblable arriveroit dans le district des fortifications, la visite s'en feroit de main commune par un comm^{re} du Magistrat et par un officier député de l'Etat major, que les premières informations se prendroient conjointement par tous les deux, et que, réciproquement, la même chose s'observeroit si un pareil cas arrivoit dans la ville ou dans son district hors des fortifications s'il y a du doute que le mort seroit un soldat de la garnison.

Quelque raisonnable que fût cette proposition, les Hollandois ne l'ont pas goûtée; ils ont répondu par un mémoire présenté par M. Van Haren le 2 décembre 1750, que le cadavre en question étoit d'un soldat qui s'étoit noyé, et qui avoit été trouvé entre

[1] Parce que c'est un acte de seigneurie, qui ne compète qu'aux officiers auxquels le Souverain a confié l'exercice de la jurisdiction qui lui appartient. » (*Mémoire* remis au secrétaire Heidegger le 12 septembre 1750.)



les ponts des troux, dans le district des fortifications, dans lequel l'Etat major auroit de tout tems fait l'examen des corps noijés, et d'autres pareils accidents, à l'exclusion du Magistrat [1].

Que quant à la proposition faite par S. A. R., LL. HH. PP. seroient informées que les Magistrats des villes de la Barrière ne se sont cy devant jamais arrogé un droit dans de semblables occasions, et spécialement pas celui d'examiner les corps noyés ou blessés qui se trouveroient dans le district des fortifications, et que, de tout tems, on auroit observé que les Comm^res^ du Magistrat ont visité ce qui avoit raport à leurs bourgeois, et le militaire ce qui dépendoit du militaire.

Que cette distinction paroit si naturelle, qu'il semble qu'en laissant les choses sur ce pied là, ce seroit l'unique moyen de prévenir les disputes à l'avenir entre les deux souverains, en chargeant tant les Magistrats que les Etats-majors de s'entendre entre eux, surtout dès qu'il s'agit d'un accident douteux.

Que LL. HH. PP. jugent qu'il faudroit établir avant toute chose que les Magistrats ne doivent s'arroger de faire des visites dans les lieux qui se trouvent dans le district des fortifications.

Que cependant ils veulent bien consentir qu'en pareil cas, et lorsqu'il se trouve que le corps mort ou blessé n'est absolument pas d'un militaire ou non, qu'alors le Gouverneur de la place en fera donner part au Magistrat, bien entendu qu'on fixera à cet effet une certaine heure et que des officiers commis y seront présens, et en cas que le dernier évènement existe, les Commissaires du Magistrat conjointement avec des officiers commis feront la visite du corps sur le lieu où il aura été trouvé.

Et quant aux corps morts ou blessés qui seront trouvés dans les villes ou dans leur district, les commissaires du Magistrat en feront seuls la visite, bien entendu que ces corps morts ou blessés ne soient pas des militaires, et que des officiers commis vice-versa feront la visite aussi seuls, dès que ce corps dépend ou est attaché au militaire, mais s'il est incertain si le corps trouvé est un militaire ou non, dans ce cas là les Comm^res^ du Magistrat et des officiers commis pourront conjointement faire la visite de ce corps qui est douteux, et qu'à cette fin celui qui sera instruit le premier d'un tel accident, soit le Magistrat, soit le Gouverneur ou commandant sera tenu d'en faire avertir l'autre partie pour qu'ils conviennent ensemble, et qu'ils fixent entre eux l'heure à laquelle la visite se fera de commun accord.

S. A. R. a fait remettre le 3 février 1751 à M. Van Haren un autre mémoire responsif à celui de M. Van Haren, par lequel il est dit :

Que la proposition qu'Elle avoit fait faire à M. Van Haren n'avoit pour but que de concilier les intérêts de la souveraineté de S. M. avec les facilités qu'elle étoit prête d'apporter à tout ce qui pouvoit contribuer à l'avantage des troupes de la République.

Que LL. HH. PP., au lieu d'accepter une proposition qui accordoit plus à leurs garnisons qu'elles ne pouvoient jamais prétendre suivant les traités, en avancent une

[1] « Tant à l'égard de la qualité de ce corps qu'à l'égard de la situation du lieu où ce corps a été trouvé. » (*Mémoire* de Van Haren du 2 décembre 1750.)



autre par le mémoire de M. Van Haren, qui ébrécheroit la jurisdiction du Magistrat et blesseroit la souveraineté de S. M., si on y donnoit les mains.

Que le district des fortifications fait un fond que Sa Majesté possède en pleine souveraineté, et surlequel personne ne voudra sans doute lui contester la jurisdiction territoriale qu'elle fait exercer par ses Magistrats.

Que les gouverneurs et commandans de la Barrière se sont obligés par serment à ne point s'en mêler, et encore moins d'empêcher l'exercice, que les traités qui lient également les deux puissances sont clairs là dessus, et qu'on ne voit pas sur quel fondement LL. HH. PP. voudroient établir le contraire.

Que les régiments qui sont au service de S. M. ont également leur jurisdiction, qu'elle est même plus étendue que dans aucun autre service militaire, que cependant elle ne peut dans aucun tems, et en aucune occasion arrêter les opérations du Magistrat, et qu'on ne prétendra pas que des troupes étrangères aient plus d'autorité dans les Etats de S. M.

Que pour toutes ces considérations S. A. R. ne peut entrer dans aucun engagement qui porteroit préjudice à la jurisdiction territoriale de S. M. en diminuant celle de ses magistrats, et qu'ainsi elle ne peut accepter la stipulation proposée.

Qu'elle ne peut que s'en tenir au parti qu'elle a offert, et que si L. H. P. ne trouvent point à propos de l'accepter, les choses resteront sur l'ancien pied, que les Magistrats de Tournay continueront de faire les visites et d'exercer tous les actes de jurisdiction que S. M. leur a confiée.

OBSERVATIONS.

Il est clair que S. M. a la jurisdiction territoriale sur les parties des fortifications comme sur toutes les autres de la ville de Tournay.

Il n'y a aucune stipulation qui porte atteinte à cette jurisdiction, elle est même expressément rappelée et confirmée par l'art. 30 du règlement fait à Anvers le 30 janvier 1716 qui porte :

« Que s'il arrive que ceux qui viennent au marché des villes avec des bestiaux ou » autrement fassent quelques dégâts sur le glacis ou dans quelque autre endroit de la » fortification, l'officier de la garde les fera mener au chef de la ville afin que le dégât » soit réparé. »

Cet article, qui concerne un des mésus les plus fréquens de ceux qui arrivent dans les fortifications, est mis pour exemple, et pour faire voir que les officiers de l'Etat-major ne peuvent exercer aucun acte de jurisdiction de quelque peu d'importance qu'il paroisse pour faits commis dans les fortifications.

C'est donc en vain, et contre la teneur expresse des traités que les Hollandois veulent empêcher au Magistrat de faire la visite dans le district des fortifications, ce district étant aussi bien soumis à sajurisdiction que tout le reste de la ville.

On sent que la prétention des Hollandois tend à se faire donner une espèce de

jurisdiction sur le district des fortifications [1], de s'emparer même de la jurisdiction territoriale à l'exclusion des Magistrats, tandis que, suivant les traités, ils ne peuvent se mêler que de ce qui a une relation directe à la conservation de la place et au maintien de la garnison, et, de ce chef, la justice et la police sur leur garnison leur apartient, comme elle apartient aux commandans des troupes de Sa Maj[té], mais il est inoui que ces commandans auroient voulu se mêler des choses qui appartiennent à la jurisdiction territoriale comme la visite des cadavres. Les Magistrats font ces visites tous les jours, quoyqu'il conste que c'est un soldat ou autre militaire, ils en avertissent en ce cas les commandans, c'est là le pied qui a toujours été observé, et dont il ne convient pas de s'écarter.

[1] Le Conseil privé pense que les États majors hollandais visent à obtenir la juridiction exclusive sur les terrains militaires, pour y faire aborder des bateaux qui seront soustraits à l'examen du fisc; ainsi des fraudes de toute espèce se trouveront facilitées. (Voir *Consulte* du 3 février 1751.)

II.

Liste provisionnelle des exactions et dommages qui sont venus à notre connaissance, commis par les troupes de LL. HH. PP. les États-Généraux des Provinces-Unies en garnison dans les villes et places de la Barrière.

On demande dédommagement pour les intérêts soufferts par Jean Bernard Bechemont, par la retenue des eaux à Menin.

Item, dédommagement des places vuides et écuries à Menin, que le Gouverneur de ladite place a empêché à l'Inspecteur Casteels, commis de S. M. I. et C. à cette fin de louer.

Item, dédommagement au fermier à Ipres sur différentes parties de bois, que les militaires ont fait entrer en ville, sans satisfaire aux droits de ville.

Item, on joint ici les estimations des parties des jardinages et maisons enclavées dans les nouvelles fortifications du faubourg de Jambes à Namur, appartenants à divers particuliers, dont on demande le dédommagement, savoir :

A Mathieu d'Anhène, 35 verges, estimé le bonnier de rente 104 florins.
Plus une maison non habitée, ruinée, et un puit neuf estimés ensemble 20 fl. de rente.
Plus au même 133 verges, estimé le bonnier de rente 104 florins.
A Bartholomé Fontaine 60 verges, estimé le bonnier de rente 104 fl.

Plus une maison, puit et autres commoditez, estimé ensemble 40 fl. de rente.
A Madame Lambillon, 114 verges, estimé le bonnier de rente 104 florins.
Plus une maison et puit commun, estimé 14 fl. de rente.
Au Cons[r] Mahy, 236 verges, estimé le bonnier de rente 104 fl.
Plus une maison neuve estimée 45 fl. de rente.
A la veuve François Servais, 112 verges, estimé le bonnier de rente 83 florins.
A François le Cotte, 61 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.
Au greffier Paquet, 63 verges, estimé le bonnier de rente 104 fl.
Aux héritiers Bouchon, 31 verges, estimé le bonnier de rente 104 fl.
A François Louis, 243 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.
Aux héritiers Van Demberg, 10 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.



Autre partie audit François Lecotte de 114 verges, estimé le bonnier de rente 104 fl.

Plus sa maison et écurie, estimées ensemble de rente 90 fl.

Autre partie aux dits héritiers Van Demberg, 122 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

Arnould Henrard, 21 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

Aux héritiers Arnould Jacquemin, 187 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

A Mademlle Desmartin, 42 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

A Jean Kinot, 17 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

Plus une vieille masure ruinée, estimée de rente à 3 fl.

Aux dits héritiers Arnould Jacquemin 25 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

Autre partie au dit Arnould Henrard 9 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

A la cense des R. P. Carmes, 5 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

A Cornelis de Camp 25 verges, estimé le bonnier de rente 154 fl.

A Matthieu Pimperneau, 26 verges, estimé le bonnier de rente 154 fl.

Plus une maison neuve, à double étage, bâtie à marteau, couverte d'ardoises, estimée de rente au cas qu'elle soit démolie 200 fl. de rente.

Au vicaire de l'église de Jambes, 4 verges de son petit jardinet, estimé le bonnier de rente 104 florins.

A. N. Hustin, 12 verges, estimé le bonnier de rente 83 fl.

Et sa maison, 30 fl. de rente en cas de démolition.

On demande dédommagement pour Pierre-Charles Daude et Pierre Vervaet à Exarde, dont les maisons et appendances ont été brulées par un coup de fusil, qu'un soldat du régiment de La Rocque a lâché, de dessein prémédité, la maison de Pierre-Charles Daude avec deux granges, une écurie et remises, étant taxées à la somme de 82 fl. de gros, 6 escalins et 4 gros; et celle de Pierre Vervaet avec écuries, et y compris deux pièces de toile, un bon métier avec ses appendances, les meubles qui étoient sur le grenier, la paille et le bois à la grange, le tout taxé à 45 fl. de gros, 8 escalins et 8 gros.

On demande que les six patars qu'on fait payer à Tournai aux bateaux sortans par la porte d'eau ne soient plus payés.

On demande le dédommagement de la pêche des étangs nommés Dickebusch et Zillebeeke à Ipres, de laquelle l'Etat-major depuis l'an 1713 a empêché la Châtellenie de pouvoir jouir, nonobstant qu'elle lui compète de toute ancienneté.

Item celui de ce qu'ont souffert les terres voisines aux dits étangs, dont l'Etat-major a tenu les eaux à une hauteur excessive, et que les terres qui se trouvent dans les inondations extraordinaires soient rendues pour être cultivées par leurs propriétaires.

Item, qu'une pature grasse, dont ledit Etat-major s'est mise en possession depuis l'an 1731, appartenant à la table des pauvres de l'église St Pierre, lui soit restitué,

avec le loyer qui en a été reçu depuis le dit tems, comme d'un autre jardin potager d'une mesure et 32 verges, appartenant à l'église paroissiale de S[t] Nicolas dans la dite ville d'Ipres, dont ils ont été frustrés par l'Etat-major en 1715 avec le loyer qui en a été reçu depuis le dit tems.

Pareillement on demande dédommagement de la maison d'un jardinier qui se trouvoit dans ledit jardin, et que l'Etat-major a fait abattre.

On demande d'être dédommagé du transport du détachement de la garnison d'Ipres au fort de la Knocque avec les barques de la ville.

On demande dédommagement de 17 mesures de terres, que ledit Etat-major d'Ipres s'est attribuées induement, situées au village de Bousingen, depuis l'an 1713 avec le loyer qu'il en a tiré; ou en cas que L. H. P. en ayant besoin pour les fortifications, on demande que le propriétaire soit désintéressé du capital avec les intérêts depuis le dit tems.

On demande dédommagement aux propriétaires de 6 à 7 bonniers de prairie situé vers la porte de Sept fontaines entre l'Escaut et la nouvelle rivière à Tournai, souffert de ce que les militaires les ont empêchés de laisser paître leurs bestiaux après la S[t] Jean sur ladite prairie, en retirant deux planches qui étoient sur la dite nouvelle rivière, par où les dits usagers les faisoient passer.

On demande encore restitution d'environ un quartier de terres, situé hors la porte du chateau près de la nouvelle rivière à Tournai, ou si l'Etat-major en a besoin pour les ouvrages, que les propriétaires en soient indemnisés.

On demande aussi qu'il soit restitué aux propriétaires certain terrein d'environ 10 bonniers, situé entre la porte de Saint-Martin à Tournai et celle de Lille, dont ils ont été frustrés en 1709 par l'Etat-major, avec le loyer qui en a été reçu; ou si l'Etat-major en a besoin pour ses fortifications, que les propriétaires en soyent dédommagez avec les intérêts.

Le Magistrat de la ville d'Ipres demande qu'on lui restitue 200 fl. qu'a couté un pont de bois qu'il a été obligé en l'an 1737 de faire construire afin de ne pas priver le plat Païs de la communication avec la ville tandis que les ingénieurs et entreprenneurs du vieux pont abatu retardoient l'ouvrage du nouveau. »

LISTE PROVISIONNELLE DES EXACTIONS ET DOMMAGES CAUSÉS PAR L'ÉTAT-MAJOR, GOUVERNEURS ET COMMANDANS DES PLACES ET FORTS DE LL. HH. PP. SUR LES FRONTIÈRES EN FLANDRE, SUR LES SUJETS, TERRES ET POLDRES Y SITUÉS DE S. M. I. ET C.

ARTICLE 1[er].

Les commissaires deputez de L. H. P. ont obligé les dits Poldres de payer annuellement, sous le nom de *Redemptie penningen,* 800 florins argent de Hollande, jusqu'à l'année 1715.



Item, au Commandant du fort de Liefkenshoek, sous le nom spécieux de reconnoissance, la somme de 6, 7, à 8 pistoles par an, et ledit commandant s'est approprié la pêche et la chasse d'une certaine distance de terre, la pêche valant annuellement 3 livres de gros.

Item, le dit commandant s'approprie 180 verges de longueur des digues avec les alluvions du côté de l'Escaut, ne faisant point partie des fortifications de Liefkenshoek, valant annuellement 6 livres de gros.

Item, des herbages, qui croissent sur la vieille digue applanie environ jusqu'à 250 verges au delà des fortifications, en y comprenant encore au-delà une prairie de trois mesures et 150 verges, et une autre pièce d'une mesure et 116 verges, faisant ensemble en louage la somme de 18 livres de gros. A noter que toutes les dites digues et prairies ont ci-devant toujours été affermées au profit des Poldres.

Finalement les Régens des dits poldres se plaignent que ledit commandant s'est rendu arbitre des écluses, ne leur permettant même pas d'en prendre inspection sans son authorité; ou cependant de toute ancienneté il leur a appartenu de nommer des gens affidés pour en prendre soin; dont à présent ledit commandant paroît vouloir profiter 17 livres de gros pour cette garde des écluses.

ARTICLE 2.

Quant au Poldre den Doel.

Les Commissaires deputez de LL. HH. PP. le taxent annuellement à 1700 florins argent de Hollande, sous le nom de *Redemptie-Penningen*.

Et le commandant du Liefkenshoek se rend maître d'une longueur de digue de mer avec les alluvions, depuis les fortifications dudit fort jusqu'au coin d'une eau nommée *den Deurganck van den Doel*, faisant annuellement le louage 4 livres de gros; il est à noter que cette terre a ci-devant été louée au profit du dit Poldre.

Ledit Poldre et ceux de Sainte Anne et Ketenisse se plaignent de la faiblesse des ouvrages extérieures dudit fort de Liefkenshoeck, dont ils craignent journellement des mauvaises suites, et dont ils ont par différentes fois porté des plaintes au commandant dudit fort, afin de faire fortifier les dits ouvrages contre la mer, mais sans aucun effet jusqu'à présent.

Item, selon une lettre du 28 juin, reçüe le même jour de l'an 1724 par le Mayeur Stathouder du Doel écrite par J. B. Idsinga, on voit ce qui suit :

« MIJNHEER,

» Mij is ghisteren voorgecommen alsdat Ued. soude hebben gecalangieert eenighe boeren van de Gereformeerde Godtsdienst, om redenen dat deselve soude hebben gewerckt op de soo genoempde Heylighe daegen, en aengesien sulckx by ons niet wordt



verboden als alleen op de Sabbathdaeghen, soo hebbe ik de eere, Mynheer, Ued te te versoecken die ongemolesteert te laeten, ende de maximen van de Republieck te volgen, aen wie de Regeringhe van Doel den Eedt hebben afgeleydt, en vervolgens haer ende haer Ingezetenen aen de Weth van de Republiecke verbonden, deshalfven sal het van de uytterste nootsaekelycheit syn dat werck niet veerder te poucheren, of dat ik amptshalfen verplicht sal syn aen Haere Hoog Mogende te claegen, waer uyt somtyts soude voortcommen andere consideratien die niet best souden syn voor den Doel.

» Ik ben met veel achtinge

» Mynheer

» UE. Dienstwillighen Dienaer,

» J. B. Idsinga.

» Lilloo den 28 juny.

» De superscriptie luydt :

» Mynheer
de Heer de Meyer, Stadthouder van den Doel, etc.
» Op den Doel.

» Van boven, van binnen op de missive staet : desen ontfangen van Majoor van Liefkenshoeck op 28 juny 1724. »

Par cette lettre il appert comment depuis ce temps là ils ont usé d'un droit d'autorité qui ne leur appartenoit pas.

5e ARTICLE.

Quant à ceux de Bouckhaute, ils demandent d'être désintéressez d'une somme de seize mille florins, qu'a couté l'ouverture du vieux conduit de leur canal, faite par permission des Etats Généraux l'an 1698.

Item, des dommages qu'ils ont soufferts par des inondations depuis le 5 octobre 1701 jusqu'au mois de mai 1702, parceque les dits Etats Généraux avoient alors bouché ledit vieux conduit.

Item, ils se plaignent qu'ils ont dû donner pour gratifications extraordinaires au commandant de la Philippine depuis l'an 1702 jusqu'en 1715 la somme de 1550 florins annuellement, et depuis 1715 jusqu'en 1737, celle de 764 florins par an.

Item, ils demandent le remboursement des frais faits en 1720 pour remettre les deux digues en état pour l'ouverture du vieux conduit, portant 5955 florins, 6 sols.

Finalement, ils demandent dédommagement de toutes les inondations arrivées jusqu'à présent par le défaut des commandans de Philippine, et autres empêchemens qui ont causé les dites inondations.

(Archives du Royaume à La Haye. *Bijlaegen specteerende tot het Verbaal van de Heeren Plenipotentiarissen te Antwerpen.*)



III.

Mémoire et exposition de fait sur les différentes entreprises et attentats que les commandants et autres officiers de la République des Provinces Unies ont commis aux Pays Bas, depuis la dernière paix d'Aix-la-Chapelle, nommément dans les places de la Barrière.

La paix ayant rendu à S. M. l'Impératrice et Reine ses provinces aux Pays Bas que les malheurs de la guerre avoient entraînées sous le joug des ennemis, l'on avoit tout lieu de se flatter que cet heureux retour alloit mettre ces provinces dans la jouissance d'une parfaite tranquillité surtout de la part de la République des Provinces Unies, ancienne et naturelle alliée de la très auguste Maison, qui de son coté s'est fait constamment un principe invariable de contribuer à tout ce qui pourroit affermir la bonne intelligence avec les Provinces Unies, si essentiellement nécessaire pour la cause commune.

Malheureusement ces bonnes intentions dont l'Impératrice et Reine ne se départira jamais, se trouvent néanmoins croisées par une foule d'attentats et de violences presque continuelles, que les commandants et autres officiers de la République, surtout dans les places de la Barrière ne cessent de commettre contre les droits souverains de S. M. aux Pays Bas, au point même que, sans la moindre attention au culte de la Religion, à l'autorité et jurisdiction incontestable des Magistrats, enfin sans aucun égard au Decorum de son Gouvernement Gn̄al, à la tête duquel se trouve son Beau frère, frère unique de S. M. l'Empereur, ils franchissent les bornes des devoirs que leur serment même leur impose, et de toute bienséance, d'une manière que S. M. l'Impératrice Reine ne sauroit supporter plus longtems, sans manquer à ce qu'Elle se doit à Elle même, à l'honneur de son Rl service et à ses fidèles sujets.

1. — ENTREPRISE AU HAVRE DE DOEL [1].

Saisie indue par un stationnaire hollandais de bateaux servant au commerce local et au transport de passagers. — Négociations avec le Ministre des Provinces-Unies.

Dès le commencement de l'année 1750, le Gouverneur des Pays Bas eut le désagrément d'essuyer un trait frapant de ces étranges procédés; il y a dans le Poldre de Doel

[1] Voir sur cette affaire une *Consulte de la Jointe des terres contestées au sujet de l'enlèvement de trois bateaux appartenant aux habitants du Poldre de Doel.* (Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, D. 34/42 : ad H, 12 avril 1750.) — *Mémoire dressé par Van Haeren, Député des États-Généraux, à Bruxelles, en réponse à celui du Gouverneur général des Pays-Bas au sujet de l'enlèvement de trois vaisseaux du quai*



une petite anse ou havre dans lequel les habitants de ce poldre ont tenus de tout tems quelques petits navires pour l'usage de leur commerce et le transport des passagers; il est constant que l'Impératrice Reine en étoit dans la pleine et paisible possession; cependant le 21 janvier de la même année le Commandant d'un navire hollandois qui étoit en station sous le fort de Lillo, dépendant de l'amirauté de Zélande, leur signifia de se retirer du Havre avant le dernier de janvier, avec deffense de n'y plus rentrer à peine qu'il feroit enlever leurs bateaux et les conduiroit à Middelbourg.

On ne pouvoit envisager ce procédé que comme une entreprise sur le territoire de S. M. puisqu'il est bien constaté que le havre dont il s'agit appartient aux habitants de Doel, qu'il a été construit à leurs dépens, et qu'encore à présent il est entretenu par eux.

Le Serme Duc Gouverneur des Pays Bas en fit aimablement des plaintes aux Etats Generaux par un mémoire remis de sa part à M. le Député Van Haren le 20 de mars 1750; mais en même tems le maintien des droits et de la possession de S. M. ne lui ayant pas permis de dissimuler dans son gouvernement une entreprise de cette nature ni de refuser sa protection aux habitants et bateliers du Doel, ce Serme Prince ne put se dispenser de rendre une ordonnance le 21 du même mois de mars pour deffendre à ces derniers d'avoir aucun égard aux ordres de ce commandant du navire hollandois, ni à aucuns autres qui pourroient leur venir de la part d'une autorité étrangère; ordonnant à ceux de ces bateliers qui pourroient s'être retirés du Doel, en conséquence des menaces qu'on leur avoit faites, d'y retourner sous la protection de S. M. et de S. A. R. pour les mettre à couvert des entreprises que l'on pourroit faire contre leurs personnes. batteaux et effets.

Le Gouverneur des Pays Bas avoit au reste d'autant plus lieu de s'attendre que les Etats Généraux auroient eu l'attention d'empecher que l'amirauté de Zélande ne fasse quelque violence à ces habitants, que S. A. R. avoit usé des voyes de la modération à cet égard, et qu'il avoit même prévenu M. le Député Van Haren de cet incident, quelques jours avant l'expédition du mémoire.

Cependant tout le contraire arriva; l'ordonnance ayant été publiée dans le Poldre de Doel le 26 de Mars, les bateliers qui, sur les menaces du commandant de la frégate hollandoise, s'étoient retirés du havre avec leurs batteaux, y étoient rentrés d'abord

de Doel. (Ibid., $\frac{D.\ 34}{43}$: ad H, 2 mai 1750.) — *Dépêche du Marquis de Botta Adorno, Ministre plénipotentiaire, à S. M. I. et R., sur les entreprises de l'Amirauté de Zélande sur les habitants du Poldre de Doel.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{40}$: ad H, 13 mai 1750.) — *Très humble consulte du Conseil des Pays-Bas sur le contenu de la Relation du Marquis de Botta Adorno, du 15 mai, concernant les contestations qu'il y a depuis l'année 1715 avec la République des Provinces-Unies par rapport au Polder de Doel.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{39}$: ad H, 5 juin 1750.) — *Relation du Prince Charles de Lorraine à S. M. I. et R., soumettant une requête de trois bateliers du Polder de Doel, représentant la misère à laquelle ils sont réduits avec leurs femmes et enfans.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{36}$: ad H, 26 septembre 1750.) — *Rapport du Duc de Silva-Tarouca à l'Impératrice sur la violence commise au havre de Doel par le capitaine d'une frégate hollandaise en station à Lillo.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{34}$: ad H, 8 novembre 1750. Examiné dans la conférence ministériale du 1er mai 1751.) — *Précis des relations du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice Marie-Thérèse.* (Archives de la Secrétairerie d'État et de guerre, reg. DXCIII, fo 23.)



avec beaucoup de joye et d'empressement, et continuèrent même à naviguer comme par le passé, jusques au 4 d'avril; mais, ce jour là, un détachement de matelots vint à petit bruit enlever du quaij trois batteaux appartenant à trois de ces pauvres batteliers; ces batteaux ayant été conduits à la frégate sous Lillo, les propriétaires demandèrent au commandant quels étoient les motifs d'un pareil procédé, il leur répondit qu'il avoit ses ordres là dessus des Etats de Zélande, qu'il alloit envoyer les trois batteaux à Middelbourg, et qu'il ne tenoit qu'à eux d'y aller pareillement.

En effet on vit passer encore le même jour ces trois batteaux faisant route vers la Zélande; ce qui jetta les pauvres habitants du Doel dans la dernière consternation.

Le gouvernement des Pays Bas en ayant été informé, on proposa à S. A. R. plusieurs moyens faciles à exécuter pour faire ressentir promptement aux batteliers du Doel les effets de la protection qu'on leur avoit promise et que la dignité de l'Impératrice et Reine aussi bien que la conservation de ses droits souverains rendoient d'ailleurs nécessaires.

Néanmoins avant d'en venir à de pareilles démarches, le gouvernement des Pays Bas tenta encore les voyes de la modération, et M. le Marquis de Botta-Adorno qui, sur ces entrefaites, avoit pris les rênes de ce gouvernement pendant l'absence de S. A. R. à la cour de Vienne, fit remettre avant tout, le 14 d'avril, un second mémoire amiable là dessus à M. le député Van Haren lequel cependant ne produisit pas plus d'effet que le premier, car, au lieu que les Etats-Généraux eussent fait donner à S. M. la satisfaction et réparation à laquelle on devoit s'attendre, ils se contentèrent d'ij faire répondre par le canal de M. Van Haren au moyen d'un mémoire daté du 2 maij suivant dans lequel, divisant la question en deux points, il avança sur le premier que le commandant de la frégate hollandoise avoit agi en conséquence des ordres qu'il avoit reçus du conseil de l'amirauté de Zélande, voulant même justifier cette démarche de l'amirauté par l'accord qu'elle a fait en 1628 avec les habitants des poldres de Doel, Ste Anne, et Kettenise, accord fait sans le su ni l'agrément du souverain et de son gouverneur général, et qui en tout cas auroit du venir à cesser par la paix de Munster, qui a ensuite rétabli la libre communication du commerce entre les sujets respectifs.

Quant au second point qui regarde la violation du territoire de l'Impératrice-Reine, M. Van Haren avança que, bien loin que cette souveraineté en fut assez démontrée pour S. M., on trouvoit le contraire dans l'art. 17 du traité de la Barrière de l'an 1715 parlequel feu S. M. I. et C. avoit cédé à la République les Poldres que l'on vient de nommer, et que cette cession avoit été confirmée par la convention du 22 X^bre^ 1718.

Il étoit fort aisé de rencontrer et de combattre solidement les raisons avancées par M. Van Haren.

Le Gouvernement, en lui faisant remettre les deux mémoires du 20 mars et du 14 avril, n'ignoroit pas à la vérité la convention du 24 de mars 1628, mais on avoit cru superflu de faire mention d'une telle pièce, qui ne pouvoit avoir aucune connexité avec le principal objet de sa plainte, qui étoit la violation du territoire. Cependant, comme M. Van Haren a trouvé bon de réclamer cette convention, l'on croit devoir

remarquer ici qu'elle a été conclue au milieu de la guerre entre l'Espagne et les Provinces Unies, et comme on l'a déja dit à l'insçu et sans la participation du Roy et de son gouvernement; l'on sait que la guerre interrompt tout commerce entre des états ennemis, et qu'il s'ensuit de là qu'il n'est pas permis aux sujets d'un Etat de naviguer et de trafiquer dans une domination ennemie que pour autant que le souverain de cette domination veut bien le tolérer, et que c'est par conséquent à lui de prescrire les conditions de cette tolérance.

Cette considération auroit pu engager le gouvernement à fermer les yeux sur la convention pendant le tems qu'a duré la guerre de ce tems là, s'il en avoit été instruit, mais la paix, qui fixe et détermine les droits des sujets, a dû faire cesser la servitude à laquelle les habitants de ces lieux limitrophes s'étoient soumis pendant la guerre sans le consentement de leur souverain, d'autant plus qu'en vertu de l'art. 11 du traité de Munster, « la fréquentation, conversation et commerce entre les sujets respectivement, » ne peut être empechée, et que si quelques empechemens surviennent, ils doivent être » réellement et de fait levés ».

Le mémoire de M. Van Haren pour justifier le procédé des Etats de Zélande alléguoit la crainte des fraudes; il n'y a point de village limitrophe qui ne puisse donner lieu à une telle crainte, et toute personne impartiale sentira aisément les suites et les inconvénients d'une telle maxime, si, à l'exemple des Etats de Zélande, l'on se déterminoit dans les Pays-Bas autrichiens à imposer une gêne équivalente soit par eau ou par terre sur les sujets de la République établis dans les villages de la frontière.

Au reste, l'on ne rapelle ces considérations que parceque M. Van Haren y a donné une occasion, puisque d'ailleurs on peut les regarder comme étrangères à l'objet des plaintes qui concernent la violation du territoire de S. M.

M. Van Haren, pour affoiblir les fondemens des représentations amiables que le gouvernement des Pays Bas avoit faites là dessus, réclame le traité d'Anvers du 15 de novembre 1715 et la convention de La Haye du 22 de X^bre 1718. L'on ne songe pas à révoquer en doute les cessions faites à L. H. P. par ces traités mais elles n'ignorent pas aussi que l'établissement des nouvelles limites est demeuré jusques ici sans exécution [1], et que feu l'Empereur et Roy, ainsi que S. M. l'Impératrice et Reine ont conservé par cette raison, c'est-à-dire par l'indécision de cet article et d'autres y relatifs la pleine et entière possession des terres cédées sans qu'on puisse en aucune manière imputer à cette cour la faute de l'indécision dont il s'agit; de façon que toute entreprise sur une pareille possession ne peut être regardée que comme une pure violation de territoire.

Nonobstant ces raisons solides et concluantes pour les droits et la possession de l'Impératrice et Reine, le gouvernement des Pays-Bas, toujours attentif, selon les intentions de S. M., a évité autant que possible tout ce qui pouvoit altérer la bonne intelligence avec la République, en demeura là, dans la confiance que les Etats gnaux feroient à la fin l'attention convenable à toutes ces circonstances et reconnoîtroient la justice

[1] En dépit de fréquentes tentatives d'accommodement, la question des limites n'était pas complètement réglée en 1794. (Voir *Le voyage de Joseph II dans les Pays-Bas en 1781*, pp. 279-284.)



qu'il y avoit de réparer l'atteinte faite à la possession de S. M., possession qui ne pouvoit être troublée en aucune façon, nonobstant que par le Traité de Barrière l'on eut stipulé la cession du poldre de Doel à la République, tant que l'accomplissement de l'affaire des limites et de ces cessions en général reste sans effet, et tant qu'on n'en pourra avec fondement imputer la faute à cette cour; mais on se trompa fort dans cette attente car l'on aprit bientôt après que l'on avoit fait vendre à Middelbourg les trois batteaux enlevés par où les batteliers qui en étoient les propriétaires furent réduits à la dernière misère avec leurs familles, et c'est à quoi l'affaire en est restée jusques aujourd'huij.

2. — ATTENTAT CONTRE L'ÉGLISE CATHÉDRALE DE TOURNAY.

Un soldat hollandais est parvenu à s'évader de la prison du prévôt, et à pénétrer dans la cathédrale. — Le général de Lewe fait cerner l'église par la troupe, et somme le Chapitre de lui livrer le fugitif. — Pourparlers entre les représentants du clergé et ceux de l'état-major. — Trois officiers ayant obtenu de voir le soldat pour constater son identité, se saisissent de lui, et l'enlèvent avec l'aide d'un détachement armé qui a envahi l'église. — Le Chapitre demande satisfaction au gouverneur hollandais pour cette violation de ses droits. — Refus du Général. — Plaintes au Gouvernement. — Observation du Gouverneur général à La Haye. — Les États des Provinces-Unies déclarent ne pouvoir infliger aucune censure au commandant militaire de Tournai.

Vers la mi-août [1] de la même année 1750, il en survint une autre à Tournaij. Le 14 de ce mois, un peu après midi, un soldat de la garnison de cette ville, détenu au prévôt, s'étoit échapé de sa prison et réfugié dans l'Eglise cathédrale. Aussitôt que ceux du Chapitre en furent informés, ils le firent mettre dans une de leurs prisons; peu d'heures après, le commandant Baron de Lewe fit mettre toute la garnison sous les armes [2], et la fit poster dans différens quartiers de la ville; les canoniers marchèrent sur les batteries, la mèche allumée, et on ne permit à personne de sortir de l'Eglise, où il se trouvoit un peuple nombreux qui assistoit au service divin, lequel n'étoit pas encore achevé lorsqu'on vint la bloquer.

Le commandant s'étant ainsi préparé à la violence qui se développa ensuite dans sa conduite, envoya l'Aide-Major de la place pour demander qu'on convoquât un chapitre; on lui répondit qu'il étoit déja assemblé et que si le Général Lewe vouloit y venir, ou y envoïer quelqu'un on l'attendroit.

Peu après, le Général Graeme, grand-major de la place, y vint et demanda l'extradition du réfugié. Ceux du Chapitre lui demandèrent d'abord à leur tour pour

[1] Exactement le 14 août. — Voir pages 142-152.

[2] Dans leur mémoire justificatif du 4 novembre 1750, les États-Généraux approuvent le Général : « Leurs Hautes Puissances jugent que sans cette précaution le Commandant auroit mérité des reproches et été taxé d'imprudence, en cas que le peuple agité par quelque idée de bigotterie se fût porté à l'un ou l'autre excès. »



quelle raison on ne permettoit à personne de sortir de l'église, à quoi il répliqua qu'il n'avoit aucune connoissance d'un ordre pareil, et qu'il alloit s'en éclaircir. Revenu au Chapitre, il l'informa qu'à la vérité le Commandant avoit donné cet ordre, et ceux du Chapitre ayant demandé là dessus s'il ne seroit pas permis au clergé et autres leurs suppôts de se retirer, le Général Graeme déclara que le Commandant prétendoit que le Chapitre prit dans une heure de tems sa résolution sur l'extradition du soldat réfugié, et qu'il permit de le faire garder par deux soldats sans armes; au moyen de quoi il seroit permis à tout le monde de sortir de l'église.

Cependant on convint enfin que tous ceux qui s'y trouvoient auroient cette liberté et que le Chapitre s'obligeroit à représenter le réfugié à deux bas-officiers qui seroient désarmés, et donneroit au plutôt, même le lendemain s'il se pouvoit, sa réponse au Commandant.

Le Général Graeme assura en même tems le Chapitre qu'on n'entreprendroit rien sur le soldat réfugié, et qu'on vouloit être uniquement assuré qu'il ne se seroit pas échappé dans la foule; cela ainsi convenu, le monde enfermé dans l'église eut la liberté de sortir, et le Chapitre nomma des commissaires pour exécuter la convention dont le premier point étoit la représentation du réfugié à faire à deux bas-officiers désarmés.

Au lieu de ceux-ci il vint trois officiers dont l'un étoit Aide-Major de la place, ils demandèrent qu'on leur représentât le réfugié; les commissaires contestèrent sur cette demande comme contraire à la convention, mais enfin on répondit à ces officiers que dès que les choses se faisoient de bonne foi, on ne trouvoit pas de mal à ce qu'au lieu de deux bas-officiers, l'Aide-Major vît avec deux autres officiers le soldat prisonnier, et que même leur caractère donnoit plus de confiance en eux qu'on n'en mettoit dans deux subalternes; mais l'évènement justifia fort mal la bonne opinion qu'on en avoit, car, quoique les officiers assurèrent en effet les commissaires de leur bonne foij, l'Aide-Major prétendit ensuite que le réfugié descendît de la prison dans l'église; on lui répliqua que c'étoit dans la prison que le réfugié devoit être représenté, et qu'on s'assureroit par là non seulement qu'il ne s'étoit point échappé, mais encore qu'il étoit soigneusement gardé. Après quelques discussions sur ce point, ils prirent cependant le parti de monter à la prison. Les commissaires voulurent fermer en attendant la porte de l'église; l'Aide-Major s'y opposa, et elle resta ouverte; on monta à la prison, on ferma la porte de l'escalier qui ij conduit; sur quoi l'Aide-Major cria à un officier resté dans l'église de la faire enfoncer par un détachement. Il fallut donc l'ouvrir aussi, de même que celle de la prison; les officiers n'apperçurent pas plutôt le réfugié qu'ils se jettèrent sur lui, le saisirent, mirent l'épée à la main [1], en présentèrent la pointe à un chanoine commissaire, et au secrétaire du Chapitre, criant aux armes; et à l'instant un détachement entra dans l'église, la bayonnette au bout du fusil, en arracha le réfugié, et le conduisit sur la place; après quoi les troupes se retirèrent; il étoit huit heures du soir lorsque cette scandaleuse scène finit.

[1] Les États-Généraux affirment dans leur Mémoire justificatif que si un officier a tiré l'épée, ce n'est pas contre les chanoines, qui avaient d'ailleurs pris la fuite, mais pour tenir le prisonnier en respect.



Le lendemain, le Chapitre en demanda satisfaction et réparation par une députation au Commandant, qui leur répondit simplement que cette demande le surprennoit beaucoup puisqu'il n'avoit aucune satisfaction ni réparation à leur donner; que tout ce qui s'étoit passé la veille avoit été fait par ses ordres, et que son parti étoit pris pour en agir de même dans tous les cas semblables à l'avenir.

Une pareille conduite ne pouvoit assurément être regardée que comme une atteinte portée à la souveraineté de l'Impératrice-Reine, une insulte faite aux droits de l'Eglise, qui sont sous la protection souveraine, tendant à altérer le repos et la tranquillité publique, à bouleverser l'ordre, et à usurper une autorité qui ne peut d'aucun chef être tolérée, qu'aucun des commandants supérieurs des troupes de S. M. même n'a dans aucune ville de sa domination, et qui enfreint finalement le serment solennel que le Commandant de Tournaij a prêté à l'Impératrice-Reine [1].

Le gouvernement des Pays Bas avoit déja fait auparavant des plaintes aux Etats Gñaux sur d'autres cas arrivés à Tournaij, et, quoiqu'elles n'avoient été suivies d'aucune satisfaction, on avoit cru qu'au moins elles auroient produit cet effet qu'il n'y auroit pas eu à craindre d'autres violences; mais le mépris que le Baron de Lewe témoigna encore en cette occasion pour les immunités de l'Eglise, et le peu de scrupule qu'il se fit d'excéder son pouvoir si violemment, au préjudice des droits de S. M., des Magistrats et des habitants, étoient trop marqués pour que le Gouvernement put y acquiescer.

Dans cet état des choses, le Gouvernement demanda par un mémoire [2] remis à M. le Député Van Haren le 21 août 1750, que, pour faire réparer le scandale de l'extraction violente du soldat réfugié, Leurs Hautes Puissances ordonnassent que le Commandant le fit remettre dans le même endroit d'où on l'avoit arraché de mauvaise foi, en mépris de l'autorité souveraine de S. M. et de la convention qui avoit été faite avec le Chapitre.

Et puisque la réponse déplacée que le Commandant avoit donnée aux chanoines députés marquoit assez le despotisme qu'il vouloit s'arroger dans une ville où il n'avoit déjà que trop réussi à semer la mésintelligence entre les habitants et la garnison, le Gouvernement demanda en même tems aux Etats Gñaux qu'on voulût le rappeller;

[1] Dans leur *Mémoire* du 7 octobre 1750, les États-Généraux ont prévu l'objection : « Les Gouverneurs et Commandants jurent qu'ils ne se méleront d'aucune affaire relative au gouvernement politique, à la religion, à l'église, à la justice, aux finances, ni avec quoi que ce soit contre les droits, privilèges et immunités des habitans, tant séculières qu'ecclésiastiques. Mais ces expressions générales sont restreintes et régies par cette clause salutaire, savoir : pour autant que ces affaires n'ont pas de relation directe à la conservation de la place qui leur a été confiée, et pour le maintien de la garnison qui se trouve sous leurs ordres. Il saute aux yeux que ce serment seroit absurde et hors de tout sens sans cette clause, puisque sans elle le clergé et les magistrats auroient la liberté de faire à leur plaisir et fantaisie à une garnison toute sorte de tort, ce que le gouverneur seroit obligé de souffrir avec patience et tranquillité... De quelle façon viendroit-on à bout de maintenir des garnisons dans des places où la poursuite et la punition des soldats criminels se trouveraient à chaque instant troublées et interrompues par un immense nombre d'églises, chapelles et cloitres, où la convention faite sur la restitution des déserteurs n'est plus respectée... »

[2] L'original est daté du 23 août et non du 21.



laissant à leur propre jugement si un tel officier gñal, quelque bonne qualité qu'il pût avoir d'ailleurs, pouvoit laisser la moindre espérance qu'il cultiveroit l'harmonie si nécessaire pour le repos public, entre les militaires et les habitants; à l'occasion de quoi on rappella de plus à L. H. P. l'art. VI du traité de Barrière qui porte en termes exprès « que les Gouverneurs, Commandans, et autres officiers qui composent l'Etat-» major des places de la Barrière ne peuvent point être désagréables à S. M. »

L'on devoit naturellement s'attendre que sur le seul exposé des circonstances de cette affaire, les Etats gñaux n'eussent pas hésité de faire donner tout de suite une satisfaction suffisante à cet égard, proportionnée à l'insulte et violence faite par le général Lewe, en mépris de son serment, de la souveraineté de l'Impératrice-Reine et des droits de l'Eglise; cependant ils prirent un parti tout opposé dans la réponse qu'ils ont fait remettre au Gouvernement, dans laquelle ils voulurent même soutenir la conduite du Général Lewe d'une manière très indécente et déplacée; le langage qu'on y tenoit, les principes qu'on y avançoit, et enfin le ton sur lequel cette pièce étoit montée, tout annonçoit le peu d'égards qu'on avoit pour les droits de S. M. et pour le gouvernement général des Pays-Pas; on y commençoit par nier les principales circonstances du fait; nos principes de Religion y étoient représentées comme des idées de bigotterie; à voir le portrait que l'on y faisoit du Chapitre de Tournaij, qui, de tout tems, a été composé de personnes dignes d'attention soit par leur naissance ou par leur savoir, on auroit cru qu'il formoit à présent un tas de gens sans foij, sans loij; on n'y épargnoit pas davantage les magistrats de Tournay; jusques au Gouvernement gñal y étoit si peu ménagé qu'assurément l'on auroit bien fait de rendre tout de suite cette pièce à celui qui l'avoit présentée. Enfin, selon le plan sur lequel elle étoit bâtie, il étoit permis à un commandant hollandois de se faire droit, même avec violence, au milieu d'une ville dont l'Impératrice-Reine est la souveraine, et les Etats Généraux y refusoient tout net la réparation qui étoit due incontestablement aux droits et à l'autorité de S. M. ainsi qu'à la profanation de l'Eglise.

Il est évident qu'un tel refus ajoutoit une nouvelle insulte à celle qui devoit être réparée; cependant la modération qui conduit toujours les démarches du Gouvernement le porta à éclaircir de plus en plus les faits que la réponse des Etats Gñaux sembloit vouloir révoquer en doute, ou pour mieux dire, de nier absolument à quel effet on chargea ceux du Chapitre de Tournaij de mettre tous ces faits dans le dernier jour, en les appuyant sur des preuves claires et irréfragables.

Ils y satisfirent en plein au moyen d'une information très détaillée soutenue de pièces justificatives et autentiques, que l'on est en état de produire, et qui ne peuvent plus laisser de doute sur la vérité et exactitude de ce que l'on avoit allégué là dessus auparavant, sur les premières plaintes et informations tant du Chapitre que des Magistrats; mais indépendamment de ces circonstances déniées par les Etats Gñaux et prouvées par le Chapitre, il restoit toujours vrai que l'enlèvement du soldat réfugié étoit une entreprise violente que le Général Lewe n'avoit pu faire sans pécher contre ce qu'il devoit à la souveraineté de l'Impératrice Reine, et que S. M. ne sauroit acquiescer à de



pareils procédés qui à la fin autoriseroient des troupes étrangères à agir plus despotiquement dans un païs de sa souveraineté, que les constitutions et loix fondamentales ne le permettent à Elle même.

3. — ENTREPRISES DES COMMANDANTS HOLLANDOIS A MENIN ET A L'ECLUSE.

Le Commandant militaire de Menin a fait mettre deux bourgeois en prison parce qu'ils ont enlevé du bois des fortifications. — Le Commandant de l'Écluse a établi un poste militaire sur un terrain qui est en possession de l'Impératrice.

Au reste on eut presque en même temps le déplaisir d'apprendre deux autres cas dans lesquels les officiers des Etats Gn̄aux se sont encore mis sur le pied de soutenir leurs prétentions par des voyes de fait qui entre des souverains ne peuvent pas être indifférentes.

Le premier est l'emprisonnement que le commandant de la garnison de Menin avoit fait faire de deux bourgeois de cette ville par pure voye de fait sous prétexte qu'on les avoit vu travailler à enlever des bois de l'ancienne fortification, et quoique sur une lettre que le général Chanclos écrivit à ce sujet par ordre du Sérm̄. Duc gouverneur gn̄al des Païs Bas au commandant d'Ipres, ces deux bourgeois ayent été remis en liberté, la voye de fait n'en a pas moins été exercée par leur arrêt [1].

D'un autre côté, le commandant de l'Ecluse établit une garde militaire [2] sur un terrain qui, à la vérité, selon le règlement des limites de 1718 auroit du être cédé à la République, mais dont l'Impératrice et Reine étoit toujours restée en pleine et paisible

[1] Le Prince Charles de Lorraine fit rapport sur cette affaire à l'Impératrice le 4 novembre 1750. (Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{\text{D. 34}}{43}$: ad H.)

[2] « Il m'est revenu que le Commandant hollandois de L'Écluse a établi une garde militaire sur un terrain qui, à la vérité, selon le règlement des limites de 1718, auroit dû être cédé aux États-Généraux, mais qui ne l'a jamais été jusques à présent, dont Votre Majesté est toujours restée en pleine et paisible possession, et pour lequel il y a les mêmes contestations comme pour le polder de Doel. J'ai demandé là dessus quelqu'information au Major d'Ostende, Capiet, qui vient d'y satisfaire en me faisant connoitre que ce corps de garde a été établi dans le fort de St Paul, et qu'il est occupé par une douzaine de soldats commandés par un sergeant. J'ai appris d'ailleurs que le commandant de L'Écluse s'est déjà depuis quelque tems mis en possession des herbages dudit fort de St Paul, démoli, et qui étoit abandonné depuis plusieurs années.

» Ce fort, à la vérité, a été cédé aux États-Généraux par la convention faite à La Haye en 1718, mais Votre Sacrée Majesté étant, ce nonobstant, restée jusqu'à présent dans la paisible possession de tous les terrains cédés en ce temps là, il m'a paru que cette nouvelle entreprise de la part des Hollandois meritoit l'attention de ce Gouvernement.

» J'ai proposé la matière dans la Jointe tenue en ma présence le 2 de ce mois, tous les ministres de robe, animés par les différentes entreprises exécutées contre ce païs après la paix, ont été d'avis qu'il convenoit que le Commandant d'Ostende envoieroit un sergeant à celui qui commande au corps de garde en question, pour lui annoncer qu'il devoit se retirer avec son monde, et qu'en cas de refus il faudroit y

possession par les mêmes raisons relevées ci-dessus pour le Poldre de Doel; de sorte que cette nouvelle entreprise est également des plus irrégulières, et ne blesse pas moins les droits du territoire et de la possession de S. M.

4. — IRRÉVÉRENCE COMMISE PAR LA GARNISON DE TOURNAIJ A L'OCCASION DE LA GRANDE PROCESSION DU 14 SEPTEMBRE 1750.

Au lieu de se conformer aux précédents, le Général de Lewe a fait procéder à la parade de manière à troubler la procession. — Chicanes par lesquelles il tente de justifier ses actes. — Plainte du prince Charles de Lorraine aux États-Généraux des Provinces-Unies. — Ceux-ci prennent la défense du commandant militaire.

L'on avoit bien eu raison de craindre après la conduite que le Général Lewe avoit impunément tenue à Tournay à l'occasion du soldat réfugié dans la cathédrale, que cet officier n'en resteroit pas là; il ne tarda point à en donner des preuves à l'occasion de la procession qui se célèbre tous les ans en la même ville, le 14 de 7bre pour la fête de l'exaltation de la Ste Croix.

Il est d'usage depuis qu'il y a à Tournaij une garnison de Barrière, que le Chapitre avertit le Gouverneur ou commandant la veille du jour de la procession, pour qu'il fasse les dispositions nécessaires afin qu'elle ne soit pas troublée par les corps de garde ni par les troupes qui montent la parade; le Chapitre ne manqua pas non plus cette fois-là à cette démarche envers le Baron de Lewe, commandant alors dans la place, en l'absence du Prince de Hesse Philipsthal.

envoïer un capitaine avec une centaine d'hommes de la garnison d'Ostende pour les en chasser, et démolir le susdit corps de garde; mais le Marquis Botta, considérant qu'on avoit déjà souffertes tant d'autres insultes, sans qu'on en eut pu obtenir aucune satisfaction, on pouvoit encore dissimuler l'établissement du corps de garde en question, pour ne pas commencer à emploier la force pour un objet de si peu d'importance, et pour un endroit où le Commandant de L'Ecluse avoit déjà eu depuis longtems une quasi possession, par la jouissance des herbages, d'autant plus que l'occasion pourroit se présenter d'user de représailles pour des objets de plus grande conséquence; y ajoutant qu'il convenoit même, à son avis, de ne pas trop réveiller les Hollandois, pendant qu'on continuoit à retenir les $\frac{m}{500}$ écus qu'on paijoit ci-devant aux États-Généraux en vertu du Traité de la Barrière, et qu'on jettoit ici les fondements à un commerce, pour ne pas exciter indirectement leur jalousie sur ce dernier article dès sa naissance.

» Ayant considéré le pour et le contre, je trouve en effet, qu'en emploïant la force, proposée par les ministres de robe, ce fait feroit plus de bruit que le cas ne le mérite, et j'ai adopté en conséquence ce sentiment du Marquis Botta, et sur ce principe, j'ai ordonné au Commandant d'Ostende de se tenir tranquile, mais de faire veiller néanmoins à la conduite ultérieure des Hollandois, et en cas qu'il découvrit quelqu'autre entreprise de leur part sur le terrain cédé et non livré, de m'en donner incessamment part, devoir dont j'ai chargé en même tems le Collége du Franc de Bruges et celui du Païs de Waes. » (Dépêche du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice, le 4 novembre 1750. Archives de la Chancellerie des Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.\ 34}{13}$: ad H.)



Le Général Lewe le promit, et cependant, bien loin de se conformer à une pratique constamment observée par les Gouverneurs et Commandants ses prédécesseurs, fit monter la garde comme les jours ordinaires, à dix heures, sur la grand'place, où la procession arrivant, trouva cette place occupée par un grand nombre de soldats sous les armes, le chapeau sur la tête, et le dos tourné au St Sacrement; spectacle auquel la présence du Commandant environné d'un cercle d'officiers ajouta encore une nouvelle indécence.

L'on devoit s'attendre d'autant moins à une pareille conduite que le Baron de Lewe avoit envoyé la veille un Aide-Major au Doyen du Chapitre, qui lui fit un détail de toute la marche de la procession, et l'avertit qu'elle devoit repasser sur la place vers les dix heures et demie. M. de Lewe allégua ensuite, à la vérité, que cet Aide-Major lui auroit raporté que la procession ne devoit repasser sur la place qu'à onze heures et demie; mais, quand même la mémoire de cet officier l'auroit mal servi, il seroit surprenant que celle de M. de Lewe l'auroit trompé; il avoit été à Tournaij avant la guerre; il y étoit déjà commandant l'année précédente; il avoit répondu la veille à la réquisition qu'on lui fit sur ce sujet : *que c'étoit un ancien usage;* il pouvoit s'exprimer ainsi puisqu'il le connoissoit ou devoit le connoître; et on ne sauroit croire assurément qu'on puisse avoir assez mauvaise opinion du clergé catholique pour faire tomber sur le Chapitre l'injurieux soupçon que celui-ci n'auroit indiqué à l'Aide-Major une heure pour l'autre, que pour mettre M. de Lewe dans le cas de commettre l'indécence dont il s'agit; et qu'un clergé aussi considérable que le Chapitre de Tournaij auroit conçu le sacrilège dessein d'exposer à une irrévérence publique tout ce que nous avons de plus sacré dans notre Religion pour satisfaire ses passions personnelles.

Quoiqu'il en soit, le Sérme Duc-Gouverneur se contenta encore d'en faire porter des plaintes amiables aux Etats Gnaux par un mémoire du 7 d'octobre 1750, dans l'attente qu'ils feroient réparer le passé et qu'ils écarteroient par des dispositions prudentes pour l'avenir tout ce qui pourroit faire craindre encore de pareils troubles.

Tout cela ne produisit pas meilleur effet, puisque les Etats Gnaux ne s'attachèrent dans leur réponse à ce mémoire qu'à justifier à tout prix le Commandant Baron de Lewe et à vouloir assurer à leurs troupes dans les places de la Barrière un pouvoir qui ne s'accorde ni avec la dignité du service de S. M., ni avec le repos de ses sujets.

Non contents d'adopter les faits que le Général Lewe avoit hazardé d'alléguer pour sa justification, et que le Chapitre de Tournaij dénie ouvertement et par preuves, dans un écrit postérieur, les Etats Gnaux souscrivoient jusques à la prétention de leur Commandant de vouloir obliger le Chapitre à lui envoyer deux chanoines au lieu de l'ecclésiastique qui est en possession de s'y rendre jusques à présent la veille de cette procession; ils firent plus, ils proposèrent à la fin de leur réponse cette prétention comme le moyen d'empêcher tous désordres à l'avenir, y ajoutant pour rendre apparemment cette soumission du Chapitre d'autant plus éclatante que ces deux Chanoines députés devroient à cette occasion remettre un mémoire par écrit au Commandant sur le pied que cela se pratiquoit prétenduement à Namur.

Il étoit aisé de reconnoître, sous le voile dont les Etats Généraux vouloient bien couvrir la conduite peu excusable de M. de Lewe, que les faits que celui-ci avoit avancés pour sa justification, étoient non seulement hazardés et contradictoires, mais que même en quelques endroits il se condamnoit lui même; car, outre ce qui a déjà été relevé à ce sujet, il est certain que quand même il auroit pu ignorer l'usage constant allégué par le Chapitre, il lui étoit fort aisé de s'en informer s'il lui restoit quelque doute là dessus, ce qui cependant paroîtroit extraordinaire après la réponse qu'il avoit donné *que c'étoit un ancien usage*, réponse que l'on ne peut regarder que comme contradictoire à l'ignorance qu'il affecta sur ce qui s'étoit pratiqué constamment à cet égard à Tournaij, tandis que d'un autre côté il avoit prétendu savoir ce qui se faisoit en pareilles occasions à Namur, qui est éloigné de plus de vingt lieues de son poste; cependant il conste par les informations autentiques que l'on s'est fait produire sur cet article, que l'usage n'est point à Namur tel que le Général Lewe l'avance; et supposé même pour un moment que cela seroit, ce qui se passe à Namur ne devroit certainement faire aucune règle pour la ville de Tournay, où l'usage est constamment contraire, comme ceux du Chapitre non seulement le démontrent clairement, mais aussi nommément, qu'ils n'ont jamais fait la députation d'aucun chanoine au Commandant pendant l'occupation des Français, ainsi que le Général Lewe s'étoit cependant avisé de l'avancer aux Etats Gñaux.

On laisse à juger après cela combien l'Impératrice Reine doit avoir des raisons pressantes à ne rien relâcher de ses droits et de son autorité dans les places de la Barrière où il semble que les commandants et officiers de la République affectent dans toutes les occasions de s'arroger une autorité qu'on ne sauroit jamais concilier avec les droits et l'autorité de la souveraine, et qui ne manqueroit pas de causer un découragement général à tous ses fidèles sujets déjà extrêmement rebutés par tous ces attentats et violences, et ce tandis que ses droits incontestables, les traités, et enfin la protection qu'Elle doit à ces mêmes sujets devroient les en garantir à tous égards.

Ce nonobstant, pour écarter autant que possible tout ce qui pourroit altérer la bonne harmonie avec la République, on avoit encore songé à se prêter de notre côté à quelque expédient raisonnable sur cet article, et à passer l'éponge sur ce qui étoit déjà arrivé à ce sujet; mais la continuation et le redoublement des attentats et violences des commandants et officiers de la République sont allés au point du depuis que le Gouvernement Gñal des Paijs-Bas crut ne pouvoir plus faire avec décence aucune proposition sur la matière.

En effet leurs procédés devroient paroître incroyables à quiconque connoit l'étroite union qui attache depuis si longtems la République à la très auguste Maison; mais il n'en est pas moins vrai que la République, non contente d'avoir autorisé par l'impunité toute cette conduite extraordinaire de leurs Gouverneurs et Commandants, prétend encore du depuis leur accorder une juridiction absolue sur les sujets de l'Impératrice et Reine dans tous les cas qu'il leur plairoit de qualifier de délicts militaires. Ces officiers



tentent même d'introduire encore cet étrange sistème par des coups d'autorité et des voyes de fait très odieuses et qu'on ne sauroit jamais accorder avec les égards que se doivent réciproquement des Etats voisins et alliés.

5. — FILLE ENLEVÉE DE TOURNAIJ ET BAÑIE DES PLACES DE LA BARRIÈRE ET AUTRES OÙ IL Y A GARNISON HOLLANDOISE.

Le Commandant hollandais de Tournai a fait arrêter une fille accusée d'attirer au service de la France des soldats de la garnison. — La détenue relève de la juridiction du Magistrat de Tournai. — En dépit des réclamations du Gouvernement, elle a été condamnée par le tribunal militaire à la peine du bannissement, et a été expulsée par l'autorité hollandaise.

Le Prince de Hesse-Philipsthal avoit fait enlever d'une maison bourgeoise à Tournay une fille se disant de Valenciennes, sous prétexte qu'elle avoit attiré ou voulu attirer des soldats de la garnison au service de la France.

Cet enlèvement blessoit la jurisdiction du Magistrat de Tournaij [1], et par conséquent l'autorité souveraine de S. M. dont cette jurisdiction dérive. Le Serme Duc Gouverneur des Paijs Bas fit demander par un mémoire réparation de cette violence aux Etats Gñaux. Mais dans le temps qu'il en attendoit une réponse, et qu'il devoit se flatter que les Etats gñaux eussent du moins arrêté la suite des procédures des officiers de l'Etat-major de Tournaij, il apprit que ceux-ci avoient condamné cette fille dans toutes les formes d'une procédure criminelle, qu'ils l'avoient bannie, sous peine de mort, de toutes les places où il y a garnison hollandoise, et qu'après lui avoir fait prononcer cette sentence à la face de la garde qui montoit sur la grande Place, ils l'avoient fait conduire hors de la ville par un détachement militaire.

Son Altesse Royale se plaignit de nouveau de ce procédé par un autre mémoire, sur lequel, bien loin que les Etats Gñaux eussent fait donner une juste satisfaction de cette atteinte, on ne fit pas seulement de réponse; l'on insista cependant derechef de la part de S. A. R. sur cette satisfaction, à l'occasion du cas suivant.

[1] « Les magistrats des villes sont les seuls juges de leurs bourgeois et des étrangers qui se trouvent dans la ville, et personne ne supposera sans doute que feu S. M. I. et C. ait voulu accorder dans ses places plus de droit aux trouppes hollandoises, que les trouppes de S. M. même n'en ont dans ses États. » (*Mémoire* du 14 mai 1750.) — Le Ministre des Provinces-Unies répond à cela : « Un étranger peut commettre divers délicts dont la connoissance appartient à des juges différents; c'est à la nature du délict à décider quel en est le juge compétent, d'où il s'ensuit que si cet étranger commet un délict militaire, c'est au juge militaire à le juger. » (*Mémoire* du 30 octobre 1750.)



6. — CAS DES NOMMÉS CONSTANT ET DUPUICK ET DE CATHERINE BARBIEUX A TOURNAIJ [1].

Ces deux individus sont accusés d'avoir provoqué la désertion de soldats hollandais. — Ce délit n'étant pas actuellement puni par les lois du pays, les accusés ne peuvent être l'objet d'une condamnation, mais le gouvernement des Pays-Bas offre de publier un édit punissant les actes de l'espèce dans l'avenir. — Les États-Généraux des Provinces-Unies estiment cette proposition insuffisante. — Ils revendiquent le droit de faire juger par leurs Conseils de guerre ceux qui débauchent les soldats de la République. — Ils font entendre que ces Conseils doivent être également chargés de la poursuite de tout délit militaire. — Controverse au sujet d'un bourgeois de Namur exécuté en 1746 par sentence du Conseil de guerre de cette ville.

Au mois de janvier 1750, le nommé Jean Baptiste Constant, natif de Tournay, soldat au régiment de Cornabé, de garnison dans la même ville, en étoit déserté, et s'étoit engagé dans le régiment de Ligne au service de S. M. l'Imp^{re} et Reine; quelque tems après il étoit déserté aussi de ce dernier régiment, et ayant ménagé sa grâce à Tournaij, il y avoit accusé les personnes par lesquelles il prétendoit avoir été débauché du service de la République.

L'accusation tomboit sur un nommé Dupuick, manœuvre de maçon à Tournay, et sur la nommée Catherine Barbieux âgée de dix-sept ans, tricoteuse en la même ville. Le Procureur fiscal fit arrêter ces deux personnes à la réquisition du Prince de Hesse-Philipsthal; on leur instruisit leur procès, et les Prévôt et Jurés de Tournay l'envoyèrent à Bruxelles.

Il résultoit des informations que Dupuick étoit innocent, mais que la Barbieux avoit contribué à la désertion de Constant; ce fut sur ce dernier point que les Prévôt et Jurés de Tournaij s'étoient déterminés à en envoyer les actes au Gouverneur des Pays Bas pour savoir ses intentions là dessus.

Le Gouvernement voulant marquer encore en cette rencontre aux Etats généraux combien on étoit attentif à ce qui pouvoit intéresser le bien être de leurs troupes, crut devoir informer les mêmes Etats généraux de ce cas, comme on le fit par un mémoire du 14 de may 1750, dans lequel on fit connoître que, quoique à la vérité les lois du pays qui statuent des peines contre ceux qui débauchent des soldats au service du souverain, n'en avoient prescrit aucunes contre ceux qui débaucheroient des soldats d'un service étranger, et que dans le fonds il n'y avoit aucune raison de statuer des

[1] Voir sur cette affaire une consulte du Conseil privé du 20 juillet 1750. Reg. LXVII, f°s 210-214.

peines pour des cas semblables, puisque d'ailleurs les puissances étrangères, et nommément la République rendoient le réciproque à S. M. à cet égard; cependant le Gouvernement, disposé à donner à la République toutes les facilités raisonnables pour la conservation de ses troupes qui sont de garnison dans les places de S. M., se prêteroit volontiers à y pourvoir pour l'avenir; que dans cette vue il feroit émaner un édit pour empêcher la séduction, sur le pied du projet que l'on joignoit au mémoire pour être communiqué amiablement aux Etats généraux; mais que comme cet édit, selon la nature de toutes les loix ne pouvoit opérer que pour l'avenir, la Barbieux ne pouvoit y être assujettie; que néanmoins cette fille étant sans cela, suivant les informations, d'une conduite déréglée, le Gouvernement la feroit rester en prison jusques au jour de la publication de l'édit par où l'on comptoit que les Etats généraux seroient d'autant plus satisfaits qu'au moyen des peines comminées par cet édit, ce cas n'arriveroit vraisemblablement plus.

M. le Député Van Haren, à qui ces trois derniers mémoires avoient été adressés, répondit enfin au troisième sans plus, par une lettre du 30 de may 1750, que les Etats gn̄aux avoient beaucoup de peine à déclarer que la conduite que le Prince de Hesse-Philipsthal avoit tenue dans le cas de la fille se disant de Valenciennes seroit contraire au serment qu'il avoit prêté, ainsi qu'on l'avoit soutenu avec raison de la part du Gouvernement gn̄al, parce que cette fille sententiée seroit étrangère et n'étoit point habitante de Tournaij, et que le serment dont il s'agit ne s'étendoit point aux évènemens qui ont un rapport direct au maintien de la garnison. L'on n'entrera point ici dans le détail de cette lettre; le Ministre Marquis de Botta en a rencontré et débattu solidement le contenu dans la réponse qu'il y fit le 8 de juin suivant, dans laquelle il approuve que tout étranger qui vient dans une ville y est sujet à la juridiction des Magistrats et que, quelque crime qu'il puisse commettre, il ne seroit jamais de la compétence d'un juge militaire; que telles sont les loix et maximes des Pays-Bas; que les troupes même de S. M. l'Impératrice-Reine sont tenues de s'y conformer, et qu'ainsi on ne pourroit prétendre d'aucun chef que feu l'Empereur et Roy de glorieuse mémoire eut accordé des droits plus étendus aux troupes hollandoises que les loix du païs ne permettaient d'en accorder aux siennes propres [1].

Sur ces entrefaites, l'Edit en question ayant été émané et publié le 15 de may 1750, M. le Député Van Haren écrivit encore à ce sujet le 21 du même mois de juin, une lettre au Marquis de Botta, par laquelle il lui fit connoître que les Etats gn̄aux auroient souhaité qu'au lieu de borner l'effet de cet édit aux villes de la Barrière, et à une demi-lieue à l'entour, on l'eut fait opérer dans toute l'étendue des Pays-Bas, et que, de plus, on y eut aussi statué une peine plus rigoureuse contre les transgresseurs, que celle du bannissement des villes, places, et forts de S. M. aux Pays-Bas, où la République tient garnison, ainsi que de leurs banlieües, M. Van Haren ij aijant insinué

[1] « Je suis d'ailleurs persuadé que S. M. ne souffrira jamais qu'on ébrèche d'une manière aussi sensible les droits de sa souveraineté. » (Dépêche du Marquis de Botta Adorno. du 8 juin 1750.)



en outre que les Etats gn̄aux seroient charmés que le même édit fut encore amplifié et redressé sur ce pied.

Le gouvernement des Païs-Bas ne devoit assurément pas s'attendre à ce que les Etats gnaux n'eussent pas été entièrement satisfaits d'une loi qu'il avoit fait émaner de son propre mouvement et par pure attention pour empêcher la séduction de leurs troupes, et qui est la première ordonnance par laquelle on ait statué aux Païs-Bas une peine pour les séducteurs des troupes étrangères; cette considération jointe au peu d'attention qu'avoient fait jusque là les Etats gn̄aux aux plaintes réitérées que le Gouvernement leur avoit portées de tant de mauvais procédés de leurs gouverneurs et commandants, ne fut à la vérité pas un motif à faire de nouveaux sacrifices en amplifiant l'édit, et la chose en resta dans cet état.

Cependant les Etats gn̄aux firent écrire le 30 d'octobre de la même année par leur Député Van Haren, une autre lettre en forme de réponse à celle du Marquis de Botta du 8 juin précédent; on y leva enfin le masque, et l'on y soutint ouvertement que les gouverneurs et commandants hollandois dans les places de la Barrière doivent avoir le droit de faire punir par leur Conseil de guerre ceux qui se trouvent coupables d'avoir débauché des soldats de la République; l'on y vouloit fonder ce droit étrange sur le serment que prêtent ces gouverneurs, lequel, selon les Etats gn̄aux, les autoriseroit à faire tout ce qui intéresse la conservation de leurs garnisons; on ne s'y borna point à ce seul soutènement : on fit entendre assés clairement qu'on voudroit assujettir au tribunal de ces gouverneurs tout ce qui pourroit être qualifié de délict militaire, de sorte que tout démêlé qu'un bourgeois auroit avec un militaire pourroit être qualifié de délict militaire, et que tout bourgeois devroit subir la loi et le châtiment qu'un juge militaire étranger voudroit décerner contre lui dans le sein des états de l'Impératrice-Reine, au préjudice extrême de sa souveraineté, des loix, de la sureté et des biens de ses sujets et peut-être aux dépens de leur vie.

Le Serm̄e Duc Gouverneur gn̄al ne put donc se dispenser de répliquer à un soutènement si déplacé, par un mémoire qu'il fit remettre au Député Van Haren, le 16 de décembre 1750, dans lequel, en réfutant complettement toutes les parties de la lettre de M. Van Haren du 30 d'octobre précédent, on eut aussi soin d'y relever ce que M. Van Haren y avoit avancé, qu'un bourgeois de Namur, nommé Longfils, auroit été exécuté à mort en 1746 par sentence du Conseil de guerre de la garnison de la même ville, sans que le Gouvernement des Paijs-Bas en eut porté aucune plainte, et sans que le Magistrat de Namur eut protesté contre cet acte de jurisdiction.

S. A. S. y démontra le contraire quant au Magistrat, ainsi que les raisons qui avoient empêché le Gouvernement d'en faire porter des plaintes directes à La Haye, raisons qui provenoient de la dispersion des ministres des Pays-Bas par les malheurs de la guerre et du siège de Namur qui suivit de près la violence dont il s'agit; mais indépendamment de tout cela il est étonnant que les Etats gn̄aux eussent voulu faire valoir comme un titre pour de nouvelles entreprises une violence aussi insoutenable.

7. — VIOLENCES EXERCÉES CONTRE LE NOMMÉ GOBERT ET SA FEMME, BOURGEOIS DE NAMUR.

Un cabaretier de Namur, nommé Gobert, et sa femme ont été emprisonnés par ordre du commandant de la place sous l'accusation d'avoir favorisé la désertion d'un soldat hollandais. — Réclamations du Magistrat. — Plaintes du Gouvernement. — Transaction proposée par le Ministre des Provinces-Unies. — Nouvelles démarches du prince Charles de Lorraine auprès des États-Généraux. — Le Gouverneur général requiert le Ministre des Provinces-Unies de faire suspendre les poursuites. — Le Ministre décline cette réquisition. — Gobert est mis à la torture, puis fustigé.

A peu près dans le même tems que le mémoire, dont il est question dans l'article précédent, fut délivré à M. Van Haren, le Gouvernem^t^ gñal reçut avis du Magistrat de Namur que la nuit du 12 au 13 de X^bre^ 1750, la garnison hollandoise y avoit fait arrêter et emprisonner le nommé Gobert et sa femme, domiciliés et tenant cabaret dans la même ville, sous prétexte qu'ils auroient coopéré à la désertion d'un soldat.

Dès que le Magistrat eut appris cet emprisonnement, le Maire, son lieutenant et un échevin s'étoient rendus chez M. le gñal Villates, commandant dans la place pour réclamer ces prisonniers, à l'effet de leur être fait leur procès pardevant le Magistrat, leur juge compétent.

Ce gñal, loin de se prêter à une demande si juste, répondit aux députés qu'il ignoroit encore quel étoit le délict des prisonniers, qu'on travailloit aux informations, que s'ils étoient innocents il les relâcheroit; mais qu'au cas qu'on les trouvat coupables, il ne les rendroit certainement pas; y ajoutant qu'on pouvoit se souvenir de ce qui s'étoit passé en 1746.

Ce nouvel attentat sur l'autorité souveraine de l'Impératrice, soutenu encore avec si peu de décence, mit le Gouvernement dans la nécessité de porter de nouvelles plaintes aux Etats gñaux, et de demander que ces deux personnes fussent remises entre les mains du Magistrat, leur juge légitime, comme on le fit par un mémoire remis à M. Van Haren le 16 de X^bre^ 1750.

M. Van Haren y répondit par ordre de ses maîtres le 18 de février suivant, que les Etats gñaux vouloient bien condescendre à faire remettre les deux prisonniers dont il s'agissoit au juge ordinaire de la ville de Namur afin qu'ils fussent punis pour cette fois selon la teneur de l'édit du 15 may 1750 dont il est parlé ci-dessus, à condition cependant que le gouvernement gñal donnât des suretés préalables aux Etats gñaux, que tous ceux qui débaucheroient à l'avenir des soldats de la République dans les villes de la Barrière, pour entrer au service d'une puissance étrangère, seroient punis de mort dans les mêmes places, par le juge ordinaire, avec confiscation de leurs biens, ainsi que cette punition seroit statuée à l'égard des séducteurs des soldats de S. M. aux Paijs-Bas, par l'édit du 31 juillet 1738.

Le Gouvernement gñal qui est parfaitement instruit de l'intérêt particulier que



l'Impératrice et Reine prend constamment à tout ce qui peut concourir au bien du service des Etats gnaux et à la conservation de leurs troupes ne s'écartera certainement jamais tant qu'il sera possible des mêmes sentimens, mais pour que ces bonnes dispositions puissent être mises à profit, il est nécessaire d'être équitable de part et d'autre, et de ne point se roidir de la part de la République sur des principes qui tendent à donner une atteinte des plus sensibles à la souveraineté de S. M.

La proposition que l'on faisoit dans ce dernier mémoire de M. Van Haren ne pouvoit certainement pas s'accorder avec ces bonnes intentions, car il saute aux yeux que si le Gouvernement acceptoit de pareilles conditions d'ailleurs si impérieusement prescrites, c'eut été la même chose que s'il souscrivoit à l'anéantissement de l'autorité souveraine de S. M. dans les places fortes de la Barrière, puisqu'on auroit toujours pu en inférer que la République auroit consenti à laisser juger les deux prisonniers par le juge ordinaire, non pas parcequ'elle n'avoit point de juridiction sur eux, mais par la raison qu'elle auroit bien voulu se prêter à une complaisance en considération des conditions que le Gouvernement gnral lui auroit accordées en échange.

Pour éviter une conséquence si opposée aux droits de l'Impératrice Reine, le Serme Duc Gouverneur crut devoir se borner à la faire sentir amiablement aux Etats gnaux par un mémoire du 20 de mars dernier, et à insister simplement à ce que Gobert et sa femme fussent remis au Magistrat de Namur à l'effet d'être châtiés comme il appartiendroit s'ils étoient trouvés coupables. Mais, quelque juste qu'étoit cette demande, le passé ne permettoit guères que le Gouvernement put se flatter qu'elle produisit l'effet désiré.

On ne se trompa point et l'on reçut bientôt avis de Namur que tout au contraire l'Etat-major de la garnison hollandoise y avoit recommencé les procédures contre ces prisonniers, sur cet avis S. A. R. fit d'abord requérir M. le Député Van Haren, par un mémoire, d'écrire sans délai à l'officier gnal qui commande à Namur afin qu'il suspendit toute poursuite ultérieure à cet égard, et nommément l'application à la torture dont on informoit que les prisonniers étoient menacés; mais M. Van Haren s'excusa de déférer à cette demande en témoignant à celui qui lui avoit porté le mémoire qu'une pareille démarche seroit contraire aux ordres qu'il avoit reçus de ses maîtres, qui entendoient que les procédures contre les mêmes prisonniers fussent poursuivis par l'Etat-major des troupes de la République. En effet il résulta clairement de la réponse que M. Van Haren fit ensuite par écrit à cette réquisition, que les États gnaux prétendent assurer à leurs garnisons par des violences aussi insoutenables qu'indécentes, une jurisdiction ou plutôt un despotisme sur les biens, l'honneur et la vie des sujets de l'Impératrice et Reine dans les places de la Barrière.

Ceux de l'État-major de Namur exécutèrent les ordres de leurs maîtres d'une manière bien outrageante. Le bourgeois Gobert, sujet de S. M., réclamé par le Serme Duc son beau-frère, a déjà été traité beaucoup plus rigoureusement par eux qu'il ne devoit l'être, quand même le prétendu crime dont-on l'accusoit seroit avéré, selon le propre cartel s'il subsistoit encore. Ils le firent mettre à la torture par le bourreau de Mastricht qu'ils firent venir expressément à Namur pour cette exécution, et qui répéta

ce tourment sur ce pauvre malheureux jusques à quatre degrés de question; non contens de cela, ils le firent fustiger encore cruellement dans la prison, et il est fort apparent, selon les informations que l'on a reçues, que la femme auroit subi le même sort, si elle n'avoit été que fort peu convalescente d'une maladie mortelle.

8. — CANONIER DÉSERTÉ DE LA GARNISON DE TOURNAIJ ENLEVÉ PAR FORCE D'UN CABARET SITUÉ HORS DE CETTE VILLE [1].

Un canonnier déserteur a été saisi par l'autorité hollandaise sur le territoire impérial aux environs de Tournai. — Le Gouvernement n'a plus cru devoir s'adresser aux États-Généraux, puisque ceux-ci ne tiennent aucun compte de ses réclamations. — Résumé des griefs. — Lacération, par ordre du prince de Hesse-Philipstahl, d'une ordonnance de l'Impératrice concernant les poids et balances des orfèvres.

On eut presque en même tems une autre preuve des principes violents que les Etats gñaux voudroient introduire à cet égard. Un canonier de la garnison de Tournaij en étant déserté, et s'étant rendu dans un cabaret [2] situé hors de la banlieue de cette ville, en fut enlevé de vive force par un capitaine accompagné de quelques bas-officiers ou soldats, malgré les représentations du cabaretier qui fit remarquer au capitaine que ce canonier devoit jouir d'un azile assuré sur les terres de la domination de l'Impératrice-Reine.

Un procédé aussi audacieux non seulement hors de l'enceinte, mais aussi hors de la banlieue de la ville de Tournaij ne peut être regardé que pour une violation de

[1] Voir sur cette affaire : *Lettre du Conseiller Procureur General du Bailliage de Tournay au Marquis de Botta Adorno, en date du 13e de mars 1751, pour l'informer qu'un canonier de la garnison hollandoise de Tournay, déserteur, s'étant réfugié dans une maison hors de la banlieue, en avoit été enlevé par quelques bas-officiers de la même garnison.* (Archives de la Chancellerie de Pays-Bas à Vienne, $\frac{D.\ 34}{18}$: ad H.) — *Lettre du 18e de mars 1751 par laquelle le Marquis de Botta Adorno ordonne au Conseiller Procureur Général du Bailliage de Tournay de prendre des informations en règle sur les circonstances de l'enlèvement d'un canonier qui avoit déserté de la garnison hollandoise de Tournay, exécuté par des bas-officiers de la même garnison.* (Ibid , $\frac{D.\ 34}{19}$: ad H.) — *Informations que le Conseiller Procureur Général du Baillage de Tournay a prises au sujet de la violence que la garnison hollandoise de Tournai venoient* (sic) *de commettre en faisant enlever d'un cabaret situé hors de la banlieue un canonier déserteur de la même garnison qui s'y étoit réfugié.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{20}$: ad H) — *Projet d'un Mémoire que le Serme Duc Gouverneur s'étoit proposé de faire remettre au Député des États-Gñaux des Provinces-Unies Van Haren, pour se plaindre de la nouvelle violence que la garnison de Tournay venoit de commettre* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{21}$: ad H.) — *Rapport du Prince Charles de Lorraine à S. M. l'Impératrice et Reine, en date du 31e de mars 1751, l'informant d'une nouvelle violence que la garnison hollandoise de Tournay a commise.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{17}$: ad H.) — *Très humble consulte du Conseil des Païs-Bas à Vienne sur la relation du Serme Duc Gouverneur du 31e de mars dernier.* (Ibid., $\frac{D.\ 34}{16}$: ad H.)

[2] « A l'auberge dite le Grand Conseil d'Hainau, située sur le chemin de Tournaij à Leuze, jurisdiction de ce siége roïal. »



territoire des plus qualifiées, et qui même n'auroit pas été permise dans le tems qu'il subsistoit un cartel entre les deux Etats.

Cependant le Gouvernement gnal a cru devoir ne plus porter de nouvelles plaintes là dessus aux Etats gnaux [1], puisqu'il doit regarder toutes plaintes à l'avenir pour inutiles, après la conduite étrange et insoutenable que tiennent continuellement les garnisons de la Barrière encouragées par l'impunité de leurs entreprises [2].

Ce fidèle exposé de tant d'attentats et de violences multipliées pour ainsi dire à l'infini en moins de deux ans, suffira pour donner une idée de la conduite de la République aux Paijs-Bas et de la patience que l'on a eue de la part de S. M. l'Impératrice-Reine de l'endurer jusques à présent, et tandis qu'au lieu de reconnoître les extremes ménagemens que le Gouvernement général a eus constamment dans tous ces cas pour engager les Etats gnaux à s'entendre enfin à l'amiable là dessus en bons alliés et voisins, on n'a cessé de leur part de redoubler attentat sur attentat [3], sans que dans une seule rencontre la douceur et les attentions, même outrées, du Gouvernement eussent pu les porter à entendre raison; au contraire leurs prétentions se sont accruës de jour en jour et, entre autres, semblent n'aller à rien moins qu'à vouloir partager la souveraineté de S. M. dans les places de la Barrière.

Enfin, on ne sauroit se rappeler qu'avec étonnement des procédés aussi extraordinaires et presque incroyables de la part d'une République alliée. En effet, on ne s'est point contenté de s'emparer à main armée de terrains dont l'Impératrice et Reine a droit de rester encore en possession, comme elle l'étoit depuis longues années; on s'est encore porté à l'enlèvement violent et à la vente des batteaux des sujets de S. M. au poldre de Doel. Les attentats et scandales commis par le Commandant et l'Etat-major de Tournaij tant contre l'Eglise cathédrale et le culte de la Religion, que contre l'autorité souveraine de S. M. et la jurisdiction de ses Magistrats; la prétention insoutenable des Etats gnaux d'attribuer à leurs Commandants dans les places de la Barrière

[1] Le dossier contient un projet de mémoire, qui ne fut pas envoyé. Il y était dit : « C'est avec beaucoup de regret que S. A. R. se voit dans la nécessité de devoir porter cette nouvelle plainte à Leurs Hautes Puissances, puisqu'Elle regarde comme une circonstance très fâcheuse pour le maintien de la bonne harmonie la conduite étrange et insoutenable que tiennent continuellement les garnisons de la Barrière, encouragées par l'impunité de leurs entreprises..... S. A. R., après toutes les représentations qu'Elle a faites jusqu'ici, avec plus de justice que de succès, contre les entreprises et les vexations des garnisons de la Barrière, verroit avec plaisir que LL. HH. PP. voulussent une bonne fois lui déclarer leurs sentimens sur tous ces procédés, afin que de ce côté ci l'on sache à quoy s'en tenir et que l'on puisse s'arranger en conséquence, la dignité de S. M. et la tranquillité de ses sujets exigent également que l'on sorte enfin de l'état d'incertitude dans lequel l'on se trouve ici sur ces objets. »

[2] « Venant de recevoir une lettre du Duc de Silva Tarouca, par laquelle il me marque qu'on est occupé à Vienne à ramasser en un volume toutes nos plaintes et griefs contre les Hollandois, j'ai cru qu'il convenoit de suspendre la remise de ce nouveau mémoire. » (*Dépêche* de Charles de Lorraine, du 31 mars 1751.)

[3] « Si l'on refléchit sur l'enchainement d'attentats et de violences qui se sont suivis impunement en moins de deux ans, de la part des Hollandois, notamment dans les places de la Barrière, l'on ne sauroit douter qu'ils n'agissent par l'instigation même des Etats-Generaux, dont la conduite et les autres entreprises confirment d'ailleurs suffisamment cette idée. » (*Consulte* du Conseil des Pays-Bas à Vienne, du 13 avril 1751.)



une jurisdiction absolue sur les sujets de l'Impératrice et Reine dans tous les cas auxquels ils trouveroient à propos de prêter le nom de délits militaires; la manière indécente et extraordinaire dont ils ont soutenu et soutiennent encore cette prétention même par des voyes de fait, sans aucun égard ni la moindre attention aux plaintes continuelles du Gouvernement général de S. M. aux Pays-Bas, tout cela prouve de reste que la complaisance et la modération de notre part ont été entièrement inutiles, et que l'on aura peut-être sujet de regretter de les avoir poussées si loin; cela est même d'autant plus à craindre que l'on vient d'apprendre encore que le Commandant du Sas de Gand s'est avisé tout récemment de s'emparer de l'écluse du poldre de Keiremelck, terre de S. M., et d'y établir une garde militaire; que d'un autre côté, un capitaine commandant la grand'garde à Tournaij venoit d'arracher un placcart, concernant les poids et les balances des orfèvres, affiché par ordre du Gouvernement dans l'endroit ordinaire du côté de cette grand'garde, et que l'huissier du Bailliage qui l'avoit affiché, aïant demandé au Capitaine la raison d'un tel procédé, celui-ci le fit retenir aux arrêts dans le corps de garde. Le Procureur du Bailliage en a fait des plaintes au Prince de Hesse Philippstahl, gouverneur de la place; mais celui-ci répondit tout net qu'il en avoit donné l'ordre, et qu'il ne prétendoit pas qu'on publiât ou affichât la moindre chose à Tournaij sans sa permission.

L'on n'est pas encore informé des autres circonstances de ces deux entreprises, mais ce que l'on vient d'en dire fait déjà assez connoître qu'elles sont de même nature que toutes celles déduites ci-dessus, et qu'elles blessent grièvement les droits souverains de l'Impératrice-Reine, au point que, si la République n'y met pas une bonne fois ordre d'une manière convenable, S. M. sera forcée à prendre les mesures que le soutien de son autorité souveraine, la dignité de son royal service, et la protection de ses fidèles sujets rendront à la fin indispensables [1].

[1] « Il seroit indécent que je leur adressasse (aux États Généraux) de nouvelles plaintes de cette insolence, à laquelle le Gouverneur de Tournaij ne peut s'être porté que par leurs ordres.

» On ne peut plus douter un moment qu'Ils n'ayent pris leur parti, et qu'Ils ne se soient fait un sistème de pousser le Gouvernement à bout, à force de violences et d'insultes. Je pense ne pas me tromper sur le motif secret qui les fait agir : par les réponses que Votre Majesté a fait donner aux Memoires que l'on a présenté de leur part au sujet du subside de la Barrière, on a poussé les Etats Generaux au point de ne savoir plus quoy repondre, puisque l'on les a mis dans le cas de ne pouvoir plus repeter ce subside qu'après avoir rempli de leur coté les engagemens où ils sont entrés par le même traité en vertu duquel ils exigent le subside.

» Comme donc je les crois fort éloignés de vouloir remplir ces engagemens, que d'un autre côté ils ne savent ou trouver un prétexte, du moins apparent, pour colorer leur refus à cet égard, et qu'ils savent cependant qu'on ne recommencera de notre côté le paiement du subside qu'à mesure qu'ils nous rendront justice sur nos prétentions, et à proportion de nos forces, Ils ont imaginé sans doute un autre moijen de se tirer d'affaire, qui est de nous obliger par tous les insultants procédés de leurs garnisons à achetter le repos et la tranquillité en leur païant de nouveau le subside de la Barrière; mais, si tel est leur dessein, comme l'on ne peut quasi plus en douter, ils ne se borneront point au subside, la voie de fait serait trop commode pour eux, pour ne point l'emploier à nous arracher tout ce qui seroit de leur convenance, nouveau cartel, règlement des limites, commerce, tout devroit être sacrifié.

» C'est à Votre Sacrée Majesté à juger s'il seroit de la dignité de son service, s'il conviendroit à ses intérêts et au bien être de ses sujets de ne point arrêter un pareil sistème dans sa naissance même. » (*Relation* du Prince Charles de Lorraine à l'Impératrice, 28 avril 1751.)



TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE III.

LES ABUS EN MATIÈRE DE POLICE.



CHAPITRE IV.

LES CONTESTATIONS AU SUJET DES TAXES.

CHAPITRE V.

LE LOGEMENT DES GARNISONS.

CHAPITRE VI.

LE RÉGIME DES FORTIFICATIONS.



CHAPITRE VII.

LES CONTESTATIONS AU SUJET DE LA CHASSE ET DE LA PÊCHE.

CHAPITRE VIII.

LES GARNISONS DE LA BARRIÈRE ET LES CORPS DE MÉTIERS.



CHAPITRE IX.

LES DETTES CONTRACTÉES PAR LES MILITAIRES HOLLANDAIS.

CHAPITRE X.

LES VIOLENCES COMMISES SUR LES HABITANTS DES PAYS-BAS PAR LES GARNISONS DE LA BARRIÈRE.



CHAPITRE XI.

LES ESSAIS D'ACCOMMODEMENT.

PIÈCES JUSTIFICATIVES.

I.

Le mémoire fourni par M. de Keerle sur la conduite des gouverneurs et garnisons de la Barrière.

---

1. Touchant la religion.





4. Inondations.









8. Canonier déserté de la garnison de Tournaij, enlevé par force d'un cabaret situé hors de la banlieue de cette ville.

ERRATA ET ADDENDA

Page 3, ligne 9, au lieu de : *il se compose de,* lisez : *il comprend.*

Page 21, après la ligne 25, ajouter : *Kerkelijk Placaatboek, behelzende de Plakaaten, ordonnantien, ende resolutien, over de Kerkelijke zaken byeengebragt* door NICOLAAS WILTENS, bedienaar des H. Evangeliums te Amsterdam. (La Haye, 1722-1807, 5 vol. in-4°.)

Page 22, après la ligne 21, ajouter : SCHOELL, *Histoire abrégée des traités de paix entre les puissances de l'Europe depuis la paix de Westphalie.* (Paris, 1817-1818, 15 vol. in-8°.)

Page 23, après la ligne 2, ajouter : BRIALMONT, *Considérations politiques et militaires sur la Belgique.* (Bruxelles, 1851, 3 vol. in-8°.)

Page 23, après la ligne 20, ajouter : C. RAHLENBECK, *La Belgique et les garnisons de la Barrière.* (Verviers, 1882; in-18°.)

Page 23, après la ligne 24, ajouter : A. WADDINGTON, *La République des Provinces-Unies, la France et les Pays-Bas espagnols de 1630 à 1650.* (Paris, 1896, in-8°.)

Page 24, après la ligne 5, ajouter : A. DELESCLUSE, *Les archives de Vienne et l'histoire des gouvernements de Königsegg et de Prié.* (BULLETIN DE LA COMMISSION ROYALE D'HISTOIRE, 5e sér., VII.)

Page 24, après la ligne 11, ajouter :

J. LAENEN, *Le ministère de Botta-Adorno dans les Pays-Bas autrichiens pendant le règne de Marie-Thérèse* (1749-1753). (Anvers, 1901, in-8°.)
Gedenkschriften van Gisbert Jan Van Hardenbroeck. (Amsterdam, 1901, in-8°.)
Chroniques de Termonde publiées par A. BLOMME. (Termonde, 1902, in-8°.)
R. DOLLOT, *Les origines de la neutralité de la Belgique et le système de la Barrière* (1609-1830). (Paris, 1902, in-8°.)
M. HUISMAN, *La Belgique commerciale sous l'empereur Charles VI. La Compagnie d'Ostende.* (Bruxelles, 1902, in-8°.)

Page 26, après la note 1, ajouter : Voir DOLLOT, *Les origines de la neutralité de la Belgique*, 242-244.

Page 27, après la note 1, ajouter : Voir DOLLOT, 327-336.

Page 28, après la note 1, ajouter : Voir DOLLOT, 344-353.

Page 29, après la note 2 de la page 28, ajouter : Voir DOLLOT, 365-374.

Ibidem, après la note 2, ajouter : Voir DOLLOT, 374.

Page 30, après la note 1, ajouter : Voir DOLLOT, 374-382.



Page 31, note 1, ajouter :

« Le système de la Barrière, ainsi conçu, était loin de répondre à son but; les places fortes comprises dans le traité n'avaient entre elles aucune liaison, et n'opposaient, à l'exception de Namur, aucun obstacle à la marche d'une armée française.

Cette circonstance, et le peu de soin que les Hollandais mirent à l'entretien et à l'approvisionnement de ces places, expliquent la facilité avec laquelle le Maréchal de Saxe s'en empara dans les campagnes de 1745 à 1748. La citadelle de Namur, par exemple, qui avait tenu autrefois en échec pendant un mois l'armée de Louis XIV, ne résista qu'une semaine. Les Hollandais, d'ailleurs, ne se défendirent pas mieux dans leur propre pays, et cela s'explique par le délabrement où ils avaient laissé tomber leur état militaire, négligence coupable dont ils furent durement châtiés.

Cette expérience décisive fit tomber le système de la Barrière dans un tel discrédit, que les Hollandais jugèrent inutile de faire aucun effort pour la relever.

D'autre part, ce système plaçait l'Autriche dans une condition dépendante des Etats-Généraux, et il assujettissait la Belgique à une nation jalouse qui devait tôt ou tard l'anéantir ou l'absorber complètement. Enfin, il établissait en faveur de la Hollande un droit de garnison que l'on pouvait regarder à juste titre comme une infraction au droit des gens. » (BRIALMONT, *Considérations politiques et militaires sur la Belgique*, I, 154.)

Page 32, note 1, ajouter : Voir A. DELESCLUSE, *Les archives de Vienne et l'histoire des gouvernements de Königsegg et de Prié*. (BULLETIN DE LA COMMISSION ROYALE D'HISTOIRE, 5e série, VII, 511-537.)

Page 41, note 4, ajouter : A Namur, dès 1715, l'État-major hollandais s'est emparé du cimetière de l'hôpital : « lequel ils ont profanez, ayant enterré de force un corp mort de leur Religion, sans prendre aucunne égard aux fortes représentations faittes par ledit seigneur Evecque et son vicariat. » (Représentation adressée au Ministre plénipotentiaire par le Magistrat de Namur, le 31 août 1715. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXVII, fos 263-282.)

Page 42, note 2, ajouter : Voir ENSCHEDÉ, *La Réforme à Lille durant l'occupation des Alliés*, 1708-1713. (BULLETIN DE LA COMMISSION DE L'HISTOIRE DES ÉGLISES WALLONNES, V, 1-18.)

Page 61, note 3, ligne 10, au lieu de 1734, lisez : 1736.

Ibidem, ligne 12, ajouter : Voir aussi WILTENS, *Kerkelijk Placaatboek*, III, 503-505.

Page 64, note 4, ajouter : Le 31 mars 1724, les États-Généraux des Provinces-Unies votent un subside de 1500 florins à un groupe de catholiques suisses qui viennent de passer au protestantisme, et ont dû émigrer dans les États du duc de Wurtemberg. (WILTENS, *Kerkelijk Placaatboek*, II, 466.)

Page 65, note 4, ajouter :

Le 17 juillet 1748 et le 31 octobre 1749, les États-Généraux mettent à la disposition du ministre desservant l'église wallonne du Sas-de-Gand, chaque fois, la somme de 200 florins, pour être distribuée aux protestants des églises sous la Croix. (WILTENS, *Kerkelijk Placaatboek*, IV, 358.)

Le 15 janvier 1751, un subside de 150 florins est accordé au Consistoire de Tournai pour achat de livres de piété. (Ibidem, IV, 339.)

Page 66, note 1, ajouter :

Le 8 février 1724, les députés de la province de Zélande exposent aux États-Généraux que Pierre Kronenburg, prédicateur sous la Croix, attaché à la communauté de Maria-Hoorebeke, a été expulsé par le Magistrat local, sur l'ordre de l'Officialité de Malines.

Les États-Généraux prescrivent au Commandant militaire du Sas-de-Gand de mander chez lui quelques catholiques notables; il leur exposera l'affaire, et les engagera à intervenir auprès du gouvernement de Bruxelles afin qu'on cesse de molester Kronenburg. Il aura soin de leur faire remarquer que le gouvernement des Provinces-Unies use d'une tolérance très large à l'égard des catholiques. (WILTENS, *Kerkelijk Placaatboek*, II, 480-481.)



Page 74, note 1, ajouter : Voir aussi WILTENS, *Kerkelijk Placaatboek*, IV, 513-515.

Page 78, note 1, ajouter : Quelques années auparavant, une difficulté du même genre s'était présentée à Namur. Voir la plainte adressée au Conseil privé, le 19 mai 1764, par l'écolâtre Rensonnet, à charge d'un canonnier hollandais, nommé Zyben, « qui tient une école publique dans laquelle il enseigne une doctrine perverse et hérétique ». Il résulte de l'enquête que l'école est excellente, que de nombreux parents catholiques désirent son maintien parce qu'on y enseigne le flamand, et que le comte de Berlo, évêque du diocèse, a autorisé Zyben à continuer ses leçons, moyennant la promesse formelle qu'il ne parlerait pas de religion à ses élèves. (Archives du Royaume à Bruxelles. Conseil privé, cart. 1086.)

Page 87, note 3, ajouter : Dans une lettre adressée au comte de Königsegg, le 29 novembre 1714, Ruth d'Ans proteste de son désintéressement : « Je n'ai jamais demandé le décanat de Tournai. Ce fut le bon témoignage que feu M. Lebrun, dernier doyen de Tournay, rendit de moi à mon insu, la veille ou l'avant-veille de sa mort, que plusieurs chanoines, gens de bien et du pays, prirent la résolution d'écrire à La Haye et de me demander pour doyen... » (Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DCXXXIII, f°s 157-158.)

Page 141, note 1, ajouter : En 1732, une difficulté analogue mit aux prises les autorités militaires de Luxembourg avec les Récollets de cette ville et le Vicaire-général du diocèse de Trèves. (Voir le rapport de l'Archiduchesse Marie-Élisabeth à l'Empereur. Archives du Royaume à Bruxelles. Secrétairerie d'État et de guerre, registre DLXXXVII, f°s 90-103.)

Pages 166-167 : « pendant les dernières campagnes, le rôle des garnisons de la Barrière n'avait été rien moins que glorieux », ajouter :

Voir au sujet de la part prise par les troupes de la République à la guerre de la succession d'Autriche les *Gedenkschriften van G. J. van Hardenbroeck*, cet écrivain, Hollandais lui-même, résume la campagne en ces termes : « Meenen miserabel, Mons, Namen slegt, Sluys zeer qualijk en Charleroi ellendig gedefendeert » (p. 20).

Page 220, note 1, ajouter : Voir aussi Secrétairerie d'État et de guerre, *Billets de Neny*, IX, f°s 184-192.

Page 227, ligne 2, au lieu de : *ne daigne pas de répondre*, lire : *ne daigne pas répondre*.

Page 263, note 1, au lieu de *Page 132*, lisez : *Page 107*.

Ibidem, note 2, au lieu de *Page 128*, lisez : *Page 104*.

Page 263, après la ligne 25, ajouter :

Poutrain (p. 501) cite à l'honneur des Hollandais quelques faits intéressants; nous les reproduisons à titre de curiosité, sans y attacher toutefois grande créance, car nous n'en avons trouvé aucune trace ni dans les archives de Tournai, ni dans celles de La Haye. D'autre part, si ces faits étaient réels, les États-Généraux n'auraient pas manqué de s'en prévaloir au cours de leurs discussions avec le gouvernement de Bruxelles.

« Les États-Généraux n'eurent pas moins d'attention à faire observer aux troupes une exacte discipline, par rapport à la police de la ville, et ils donnèrent un exemple bien remarquable de leur justice à cet égard en la personne du gouverneur de la ville avant M. de Paland, et de celui de la citadelle, pour quelques versemens d'eau de vie, qu'ils avoient permis au préjudice de la ferme; celui-ci fut destitué, et le premier, moins coupable apparemment, en fut quitte pour la privation de deux quartiers de ses apointements, que les États-Généraux firent retenir et distribuer aux pauvres des paroisses.

» Un Aide major du régiment du Prince d'Orange n'en eut pas si bon marché. Les États-Généraux le condamnèrent à passer par les armes, pour avoir percé de son épée un bourgeois dans un démêlé d'officiers de la garnison et d'habitans de la ville, à l'occasion de quelque grisette dans un cabaret du fauxbourg de St Martin, et le jugement fut exécuté sur l'Esplanade.

» Un soldat fut pendu pour avoir enlevé un pain dans la boutique d'un boulanger à St Brixe.



» Les États-Généraux firent régner l'ordre et la justice en tout ce qui regardoit le gouvernement civil, autant qu'on eut pu le désirer de la puissance la plus régulière et la plus sage. »

Mais notre auteur se contredit plus ou moins à la page suivante :

« La plupart (des soldats) étoient gens de métier, ou d'industrie, que le gain, joint à la solde, qui étoit grosse, engageoit dans la crapule; de sorte qu'étant souvent yvres, ils insultoient les bourgeois sur la rue, et jusques chez eux. Le chatiment ordinaire étoit les verges, qu'ils passoient entre deux longues files de soldats, chacun une baguette à la main, sous la vüe des adjudans, qui n'épargnoient pas ceux qui ménageoient leurs coups; mais quoiqu'ils n'en sortissent que le dos déchiré et ensanglanté, l'accoutumance et l'exemple les avoit endurcis à la douleur de cette opération, et c'étoit un frein trop faible pour les contenir parfaitement dans le devoir. »

INDEX ALPHABÉTIQUE

C



F

G

H

M

Q

R

S

T

W

Y

Z

SUR

LES FONCTIONS D'ORDRE SUPÉRIEUR

DE

KINKELIN

PAR

J. BEAUPAIN

INGÉNIEUR PRINCIPAL AU CORPS DES MINES
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES.

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 6 mai 1902.)

AVANT-PROPOS

Dans les *Archives de Grunert*, tome XXII, Kinkelin s'est proposé de déterminer la forme générale de certaines fonctions qui possèdent un théorème de multiplication, exprimée par la relation suivante :

$$f(x) + f\left(x + \frac{1}{n}\right) + f\left(x + \frac{2}{n}\right) + \cdots + f\left(x + \frac{n-1}{n}\right)$$
$$= n\varphi(n) + n\psi(n)f(nx) + n^2\psi'(n)x + n^3\psi''(n)x^2 + \cdots + n^{\mu+1}\psi^{(\mu)}(n)x^{\mu}.$$

Il établit que la fonction

$$f(x) = a - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{\mu-1})\,B_{\mu-1}(x)$$
$$- \mu a_{\mu} \log^{(\mu-1)}\Gamma(x) + a_{\mu-1}B_{\mu-2}(x) + a_{\mu-2}B_{\mu-3}(x) + \cdots + a_1(x-1)$$

satisfait à cette équation, si $B_{\lambda}(x)$ désigne un polynôme de Bernoulli, et $\log^{(\mu-1)}\Gamma(x)$ une transcendante qui jouit de la propriété exprimée par l'égalité

$$\log^{(\mu-1)}\Gamma(x+1) = x^{\mu-1}\log x + \log^{(\mu-1)}\Gamma(x).$$

En outre, pour des valeurs entières de x, on a

$$\log^{(\mu-1)}\Gamma(x) = 1^{\mu-1}\log 1 + 2^{\mu-1}\log 2 + 3^{\mu-1}\log 3 + \cdots + (x-1)^{\mu-1}\log(x-1).$$

Dans le tome LVII du *Journal de Crelle* (*), Kinkelin étudia spécialement la fonction $\log^{(1)}\Gamma(x)$, qu'il désigne par $G(x)$. L'intégrale de Raabe,

$$\int_0^1 \log\Gamma(x+t)\,dt = x\log x - x + \frac{1}{2}\log 2\pi,$$

est son point de départ.

Si l'on pose

$$\int_0^x \log\Gamma(t)\,dt = F(x),$$

on a

$$F(x+1) - F(x) = x\log x - x + \frac{1}{2}\log 2\pi.$$

Dans cette équation, qui subsiste pour toutes les valeurs positives de x, faisons successivement $x = 1, 2, 3, \ldots x\text{-}1$, et ajoutons les résultats de ces substitutions :

$$F(x) - F(1) = \sum_1^{x-1} x\log x - \frac{x(x-1)}{2} + \frac{1}{2}(x-1)\log 2\pi,$$

ou

$$\sum_1^{x-1} x\log x = F(x) + \frac{x(x-1)}{2} - \frac{x}{2}\log 2\pi.$$

Si nous désignons par $G(x)$ le premier membre de cette égalité, cette fonction sera définie par la relation

$$G(x) = \int_0^x \log\Gamma(t)\,dt + \frac{x(x-1)}{2} - \frac{x}{2}\log 2\pi.$$

Kinkelin ne paraît pas s'être préoccupé de trouver pour $\log G(x)$ un développement analogue à celui de Stirling, ni d'étudier les propriétés des

(*) KINKELIN, *Ueber eine mit der Gammafunction verwandte Transcendente und deren Anwendung auf die Integralrechnung.* (JOURNAL DE CRELLE, t. LVII.)

fonctions d'ordre supérieur. Il s'est borné à justifier l'introduction de cette transcendante dans l'analyse par d'intéressantes applications au calcul de certaines intégrales définies.

Dans deux mémoires, insérés dans *The Quarterly Journal* (*), M. Glaisher s'est surtout occupé, comme le titre de ses publications l'indique, de produits infinis et de séries ne contenant que des nombres premiers. Son point de départ est une formule, qui est due à M. Rogel et qui a paru dans le tome LV du journal *The Educational Times*. Cette formule, sous forme d'un produit infini, est déduite directement de la série trigonométrique de Kummer (**).

M. Glaisher traite avec une grande habileté, mais non sans une certaine témérité, ce produit infini qui n'est pas absolument convergent, et il en tire des conséquences extrêmement intéressantes. Il rattache certains résultats à une constante A, qu'il a définie antérieurement dans le journal *The Messenger*, tomes XXII et XXIV, par la formule approchée

$$1^1 2^2 3^3 \ldots n^n = A n^{\frac{n(n+1)}{2}+\frac{1}{12}} e^{-\frac{n^2}{4}}.$$

Kinkelin (***) a trouvé

$$1^1 2^2 3^3 \ldots n^n = \sqrt{\varpi}\, n^{\frac{n(n+1)}{2}+\frac{1}{12}} e^{-\frac{n^2}{4}+\frac{1}{12}}.$$

Entre les constantes A et ϖ, il existe donc la relation

$$\frac{1}{2}\log\varpi = A + \frac{1}{12}\cdot$$

(*) J. W. L. Glaisher, *Products and series involving prime numbers only*. (The Quarterly Journal, tomes XXVII et XXVIII, années 1895 et 1896.)

(**) Kummer, *Beitrag zur Theorie der Function* $\Gamma(x)$. (Journal de Crelle, t. XXXV.)

(***) *Loc. cit.*



Poursuivant son étude, le savant géomètre anglais est amené à considérer la fonction

$$ilg_1(x) = \int_0^x \log \Gamma(\mu)\, d\mu,$$

qu'il appelle le logarithme intégral de Γ.

L'intégrale deuxième, troisième, ... n^{me} de $\log \Gamma(x)$ conduit aux fonctions $ilg_2(x)$, $ilg_3(x)$, ... $ilg_n(x)$, c'est-à-dire à l'intégrale n^{uple} de $\log \Gamma(x)$,

$$ilg_n(x) = \int_0^x \int_0^\mu \cdots \int_0^\mu \log \Gamma(\mu)\,(d\mu)^n.$$

Le développement de ces fonctions en série se déduit de celui de $\log \Gamma(x)$, et l'auteur exprime les valeurs des constantes A_1, A_2, A_3 et A_4 par des séries, procédant suivant les sommes des puissances des inverses des nombres naturels. Au moyen de ces fonctions, il trouve la somme de certaines séries et la valeur d'un grand nombre de produits infinis remarquables. Chemin faisant, il donne plusieurs propriétés de ces fonctions pour des indices simples et établit, sans aborder le cas général, la formule de multiplication de l'argument pour les transcendantes $ilg_1(x)$, $ilg_2(x)$, $ilg_3(x)$ par des intégrations successives de la formule

$$\Gamma(x)\,\Gamma\left(x+\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(x+\frac{2}{n}\right)\cdots\Gamma\left(x+\frac{n-1}{n}\right) = \Gamma(nx)\, n^{-nx+\frac{1}{2}}\,(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}.$$

Il en arrive à considérer le produit infini,

$$1^{1^n} 2^{2^n} 3^{3^n} \cdots x^{x^n},$$

dont il cherche la valeur asymptotique, x étant supposé un nombre entier très grand.

A cet effet, il fait usage de la formule sommatoire

$$\sum_{x=1}^{x=x} U_x = C + \int U_x d_x - \frac{1}{2} U_x + \frac{B_1}{1.2}\frac{dU_x}{du} - \frac{B_3}{1.2.3.4}\frac{d^3U_x}{dx^3} + \cdots,$$

B_1, B_3, B_5, ... étant les nombres bernoulliens.



Cette formule, généralement attribuée à Euler, serait due à Mac-Laurin, d'après Malmsten (*).

Dans son traité de calcul différentiel, l'immortel Euler déduit de cette formule la série de Stirling. Appelant S la somme $\log 1 + \log 2 + \log 3 + \ldots + \log k$, le grand géomètre trouve

$$S = k \log k + \frac{1}{2} \log 2\pi k - k + \frac{B_1}{1.2} \frac{1}{k} - \frac{B_3}{3.4} \frac{1}{k^3} + \frac{B_5}{5.6} \frac{1}{k^5} - \cdots$$

Legendre (**) s'est borné à reproduire l'analyse d'Euler. Par le même procédé, M. Glaisher trouve, selon que λ est impair ou pair, les deux développements :

$$1^\lambda \log 1 + 2^\lambda \log 2 + 3^\lambda \log 3 + \cdots + x^\lambda \log x = A_\lambda + f(x, \lambda) \log x + F(x, \lambda)$$

$$+ (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}} 1.2. \ldots \lambda \left[\frac{B_{\lambda+2}}{1.2. \ldots (\lambda + 3)} \frac{1}{x^2} - \frac{B_{\lambda+4}}{4.5.6. \ldots (\lambda + 5)} \frac{1}{x^4} + \frac{B_{\lambda+6}}{6.7.8 \ldots (\lambda + 7)} \frac{1}{x^6} - \cdots \right],$$

$$1^\lambda \log 1 + 2^\lambda \log 2 + 3^\lambda \log 3 + \cdots + x^\lambda \log x = A_\lambda + f(x, \lambda) \log x$$

$$+ F(x, \lambda) + (-1)^{\frac{\lambda}{2}} 1.2. \ldots \lambda \left[\frac{B_{\lambda+1}}{1.2. \ldots (\lambda + 2)} \frac{1}{x} - \frac{B_{\lambda+3}}{3.4. \ldots (\lambda + 4)} \frac{1}{x^3} + \frac{B_{\lambda+5}}{5.6. \ldots (\lambda + 6)} \frac{1}{x^5} - \cdots \right],$$

où

$$f(x, \lambda) = \frac{x^{\lambda+1}}{\lambda + 1} + \frac{1}{2} x^\lambda + \frac{B_1}{1.2} \lambda x^{\lambda-1} - \frac{B_3}{1.2.3.4} C_{\lambda,3} x^{\lambda-3} + \frac{B_5}{1.2.3.4.5.6} C_{\lambda,5} x^{\lambda-5} - \cdots$$

et

$$F(x, \lambda) = -\frac{x^{\lambda+1}}{(\lambda + 1)^2} + \frac{B_1}{1.2} \lambda \left(\frac{1}{\lambda}\right) x^{\lambda-1} - \frac{B_3}{1.2.3.4} C_{\lambda,3} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 1} + \frac{1}{\lambda - 2}\right) x^{\lambda-3}$$

$$+ \frac{B_5}{1.2 \ldots 6} C_{\lambda,5} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 2} + \cdots + \frac{1}{\lambda - 4}\right) x^{\lambda-5} - \cdots.$$

(*) C.-J. Malmsten, *Sur la formule*

$$hU'_x = \Delta U_x - \frac{h}{2} \Delta U'_x + \frac{B_1 h^2}{1.2} \Delta U''_x - \frac{B_3 h^4}{1.2.3.4.} \Delta U^{\text{IV}}_x + \cdots$$

(Journal de Crelle, t. XXXV.)

(**) Legendre, *Exercices de calcul intégral*, t. I, p. 189.

S'il se présente dans ces polynômes un terme indépendant de x, on le conservera dans $f(x, \lambda)$, et non dans $F(x, \lambda)$, où on le suppose contenu dans la constante A_λ.

x étant un nombre entier, le premier membre de ces développements représente la fonction que nous désignerons par $G_\lambda(x+1)$. Mais ils ne subsistent que pour les valeurs entières de x, et il reste encore à les établir pour des valeurs de la variable, fractionnaires ou incommensurables.

Incidemment et dans le dernier chapitre de son remarquable travail, M. Glaisher considère ces fonctions de Kinkelin. A cet effet, pour en trouver la forme, il cherche la valeur du produit infini

$$1^{1^\lambda} 2^{2^\lambda} 3^{3^\lambda} \ldots (x-1)^{(x-1)^\lambda},$$

et il appelle $ga_\lambda(x)$ l'expression de ce produit, en sorte que, si x est un nombre entier,

$$ga_\lambda(x) = 1^{1^\lambda} 2^{2^\lambda} 3^{3^\lambda} \ldots (x-1)^{(x-1)^\lambda}.$$

Cette analyse sommaire du travail de M. Glaisher a été faite à la demande des savants commissaires, MM. de la Vallée Poussin, Deruyts et Mansion, chargés d'examiner mon premier mémoire dont celui-ci n'est d'ailleurs, au fond, que la reproduction. Elle suffit pour montrer que nos résultats dans la théorie des transcendantes supérieures de Kinkelin sont entièrement nouveaux.

Le *Quarterly Journal* ne faisant point partie de la Bibliothèque de l'Université de Liége, j'ai ignoré jusqu'à la fin de l'année 1899 ce travail de l'éminent géomètre anglais. A cette époque, les deux mémoires cités plus haut furent analysés dans le *Bulletin des sciences mathématiques* (*).

(*) *Bulletin des sciences mathématiques*, t. XXIII, année 1899, p. 163.



Dans un pli cacheté envoyé, le 8 décembre 1897, à l'Académie royale de Belgique, j'ai fait un exposé succinct des recherches qui constituent l'objet du présent mémoire. Alors j'étais déjà en possession de la plupart des résultats que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui à la Classe des sciences.

Ce travail a pour objet l'étude des propriétés des fonctions supérieures de Kinkelin que je désignerai par la notation $G_\lambda(x)$. Au début de cette théorie apparaissent des constantes ϖ_λ dont la signification analytique est exprimée par une relation analogue à celle qui est due à Raabe. Ces constantes jouent, par rapport aux transcendantes de Kinkelin, le même rôle que la constante 2π, relativement à $\log\Gamma(x)$. Entre les constantes ϖ_λ et celles de M. Glaisher, il existe les relations suivantes :

$$\frac{1}{2}\log\varpi_{2i} = \log A_{2i}, \quad \frac{1}{2}\log\varpi_{2i-1} = \log A_{2i-1} + (-1)^i\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}\right)\frac{B_{2i-1}}{2i},$$

B_{2i-1} désignant le i^{me} nombre de Bernoulli.

Pour rappeler la signification analytique de ces constantes, j'ai adopté la notation ϖ_λ, ϖ_0 représentant ainsi la quantité 2π.

Je montre ensuite qu'il existe pour la fonction $\log G_\lambda(x)$ une série entièrement analogue à celle de Stirling. Du développement de cette transcendante en série trigonométrique, je déduis les résultats généraux de M. Glaisher et j'y ajoute quelques autres, qui me paraissent particulièrement intéressants.

Dans un dernier chapitre, je dirai quelques mots d'une fonction étudiée par MM. Alexeiewsky et Barnes (*). Elle jouit de la propriété caractéristique de se reproduire multipliée par la fonction Γ, quand l'argument augmente d'une unité. Le mémoire de M. Alexeiewsky, écrit en langue russe et signalé à mon attention en 1896 par l'illustre Hermite, m'a échappé en grande partie. Par une analyse qui me semble bien laborieuse et qui est

(*) Alexeiewsky, *Communications de la Société mathématique de Kharkow*, t. I, année 1889. — Barnes, *The Theory of the G function*. (Quarterly Journal of Mathematics, t. XXXI.)

d'ailleurs entièrement différente de la mienne, le savant russe est conduit à une série semblable à celle de Stirling. Au surplus, cette fonction n'est pas, à proprement parler, une transcendante nouvelle. MM. Alexeiewsky et Barnes n'ont point remarqué qu'elle résulte d'une combinaison des fonctions d'Euler et de Kinkelin. Si l'on désigne respectivement par $\mathcal{G}_1(x)$ et $G_1(x)$ la fonction de M. Alexeiewsky et la fonction du premier ordre de Kinkelin, on a

$$\mathcal{G}_1(x) = \frac{\Gamma(x)^{x-1}}{G_1(x)}.$$

Cette forme rend évidente la propriété caractéristique dont nous venons de parler.

SUR

LES FONCTIONS D'ORDRE SUPÉRIEUR

DE

KINKELIN

CHAPITRE PREMIER.

Des propriétés de la fonction $G_\lambda(a)$.

1. Avant d'aborder l'objet immédiat de ce travail, il est utile de rappeler, pour la facilité du lecteur, les principales propriétés des fonctions bernoulliennes dont nous ferons un fréquent usage au cours de ces recherches.

Nous appellerons $B_{2i+1}(x)$ et $B_{2i+2}(x)$ les deux polynômes de Bernoulli, savoir :

$$B_{2i+1}(x) = \frac{x^{2i+1}}{2i+1} - \frac{1}{2}x^{2i} + \sum_{\mu=1}^{\mu=i} \frac{(-1)^{\mu-1}}{2\mu}\binom{2i}{2\mu-1} B_{2\mu-1} x^{2i-2\mu+1},$$

$$B_{2i+2}(x) = \frac{x^{2i+2}}{2i+2} - \frac{1}{2}x^{2i+1} + \sum_{\mu=1}^{\mu=i} \frac{(-1)^{\mu-1}}{2\mu}\binom{2i+1}{2\mu-1} B_{2\mu-1} x^{2i-2\mu+2}.$$

Ces polynômes de degré $2i+1$ et $2i+2$ se terminent, le premier, par un terme en x, le second, par un terme en x^2. Ils sont développables en série trigonométrique de la manière suivante :

$$B_{2i+1}(x) = (-1)^{i+1}\, 2\, \frac{1.2.3.4\ldots 2i}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+1}},$$

$$B_{2i+2}(x) = (-1)^{i+1} \frac{B_{2i+2}}{2i+2} + (-1)^{i}\, 2\, \frac{1.2.3.4\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+2}}.$$



Ces développements ne subsistent que pour les valeurs de x, comprises entre 0 et 1. A ce sujet, M. Glaisher a fait une ingénieuse remarque dont il se sert plusieurs fois dans son étude. Si l'on désigne par $|x|_0$ la partie positive et fractionnaire de la variable ou la mantisse de x, on a, quelle que soit la valeur de x,

$$B_{2i+1}(|x|_0) = (-1)^{i+1}\, 2\, \frac{1.2.3.4\ldots.2i}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+1}},$$

$$B_{2i+2}(|x|_0) = (-1)^{i+1} \frac{B_{2i+2}}{2i+2} + (-1)^i\, 2\, \frac{1.2.3.4\ldots.(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+2}}.$$

Les principales propriétés dont jouissent les fonctions de Bernoulli sont exprimées par les relations :

$$\begin{aligned} B_{\lambda+1}(x+1) &= x^\lambda + B_{\lambda+1}(x), \\ B_{2i+1}(x) &= -B_{2i+1}(1-x), \\ B_{2i+2}(x) &= B_{2i+2}(1-x), \\ B_{2i+1}(0) &= B_{2i+2}(0) = 0, \end{aligned}$$

$$\int_0^a B_{2i}(x)\,dx = \frac{B_{2i+1}(a) + (-1)^i a B_{2i-1}}{2i},$$

$$\int_0^a B_{2i+1}(x)\,dx = \frac{B_{2i+2}(a)}{2i+1},$$

$$B_{2i+1}(x) + B_{2i+1}\left(x + \frac{1}{n}\right) + \cdots + B_{2i+1}\left(x + \frac{n-1}{n}\right) = \frac{1}{n^{2i}} B_{2i+1}(nx),$$

$$B_{2i+2}(x) + B_{2i+2}\left(x + \frac{1}{n}\right) + \cdots B_{2i+2}\left(x + \frac{n-1}{n}\right) = \frac{1}{n^{2i+1}} B_{2i+2}(nx) + \frac{(-1)^{i+1}}{2i+2} \frac{n^{2i+2}-1}{n^{2i+1}} B_{2i+1}.$$

2. Valeurs de $B_{2i+2}(\frac{1}{2})$, $B_{2i+2}(\frac{1}{3})$, $B_{2i+2}(\frac{1}{4})$, $B_{2i+2}(\frac{1}{6})$.

Ces relations donnent successivement :

$$B_{2i+2}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{(-1)^{i+1}}{2i+2} \frac{2^{2i+2}-1}{2^{2i+1}} B_{2i+1},$$

$$B_{2i+2}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{(-1)^{i+1}}{2(2i+2)} \frac{3^{2i+2}-1}{3^{2i+1}} B_{2i+1},$$

$$B_{2i+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{(-1)^{i+1}}{2(2i+2)} \frac{(2^{2i+1}+1)(2^{2i+2}-1)}{4^{2i+1}} B^{2i+1},$$

$$B_{2i+2}\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{(-1)^{i+1}}{2(2i+2)} \frac{(3^{2i+1}+1)(2^{2i+1}+1)-2}{6^{2i+1}} B_{2i+1}.$$

3. Ceci rappelé, nous désignerons par $G_\lambda(a)$ une fonction qui satisfait à l'équation différentielle

$$(1) \qquad D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = 1 . 2 . 3 . \ldots \lambda \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} \frac{1}{(a+\mu)^2}.$$

De plus, la fonction $G_\lambda(a)$ jouira de la propriété de se reproduire multipliée par a^{a^λ}, quand l'argument augmente d'une unité, en sorte que l'on doit avoir

$$(2) \qquad G_\lambda(a+1) = a^{a^\lambda} G_\lambda(a).$$

Nous supposerons enfin que, pour $a = 0$, la valeur de la fonction est égale à l'unité et que l'on a ainsi

$$(3) \qquad G_\lambda(0) = G_\lambda(1) = G_\lambda(2) = 1.$$

$G_\lambda(a)$ sera la fonction d'ordre λ; $G_1(a)$ est la fonction du premier ordre ou la fonction de Kinkelin. $G_0(a)$ sera simplement la fonction $\Gamma(a)$.

Les relations (1) et (2) ne sont pas contradictoires. Pour s'en assurer, il suffirait de prendre jusqu'à l'ordre $\lambda + 2$ la dérivée logarithmique des deux membres de l'équation (2). Au surplus, la propriété exprimée par la relation (2) résulte immédiatement de l'équation (1). En effet, si l'on change dans celle-ci a en $a + 1$, on a

$$D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a+1) - D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = -\frac{1.2.3\ldots\lambda}{a^2};$$

puis, par l'intégration répétée,

$$\log G_\lambda(a+1) - \log G_\lambda(a) = a^\lambda \log a + P_{\lambda+1}(a),$$

$P_{\lambda+1}(a)$ désignant un polynôme entier du degré $\lambda + 1$.

La propriété exprimée par la relation (2) particularise la transcendante $G_\lambda(a)$; celle-ci appartient ainsi à une classe de fonctions qui satisfont à l'équation différentielle (1) et à la condition suivante :

$$F_\lambda(a+1) = a^{a^\lambda} e^{P_{\lambda+1}(a)} F_\lambda(a).$$



Théorème I. — Si a est un nombre entier, on a, par définition,

$$G_\lambda(a+1) = 1^{1^\lambda} 2^{2^\lambda} 3^{3^\lambda} \ldots a^{a^\lambda}. \tag{4}$$

Théorème II. — Entre $n+1$ fonctions, on a :

$$\left\{\begin{aligned} G_\lambda(na) &= n^{B_{\lambda+1}(na) + \frac{(-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}}{\lambda+1} B_\lambda} \, \varpi_\lambda^{-\frac{n^{\lambda+1}-1}{2}} \prod_{\mu=0}^{\mu=n-1} \left[G_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right)\right]^{n^\lambda}, \quad (\lambda \text{ impair}) \\ G_\lambda(na) &= n^{B_{\lambda+1}(na)} \, \varpi_\lambda^{\frac{n^{\lambda+1}-1}{2}} \prod_{\mu=0}^{\mu=n-1} \left[G_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right)\right]^{n^\lambda}. \quad (\lambda \text{ pair}) \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Démonstration. — Dans l'équation (1), changeons successivement a en $a+\frac{1}{n}$, $a+\frac{2}{n}$, ... $a+\frac{n-1}{n}$, n étant un nombre entier, et ajoutons les résultats de ces substitutions :

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} D^{\lambda+2} \log G_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right) = n^2 D^{\lambda+2} \log G_\lambda(na);$$

d'où, par des intégrations successives,

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right) = \frac{1}{n^\lambda} \log G_\lambda(na) + P_{\lambda+1}(a),$$

$P_{\lambda+1}(a)$ désignant un polynôme entier du degré $\lambda+1$.

Il nous reste à déterminer les constantes d'intégration. A cet effet, changeons dans la relation précédente a en $a+1$, et soustrayons les deux résultats l'un de l'autre ; en vertu de la relation (2), il viendra

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \left(a+\frac{\mu}{n}\right)^\lambda \log\left(a+\frac{\mu}{n}\right) = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \left(a+\frac{\mu}{n}\right)^\lambda \log(na+\mu) + P_{\lambda+1}(a+1) - P_{\lambda+1}(a),$$

ou

$$\frac{\log n}{n^\lambda}\left[(na)^\lambda + (na+1)^\lambda + \cdots + (na+n-1)^\lambda\right] + P_{\lambda+1}(a+1) - P_{\lambda+1}(a) = 0,$$

ou, plus simplement encore,

$$\left[B_{\lambda+1}(na+n) - B_{\lambda+1}(na)\right] \frac{\log n}{n^\lambda} + P_{\lambda+1}(a+1) - P_{\lambda+1}(a) = 0.$$



A cette équation aux différences finies, on satisfait en posant

$$P_{\lambda+1}(a) = -\frac{\log n}{n^\lambda} B_{\lambda+1}(na) + \text{constante}.$$

Représentant cette constante par $\psi(n)$, nous obtenons la relation

$$(6) \qquad \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(a + \frac{\mu}{n}\right) = \frac{1}{n^\lambda} \log G_\lambda(na) - \frac{\log n}{n^\lambda} B_{\lambda+1}(na) + \psi(n).$$

Si $a = \frac{1}{n}$,

$$\psi(n) = \sum_{\mu=1}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(\frac{\mu}{n}\right) = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(\frac{\mu}{n}\right),$$

puisque

$$\log G_\lambda(1) = \log G_\lambda(0) = 0.$$

Pour trouver la valeur de cette constante $\psi(n)$, posons $a = \frac{\upsilon}{mn}$, m étant un nombre entier; l'équation (6) devient

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(\frac{\upsilon + m\mu}{mn}\right) = \frac{1}{n^\lambda} \log G_\lambda\left(\frac{\upsilon}{m}\right) - \frac{\log n}{n^\lambda} B_{\lambda+1}\left(\frac{\upsilon}{m}\right) + \psi(n).$$

Dans cette relation, faisons successivement $\upsilon = 1, 2, 3, \ldots . m$, et ajoutons :

$$\psi(mn) = \frac{1}{n^\lambda} \psi(m) - \frac{\log n}{n^\lambda} \sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=m-1} B_{\lambda+1}\left(\frac{\upsilon}{m}\right) + m\psi(n).$$

Deux cas sont à distinguer, suivant que λ est pair ou impair.

Premier cas. — λ pair. D'après les propriétés des fonctions de Bernoulli rappelées ci-dessus, l'équation précédente peut être écrite

$$\psi(mn) = \frac{1}{n^\lambda} \psi(m) + m\psi(n).$$

Échangeons les lettres m et n :

$$\psi(mn) = \frac{1}{m^\lambda} \psi(n) + n\psi(m);$$

d'où, par comparaison,

$$\frac{\psi(m)}{n^\lambda} + m\psi(n) = \frac{\psi(n)}{m^\lambda} + n\psi(m),$$

ou

$$\frac{\psi(m)}{\dfrac{m^{\lambda+1}-1}{m^\lambda}} = \frac{\psi(n)}{\dfrac{n^{\lambda+1}-1}{n^\lambda}} = \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda,$$

ϖ_λ étant une constante indépendante de n et encore indéterminée.

En conséquence,

$$\psi(n) = \frac{n^{\lambda+1}-1}{2\,n^\lambda}\log \varpi_\lambda.$$

Second cas. — λ impair. Alors

$$\psi(mn) = \frac{1}{n^\lambda}\psi(m) + m\psi(n) - \frac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}\,\frac{m^{\lambda+1}-1}{m^\lambda}\,\mathrm{B}_\lambda\,\frac{\log n}{n^\lambda}.$$

Par la même voie, on est conduit à la relation

$$\frac{\psi(m) - \dfrac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}\,\mathrm{B}_\lambda\,\dfrac{\log m}{m^\lambda}}{\dfrac{m^{\lambda+1}-1}{m^\lambda}} = \frac{\psi(n) - \dfrac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{(\lambda+1)}\,\mathrm{B}_\lambda\,\dfrac{\log n}{n^\lambda}}{\dfrac{n^{\lambda+1}-1}{n^\lambda}} = \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

Donc

$$\psi(n) = \frac{n^{\lambda+1}-1}{2n^\lambda}\log \varpi_\lambda + \frac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}\,\mathrm{B}_\lambda\,\frac{\log n}{n^\lambda}.$$

Si nous substituons ces valeurs de $\psi(n)$ dans l'équation (6), elle prendra l'une des formes suivantes :

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\log \mathrm{G}_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right) = \frac{1}{n^\lambda}\log \mathrm{G}_\lambda(na) - \frac{\log n}{n^\lambda}\,\mathrm{B}_{\lambda+1}(na) + \frac{n^{\lambda+1}-1}{2n^\lambda}\log \varpi_\lambda, \quad (\lambda \text{ pair})$$

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1}\log \mathrm{G}_\lambda\left(a+\frac{\mu}{n}\right) = \frac{1}{n^\lambda}\log \mathrm{G}_\lambda(na) - \frac{\log n}{n^\lambda}\,\mathrm{B}_{\lambda+1}(na) + \frac{n^{\lambda+1}-1}{2n^\lambda}\log \varpi_\lambda + \frac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}\,\mathrm{B}_\lambda\,\frac{\log n}{n^\lambda}.$$

(λ impair).

Passant des logarithmes aux nombres, on a le théorème énoncé ci-dessus. On pourrait ne conserver qu'une formule en convenant que la fonction $\mathrm{B}_{\lambda+1}(na)$ contient un terme indépendant de a, quand λ est impair.



Remarque. — Ce procédé est encore applicable à la démonstration de la formule de multiplication pour la fonction gamma, avec cette différence qu'il n'est plus permis d'invoquer ici les propriétés des fonctions bernoulliennes, et que la formule (6) doit être remplacée par la suivante :

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log \Gamma\left(a + \frac{\mu}{n}\right) = \log \Gamma(na) - na \log n + \psi(n).$$

Si $a = \frac{1}{n}$,

$$\psi(n) = \log n + \sum_{\mu=1}^{\mu=n-1} \log \Gamma\left(\frac{\mu}{n}\right),$$

on trouve alors

$$\psi(n) = \frac{1}{2} \log n + \frac{n-1}{2} \log \varpi_0.$$

Valeurs de log $G_\lambda(\frac{1}{2})$. — Si, dans les relations (5), on suppose $a = 0$ et $n = \frac{1}{2}$, on a successivement

$$(7) \qquad \begin{cases} \log G_\lambda\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2^{\lambda+1} - 1}{2^{\lambda+1}} \log \varpi_\lambda + \dfrac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}} B_\lambda}{\lambda + 1 \quad 2^\lambda} \log 2, & (\lambda \text{ impair}) \\[2ex] \log G_\lambda\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2^{\lambda+1} - 1}{2^{\lambda+1}} \log \varpi_\lambda. & (\lambda \text{ pair}) \end{cases}$$

4. Expression analytique des constantes ϖ_λ sous forme d'intégrale définie. — La valeur de la constante ϖ_λ dépend de celle de $G_\lambda(\frac{1}{2})$. Il existe une autre expression analytique remarquable de ces constantes, qui s'introduisent par une voie toute naturelle dans la formule de multiplication. Pour le montrer, mettons l'équation (6) sous la forme

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \frac{1}{n} \log G_\lambda\left(a + \frac{\mu}{n}\right) = a^{\lambda+1}\left[\frac{\log G_\lambda(na)}{(na)^{\lambda+1}} - \frac{\log na}{\lambda+1}\right] + \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1} \log a + M \frac{\log n}{n} + \frac{\psi(n)}{n},$$

ou encore

$$\sum_{\mu=1}^{\mu=n-1} \frac{1}{n} \log G_\lambda\left(a + \frac{\mu}{n}\right) = a^{\lambda+1}\left[\frac{\log G_\lambda(y)}{y^{\lambda+1}} - \frac{\log y}{\lambda+1}\right] + \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1} \log a + M \frac{\log n}{n} + \frac{\psi(n)}{n},$$

si nous remplaçons na par y dans la quantité entre crochets.

a étant fixe, M tend vers une quantité bien déterminée, quand n croit indéfiniment, et nous savons en outre que le rapport $\frac{\psi(n)}{n}$ a pour limite $\frac{1}{2}\log \varpi_\lambda$. La variable y devient infiniment grande avec n. Le premier membre a pour limite $\int_a^{a+1} \log G_\lambda(x)\, dx$, et la quantité entre crochets doit tendre vers une constante β, indépendante de y. Cette conclusion n'est peut-être pas irréprochable, mais nous montrerons bientôt, et d'une manière rigoureuse, qu'il en est ainsi. Passant à la limite, on a

$$\int_a^{a+1} \log G_\lambda(x)\, dx = \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1}\log a + \beta a^{\lambda+1} + \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda\,;$$

puis, par différentiation,

$$\log G_\lambda(a+1) - \log G_\lambda(a) = a^\lambda \log a + \frac{a^\lambda}{\lambda+1} + (\lambda+1)\beta a^\lambda.$$

Comme le premier membre est égal à $a^\lambda \log a$, on doit prendre

$$\beta = -\frac{1}{(\lambda+1)^2}\,;$$

conséquemment,

$$\text{(8)} \qquad \int_a^{a+1} \log G_\lambda(x)\, dx = \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1}\left[\log a - \frac{1}{\lambda+1}\right] + \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

En particulier,

$$\int_0^1 \log G_\lambda(x)\, dx = \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

On peut démontrer directement cette relation (8), au moins pour les valeurs entières de a.

Des équations

$$\psi(n) = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(\frac{\mu}{n}\right) - \frac{n^{\lambda+1}-1}{2n^\lambda}\log \varpi_\lambda + \frac{(-1)^{\frac{+1}{2}}}{\lambda+1} B_\lambda \frac{\log n}{n^\lambda},$$

$$\psi(n) = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \log G_\lambda\left(\frac{\mu}{n}\right) - \frac{n^{\lambda+1}-1}{2n^\lambda}\log \varpi_\lambda,$$

on tire, en divisant les deux membres par n et supposant ensuite n infiniment grand,

$$\int_0^1 \log G_\lambda(x)\,dx = \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

D'autre part, on a, p étant entier,

$$\log G_\lambda(a+p) = (a+p-1)^\lambda \log(a+p-1)$$
$$+ (a+p-2)^\lambda \log(a+p-2) + \cdots + a^\lambda \log a + \log G_\lambda(a).$$

Multiplions les deux membres de cette équation par da et intégrons entre 0 et 1 :

$$\int_0^1 \log G_\lambda(a+p)\,da = \sum_{\mu=1}^{\mu=p} \int_0^1 (a+p-\mu)^\lambda \log(a+p-\mu)\,da + \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda,$$

ou

$$\int_0^1 \log G_\lambda(a+p)\,da = \sum_{\mu=0}^{\mu=p-1} \left[\frac{(a+\mu)^{\lambda+1}}{\lambda+1}\log(a+\mu) - \frac{(a+\mu)^{\lambda+1}}{(\lambda+1)^2}\right]_0^1 + \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

Finalement,

$$\int_0^1 \log G_\lambda(a+p)\,da = \frac{p^{\lambda+1}}{\lambda+1}\left[\log p - \frac{1}{\lambda+1}\right] + \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda.$$

La relation (8) est la généralisation du théorème de Raabe, et, par rapport à la transcendante $G_\lambda(x)$, la constante ϖ_λ joue le même rôle que la quantité 2π, relativement à la fonction $\Gamma(x)$.

5. Expression de la transcendante log $G_\lambda(x)$ sous forme d'intégrale définie. — Nous chercherons d'abord une relation entre deux fonctions consécutives. A cette fin, reprenons l'équation de définition :

$$D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, \ldots\, \lambda D^2 \log \Gamma(a),$$

ou encore

$$D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = \lambda D^{\lambda+1} \log G_{\lambda-1}(a).$$

Par l'intégration répétée $\lambda + 2$ fois, on a

$$\log G_\lambda(a) = \lambda \int_0^a \log G_{\lambda-1}(x)\,dx + P_{\lambda+1}(a),$$

$P_{\lambda+1}(a)$ désignant un polynôme du degré $\lambda + 1$.

Par le changement de a en $a+1$ et par soustraction, il vient

$$\log G_\lambda(a+1) - \log G_\lambda(a) = \lambda \int_a^{a+1} \log G_{\lambda-1}(x)\,dx + P_{\lambda+1}(a+1) - P_{\lambda+1}(a).$$

Ensuite, en vertu des relations (2) et (8),

$$P_{\lambda+1}(a+1) - P_{\lambda+1}(a) = \frac{a^\lambda}{\lambda} - \frac{\lambda}{2}\, a \log \varpi_{\lambda-1}.$$

A cette équation, on satisfait en prenant

$$P_{\lambda+1}(a) = \frac{B_{\lambda+1}(a)}{\lambda} - \frac{\lambda}{2}\, a \log \varpi_{\lambda-1},$$

sans constante, puisque $\log G_\lambda(a)$ est nul pour $a=0$.

Ainsi,

(9) $$\log G_\lambda(a) = \lambda \int_0^a \log G_{\lambda-1}(x)\,dx + \frac{B_{\lambda+1}(a)}{\lambda} - \frac{\lambda}{2}\, a \log \varpi_{\lambda-1}.$$

Maintenant, d'après les propriétés des fonctions de Bernoulli, on trouve successivement et de proche en proche :

$$\log G_1(a) = \int_0^a \log \Gamma(x)\,dx + B_2(a) - \frac{a}{2} \log \varpi_0,$$

$$\log G_2(a) = 1\,.\,2 \int_0^a \int_0^x \log \Gamma(x)\,dx\,dx + \left(1+\frac{1}{2}\right) B_3(a) - aB_1 - \frac{a^2}{2}\log \varpi_0 - \frac{2}{2}\, a \log \varpi_1,$$

$$\log G_3(a) = 1\,.\,2\,.\,3\,. \int_0^a \int_0^x \int_0^x \log \Gamma(x)\,dx\,dx\,dx + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) B_4(a)$$
$$- \frac{3}{2}\, a^2 B_1 - \frac{a^3}{2} \log \varpi_0 - \frac{3}{2}\, a^2 \log \varpi_1 - \frac{3}{2}\, a \log \varpi_2,$$

. . . .

$$\log G_7(a) = 1.2.3.4.5.6.7 \int_0^a \int_0^x \cdots \int_0^x \log \Gamma(x)\,(dx)^7 + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{7}\right) B_8(a)$$
$$-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{7}{1.2}\, a^2 B_5 + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{7.6.5}{1.2.3}\,\frac{a^4}{4}\, B_3 - \frac{7}{1}\,\frac{a^6}{2}\, B_1 - \frac{1}{2}\sum_{\mu=1}^{\mu=6}\binom{7}{\mu} a^{7-\mu} \log \varpi_\mu,$$

$$\log G_8(a) = 1.2.3\ldots.7.8 \int_0^a \int_0^x \cdots \int_0^x \log \Gamma(x)(dx)^8 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{8}\right) B_9(a)$$
$$+ \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{7}\right) B_7 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdots + \frac{1}{5}\right) \frac{8.7}{1.2} \frac{a^3}{3} B_5$$
$$+ \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{8.7.6.5}{1.2.3.4} \frac{a^5}{5} B_3 - \frac{8}{1} \frac{a^7}{2} B_1 - \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=7} \binom{8}{\mu} a^{8-\mu} \log \varpi_\mu,$$

. . . .

La loi de formation des termes est évidente, et l'on a généralement

$$(10) \quad \left\{ \begin{aligned} \log G_{2i}(a) &= 1.2.3.\ldots 2i \log g_{2i}(a) + \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2i}\right) B_{2i+1}(a) \\ &+ (-1)^i \sum_{\mu=0}^{\mu=i-1} (-1)^\mu \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2i - 2\mu - 1}\right) \binom{2i}{2\mu} \frac{a^{2\mu+1}}{2\mu+1} B_{2i-2\mu-1} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^{\mu=2i-1} \binom{2i}{\mu} a^{2i-\mu} \log \varpi_\mu, \end{aligned} \right.$$

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \log G_{2i-1}(a) &= 1.2.3.\ldots(2i-1) \log g_{2i-1}(a) + \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2i-1}\right) B_{2i}(a) \\ &+ (-1)^i \sum_{\mu=1}^{\mu=i-1} (-1)^\mu \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2i - 2\mu - 1}\right) \binom{2i-1}{2\mu-1} \frac{a^{2\mu}}{2\mu} B_{2i-2\mu-1} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^{\mu=2i-2} \binom{2i-1}{\mu} a^{2i-\mu-1} \log \varpi_\mu, \end{aligned} \right.$$

si, pour plus de simplicité, nous faisons

$$\log g_i(a) = \int_0^a \int_0^x \cdots \int_0^x \log \Gamma(x)(dx)^i.$$

Comme il est facile de s'en assurer, les fonctions $G_\lambda(x)$ sont les transcendantes $ga_\lambda(x)$ de M. Glaisher, la différence de formes résultant uniquement du choix des constantes A_λ et ϖ_λ.

6. Expression des constantes ϖ_λ par des séries convergentes. — Dans les mémoires cités plus haut, M. Glaisher a donné l'expression des valeurs des constantes A_1, A_2, A_3, A_4 au moyen de séries convergentes. On généralise facilement les résultats dont l'éminent analyste anglais s'est servi



pour le calcul numérique des constantes A_1, A_2, A_3 et A_4. Par un simple artifice de calcul, on peut trouver d'autres séries plus convergentes que celles de M. Glaisher.

1° *Expression de la constante* ϖ_{2i} *en série convergente.* — Dans la relation (9), faisons $\lambda = 2i$:

$$\log G_{2i}(a) = 2i\int_0^a \log G_{2i-1}(x)\,dx + \frac{B_{2i+1}(a)}{2i} - \frac{2i}{2}\,a\log\varpi_{2i-1}.$$

Changeons a en $1-a$:

$$\log G_{2i}(1-a) = 2i\int_0^{1-a} \log G_{2i-1}(x)\,dx + \frac{B_{2i+1}(1-a)}{2i} - \frac{2i}{2}(1-a)\log\varpi_{2i-1},$$

ou

$$\log G_{2i}(1-a) = -2i\int_0^a \log G_{2i-1}(1-x)\,dx + 2i\int_0^1 \log G_{2i-1}(x)\,dx$$
$$+\frac{B_{2i+1}(1-a)}{2i} - \frac{2i}{2}(1-a)\log\varpi_{2i-1},$$

ou encore, d'après la relation (8),

$$\log G_{2i}(1-a) = -2i\int_0^a \log G_{2i-1}(1-x)\,dx + \frac{B_{2i+1}(a)}{2i} + \frac{2i}{2}\,a\log\varpi_{2i-1}.$$

Par suite,

$$\log G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a) = 2i\int_0^a \log\frac{G_{2i-1}(x)}{G_{2i-1}(1-x)}\,dx.$$

Semblablement,

$$\log G_{2i-1}(a) = (2i-1)\int_0^a \log G_{2i-2}(x)\,dx + \frac{B_{2i}(a)}{2i-1} - \frac{2i-1}{2}\,a\log\varpi_{2i-2},$$

$$\log G_{2i-1}(1-a) = (2i-1)\int_0^{1-a} \log G_{2i-2}(x)\,dx + \frac{B_{2i}(1-a)}{2i-1} - \frac{2i-1}{2}(1-a)\log\varpi_{2i-2};$$

d'où

$$\log G_{2i-1}(a) - \log G_{2i-1}(1-a) = (2i-1)\int_0^a \log G_{2i-2}(x)\,G_{2i-2}(1-x)\,dx - (2i-1)\,a\log\varpi_{2i-2}.$$



Donc

$$\log G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a) = 2i\,(2i-1)\int_0^a\!\!\int_0^x \log G_{2i-2}(x)\,G_{2i-2}(1-x)\,dx\,dx - \frac{2i(2i-1)}{1\,.\,2}\,a^2\log\varpi_{2i-2}\,.$$

Par l'application répétée de cette opération, on réduira successivement l'indice de la fonction sous le signe de deux unités, et l'on sera conduit finalement à la formule suivante :

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} \log G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a) &= 1\,.\,2\,.\,3\,.\,\ldots\,2i\int_0^a\!\!\int_0^x\!\cdots\int_0^x \log\Gamma(x)\,\Gamma(1-x)\,(dx)^{2i} \\ &\quad - \sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}a^{2\mu}\log\varpi_{2i-2\mu}\,. \end{aligned}\right.$$

Or,

$$\log\Gamma(x)\,\Gamma(1-x) = -\log x + 2\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}}{x^{2\mu}}\,,$$

si nous posons

$$S_{2\mu} = \frac{1}{1^{2\mu}} + \frac{1}{2^{2\mu}} + \frac{1}{3^{2\mu}} + \cdots\,.$$

En conséquence,

$$1\,.\,2\,.\,3\,.\,\ldots\,2i\int_0^a\!\!\int_0^x\!\cdots\int_0^x \log\Gamma(x)\,\Gamma(1-x)(dx)^{2i} = -a^{2i}\log a + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right)a^{2i}$$
$$+\ 2\,.\,1\,.\,2\,.\,3\,.\,\ldots\,2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,a^{2\mu+2i},$$

et

$$(13)\quad \left\{\begin{aligned} \log G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a) &= -a^{2i}\log a + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right)a^{2i} - \sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}a^{2\mu}\log\varpi_{2i-2\mu} \\ &\quad + 1\,.\,2\,.\,3\,.\,\ldots\,2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,a^{2\mu+2i}. \end{aligned}\right.$$

On augmentera la convergence de cette série comme il suit. Observant que

$$\log(1-x^2) = -2\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{x^{2\mu}}{2\mu},$$

on a

$$\int_0^a\!\!\int_0^x\!\cdots\int_0^x \log(1-x)^2\,(dx)^{2i} = -2\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{a^{2\mu+2i}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}.$$

Or,

$$\int_0^a\int_0^x\cdots\int_0^x \log(1-x^2)(dx)^{2i} = \frac{(1-a)^{2i}}{1.2.3\ldots 2i}\log(1-a) + \frac{(1+a)^{2i}}{1.2.3\ldots 2i}\log(1+a)$$
$$-\frac{1}{1.2.3\ldots 2i}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right)\left((1-a)^{2i}+(1+a)^{2i}-2\right).$$

Conséquemment,

$$(14)\quad \begin{cases} \log G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a) = -a^{2i}\log a - (1-a)^{2i}\log(1-a) - (1+a)^{2i}\log(1+a) \\ + \left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i}\right)\left[(1-a)^{2i}+(1+a)^{2i}+a^{2i}-2\right] - \sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}a^{2\mu}\log\varpi_{2i-2\mu} \\ + 2.1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}-1}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}a^{2\mu+2i}. \end{cases}$$

Première série. — Par l'intégration des deux membres de l'équation (13), entre les limites 0 et 1, on a

$$(15)\quad \begin{cases} \log\varpi_{2i} = \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right)\frac{1}{2i+1} - \sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log\varpi_{2i-2\mu}}{2\mu+1} \\ + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+1)}. \end{cases}$$

Deuxième série. — Par le même procédé, on déduit de la série (14) la suivante :

$$(16)\quad \begin{cases} \log\varpi_{2i} = \left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\frac{2^{2i+1}+1}{2i+1} - 2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i}+\frac{2^{2i}}{2i+1}\log 2\right) \\ - \sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log\varpi_{2i-2\mu}}{2\mu+1} + 2.1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}-1}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+1)}. \end{cases}$$

Séries de M. Glaisher. — Dans la formule (13), faisons successivement $a = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$. En vertu des relations (5), on a d'abord

$$\log G_{2i}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2^{2i+1}-1}{2^{2i+1}}\log\varpi_{2i},$$

$$\log G_{2i}\left(\frac{1}{3}\right)G_{2i}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3^{2i+1}-1}{2.3^{2i}}\log\varpi_{2i},$$

$$\log G_{2i}\left(\frac{1}{4}\right)G_{2i}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{(2^{2i+1}-1)(2^{2i}+1)}{2^{2i+1}}\log\varpi_{2i}.$$

$$\log G_{2i}\left(\frac{1}{6}\right)G_{2i}\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{6^{2i}+3^{2i}+2^{2i}-1}{6^{2i}}\log\varpi_{2i}.$$

La relation (13) donnera successivement :

$$(17)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{2^{2i+1}-1}{2}\log \varpi_{2i} = \frac{1}{2}\log 2 + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right) - 2^{2i-1}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{2^{2\mu}} \\ + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{2^{2\mu}}, \end{aligned} \right.$$

$$(18)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{3^{2i+1}-1}{2}\log \varpi_{2i} = \log 3 + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right) - 3^{2i}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{3^{2\mu}} \\ + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{3^{2\mu}}, \end{aligned} \right.$$

$$(19)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{(2^{2i+1}-1)(2^{2i}+1)}{2}\log \varpi_{2i} = 2\log 2 + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right) - 4^{2i}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{4^{2\mu}} \\ + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{4^{2\mu}}, \end{aligned} \right.$$

$$(20)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{6^{2i}+3^{2i}+2^{2i}-1}{2}\log \varpi_{2i} = \log 6 + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}\right) - 6^{2i}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{6^{2\mu}} \\ + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{6^{2\mu}}. \end{aligned} \right.$$

Si l'on multiplie par 2 les deux membres de la relation (17) et que l'on combine le résultat de cette opération avec l'équation (19), on trouve cet autre développement :

$$(21)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{(2^{2i+1}-1)(2^{2i}-1)}{2}\log \varpi_{2i} = \log 2 - 4^{2i}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\left(1-\frac{1}{2^{2i-2\mu}}\right)\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{4^{2\mu}} \\ - 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2U_{2\mu}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{2^{2\mu}} \end{aligned} \right.$$

où

$$U_{2\mu} = \frac{1}{1^{2\mu}} + \frac{1}{3^{2\mu}} + \frac{1}{5^{2\mu}} + \cdots = \left(1-\frac{1}{2^{2\mu}}\right)S_{2\mu}.$$

Par la combinaison des formules (18) et (20), on a

$$(22)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{6^{2i}-2.3^{2i}+2^{2i}}{2}\log \varpi_{2i} = \log 2 - 6^{2i}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\left(1-\frac{1}{2^{2i-2\mu}}\right)\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{6^{2\mu}} \\ - 1\,2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2U_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{3^{2\mu}}. \end{aligned} \right.$$

Enfin, si, dans la formule (13), on pose $a = 1$, on a

$$0 = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i}\right)\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\log \varpi_{2i-2\mu}$$
$$+ 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)};$$

et, si l'on soustrait cette identité, membre à membre, de la formule (17), celle-ci devient

$$(23)\quad \begin{cases} \dfrac{2^{2i+1}-1}{2}\log \varpi_{2i} = \dfrac{1}{2}\log 2 - 2^{2i-1}\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\left(1 - \frac{1}{2^{2i-2\mu}}\right)\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{2^{2\mu}} \\ \qquad - 1.2.3\ldots 2i\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{U_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}. \end{cases}$$

La relation (14) fournirait un second groupe de sept autres développements, parmi lesquels nous citerons :

$$(24)\quad \begin{cases} \dfrac{2^{2i+1}-1}{2}\log \varpi_{2i} = \log 2 - \dfrac{3^{2i}}{2}\log\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2} + \cdots + \dfrac{1}{2i}\right)(3^{2i} - 2^{2i+1} + 2) \\ - 2^{2i-1}\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{2^{2\mu}} + 1.2.3\ldots 2i\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}-1}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{2^{2\mu}}, \end{cases}$$

$$(25)\quad \begin{cases} \dfrac{(2^{2i+1}-1)(2^{2i}+1)}{2}\log \varpi_{2i} = (5^{2i} + 3^{2i} + 1)\log 4 - 5^{2i}\log 3 - 5^{2i}\log 5 \\ + \left(\dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{2} + \cdots + \dfrac{1}{2i}\right)(5^{2i} + 3^{2i} - 2.4^{2i} + 1) - 4^{2i}\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log \varpi_{2i-2\mu}}{4^{2\mu}} \\ + 2.1.2.3\ldots 2i\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu}-1}{2\mu(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i)}\,\frac{1}{4^{2\mu}}. \end{cases}$$

etc., etc...

2° *Expression de la constante ϖ_{2i+1} en série convergente.* — Pour $\lambda = 2i + 1$, la formule (9) devient

$$\log G_{2i+1}(a) = (2i+1)\int_0^a \log G_{2i}(x)\,dx + \frac{B_{2i+2}(a)}{2i+1} - \frac{2i+1}{2}\,a\log \varpi_{2i}.$$

Par le changement de a en $1 - a$, on a

$$\log G_{2i+1}(1-a) = -(2i+1)\int_0^a \log G_{2i}(1-x)\,dx + \frac{B_{2i+2}(1-a)}{2i+1} + \frac{2i+1}{2}\,a\log \varpi_{2i};$$



puis, par addition,

$$\log G_{2i+1}(a)\, G_{2i+1}(1-a) = (2i+1)\int_0^a \log \frac{G_{2i}(x)}{G_{2i}(1-x)}\, dx + \frac{2B_{2i+2}(a)}{2i+1}.$$

Ensuite,

$$\log G_{2i}(a) - \log G_{2i}(1-a) = 2i\int_0^a \log G_{2i-1}(x)\, G_{2i-1}(1-x)\, dx + \frac{2B_{2i+1}(a)}{2i} - 2ia \log \varpi_{2i-1};$$

donc

$$\log G_{2i+1}(a)\, G_{2i+1}(1-a) = 2i(2i+1)\int_0^a\int_0^x \log G_{2i-1}(x)\, G_{2i-1}(1-x)\, dxdx$$
$$+ 2\left(\frac{1}{2i} + \frac{1}{2i+1}\right) B_{2i+2}(a) - \binom{2i+1}{2} a^2 \log \varpi_{2i-1}.$$

Par le même procédé, on réduira l'indice des fonctions sous le signe de deux unités, et l'on obtiendra ainsi

$$\log G_{2i+1}(a)\, G_{2i+1}(1-a) = (2i+1)(2i)(2i-1)(2i-2)\int_0^a\int_0^x\int_0^x\int_0^x \log G_{2i-3}(x)\, G_{2i-3}(1-x)\, dxdxdxdx$$
$$+ 2\left[\frac{1}{2i-2} + \frac{1}{2i-1} + \frac{1}{2i} + \frac{1}{2i+1}\right] B_{2i+2}(a) + (-1)^i \left[\frac{1}{2i-2} + \frac{1}{2i-1}\right] \binom{2i+1}{1} a^2 B_{2i-1}$$
$$- \binom{2i+1}{2} a^2 \log \varpi_{2i-1} - \binom{2i+1}{4} a^4 \log \varpi_{2i-3}.$$

Finalement, par l'application répétée de cette formule de réduction, on est conduit à l'équation

$$\log G_{2i+1}(a)\, G_{2i+1}(1-a) = 2.3.4\ldots(2i+1)\int_0^a\int_0^x\ldots\int_0^x \log G_1(x)\, G_1(1-x)\, (dx)^{2i}$$
$$+ 2\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i+1}\right] B_{2i+2}(a) - \sum_{\nu=1}^{\nu=i} \binom{2i+1}{2\nu} a^{2\nu} \log \varpi_{2i-2\nu+1}$$
$$- (-1)^i \sum_{\nu=1}^{\nu=i-1} \frac{(-1)^\nu}{\nu} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2i-2\nu+1}\right] \binom{2i+1}{2\nu-1} a^{2\nu} B_{2i-2\nu+1}.$$

Mais

$$\log G_1(x)\, G_1(1-x) = \int_0^x \log \frac{\Gamma(u)}{\Gamma(1-u)}\, du + 2B_2(x),$$

et

$$\int_0^a\int_0^x\cdots\int_0^x B_2(x)\,(dx)^{2i} = \frac{1}{2.3\ldots(2i+1)}B_{2i+2}(a) + \frac{(-1)^i}{2.3.4\ldots 2i}\frac{a^2}{1.2}B_{2i-1}$$
$$+\frac{(-1)^{i-1}}{2.3.4\ldots(2i-2)}\frac{a^4}{1.2.3.4}B_{2i-3}+\cdots-\frac{1}{2}\frac{a^{2i}}{1.2.3\ldots 2i}B_1;$$

en conséquence,

$$(26)\quad\left\{\begin{aligned}&\log G_{2i+1}(a)\,G_{2i+1}(1-a) = 1.2.3\ldots(2i+1)\int_0^a\int_0^x\cdots\int_0^x \log\frac{\Gamma(x)}{\Gamma(1-x)}(dx)^{2i+1}\\&+2\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right]B_{2i+2}(a)-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}a^{2\upsilon}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}\\&-(-1)^i\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right]a^{2\upsilon}B_{2i-2\upsilon+1}.\end{aligned}\right.$$

D'autre part,

$$\log\Gamma(x)-\log\Gamma(1-x) = -\log x - 2Cx - \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{2\mu+1}x^{2\mu+1},$$

C étant la constante d'Euler ou de Mascheroni.

De cette équation, on déduit celle-ci :

$$\int_0^a\int_0^x\cdots\int_0^x\log\frac{\Gamma(x)}{\Gamma(1-x)}(dx)^{2i+1} = \frac{a^{2i+1}\log a}{1.2.3\ldots(2i+1)}-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\frac{a^{2i+1}}{1.2.3\ldots(2i+1)}$$
$$-\frac{2Ca^{2i+2}}{1.2\ldots(2i+2)}-\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+2)}a^{2\mu+2i+2}.$$

Donc

$$(27)\quad\left\{\begin{aligned}&\log G_{2i+1}(a)\,G_{2i+1}(1-a) = -a^{2i+1}\log a+\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)a^{2i+1}-\frac{2Ca^{2i+2}}{2i+2}\\&+2\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right]B_{2i+2}(a)\\&-(-1)^i\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right]\binom{2i+1}{2\upsilon-1}a^{2\upsilon}B_{2i-2\upsilon+1}\\&-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}a^{2\upsilon}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}a^{2\mu+2i+2}.\end{aligned}\right.$$

Pour augmenter la convergence de cette série, on procédera comme nous l'avons fait plus haut. De

$$\log \frac{1+x}{1-x} = \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} \frac{2S_{2\mu+1}}{2\mu+1},$$

on conclut

$$\begin{aligned}
0 = &-(1+a)^{2i+1}\log(1+a) - (1-a)^{2i+1}\log(1-a) \\
&+ \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left[(1+a)^{2i+1}+(1-a)^{2i+1}-2\right] \\
&+ 1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=0}^{\mu=2i+1}\frac{a^{2\mu+2i+2}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}.
\end{aligned}$$

En ajoutant membre à membre cette identité à l'équation précédente, celle-ci devient

$$(28)\quad \left\{\begin{aligned}
&\log G_{2i+1}(a)\,G_{2i+1}(1-a) = -a^{2i+1}\log a - (1+a)^{2i+1}\log(1+a) - (1-a)^{2i+1}\log(1-a) - \frac{(C-1)}{i+1}a^{2i+2} \\
&+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left[(1+a)^{2i+1}+(1-a)^{2i+1}+a^{2i+1}-2\right]+2\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)B_{2i+2}(a) \\
&-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}a^{2\upsilon}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1} - (-1)^i\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}a^{2\upsilon}B_{2i-2\upsilon+1} \\
&-2.1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{S_{2\mu+1}-1}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}a^{2\mu+2i+2}.
\end{aligned}\right.$$

De ces relations, on peut déduire des séries analogues aux précédentes. Sans entrer dans aucune explication, nous transcrirons les quelques développements suivants :

$$(29)\quad \left\{\begin{aligned}
&\log\varpi_{2i+1} = \frac{1}{(2i+2)^2} + \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+2}\right)\frac{1}{2i+2} - \frac{2C}{(2i+2)(2i+3)} \\
&-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\binom{2i+1}{2\upsilon}\frac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{2\upsilon+1} - (-1)^i\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right]\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{B_{2i-2\upsilon+1}}{2\upsilon+1} \\
&-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+3)}.
\end{aligned}\right.$$

(30)
$$\left\{\begin{aligned}
&(2^{2i+2}-1)\log\varpi_{2i+1}=\left(1+(-1)^i\frac{B_{2i+1}}{i+1}\right)\log 2+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left[1+(-1)^{i+1}\frac{(2^{2i+2}-1)}{i+1}B_{2i+1}\right]\\
&-\frac{C}{2i+2}-(-1)^i 2^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{1}{2^{2\upsilon}}B_{2i-2\upsilon+1}\\
&-2^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\frac{1}{2^{2\upsilon}}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}\frac{1}{2^{2\mu+1}},
\end{aligned}\right.$$

(31)
$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{3^{2i+2}-1}{2}\log\varpi_{2i+1}=\left(1+\frac{(-1)^iB_{2i+1}}{2i+2}\right)\log 3+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left(1+(-1)^{i+1}\frac{3^{2i+2}-1}{2i+2}B_{2i+1}\right)\\
&-\frac{C}{3(i+1)}-(-1)^i 3^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{1}{3^{2\upsilon}}B_{2i-2\upsilon+1}\\
&-3^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\frac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{3^{2\upsilon}}-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}\frac{1}{3^{2\mu+1}},
\end{aligned}\right.$$

(32)
$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{6^{2i+1}+3^{2i+1}+2^{2i+1}-1}{2}\log\varpi_{2i+1}=\log 6+(-1)^{i+1}\frac{2^{2i+1}-1}{2i+2}B_{2i+1}\log 3+(-1)^{i+1}\frac{3^{2i+1}-1}{2i+2}B_{2i+1}\log 2\\
&-\frac{C}{3(2i+2)}+\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left[1+(-1)^{i+1}\frac{6^{2i+1}+3^{2i+1}+2^{2i+1}-1}{2i+2}B_{2i+1}\right]\\
&-6^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\frac{1}{6^{2\upsilon}}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}-(-1)^i6^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{1}{6^{2\upsilon}}B_{2i-2\upsilon+1}\\
&-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+2)}\frac{1}{6^{2\mu+1}},
\end{aligned}\right.$$

(33)
$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{(2^{2i+1}+1)(2^{2i+2}-1)}{2}\log\varpi_{2i+1}=\left(1+(-1)^{i+1}\frac{2^{2i}-1}{2i+2}B_{2i+1}\right)\log 4-\frac{C}{2(2i+2)}\\
&-4^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\frac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{4^{2\upsilon}}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\left[1+(-1)^{i+1}\frac{(2^{2i+1}+1)(2^{2i+2}-1)}{2i+2}B_{2i+1}\right]\\
&-(-1)^i4^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{B_{2i-2\upsilon+1}}{4^{2\upsilon}}\\
&-1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu+1}}{(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+2)}\frac{1}{4^{2\mu+1}},
\end{aligned}\right.$$

(34)
$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{(2^{2i+2}-1)(2^{2i+1}-1)}{2}\log\varpi_{2i+1}=\left(1+(-1)^{i+2}\frac{2^{2i}}{i+1}B_{2i+1}\right)\log 2+\frac{C}{2(2i+2)}\\
&+(-1)^{i+1}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+1}\right)\frac{(2^{2i+2}-1)(2^{2i+2}-1)}{2i+2}B_{2i+1}-4^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\left(1-\frac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\frac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{4^{2\upsilon}}\\
&-(-1)^i4^{2i+1}\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\left(1-\frac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\frac{B_{2i-2\upsilon+1}}{4^{2\upsilon}}\\
&+1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2U_{2\mu+1}}{(2\mu+1)\ldots(2\mu+2i+2)}\frac{1}{2^{2\mu+1}},
\end{aligned}\right.$$

$$(35)\begin{cases}\dfrac{6^{2i+1}-2.3^{2i+1}+2^{2i+1}}{2}\log\varpi_{2i+1}=\left(1+(-1)^{i+1}\dfrac{3^{2i+1}-1}{2i+2}B_{2i+1}\right)\log 2+(-1)^{i+1}\dfrac{2^{2i}}{i+1}B_{2i+1}\log 3\\[2mm] +\dfrac{C}{3(2i+2)}+(-1)^{i+1}\dfrac{6^{2i+1}-2.3^{2i+1}+2^{2i+1}}{2i+2}\left(1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{2i+1}\right)B_{2i+1}\\[2mm] \qquad -6^{2i+1}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\left(1-\dfrac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\dfrac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{6^{2\upsilon}}\\[2mm] -(-1)^i\,6^{2i+1}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\dfrac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{2i-2\upsilon+1}\right)\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\left(1-\dfrac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\dfrac{B_{2i-2\upsilon+1}}{6^{2\upsilon}}\\[2mm] +1.2.3\ldots(2i+1)\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\dfrac{2U_{2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)}\dfrac{1}{3^{2\mu+1}},\end{cases}$$

$$(36)\begin{cases}(2^{2i+2}-1)\log\varpi_{2i+1}=\left(1+(-1)^i\dfrac{B_{2i+1}}{i+1}\right)\log 2+\dfrac{C}{2i+2}+(-1)^{i+1}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{2i+1}\right)\dfrac{2^{2i+2}-1}{i+1}B_{2i+1}\\[2mm] -(-1)^i\,2^{2i+1}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\dfrac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left[1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{2i-2\upsilon+1}\right]\binom{2i+1}{2\upsilon-1}\left(1-\dfrac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\dfrac{B_{2i-2\upsilon+1}}{2^{2\upsilon}}\\[2mm] -2^{2i+1}\displaystyle\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}\left(1-\dfrac{1}{2^{2i-2\upsilon+1}}\right)\dfrac{\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}}{2^{2\upsilon}}\\[2mm] +1.2.3\ldots(2i+1)\displaystyle\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\dfrac{2U_{2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+2i+2)},\end{cases}$$

etc., etc...

En particulier, pour $i=1$, les formules (17), (18), (19) et (20) donnent les développements, trouvés par M. Glaisher (*), savoir :

$$\frac{7}{2}\log\varpi_2=\frac{1}{2}\log 2+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\log 2\pi+\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)(2\mu+2)}\frac{1}{2^{2\mu}},$$

$$\frac{13}{2}\log\varpi_2=\frac{1}{2}\log 3+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\log 2\pi+\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)(2\mu+2)}\frac{1}{3^{2\mu}},$$

$$\frac{35}{2}\log\varpi_2=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\log 2\pi+\log 2+\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)(2\mu+2)}\frac{1}{4^{2\mu}},$$

$$\frac{24}{2}\log\varpi_2=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\log 2\pi+\frac{1}{2}\log 6+\sum_{\mu=1}^{\mu=\infty}\frac{2S_{2\mu}}{2\mu(2\mu+1)(2\mu+2)}\frac{1}{6^{2\mu}},$$

etc., etc...

7. Deux intégrales définies remarquables. — Si nous remplaçons dans la formule (12) le produit $\Gamma(x)\Gamma(1-x)$ par sa valeur, nous avons

$$1.2.3\ldots 2i\int_0^a\int_0^x\cdots\int_0^x\log\sin\pi x(dx)^{2i}=a^{2i}\log\pi-\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}a^{2\mu}\log\varpi_{2i-2\mu}-\log G_{2i}(a)G_{2i}(1-a),$$

(*) *Quarterly Journal*, t. XXVIII, p. 90.

ou

(37) $$G_{2i}(a)\,G_{2i}(1-a)=\frac{\pi^{a^{2i}}}{\Phi_{2i}(a)\prod_{\mu=1}^{\mu=i}\varpi_{2i-2\mu}^{\binom{2i}{2\mu}a^{2\mu}}},$$

si nous posons

$$\Phi_{2i}(a)=e^{1.2\ldots 2i\int_0^a\int_0^a\ldots\int_0^a\log\sin\pi x(dx)^{2i}}.$$

La relation (37) est une généralisation d'une propriété de la fonction Γ.

Si nous appliquons la même transformation à l'équation (26), on obtient

$$\log G_{2i+1}(a)\,G_{2i+1}(1-a)=2.1.2.3\ldots(2i+1)\,g_{2i+1}(a)+\log\Phi_{2i+1}(a)-a^{2i+1}\log\pi$$
$$+2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+2}\right)B_{2i+2}(a)-(-1)^i\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\frac{(-1)^\upsilon}{\upsilon}\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i-2\upsilon+1}\right]\binom{2i+1}{2\upsilon-1}a^{2\upsilon}B_{2i-2\upsilon+1}$$
$$-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}a^{2\upsilon}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}.$$

Puis, en vertu de la relation (11) et par soustraction,

$$\log\frac{G_{2i+1}(1-a)}{G_{2i+1}(a)}=-a^{2i+1}\log\pi+\log\Phi_{2i+1}(a)-\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon=i}\binom{2i+1}{2\upsilon}a^{2\upsilon}\log\varpi_{2i-2\upsilon+1}$$
$$+\sum_{\mu=0}^{\mu=2i}\binom{2i+1}{\mu}a^{2i-\mu+1}\log\varpi_\mu,$$

ou

$$\log\frac{G_{2i+1}(1-a)}{G_{2i+1}(a)}=-a^{2i+1}\log\pi+\log\Phi_{2i+1}(a)+\sum_{\mu=0}^{\mu=i}\binom{2i+1}{2\mu}a^{2i-2\mu+1}\log\varpi_{2\mu}.$$

Enfin, en passant des logarithmes au nombre, on a

(38) $$\frac{G_{2i+1}(a)}{G_{2i+1}(1-a)}=\frac{\pi^{a^{2i+1}}}{\Phi_{2i+1}(a)\prod_{\mu=0}^{\mu=i}\varpi_{2\mu}^{\binom{2i+1}{2\mu}a^{2i-2\mu+1}}}.$$

En particulier, pour $a=1$ et $a=\frac{1}{2}$,

$$\log\Phi_{2i}(1)=\log\pi-\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\log\varpi_{2i-2\mu},$$

$$\log\Phi_{2i}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\log\pi}{2^{2i}}-\frac{2^{2i+1}-1}{2^{2i}}\log\varpi_{2i}-\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i}{2\mu}\frac{\log\varpi_{2i-2\mu}}{2^{2\mu}},$$

$$\log\Phi_{2i+1}(1)=-\log 2-\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i+1}{2\mu}\log\varpi_{2\mu},$$

$$\log\Phi_{2i+1}\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{\log 2}{2^{2i+1}}-\sum_{\mu=1}^{\mu=i}\binom{2i+1}{2\mu}\frac{\log\varpi_{2\mu}}{2^{2i-2\mu+1}}.$$

Pour $i = 0$, on retombe sur l'intégrale connue

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \log \sin \pi x dx = -\frac{1}{2} \log 2.$$

Les valeurs des fonctions $\varphi_{2i}(\frac{1}{3})$, $\varphi_{2i}(\frac{2}{3})$, $\varphi_{2i}(\frac{1}{4})$, $\varphi_{2i}(\frac{3}{4})$, $\varphi_{2i}(\frac{1}{6})$, $\varphi_{2i}(\frac{5}{6})$ sont encore exprimables, sous forme finie, par les constantes ϖ à indice pair. Dans tous les autres cas, $\varphi_\lambda(a)$ dépend de $G_\lambda(a)$. Ces fonctions de Kinkelin se rencontrent dans de nombreuses applications de la théorie des intégrales définies. Il est donc nécessaire de posséder un développement qui permette d'obtenir, très rapidement et avec une grande approximation, la valeur numérique de ces transcendantes. On peut la calculer au moyen de séries, déduites du développement de $\log \Gamma(x)$, mais elles sont peu convergentes et présentent ainsi le même inconvénient, mais cependant à un degré moindre, que la série primitive. En outre, elles contiennent les sommes des puissances des inverses des nombres naturels. Le développement de Stirling a permis à l'illustre Legendre de construire assez facilement des tables numériques pour la fonction $\log \Gamma(a)$, et la découverte de cette célèbre relation, complète de la façon la plus heureuse cette partie de la théorie des fonctions Γ. L'objet du chapitre suivant sera de chercher un semblable développement pour la fonction $\log G_\lambda(x)$.

CHAPITRE II.

Développement de $\log G_\lambda(a)$ en série semi-convergente.

8. Une méthode d'une grande élégance, exposée par l'illustre Hermite dans son cours de la Faculté des Sciences de Paris, conduit rapidement à la série de Stirling. Tout le succès du procédé repose sur ce fait, qu'une certaine intégrale définie décroît constamment, quelles que soient ses limites, quand un paramètre de la fonction sous le signe augmente indéfiniment. Notre démonstration est fondée sur cette simple remarque.

Reprenons l'équation

$$D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = 1.2.3\ldots\lambda\, D^2 \log \Gamma(a),$$

ou, ce qui revient au même,

$$D^{\lambda+2} \log G_\lambda(a) = 1.2.3\ldots\lambda \int_0^\infty \frac{xe^{-ax}}{1-e^{-x}}\,dx. \tag{39}$$

Remarquons avec Hermite que la fonction $D^{\lambda+2}\log G_\lambda(a)$ est uniforme dans tout le plan, tandis que l'intégrale définie $\int_0^\infty \frac{xe^{-ax}}{1-e^{-x}}\,dx$ n'existe qu'à la condition que la partie réelle de a soit positive. Cependant l'expression de $D^{\lambda+2}\log G_\lambda(a)$ par une intégrale définie nous conduira à un développement entièrement analogue à celui de Stirling. Comme précédemment, nous avons deux cas à examiner, selon que λ est pair ou impair. Notre démonstration est un peu longue, mais nous ne pensons pas que le sujet en puisse comporter de plus courtes.

Premier cas. — λ impair.

Considérons la fonction

$$\varphi(x) = \frac{x}{1-e^{-x}} - 1 - \frac{x}{2} - \frac{B_1}{1.2}x^2 + \frac{B_3}{1.2.3.4}x^4 - \cdots + (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}} \frac{B_\lambda x^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots(\lambda+1)},$$

B_1, B_3, B_5, ... étant les nombres bernoulliens.



Quelle que soit la valeur de x, on sait que

$$\frac{x}{1-e^{-x}} = \frac{x}{2} + \frac{ix}{2}\cot g\frac{ix}{2} = 1 + \frac{x}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2x^2}{x^2+(2n\pi)^2}.$$

On a, identiquement,

$$\frac{2x^2}{x^2+(2n\pi)^2} = \frac{2x^2}{(2n\pi)^2}\left[1 - \frac{x^2}{(2n\pi)^2} + \frac{x^4}{(2n\pi)^4} - \cdots + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{x^{\lambda-1}}{(2n\pi)^{\lambda-1}} + (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\frac{x^{\lambda+1}}{(2n\pi)^{\lambda+1}\left[1+\frac{x^2}{(2n\pi)^2}\right]}\right];$$

par suite,

$$\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{2x^2}{x^2+(2n\pi)^2} = \frac{B_1}{1.2}x^2 - \frac{B_3}{1.2.3.4}x^4 + \frac{B_5}{1.2\ldots5.6}x^6 - \cdots + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{B_\lambda x^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots(\lambda+1)}$$
$$+ (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{2x^{\lambda+3}}{(2n\pi)^{\lambda+1}[x^2+(2n\pi)^2]},$$

puisque

$$\frac{1}{1^{2i}} + \frac{1}{2^{2i}} + \frac{1}{3^{2i}} + \cdots = \frac{1}{2}\frac{(2\pi)^{2i}}{1.2.3\ldots2i}B_{2i-1},$$

. . . .

$$\frac{1}{1^{\lambda+1}} + \frac{1}{2^{\lambda+1}} + \frac{1}{3^{\lambda+1}} + \cdots = \frac{1}{2}\frac{(2\pi)^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots(\lambda+1)}B_\lambda.$$

En conséquence,

$$\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+3}} = (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{2}{(2n\pi)^{\lambda+1}[x^2+(2n\pi)^2]}.$$

Pour $x = 0$, la valeur de $\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+3}}$ est égale à $(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\frac{B_{\lambda+3}}{1.2.3\ldots(\lambda+3)}$. Lorsque x augmente, $\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+3}}$ diminue en valeur absolue et tend indéfiniment vers zéro, si x croît sans cesse. Ainsi, cette fonction décroît constamment en valeur absolue, quand la variable parcourt toute la série des valeurs comprises entre 0 et ∞.

Cela posé, nous mettrons l'équation (39) sous la forme

$$D^{\lambda+2}\log G_\lambda(a) = 1.2.3\ldots\lambda.S(a) + 1.2.3\ldots\lambda\int_0^\infty e^{-ax}\varphi(x)\,dx,$$

où

$$S(a) = \frac{1}{a} + \frac{1}{2a^2} + \frac{B_1}{a^3} - \frac{B_3}{a^5} + \frac{B_5}{a^7} - \cdots - (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\frac{B_\lambda}{a^{\lambda+2}}.$$

Multiplions par da les deux membres de la relation précédente et intégrons $\lambda + 2$ fois de suite; il viendra

$$(40)\quad \log G_\lambda(a) = 1.2.3\ldots\lambda\left[P_{\lambda+1}(a)\log a + Q_{\lambda+1}(a)\right] + R_{\lambda+1}(a) - 1.2.3\ldots\lambda\int_0^\infty \frac{e^{-ax}\varphi(x)}{x^{\lambda+2}}\,dx,$$

si nous faisons

$$\iiint\ldots\int S(a)\,(da)^{\lambda+2} = P_{\lambda+1}(a)\log a + Q_{\lambda+1}(a),$$

où

$$P_{\lambda+1}(a) = \frac{a^{\lambda+1}}{1.2\ldots(\lambda+1)} - \frac{1}{2}\,\frac{a^\lambda}{1.2\ldots\lambda} + \frac{B_1}{1.2}\,\frac{a^{\lambda-1}}{1.2\ldots(\lambda-1)} + \cdots$$
$$+ (-1)^i\,\frac{B_{2i-1}}{1.2\ldots 2i}\,\frac{a^{\lambda-2i+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-2i+1)} - (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\,\frac{B_\lambda}{1.2\ldots(\lambda+1)},$$

et

$$Q_{\lambda+1}(a) = -\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda+1}\right)\frac{a^{\lambda+1}}{1.2\ldots(\lambda+1)} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{\lambda}\right)\frac{a^\lambda}{1.2.3\ldots\lambda}$$
$$-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{\lambda-1}\right)\frac{B_1}{1.2}\,\frac{a^{\lambda-1}}{1.2.3\ldots(\lambda-1)} + \cdots$$
$$+(-1)^i\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2i+1}\right)\frac{B_{2i-1}}{1.2\ldots 2i}\,\frac{a^{\lambda-2i+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-2i+1)}\cdots+(-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{B_{\lambda-2}}{1.2.3\ldots(\lambda-1)}\,\frac{a^2}{1.2}.$$

Quant au polynôme $R_{\lambda+1}(a)$, qui s'introduit par l'intégration, nous le représentons par

$$\frac{A_0 a^{\lambda+1}}{1.2.3\ldots(\lambda+1)} + \frac{A_1 a^\lambda}{1.2.3\ldots\lambda} + \cdots + \frac{A_i a^{\lambda-i+1}}{1.2\ldots(\lambda-i+1)} + \cdots + \frac{A_\lambda a}{1} + A_{\lambda+1}.$$

Il nous reste maintenant à déterminer les coefficients A_0, A_1, A_2, ... A_λ, $A_{\lambda+1}$, et à développer l'intégrale en série. Nous intégrerons une dernière fois entre les limites a et $a+1$, et, désignant par $\Psi(a)$ l'expression $P_{\lambda+1}(a)$ $\log a + Q_{\lambda+1}(a)$, nous aurons

$$\int_a^{a+1}\log G_\lambda(x)\,dx = \lambda!\int_a^{a+1}\psi(x)\,dx + \frac{A_0}{1.2.3.(\lambda+2)}\left[(\lambda+2)a^{\lambda+1} + \frac{(\lambda+2)(\lambda+1)}{1.2}a^\lambda + \cdots + \frac{\lambda+2}{1}a + 1\right]$$
$$+ \frac{A_1}{1.2\ldots(\lambda+1)}\left[(\lambda+1)a^\lambda + \frac{(\lambda+1)\lambda}{1.2}a^{\lambda-1} + \ldots + \frac{\lambda+1}{1}a + 1\right]$$

. . . .

. . . .

$$+\frac{A_i}{1.2.3\ldots(\lambda-i+2)}\left[(\lambda-i+2)a^{\lambda-i+2}+\frac{(\lambda-i+2)(\lambda-i+1)}{1.2}a^{\lambda-i}+\ldots+\frac{\lambda-i+2}{1}a+1\right]$$

. . . .

. . . .

$$+\frac{A_\lambda}{1.2}[2a+1]+A_{\lambda+1}+1.2.3\ldots\lambda\int_0^{\infty}\frac{e^{-(a+1)x}-e^{-ax}}{x^{\lambda+3}}\varphi(x)\,dx.$$

Nous ne calculerons pas la valeur de l'intégrale $\int_a^{a+1}\Psi(x)dx$; il nous suffira de connaitre, dans son développement suivant les puissances entières et décroissantes de a, la partie qui ne contient que les puissances positives de la variable. Si nous posons $x=a+t$,

$$\int_a^{a+1}\psi(x)\,dx=\int_0^1\psi(a+t)\,dt=\int_0^1\left(\psi(a)+\psi'(a)\frac{t}{1}+\psi''(a)\frac{t^2}{1.2}+\cdots+\psi^{(i)}\frac{t^i}{1.2\ldots i}+\cdots\right)dt,$$

ou

$$\int_a^{a+1}\psi(x)\,dx=\psi(a)+\psi'(a)\frac{1}{1.2}+\psi''(a)\frac{1}{1.2.3}+\cdots+\psi^{(i)}(a)\frac{1}{1.2\ldots(i+1)}+\cdots$$

Maintenant, de l'égalité

$$\psi(a)=P_{\lambda+1}(a)\log a+Q_{\lambda+1}(a)=\iint\ldots\int S(a)\,(da)^{\lambda+2},$$

on tire

$$\psi^{(i)}(a)=P_{\lambda-i+1}(a)\log a+Q_{\lambda-i+1}(a)=\iint\ldots\int S(a)\,(da)^{\lambda-i+2},$$

c'est-à-dire

$$\psi^{(i)}(a)=\left(\frac{a^{\lambda-i+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-i+1)}-\frac{1}{2}\frac{a^{\lambda-i}}{1.2.3\ldots(\lambda-i)}+\frac{B_1}{1.2}\frac{a^{\lambda-i-1}}{1.2.3\ldots(\lambda-i+1)}+\cdots+(-1)^{\mu}\frac{B_{2\mu-1}}{1.2.3\ldots2\mu}\frac{a^{\lambda-2\mu-i+1}}{1.2\ldots(\lambda-2\mu-i+1)}\cdots\right)\log a$$

$$-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda-i+1}\right)\frac{a^{\lambda-i+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-i+1)}+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda-i}\right)\frac{a^{\lambda-i}}{1.2.3\ldots(\lambda-i)}-\cdots$$

$$+(-1)^{\mu}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2\mu-i+1}\right)\frac{B_{2\mu-1}}{1.2.3\ldots2\mu}\frac{a^{\lambda-2\mu-i+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-2\mu-i+1)}\cdots-,$$

. . . .

. . . .

$$\psi^{(\lambda+1)}(a)=\log a-\frac{1}{2a}-\frac{1}{2}\frac{B_1}{a^2}+\frac{1}{4}\frac{B_3}{a^4}-\frac{1}{6}\frac{B_5}{a^6}+\cdots+\frac{(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}}{\lambda+1}\frac{B}{a^{\lambda+1}},$$

$$\psi^{(\lambda+2)}(a)=\frac{1}{a}+\frac{1}{2a^2}+\frac{B_1}{a^3}-\frac{B_3}{a^5}+\frac{B_5}{a^7}-\cdots-(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\frac{B_\lambda}{a^{\lambda+2}},$$

. . . .

. . . .

Dans le développement, les coefficients de $a^{\lambda-2i+1}\log a$ et $a^{\lambda-2i}\log a$ seront respectivement, le premier,

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(2i+1)1.2.3\ldots(\lambda-2i+1)}\left[1-\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}+\binom{2i+1}{2}B_1-\binom{2i+1}{4}B_3+\binom{2i+1}{6}B_5-\cdots-(-1)^i\binom{2i+1}{2i}B_{2i-1}\right],$$

le second,

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(2i+1)\,1.2\ldots(\lambda-2i)}\left[\frac{1}{2i+2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}B_1-\frac{1}{4}\binom{2i+1}{1}B_3-\cdots-(-1)^i\frac{1}{2i}\binom{2i+1}{2i-1}B_{2i-1}\right].$$

Les valeurs des coefficients de $a^{\lambda-2i+1}$ et $a^{\lambda-2i}$ seront

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(\lambda-2i+1)\,1.2.3\ldots(2i+1)}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2i+1}\right]$$
$$\left[-1+\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}-\binom{2i+1}{2}B_1+\binom{2i+1}{4}B_3\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i}B_{2i-1}\right],$$

$$\frac{1}{1.2\ldots(\lambda-2i)\,1.2\ldots(2i+1)}\left[1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2i}\right]$$
$$\left[-\frac{1}{2i+2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}B_1+\frac{1}{4}\binom{2i+1}{3}B_3-\cdots+(-1)^i\frac{1}{2i}\binom{2i+1}{2i-1}B_{2i-1}\right].$$

En vertu des propriétés des nombres de Bernoulli, ces expressions sont identiquement nulles, et le développement ne contiendra que des puissances négatives de a. Si nous représentons par $T(a)$ une fonction qui s'annule pour $a=\infty$, il viendra, d'après la formule (8),

$$-\frac{a^{\lambda+1}}{(\lambda+1)^2}+\frac{1}{2}\log\varpi_\lambda=-\frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1}\left(\frac{1}{\lambda+1}+\frac{1}{\lambda}+\cdots+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1\right)+T(a)$$
$$+\frac{A_0}{1.2.3\ldots(\lambda+2)}\left[(\lambda+2)a^{\lambda+1}+\frac{(\lambda+2)(\lambda+1)}{1.2}a^\lambda+\cdots+\frac{(\lambda+2)}{1}a+1\right]$$

. . . .

$$+\frac{A_i}{1.2.3\ldots(\lambda-i+2)}\left[(\lambda-i+2)a^{\lambda-i+2}+\frac{(\lambda-i+2)(\lambda-i+1)}{1.2}a^{\lambda-i}+\cdots+\frac{\lambda-i+2}{1}a+1\right]$$

. . . .

$$+\frac{A_\lambda}{1.2}(2a+1)+A_{\lambda+1}+1.2.3\ldots\lambda\int_0^\infty\frac{e^{-(a+1)x}-e^{-ax}}{x^{\lambda+3}}\varphi(x)\,dx$$

Comme nous l'avons montré ci-dessus, la fonction $\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+3}}$ décroit constamment, en valeur absolue, avec les valeurs croissantes de x. Cette intégrale a donc zéro pour limite quand a augmente indéfiniment, et son développement ne peut contenir que des puissances négatives de a. On a donc les identités :

$$(41)\left\{\begin{aligned}
&\frac{A_0}{1.2.3\ldots(\lambda+1)} = \frac{1}{\lambda+1}\left[\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\cdots+\frac{1}{2}+1\right],\\
&\frac{A_0}{1.2}+A_1=0,\\
&\frac{A_0}{1.2.3}+\frac{A_1}{1.2}+A_2=0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{A_0}{1.2\ldots 2i}+\frac{A_1}{1.2\ldots(2i-1)}+\frac{A_2}{1.2\ldots(2i-2)}+\cdots+\frac{A_{2\mu}}{1.2.3\ldots(2i-2\mu)}+\frac{A_{2\mu-1}}{1.2.3\ldots(2i-2\mu+1)}+\cdots+\frac{A_{2i-2}}{1.2}+A_{2i-1}=0,\\
&\frac{A_0}{1.2.3\ldots(2i+1)}+\frac{A_1}{1.2.3\ldots 2i}+\frac{A_2}{1.2\ldots(2i-1)}+\cdots+\frac{A_{2\mu}}{1.2.3\ldots(2i-2\mu+1)}+\frac{A_{2\mu+1}}{1.2.3\ldots(2i-2\mu)}+\cdots+\frac{A_{2i-1}}{1.2}+A_{2i}=0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{A_0}{1.2.3\ldots(\lambda+1)(\lambda+2)}+\frac{A_1}{1.2.3\ldots(\lambda+1)}+\cdots+\frac{A_{2\mu}}{1.2.3\ldots(\lambda-2\mu+2)}+\frac{A_{2\mu+1}}{1.2.3\ldots(\lambda-2\mu+1)}+\cdots+\frac{A_\lambda}{1.2}+A_{\lambda+1}=\frac{1}{2}\log\varpi_\lambda.
\end{aligned}\right.$$

Soient, par hypothèse,

$$A_1 = -\frac{A_0}{2},\ A_3=0,\ A_5=0,\ \ldots\ A_{2i-3}=0,$$

et

$$A_{2\mu} = (-1)^{\mu-1}\frac{B_{2\mu-1}}{1.2.3\ldots 2\mu}A_0.\ (\mu = 1, 2.3\ldots i-1)$$

Je dis qu'on aura encore

$$A_{2i-1}=0 \quad \text{et} \quad A_{2i}=(-1)^{i-1}\frac{B_{2i-1}}{1.2.3\ldots 2i}A_0.$$

Des relations précédentes, on tire aisément celles-ci :

$$\frac{A_0}{1.2.3\ldots 2i}\left[1-\frac{1}{2}\binom{2i}{1}+\binom{2i}{2}B_1-\binom{2i}{4}B_3+\cdots+(-1)^{i-2}\binom{2i}{2i-2}B_{2i-3}\right]+A_{2i-1}=0,$$

$$\frac{A_0}{1.2.3\ldots(2i+1)}\left[1-\frac{1}{2}\binom{2i+1}{1}+\binom{2i+1}{2}B_1-\binom{2i+1}{4}B_3+\cdots+(-1)^i\binom{2i+1}{2i-2}B_{2i-3}+1.2.3\ldots(2i+1)\frac{A_{2i}}{A_0}\right];$$

d'où

$$A_{2i-1} = 0 \quad \text{et} \quad A_{2i} = (-1)^{i-1} \frac{B_{2i-1}}{1.2.3\ldots 2i} A_0.$$

Or,

$$A_1 = -\frac{A_0}{2}, \; A_2 = \frac{B_1}{1.2} A_0, \; A_3 = 0, \; A_4 = -\frac{B_3}{1.2.3.4} A_0;$$

donc

$$A_1 = -\frac{A_0}{2}, \; A_{2i} = (-1)^{i-1} \frac{B_{2i-1}}{1.2.3\ldots 2i} A_0, \; A_{2i+1} = 0. \; \left(i = 1, 2, 3, \ldots \frac{\lambda - 1}{2}\right)$$

Quant à la dernière des relations (41), elle prendra la forme

$$\frac{A_0}{1.2\ldots(\lambda+1)(\lambda+2)}\left[1 - \frac{1}{2}\binom{\lambda+2}{1} + \binom{\lambda+2}{2} B_1 - \binom{\lambda+2}{4} B_3 + \cdots + (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}} \binom{\lambda+2}{\lambda-1} B_{\lambda-2}\right]$$
$$+ A_{\lambda+1} = \frac{1}{2} \log \varpi_\lambda;$$

d'où

$$A_{\lambda+1} = \frac{1}{2} \log \varpi_\lambda + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}} \frac{A_0}{1.2\ldots(\lambda+1)} B_\lambda,$$

ou encore

$$A_{\lambda+1} = \frac{1}{2} \log \varpi_\lambda + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 1} + \cdots + \frac{1}{2} + 1\right) \frac{B_\lambda}{\lambda + 1}.$$

Si nous substituons ces diverses valeurs dans la relation (40), le coefficient de $a^{\lambda - 2i + 1}$ sera

$$-(-1)^i C_{\lambda+1, 2i} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda - 1} + \cdots + \frac{1}{\lambda - 2i + 2}\right) \frac{B_{2i-1}}{\lambda + 1}.$$

D'un autre côté,

$$1.2.3\ldots\lambda P_{\lambda+1}(a) = \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1} - \frac{1}{2} a^\lambda + \frac{1}{2}\binom{\lambda}{1} B_1 a^{\lambda-1} - \frac{1}{4}\binom{\lambda}{3} B_3 a^{\lambda-3} \ldots$$
$$-(-1)^i \frac{1}{2i} \binom{\lambda}{2i-1} B_{2i-1} a^{\lambda-2i+1} \ldots + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}} \frac{B_\lambda}{\lambda+1},$$

c'est-à-dire

$$1.2.3\ldots\lambda P_{\lambda+1}(a) = B_{\lambda+1}(a) + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}} \frac{B_\lambda}{\lambda+1},$$

$B_{\lambda+1}(a)$ désignant un polynôme de Bernoulli.

En conséquence,

$$\log G_\lambda(a) = \frac{1}{2}\log \varpi_\lambda + \left(B_{\lambda+1}(a) + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{B_\lambda}{\lambda+1}\right)\log a + Q_{\lambda+1}(a) - 1.2.3\ldots\lambda\int_0^\infty e^{-ax}\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+2}}\,dx,$$

où

$$Q_{\lambda+1}(a) = -\frac{a^{\lambda+1}}{(\lambda+1)^2} + C_{\lambda+1,2}\frac{B_1}{\lambda+1}\frac{a^{\lambda-1}}{\lambda} - C_{\lambda+1,4}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\frac{1}{\lambda-2}\right)\frac{B_3}{\lambda+1}a^{\lambda-3} + \cdots$$

$$-(-1)^i C_{\lambda+1,2i}\left[\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2i+2}\right]\frac{B_{2i-1}}{\lambda-1}a^{\lambda-2i+1}+\cdots+(-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\cdots+\frac{1}{2}+1\right)\frac{B_\lambda}{\lambda+1}.$$

Posons maintenant avec Cauchy :

$$\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+2}} = (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\left[\frac{B_{\lambda+2}}{1.2\ldots(\lambda+3)}x - \frac{B_{\lambda+4}}{1.2.3\ldots(\lambda+5)}x^3 + \frac{B_{\lambda+6}}{1.2\ldots(\lambda+7)}x^5 - \cdots + (-1)^\mu\theta\frac{B_{\lambda+2\mu+2}}{1.2.3\ldots(\lambda+2\mu+3)}x^{2\mu+1}\right],$$

θ étant une fraction comprise entre 0 et 1 ; nous obtenons finalement la relation suivante :

$$(42)\quad\left\{\begin{aligned}&\log G_\lambda(a) = \frac{1}{2}\log\varpi_\lambda + \left[B_{\lambda+1}(a) + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{B_\lambda}{\lambda+1}\right]\log a + Q_{\lambda+1}(a)\\&+(-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}1.2.3\ldots\lambda\left[\frac{B_{\lambda+2}}{1.2.3\ldots(\lambda+3)}\frac{1}{a^2} - \frac{B_{\lambda+4}}{4.5.6\ldots(\lambda+7)}\frac{1}{a^4} + \frac{B_{\lambda+6}}{6.7.8\ldots(\lambda+7)}\frac{1}{a^6} - \cdots\right.\\&\qquad\left. + (-1)^\mu\theta\frac{B_{\lambda+2\mu+2}}{(2\mu+2)(2\mu+3)\ldots(2\mu+\lambda+3)}\frac{1}{a^{2\mu}}\right].\end{aligned}\right.$$

Second cas. — λ pair. Ici, nous ferons

$$\varphi(x) = \frac{x}{1-e^{-x}} - 1 - \frac{x}{2} - \frac{B_1}{1.2}x^2 + \frac{B_3}{1.2.3.4}x^4 - \cdots + (-1)^{\frac{\lambda}{2}}\frac{B_{\lambda-1}}{1.2\ldots\lambda}x^\lambda - (-1)^{\frac{\lambda}{2}}\frac{B_{\lambda+1}}{1.2\ldots(\lambda+2)}x^{\lambda+2}.$$

Par une voie analogue à la précédente, on est conduit aux résultats suivants :

$$(43)\quad\left\{\begin{aligned}&\log G_\lambda(a) = \frac{1}{2}\log\varpi_\lambda + B_{\lambda+1}(a)\log a + Q_{\lambda+1}(a) + (-1)^{\frac{\lambda}{2}}\frac{B_{\lambda+1}}{(\lambda+1)(\lambda+2)}\frac{1}{a} + 1.2.3\ldots\lambda\int_0^\infty e^{-ax}\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+2}}\,dx,\\&\log G_\lambda(a) = \frac{1}{2}\log\varpi_\lambda + B_{\lambda+1}(a)\log a + Q_{\lambda+1}(a)\\&+(-1)^{\frac{\lambda}{2}}1.2.3\ldots\lambda\left[\frac{B_{\lambda+1}}{1.2.3\ldots(\lambda+2)}\frac{1}{a} - \frac{B_{\lambda+3}}{3.4.5\ldots(\lambda+4)}\frac{1}{a^3} + \cdots + (-1)^\mu\theta\frac{B_{\lambda+2\mu+1}}{(2\mu+1)(2\mu+2)\ldots(2\mu+\lambda+2)}\frac{1}{a^{2\mu+1}}\right],\end{aligned}\right.$$

où

$$Q_{\lambda+1}(a) = -\frac{a_{\lambda+1}}{(\lambda+1)^2} + C_{\lambda+1,2}\frac{B_1}{\lambda+1}\frac{a^{\lambda-1}}{\lambda} - \cdots - (-1)^i C^{\lambda+1,2i}\left[\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\cdots+\frac{1}{\lambda-2i+2}\right]\frac{B_{2i-1}}{\lambda+1}a^{\lambda-2i+1}\cdots$$
$$-(-1)^{\frac{\lambda}{2}} C_{\lambda+1,\lambda}\left[\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda-1}+\cdots+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right]\frac{B_{\lambda-1}}{\lambda+1}a.$$

Remarque. — De l'équation (40) résulte immédiatement, pour $a = \infty$, la limite de l'expression

$$\frac{\log G_\lambda(a)}{a^{\lambda+1}} - \frac{\log a}{\lambda+1}.$$

En effet, cette relation peut être écrite ainsi

$$\frac{\log G_\lambda(a)}{a^{\lambda+1}} - \frac{\log a}{\lambda+1} = \frac{A_0}{1.2\ldots(\lambda+1)} - \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{\lambda+1}\right)\frac{1}{\lambda+1} + \psi(a) - \frac{1.2.3\ldots\lambda}{a^{\lambda+1}}\int_0^\infty e^{-ax}\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+2}}dx.$$

La fonction $\Psi(a)$ s'annule à la limite, et il en est de même de l'intégrale contenue dans le second membre. En effet, la fonction $\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda+2}}$ est nulle avec x; elle va donc d'abord en croissant ou en décroissant, selon le signe de $(-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}$, et elle atteint ainsi un maximum ou un minimum. A partir de cette valeur, la fonction diminue constamment en valeur absolue et tend indéfiniment vers zéro. Elle restera donc toujours inférieure, en valeur absolue, à une quantité fixe A, quand la variable parcourra toutes les valeurs de 0 à $+\infty$. Par suite, on aura

$$\lim\left[\frac{\log G_\lambda(a)}{a^{\lambda+1}} - \frac{\log a}{\lambda+1}\right]_{a=\infty} = -\frac{1}{(\lambda+1)^2},$$

ainsi que nous l'avons trouvé plus haut.

Si λ est pair, le même procédé conduit à un résultat identique. La relation (8) est donc démontrée rigoureusement.

Valeur asymptotique de $G_\lambda(a+1)$. — Posons

$$f_{\lambda+1}(a) = \frac{a^{\lambda+1}}{\lambda+1} + \frac{1}{2}a^\lambda + \frac{1}{2}\binom{\lambda}{1}B_1 a^{\lambda-1} + \cdots - (-1)^i\frac{1}{2i}\binom{\lambda}{2i-1}B_{2i-1}a^{\lambda-2i+1}\cdots,$$

en convenant de conserver les termes indépendants de a, s'il en existe.



Si a est un très grand nombre, on aura la formule approchée

(44) $$G_\lambda(a+1) = \sqrt{\varpi_\lambda}\, a^{f_{\lambda+1}(a)}\, e^{Q_{\lambda+1}(a)};$$

et, si a est entier,

(45) $$1^{1^\lambda} 2^{2^\lambda} 3^{3^\lambda} \ldots a^{a^\lambda} = \sqrt{\varpi_\lambda}\, a^{f_{\lambda+1}(a)}\, e^{Q_{\lambda+1}(a)}.$$

Cette dernière formule ne diffère pas de celle de M. Glaisher, si l'on prend, comme nous l'avons dit dans l'avant-propos,

$$\frac{1}{2}\log \varpi_{2i} = \log A_{2i},$$
$$\frac{1}{2}\log \varpi_{2i-1} = \log A_{2i-1} + (-1)^i \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i-1}\right)\frac{B_{2i-1}}{2i}.$$

9. La divergence de ces développements est de même nature que celle de la série de Stirling, c'est-à-dire qu'ils permettent, malgré ce caractère, de calculer la transcendante $\log G_\lambda(a)$ avec un degré d'approximation aussi grand qu'on le désire. Les termes de ces séries iront d'abord en diminuant; mais, comme les nombres de Bernoulli vont en croissant, les termes de la série finiront par surpasser toute quantité donnée, quelle que soit la valeur de a. Pour déterminer le rang du terme, à partir duquel la décroissance cesse, nous distinguerons encore deux cas.

Premier cas. — λ impair. Appelons U_n le n^{me} terme de la série qui contient le nombre de Bernoulli, $B_{2n+\lambda}$. La valeur absolue de ce terme sera

$$\frac{1.2.3\ldots\lambda}{2n(2n+1)\ldots(2n+\lambda+1)}\,\frac{B_{2n+\lambda}}{a^{2n}},$$

et celle du terme précédent

$$\frac{1.2.3\ldots\lambda}{(2n-2)(2n-1)\ldots(2n+\lambda-1)}\,\frac{B_{2n+\lambda-2}}{a^{2n-2}}.$$

Donc

$$\left[\frac{U_n}{U_{n-1}}\right] = \frac{B_{2n+\lambda}}{B_{2n+\lambda-2}}\,\frac{(2n-2)(2n-1)}{(2n+\lambda)(2n+\lambda+1)}\,\frac{1}{a^2}.$$

or,

$$\frac{B_{2n+\lambda}}{B_{2n+\lambda-2}} < \frac{(2n+\lambda)(2n+\lambda+1)}{4\pi^2};$$

par suite,

$$\left[\frac{U_n}{U_{n-1}}\right] < \frac{(2n-2)(2n-1)}{4\pi^2 a^2},$$

et, *a fortiori*,

$$\left[\frac{U_n}{U_{n-1}}\right] < \left(\frac{n}{a\pi}\right)^2$$

En valeur absolue, U_n sera moindre que U_{n-1}, tant que n sera inférieur ou égal au plus grand nombre entier contenu dans $a\pi$. La limite du décroissement des termes sera la même que celle de la série de Stirling.

Limite de l'erreur. — L'erreur commise en faisant usage des développements (42) et (43) est toujours moindre en valeur absolue que le premier des termes négligés. On aura donc la plus grande approximation possible en s'arrêtant au terme qui précède le terme minimum, et la valeur de celui-ci sera une limite supérieure de l'erreur commise. On peut encore déterminer de la manière suivante une limite de l'erreur, quand on s'arrête à un terme de rang quelconque. Désignons par ε_n la valeur absolue de l'erreur faite; lorsqu'on prend les n premiers termes de la série, on a l'inégalité

$$\varepsilon_n < \frac{1.2.3\ldots\lambda}{(2n+2)(2n+3)\ldots(2n+\lambda+3)}\,\frac{B_{2n+\lambda+2}}{a^{2n+2}}.$$

Or,

$$B_{2n+\lambda+2} < \frac{1}{12}\,\frac{\Gamma(2n+\lambda+4)}{(2\pi)^{2n+\lambda+4}};$$

donc

$$\varepsilon_n < \frac{1}{12}\,\frac{1.2.3\ldots\lambda.\,1.2.3\ldots(2n+1)}{(2\pi)^{2n+\lambda+1}\,a^{2n+2}}.$$

Ensuite, en vertu des inégalités

$$1.2.3\ldots\lambda < \lambda^{\lambda+\frac{1}{2}}\,e^{-\lambda+\frac{1}{12\lambda}}\sqrt{2\pi},$$

$$1.2.3\ldots 2n < (2n)^{2n+\frac{1}{2}}\,e^{-2n+\frac{1}{24n}}\sqrt{2\pi},$$

on a définitivement

$$(46)\qquad \varepsilon_n < \frac{(2n+1)\sqrt{2n\lambda}}{12a^2}\left(\frac{\lambda}{2\pi e}\right)^{\lambda}\left(\frac{n}{ae\pi}\right)^{2n} e^{\frac{1}{12\lambda}+\frac{1}{24n}}.$$

Second cas. — λ pair. Ici encore, les termes de la série iront en décroissant, tant que n sera inférieur ou égal au plus grand nombre entier contenu dans $a\pi$. Si l'on ne conserve que les n premiers termes, la valeur absolue de l'erreur commise, ε_n, sera inférieure à

$$\frac{1.2.3\ldots\lambda}{(2n+1)(2n+2)\ldots(2n+\lambda+2)}\,\frac{B_{2n+\lambda+1}}{a^{2n+1}}.$$

D'après les inégalités précédentes, on a

$$\varepsilon_n < \frac{\pi\sqrt{2n\lambda}}{6a}\left(\frac{\lambda}{2\pi e}\right)^{\lambda}\left(\frac{n}{ae\pi}\right)^{2n} e^{\frac{1}{12\lambda}+\frac{1}{24n}}. \tag{47}$$

Exemple. — Soient $\lambda = 10$ et $a = 10$. On pourra prendre $n = 30$ et l'on aura

$$\varepsilon_{30} < \frac{\pi}{\sqrt{6}}\left(\frac{5}{\pi e}\right)^{10}\left(\frac{3}{\pi e}\right)^{60} e^{\frac{1}{100}}.$$

$\log \pi =$ 0,49714.9872694	$\frac{1}{2}\log 6 =$ 0,3890756251918
$10 \log 5 =$ 6,98970.0043360	$70 \log \pi e =$ 65,2011048217900
$60 \log 3 =$ 28,62727 5831797	65,5901804469818
$\frac{1}{100}\log e =$ 0,00434.2944819	
36,11846.8692670	

Donc

$$\log \varepsilon_{30} < \overline{30},52828825,$$

et

$$\varepsilon_{30} < 0,00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 0000\ 33752.$$

L'erreur est moindre qu'une demi-unité du 29me ordre décimal.

Si l'on prend les trente premiers termes de la série, celle-ci donnera pour toutes les valeurs de a supérieures à 10, le nombre $\log G_\lambda(a)$, au moins avec le même degré d'exactitude.

Dans la plupart des cas, on ne conservera qu'un très petit nombre de termes, et l'approximation sera largement suffisante.

Comme application des développements précédents, nous nous proposons la détermination des constantes ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3 et ϖ_4, qui ont été calculées par M. Glaisher au moyen des séries dont nous avons parlé plus haut.

Dans son traité de calcul différentiel (*), Euler donne pour les quinze premiers nombres de Bernoulli les valeurs suivantes :

$$B_1 = \frac{1}{6},\ B_3 = \frac{1}{30},\ B_5 = \frac{1}{42},\ B_7 = \frac{1}{30},\ B_9 = \frac{5}{66},$$

$$B_{11} = \frac{691}{2730},\ B_{13} = \frac{7}{6},\ B_{15} = \frac{3617}{510},\ B_{17} = \frac{43867}{798},\ B_{19} = \frac{174611}{330},$$

$$B_{21} = \frac{854513}{138},\ B_{23} = \frac{236364091}{2730},\ B_{25} = \frac{8553103}{2},\ B_{27} = \frac{23749461029}{870},\ B_{29} = \frac{8615841276005}{14322},\ldots$$

Calcul de log ϖ_1. — Si, dans la formule (42), nous supposons $a = 10$ et $\lambda = 1$, on a

$$\frac{1}{2}\log \varpi_1 = \log G_1(10) - \left(B_2(10) + \frac{1}{12}\right)\log 10 - Q_2(10) - \frac{B_3}{2.3.4}\frac{1}{10^2} + \frac{B_5}{4.5.6}\frac{1}{10^4} - \frac{B_7}{6.7.8}\frac{1}{10^6} + \cdots$$

Nous disposerons le tableau des calculs de la manière suivante :

$$\frac{100}{4} = 25{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00000$$

$$40 \log 2 = 27{,}72588\ 72223\ 97812\ 37668\ 92849$$

$$27 \log 3 = 29{,}66253\ 17940\ 38961\ 66767\ 16220$$

$$5 \log 5 = 8{,}04718\ 95621\ 70501\ 87300\ 37967$$

$$7 \log 7 = 13{,}62137\ 10433\ 87193\ 13573\ 74692$$

$$\frac{B_5}{4.5.6}\frac{1}{10^4} = 0{,}00000\ 00198\ 41269\ 84126\ 98413$$

$$\frac{B_9}{8.9.10}\frac{1}{10^8} = 0{,}00000\ 00000\ 01052\ 18855\ 21886$$

$$\frac{B_{13}}{12.13.14}\frac{1}{10^{12}} = 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 53418\ 80342$$

$$\frac{B_{17}}{16.17.18}\frac{1}{10^{16}} = 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00112\ 27773$$

$$\frac{B_{21}}{20.21.22}\frac{1}{10^{20}} = 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 67014$$

$$\frac{B_{25}}{24.25.26}\frac{1}{10^{24}} = 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 02741$$

$$104{,}05697\ 96418\ 36791\ 61824\ 19857$$

(*) EULER, *Institutiones Calculi differentialis*, chap. V, p. 420.



D'un autre côté,

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{12} &= 0,08333\ 33333\ 33333\ 33333\ 33333\\
\frac{541}{12}\log 10 &= 103,80821\ 12758\ 14892\ 92114\ 44480\\
\frac{B_3}{2.3.4}\frac{1}{10^2} &= 0,00001\ 38888\ 88888\ 88888\ 88889\\
\frac{B_7}{6.7.8}\frac{1}{10^6} &= 0,00000\ 00000\ 99206\ 34920\ 63492\\
\frac{B_{11}}{10.11.12}\frac{1}{10^{10}} &= 0,00000\ 00000\ 00019\ 17526\ 91753\\
\frac{B_{15}}{14.15.16}\frac{1}{10^{14}} &= 0,00000\ 00000\ 00000\ 02110\ 76097\\
\frac{B_{19}}{18.19.20}\frac{1}{10^{18}} &= 0,00000\ 00000\ 00000\ 00007\ 73573\\
\frac{B_{23}}{22.23.24}\frac{1}{10^{22}} &= 0,00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 07129\\
\hline
& \ 105,89155\ 84981\ 36340\ 68902\ 78746
\end{aligned}
$$

Donc

$$\frac{1}{2}\log \varpi_1 = 0,16542\ 11437\ 00450\ 92921\ 41111,$$

et

$$\log \varpi_1 = 0,33084\ 22874\ 00901\ 85842\ 82222.$$

L'erreur commise par excès étant inférieure à

$$0,00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 002776,$$

on a, avec vingt et une figures exactes,

$$\log \varpi_1 = 0,33084\ 22874\ 00901\ 858428\ldots$$

Kinkelin (*) a donné

$$\log \varpi_1 = 0,33084\ 228\ldots$$

Calcul de log ϖ_2. — Le calcul de cette constante et des suivantes ϖ_3 et ϖ_4 se simplifie beaucoup, la valeur des termes qui contiennent les nombres

(*) *Loc. cit.*

de Bernoulli se déduisant aisément des résultats précédents. Nous supposerons encore $a = 10$; l'équation (43) devient, pour $a = 10$ et $\lambda = 2$,

$$\frac{1}{2}\log \varpi_2 = \log G_2(10) - B_3(10)\log 10 - Q_3(10) + \frac{1.2B_3}{2.3.4}\frac{1}{10} - \frac{1.2B_5}{3.4.5.6}\frac{1}{10^3} + \cdots$$

Nous formerons ainsi les tableaux suivants :

$$\begin{aligned}
207 \log 3 &= 227{,}41274\ 37542\ 98706\ 11881\ 57644\\
49 \log 7 &= 95{,}34959\ 73057\ 10351\ 95016\ 22744\\
\frac{1985}{18} &= 110{,}27777\ 77777\ 77777\ 77777\ 77778\\
\frac{2B_3}{2.3.4}\frac{1}{10} &= 0{,}00027\ 77777\ 77777\ 77777\ 77778\\
\frac{2B_7}{5.6.7.8}\frac{1}{10^5} &= 0{,}00000\ 00003\ 96825\ 39682\ 53968\\
\frac{2B_{11}}{9.10.11.12}\frac{1}{10^9} &= 0{,}00000\ 00000\ 00042\ 61170\ 92784\\
\frac{2B_{15}}{13.14.15.16}\frac{1}{10^{13}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 03247\ 32457\\
\frac{2B_{19}}{17.18.19.20}\frac{1}{10^{17}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00009\ 10086\\
\frac{2B_{23}}{21.22.23.24}\frac{1}{10^{21}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 06790\\
\hline
&\ 433{,}04039\ 66139\ 61481\ 66563\ 32029
\end{aligned}$$

D'autre part,

$$\begin{aligned}
21 \log 2 &= 14{,}55609\ 07917\ 58851\ 49776\ 18746\\
260 \log 5 &= 418{,}45385\ 72328\ 66097\ 39619\ 74266\\
\frac{2B_5}{3.4.5.6}\frac{1}{10^3} &= 0{,}00000\ 01322\ 75132\ 75132\ 75133\\
\frac{2B_9}{7.8.9.12}\frac{1}{10^7} &= 0{,}00000\ 00000\ 03006\ 25300\ 62530\\
\frac{2B_{13}}{11.13.14.15}\frac{1}{10^{11}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 97125\ 09713\\
\frac{2B_{17}}{15.16.17.18}\frac{1}{10^{15}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00149\ 70364\\
\frac{2B_{21}}{19.20.21.22}\frac{1}{10^{19}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 70541\\
\frac{2B_{25}}{23.24.25.26}\frac{1}{10^{23}} &= 0{,}00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00258\\
\hline
&\ 433{,}00944\ 81569\ 03088\ 87104\ 81531
\end{aligned}$$

Par suite,

$$\frac{1}{2} \log \varpi_2 = 0,03044\ 84570\ 38392\ 79458\ 50488,$$

et

$$\log \varpi_2 = 0,06089\ 69141\ 16785\ 58917\ 00976.$$

L'erreur commise par défaut étant moindre que

$$0,00000\ 00000\ 00000\ 00000\ 00552\ 04,$$

on a, avec vingt et une figures exactes,

$$\log \varpi_2 = 0,06089\ 69141\ 16785\ 58917\ 0\ldots$$

Valeurs des constantes log ϖ_3 et log ϖ_4. — Nous ne reproduisons plus le tableau des calculs. On trouve successivement

$$\log \varpi_3 = -0,01075\ 71527\ 15534\ 31545\ 3\ldots$$

avec vingt et une figures exactes, et

$$\log \varpi_4 = -0,01596\ 76229\ 01148\ 68285\ 5\ldots$$

avec vingt et une figures connues.

Nous consignerons ces divers résultats dans le tableau suivant. Les logarithmes sont hyperboliques.

t	log hyp ϖ_t.
0	1,83787 70664 09545 48356 07 ...
1	0,33084 22874 00901 85842 8 ...
2	0,06089 69141 16785 58917 0 ...
3	— 0,01075 71527 15534 31545 3 ...
4	— 0,01596 76229 01148 68285 5 ...

Remarque. — Dans son mémoire, M. Glaisher trouve pour log A_4 la valeur positive 0,007983811 ...; il a dû commettre une erreur de signe, à moins qu'elle ne soit la conséquence d'une faute typographique.

CHAPITRE III.

Développement de log $G_\lambda(x)$ en série trigonométrique.

10. Dans le *Journal de Crelle* (*), Kummer a donné un développement remarquable de la fonction $\log \Gamma(x)$. On a, pour toutes les valeurs de x comprises entre 0 et 1, exclusivement,

$$\log \Gamma(x) = \frac{1}{2}\log 2\pi + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k} + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{C + \log 2\pi k}{k\pi} \sin 2k\pi x, \tag{48}$$

C désignant la constante d'Euler.

Il est facile de trouver pour $\log G_\lambda(x)$ un développement procédant aussi suivant les sinus et les cosinus des multiples de l'arc $2\pi x$.

Supposons que nous connaissions le développement de $\log G_{\lambda-1}(x)$, savoir

$$\log G_{\lambda-1}(x) = \frac{1}{2}\log \varpi_{\lambda-1} + 2A_{1,\lambda-1}\cos 2\pi x + 2A_{2,\lambda-1}\cos 4\pi x + \dots + 2A_{k,\lambda-1}\cos 2k\pi x + \dots$$
$$+ 2B_{1,\lambda-1}\sin 2\pi x + 2B_{2,\lambda-1}\sin 4\pi x + \dots + 2B_{k,\lambda-1}\sin 2k\pi x + \dots,$$

celui de $\log G_\lambda(x)$ s'ensuivra immédiatement.

En effet, on sait que

$$\int_0^1 \log G_{\lambda-1}(x) \sin 2k\pi x \, dx = B_{k,\lambda-1}, \tag{49}$$

$$\int_0^1 \log G_{\lambda-1}(x) \cos 2k\pi x \, dx = A_{k,\lambda-1}. \tag{50}$$

L'intégration par parties transforme la relation (49) en la suivante

$$\sin 2k\pi x \int_0^1 \log G_{\lambda-1}(x)\,dx - 2k\pi \int_0^1 \cos 2k\pi x\,dx \int_0^x \log G_{\lambda-1}(x)\,dx = B_{k,\lambda-1}.$$

(*) Tome XXXV.

Or, d'après l'équation (9),

$$\int_0^x \log G_{\lambda-1}(x)\,dx = \frac{\log G_\lambda(x)}{\lambda} - \frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda^2} + \frac{x}{2}\log \varpi_{\lambda-1};$$

donc

$$\sin 2k\pi x \left[\log G_\lambda(x) - \frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda^2} + \frac{x}{2}\log \varpi_{\lambda-1}\right]_0^1$$
$$- 2k\pi \int_0^1 \left[\frac{\log G_\lambda(x)}{\lambda} - \frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda^2} + \frac{x}{2}\log \varpi_{\lambda-1}\right] \cos 2k\pi x = B_{k,\lambda-1},$$

ou

$$-\frac{2k\pi}{\lambda}\int_0^1 \log G_\lambda(x)\cos 2k\pi x\,dx + \frac{2k\pi}{\lambda^2}\int_0^1 B_{\lambda+1}(x)\cos 2k\pi\,dx = B_{k,\lambda-1}.$$

Si λ est pair,

$$\int_0^1 B_{\lambda+1}(x)\cos 2k\pi x\,dx = 0;$$

donc

$$A_{k,\lambda} = \int_0^1 \log G_\lambda(x)\cos 2k\pi x\,dx = -\frac{\lambda B_{k,\lambda-1}}{2k\pi}.$$

Si λ est impair,

$$\int_0^1 B_{\lambda+1}(x)\cos 2k\pi x\,dx = (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{1.2.3\ldots\lambda}{(2k\pi)^{\lambda+1}};$$

par suite,

$$-\frac{2k\pi}{\lambda}\int_0^1 \log G_\lambda(x)\cos 2k\pi x\,dx + (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{2k\pi}{\lambda}\,\frac{1.2\ldots(\lambda-1)}{(2k\pi)^{\lambda-1}} = \lambda B_{k,\lambda-1},$$

ou

$$A_{k,\lambda} = \int_0^1 \log G_\lambda(x)\cos 2k\pi x\,dx = (-1)^{\frac{\lambda-1}{2}}\frac{1.2.3\ldots(\lambda-1)}{(2k\pi)^{\lambda+1}} - \frac{\lambda B_{k,\lambda-1}}{2k\pi}.$$

D'autre part, l'équation (50) devient par la même transformation

$$\int_0^1 \log G_{\lambda-1}(x)\cos 2k\pi x\,dx = \cos 2k\pi x\left[\frac{\log G_\lambda(x)}{\lambda} - \frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda^2} + \frac{x}{2}\log \varpi_{\lambda-1}\right]_0^1$$
$$+ 2k\pi\int_0^1 \left[\frac{\log G_\lambda(x)}{\lambda} - \frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda^2} + \frac{x}{2}\log \varpi_{\lambda-1}\right]\sin 2k\pi x\,dx,$$

ou

$$\int_0^1 \log G_{\lambda-1}(x)\cos 2k\pi x\,dx = \frac{2k\pi}{\lambda}\int_0^1 \log G_\lambda(x)\sin 2k\pi x\,dx - \frac{2k\pi}{\lambda^2}\int_0^1 B_{\lambda+1}(x)\sin 2k\pi x\,dx.$$

Si λ est pair,

$$\int_0^1 B_{\lambda+1}(x) \sin 2k\pi x\, dx = (-1)^{\frac{\lambda}{2}+1} \frac{1.2.3\ldots\lambda}{(2k\pi)^{\lambda+1}};$$

en conséquence,

$$B_{k,\lambda} = \int_0^1 \log G_\lambda(x) \sin 2k\pi x\, dx = (-1)^{\frac{\lambda}{2}+1} \frac{1.2.3\ldots(\lambda-1)}{(2k\pi)^{\lambda+1}} + \frac{\lambda A_{k,\lambda-1}}{2k\pi}.$$

Si λ est impair,

$$\int_0^1 B_{\lambda+1}(x) \sin 2k\pi x\, dx = 0,$$

et

$$B_{k,\lambda} = \int_0^1 \log G_\lambda(x) \sin 2k\pi x\, dx = \frac{\lambda A_{k,\lambda-1}}{2k\pi}.$$

Nous avons donc les quatre formules suivantes :

$$A_{k,2i} = \int_0^1 \log G_{2i}(x) \cos 2k\pi x\, dx = -\frac{2i}{2k\pi} B_{k,2i-1},$$

$$B_{k,2i} = \int_0^1 \log G_{2i}(x) \sin 2k\pi x\, dx = (-1)^{i+1} \frac{1.2.3\ldots(2i-1)}{(2k\pi)^{2i+1}} + \frac{2i}{2k\pi} A_{k,2i-1},$$

$$A_{k,2i+1} = \int_0^1 \log G_{2i+1}(x) \cos 2k\pi x\, dx = (-1)^i \frac{1.2.3\ldots 2i}{(2k\pi)^{2i+2}} - \frac{2i+1}{2k\pi} B_{k,2i},$$

$$B_{k,2i+1} = \int_0^1 \log G_{2i+1}(x) \sin 2k\pi x\, dx = \frac{2i+1}{2k\pi} A_{k,2i}.$$

Elles donnent de proche en proche :

$$B_{k,1} = \frac{1}{8\pi k^2}, \quad A_{k,1} = \frac{1 - C - \log 2k\pi}{(2k\pi)^2},$$

$$B_{k,2} = \frac{1.2\left[1 + \frac{1}{2} - C - \log 2\pi k\right]}{(2k\pi)^3}, \quad A_{k,2} = -\frac{1.2}{2^4\pi^2 k^3},$$

$$B_{k,3} = -\frac{1.2.3}{2^5\pi^3 k^4}, \quad A_{k,3} = -\frac{1.2.3\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - C - \log 2\pi k\right]}{(2k\pi)^4},$$

$$B_{k,4} = -\frac{1.2.3.4\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - C - \log 2k\pi\right]}{(2k\pi)^5}, \quad A_{k,4} = \frac{1.2.3.4}{2^6\pi^4 k^5},$$

. . . .
. . . .



La loi de formation des termes est évidente, et l'on aura généralement

$$B_{k,2i}=(-1)^{i+1}\,1.2.3\ldots 2i\,\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}-C-\log 2\pi k}{(2k\pi)^{2i+1}},$$

$$A_{k,2i}=(-1)^{i}\frac{1}{4}\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\frac{1}{k^{2i+1}},$$

$$B_{k,2i+1}=(-1)^{i}\frac{1}{4}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\frac{1}{k^{2i+2}},$$

$$A_{k,2i+1}=(-1)^{i}\,1.2.3\ldots(2i+1)\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}-C-\log 2k\pi}{(2k\pi)^{2i+2}}.$$

En conséquence,

$$\log G_{2i}(x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i}+(-1)^{i}\frac{1}{2}\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}}$$

$$+(-1)^{i+1}\,2.1.2.3\ldots 2i\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i}-C-\log 2k\pi}{(2k\pi)^{2i+1}}\sin 2k\pi x,$$

$$\log G_{2i+1}(x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i+1}+(-1)^{i}\frac{1}{2}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}$$

$$+(-1)^{i}\,2.1.2.3\ldots(2i+1)\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2i+1}-C-\log 2\pi k}{(2k\pi)^{2i+2}}\cos 2k\pi x;$$

ou plus simplement, en vertu des propriétés des polynômes de Bernoulli,

$$(51)\left\{\begin{aligned}\log G_{2i}(x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}-C-\log 2\pi\right)B_{2i+1}(x)\\ +(-1)^{i}\frac{1}{2}\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}}+(-1)^{i}2.\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+1}}\sin 2k\pi x,\end{aligned}\right.$$

$$(52)\left\{\begin{aligned}\log G_{2i+1}(x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i+1}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}-C-\log 2\pi\right)\left(B_{2i+2}(x)+(-1)^{i}\frac{B_{2i+1}}{2i+2}\right)\\ +(-1)^{i}\frac{1}{2}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}+(-1)^{i+1}2.\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+2}}\sin 2k\pi x.\end{aligned}\right.$$

Par le changement de x en $1-x$, ces formules deviennent

$$(53)\left\{\begin{aligned}\log G_{2i}(1-x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i}-\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}-C-\log 2\pi\right]B_{2i+1}(x)\\ +(-1)^{i}\frac{1}{2}\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}}-(-1)^{i}2.\frac{1.2\ldots 2i}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+1}}\sin 2k\pi x,\end{aligned}\right.$$

$$(54)\left\{\begin{aligned}&\log G_{2i+1}(1-x)=\frac{1}{2}\log \varpi_{2i+1}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}-C-\log 2\pi\right)\left(B_{2i+2}(x)+(-1)^i\frac{B_{2i+1}}{2i+2}\right)\\&-(-1)^i\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}+(-1)^{i+1}2.\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+2}}\cos 2k\pi x.\end{aligned}\right.$$

Si nous combinons les équations précédentes par addition et par soustraction, nous obtenons :

$$(55)\qquad \log G_{2i}(x)\,G_{2i}(1-x)=\log\varpi_{2i}+(-1)^i\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}},$$

$$(56)\left\{\begin{aligned}&\log\frac{G_{2i}(x)}{G_{2i}(1-x)}=2\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i}-C-\log 2\pi\right]B_{2i+1}(x)\\&\qquad+(-1)^i 4.\frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+1}}\sin 2k\pi x,\end{aligned}\right.$$

$$(57)\left\{\begin{aligned}&\log G_{2i+1}(x)G_{2i+1}(1-x)=\log\varpi_{2i+1}+2\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i+1}-C-\log 2\pi\right]\left[B_{2i+2}(x)+(-1)^i\frac{B_{2i+1}}{2i+2}\right]\\&\qquad+(-1)^{i+1}4.\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+2}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i+2}}\cos 2k\pi x,\end{aligned}\right.$$

$$(58)\qquad \log\frac{G_{2i+1}(x)}{G_{2i+1}(1-x)}=(-1)^i\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}.$$

Si l'on remplace x par $\frac{1}{2}-x$ dans les formules (55) et (58), on a

$$(59)\qquad \log G_{2i}\left(\frac{1}{2}-x\right)G_{2i}\left(\frac{1}{2}+x\right)=\log\varpi_{2i}+(-1)^i\frac{1.2\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}},$$

$$(60)\qquad \log\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}-x\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}+x\right)}=(-1)^{i+1}\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}.$$

Par le changement de x en $\frac{1}{4}-x$, ces mêmes formules deviennent

$$\begin{aligned}\log G_{2i}\left(\frac{1}{4}-x\right)G_{2i}\left(\frac{1}{4}+x\right)&=\log\varpi_{2i}+(-1)^i\frac{1.2\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\sin 2(2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+1}}\\&\quad+(-1)^i\frac{1.2\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\cos 4k\pi x}{(2k)^{2i+1}},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{4}-x\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{3}{4}+x\right)}&=(-1)^i\frac{1.2\ldots 2i+1}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=0}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\cos 2(2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+2}}\\&\quad+(-1)^i\frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}(-1)^k\frac{\sin 4k\pi x}{(2k)^{2i+2}},\end{aligned}$$



ou, si nous combinons ces relations avec les équations (59) et (60) dans lesquelles on remplacera au préalable x par $2x$,

$$\log \frac{G_{2i}\left(\frac{1}{4}-x\right) G_{2i}\left(\frac{3}{4}+x\right)}{\left[G_{2i}\left(\frac{1}{2}-2x\right) G_{2i}\left(\frac{1}{2}+2x\right)\right]^{\frac{1}{2^{2i+1}}}} = \frac{2^{2i+1}-1}{2^{2i+1}} \log \varpi_{2i}$$
$$+ (-1)^i \frac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}} \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\sin 2(2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+1}},$$

$$\log \left[\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{4}-x\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{3}{4}+x\right)} \left(\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}+2x\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}-2x\right)}\right)^{\frac{1}{2^{2i+2}}}\right] = (-1)^i \frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\cos 2(2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+2}}.$$

Maintenant, si l'on change x en $\frac{x}{2}$, on a finalement

$$(61)\quad \begin{cases} \log \left[\dfrac{G_{2i}\left(\frac{1}{4}-\frac{x}{2}\right) G_{2i}\left(\frac{3}{4}+\frac{x}{2}\right)}{\left(G_{2i}\left(\frac{1}{2}-x\right) G_{2i}\left(\frac{1}{2}+x\right)\right)^{\frac{1}{2^{2i+2}}}}\right] = \dfrac{2^{2i+1}-1}{2^{2i+1}} \log \varpi_{2i} \\ \qquad + (-1)^i \dfrac{1.2.3\ldots 2i}{(2\pi)^{2i}} \displaystyle\sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \dfrac{\sin (2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+1}}, \end{cases}$$

$$(62)\quad \log \left[\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{4}-\frac{x}{2}\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{3}{4}+\frac{x}{2}\right)} \left(\frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}+x\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{1}{2}-x\right)}\right)^{\frac{1}{2^{2i+2}}}\right] = (-1)^i \frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\cos (2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+2}}.$$

De ces formules, on déduit facilement les suivantes, en attribuant à x des valeurs particulières convenables :

$$(63)\quad \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{k^{2i+1}} = (-1)^{i+1} \frac{(2\pi)^{2i}}{1.2.3\ldots 2i} \log \varpi_{2i},$$

$$(64)\quad \sum_{k=1}^{k=\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{k^{2i+1}} = (-1)^{i+1} \frac{2^{2i}-1}{1.2\ldots 2i} \pi^{2i} \log \varpi_{2i},$$

$$(65)\quad \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{1}{(2k+1)^{2i+2}} = (-1)^i \frac{(2\pi)^{2i+1}}{1.2.3\ldots(2i+1)} \log \frac{G_{2i+1}\left(\frac{1}{4}\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{3}{4}\right)},$$

$$(66)\quad \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{1}{(2k+1)^{2i+1}} = (-1)^{i+1} \frac{1}{2} \frac{2^{2i+1}-1}{1.2\ldots 2i} \pi^{2i} \log \varpi_{2i}.$$

Pour $i = 0$, la formule (65) se réduit à

$$\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \cdots = 2\pi \log \frac{G_1\left(\frac{1}{4}\right)}{G_1\left(\frac{3}{4}\right)}.$$

Cette constante est celle de Catalan. Ce résultat a été donné par Kinkelin dans le mémoire cité plusieurs fois.

Remarque I. — Le premier membre de la formule (63) étant essentiellement positif, il en doit être de même du second. Il en résulte donc que les constantes dont l'indice est un multiple de 4 plus 2 sont supérieures à l'unité, et que celles dont l'indice est un multiple de 4 sont des fractions proprement dites.

Remarque II. — Pour $i = 1$, la formule (63) donne

$$S_3 = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \cdots = 2\pi^2 \log \varpi_2.$$

Or,

$$2\pi^2 = 19{,}73920\ 88021\ 78717\ 23766\ 84368\ 29,$$

donc

$$S_3 = 1{,}20205\ 69031\ 59575\ 5.$$

Legendre (*) trouve pour S_3 la valeur

$$1{,}20205\ 69031\ 59594\ 3\ldots$$

11. Les relations précédentes nous paraissent remarquables. Elles permettent d'exprimer, sous forme finie et au moyen des fonctions de Kinkelin, les transcendantes

$$\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i+1}}, \quad \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin 2k\pi x}{k^{2i+2}}, \quad \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\sin (2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+1}}, \quad \sum_{k=0}^{k=\infty} (-1)^k \frac{\cos (2k+1)\pi x}{(2k+1)^{2i+2}}.$$

Lorsque x est commensurable avec π, il est facile de montrer que la somme de ces séries peut aussi s'exprimer au moyen des coefficients différentiels de la fonction gamma. Un grand nombre d'intégrales définies sont

(*) LEGENDRE, *Exercices de calcul intégral*, t. II, p. 65.



réductibles aux transcendantes de Kinkelin. Sans insister sur ce point, sur lequel nous reviendrons peut-être un jour, nous donnerons l'exemple suivant, traité par Legendre (*).

L'illustre géomètre trouve la formule, m étant entier,

$$\int \frac{x^m \sin x\,dx}{\cos x - \cos\theta} = C - x^m \log(2\cos x - 2\cos\theta)$$

$$-2m\,x^{m-1}\left[\frac{\cos\theta}{1^2}\sin x + \frac{\cos 2\theta}{2^2}\sin 2x + \frac{\cos 3\theta}{3^2}\sin 3x + \cdots\right]$$

$$-2m(m-1)\,x^{m-2}\left[\frac{\cos\theta}{1^3}\cos x + \frac{\cos 2\theta}{2^3}\cos 2x + \frac{\cos 3\theta}{3^3}\cos 3x + \cdots\right]$$

$$+2m(m-1)(m-2)x^{m-3}\left[\frac{\cos\theta}{1^4}\sin x + \frac{\cos 2\theta}{2^4}\sin 2x + \frac{\cos 3\theta}{3^4}\sin 3x + \cdots\right]$$

$$+2m(m-1)(m-2)(m-3)x^{m-4}\left[\frac{\cos\theta}{1^5}\cos x + \frac{\cos 2\theta}{2^5}\cos 2x + \cdots\cdots\right]$$

$$-\text{etc.}\ \cdots\cdots$$

En particulier, si $m = 1$,

$$\int \frac{x \sin x\,dx}{\cos x - \cos\theta} = C - x\log 2(\cos x - \cos\theta) - 2\left[\cos\theta\sin x + \frac{\cos 2\theta\sin 2x}{2^2} + \frac{\cos 3\theta\sin 3x}{3^2} + \cdots\right];$$

et, par le changement de x et de θ en πx et $\pi\theta$,

$$\int \frac{x \sin \pi x\,dx}{\cos \pi x - \cos \pi\theta} = C - \frac{x}{\pi}\log(2\cos\pi x - 2\cos\pi\theta)$$

$$-\frac{2}{\pi^2}\left[\cos\pi\theta\sin\pi x + \frac{\cos 2\pi\theta\sin 2\pi x}{2^2} + \frac{\cos 3\pi\theta\sin 3\pi x}{3^2} + \cdots\right].$$

Dans la formule (38), remplaçons successivement x par $\frac{\theta + x}{2}$ et $\frac{\theta - x}{2}$; on a

$$\log\left[\frac{G_{2i+1}\left(\frac{\theta + x}{2}\right)}{G_{2i+1}\left(1 - \frac{\theta + x}{2}\right)}\right] = (-1)^i \frac{1.2\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin k\pi(\theta + x)}{k^{2i+2}},$$

$$\log\left[\frac{G_{2i+1}\left(\frac{\theta - x}{2}\right)}{G_{2i+1}\left(1 - \frac{\theta - x}{2}\right)}\right] = (-1)^i \frac{1.2.3\ldots(2i+1)}{(2\pi)^{2i+1}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{\sin k\pi(\theta - x)}{k^{2i+2}};$$

(*) LEGENDRE, *Exercices de calcul intégral*, t. II, p. 194.

d'où, par soustraction,

$$(67)\quad \log\left[\frac{G_{2i+1}\left(\frac{\theta+x}{2}\right)G_{2i+1}\left(1-\frac{\theta-x}{2}\right)}{G_{2i+1}\left(\frac{\theta-x}{2}\right)G_{2i+1}\left(1-\frac{\theta+x}{2}\right)}\right]=(-1)^i 2.\frac{1.2.3\ldots 2i+1}{(2\pi)^{2i+1}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos k\pi\theta\sin k\pi x}{k^{2i+2}}.$$

Si $i=0$,

$$\log\frac{G_1\left(\frac{\theta+x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta-x}{2}\right)}{G_1\left(\frac{\theta-x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta+x}{2}\right)}=\frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos k\pi\theta\sin k\pi x}{k^2}.$$

Par suite, on aura l'intégrale générale

$$(68)\quad \int^x\frac{x\sin\pi x\,dx}{\cos\pi x-\cos\pi\theta}=C-\frac{x}{\pi}\log(2\cos\pi x-2\cos\pi\theta)-2\log\frac{G_1\left(\frac{\theta+x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta-x}{2}\right)}{G_1\left(\frac{\theta-x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta+x}{2}\right)}.$$

et

$$(69)\quad \left\{\begin{aligned}&\int_0^x\frac{x\sin\pi x}{\cos\pi x-\cos\pi\theta}dx=-\frac{x}{\pi}\log(2\cos\pi x-2\cos\pi\theta)\\&\qquad-\frac{2}{\pi}\log\frac{G_1\left(\frac{\theta+x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta-x}{2}\right)}{G_1\left(\frac{\theta-x}{2}\right)G_1\left(1-\frac{\theta+x}{2}\right)},\ (\theta>x)\end{aligned}\right.$$

puisque la constante est nulle.

12. *Produits infinis de M. Glaisher.* — Dans la formule (52), faisons $x=0$ et changeons ensuite i en $i-1$:

$$(-1)^i 4.\frac{1.2.3\ldots(2i-1)}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i}}=\log\varpi_{2i-1}$$
$$+(-1)^{i-1}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}-C-\log 2\pi\right]\frac{2B_{2i-1}}{2i},$$

ou

$$\prod_{k=1}^{k=\infty}k^{\left(\frac{1}{k^{2i}}\right)(-1)^{i-1}4\frac{1.2\ldots(2i-1)}{(2\pi)^{2i}}}=\varpi_{2i-1}e^{(-1)^{i-1}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}-C-\log 2\pi\right]\frac{2B_{2i-1}}{2i}}.$$

Si nous faisons pour un moment abstraction du coefficient $(-1)^{i-1} 4 \frac{1.2.3\ldots(2i-1)}{(2\pi)^{2i}}$, les exposants de 2, 3, 5, … et en général de p, p étant un nombre premier, seront respectivement dans ce produit infini :

$$\frac{1}{2^{2i}}+\frac{2}{4^{2i}}+\frac{1}{6^{2i}}+\frac{3}{8^{2i}}+\frac{1}{10^{2i}}+\frac{2}{12^{2i}}+\frac{1}{14^{2i}}+\frac{4}{16^{2i}}+\frac{11}{18^{2i}}+\cdots,$$

$$\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{6^{2i}}+\frac{2}{9^{2i}}+\frac{1}{12^{2i}}+\frac{1}{15^{2i}}+\frac{2}{18^{2i}}+\frac{1}{21^{2i}}+\frac{1}{24^{2i}}+\frac{3}{27^{2i}}+\frac{1}{30^{2i}}+\cdots,$$

$$\frac{1}{5^{2i}}+\frac{1}{10^{2i}}+\frac{1}{15^{2i}}+\frac{1}{20^{2i}}+\frac{2}{25^{2i}}+\frac{1}{30^{2i}}+\frac{1}{35^{2i}}+\frac{1}{40^{2i}}+\frac{1}{45^{2i}}+\cdots.$$

. . . .

$$\frac{1}{p^{2i}}+\frac{1}{(2p)^{2i}}+\frac{1}{(3p)^{2i}}+\frac{1}{(4p)^{2i}}+\cdots+\frac{2}{(p^2)^{2i}}+\frac{1}{[(p+1)p]^{2i}}+\cdots+\frac{2}{(2p^2)^{2i}}+\cdots$$

La somme de cette dernière suite sera

$$\frac{1}{p^{2i}}\left(\frac{1}{1^{2i}}+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\cdots\right)+$$
$$\frac{1}{p^{4i}}\left(\frac{1}{1^{2i}}+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\cdots\right)+$$
$$\frac{1}{p^{6i}}\left[\frac{1}{1^{2i}}+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\cdots\right]+$$

. . . .

ou

$$S_{2i}\left(\frac{1}{p^{2i}}+\frac{1}{p^{4i}}+\frac{1}{p^{6i}}+\frac{1}{p^{8i}}+\cdots\right).$$

Finalement, l'exposant du nombre premier p est égal à $\frac{S_{2i}}{p^{2i}-1}$ ou à $\frac{1}{2}\frac{(2\pi)^{2i}}{1.2\ldots 2i}\frac{B_{2i-1}}{p^{2i}-1}$. Donc

$$(70)\qquad \prod_{p=2}^{p=\infty} p^{\frac{1}{p^{2i}-1}} = \frac{\varpi_{2i-1}^{(-1)^{i-1}\frac{1}{2}\frac{2i}{B_{2i-1}}}\, e^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}}}{2\pi e C}.$$

M. Glaisher a trouvé, mais beaucoup moins rapidement,

$$\prod_{p=2}^{p=\infty} p^{\frac{1}{p^{2i}-1}} = \frac{A_{2i-1}^{(-1)^{i-1}\frac{2i}{B_{2i-1}}}}{2\pi e C}.$$



Ces deux formules concordent en vertu de la relation

$$\frac{1}{2}\log \varpi_{2i-1} = \log A_{2i-1} + (-1)^i\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i-1}\right)\frac{B_{2i-1}}{2i}.$$

13. Prenons maintenant la relation (57), où nous changerons i en $i-1$; on a ainsi

$$\log G_{2i-1}(x) G_{2i-1}(1-x) = \log \varpi_{2i-1} + 2\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i-1} - C - \log 2\pi\right)\left(B_{2i}(x) + (-1)^{i-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}\right)$$
$$+ (-1)^i\, 4\,\frac{1.2.3\ldots(2i-1)}{(2\pi)^{2i}}\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\log k}{k^{2i}}\cos 2k\pi x.$$

En passant des logarithmes aux nombres, on obtient

$$G_{2i-1}(x) G_{2i-1}(1-x) = \varpi_{2i-1}\, e^{2\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2i-1} - C - \log 2\pi\right]\left(B_{2i}(x) + (-1)^{i-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}\right)}$$
$$+ \prod_{k=1}^{k=\infty} k^{\left(\frac{\cos 2k\pi x}{k^{2i}}\right)(-1)^i\, 4\,\frac{1.2.3\ldots(2i-1)}{(2\pi)^{2i}}}.$$

Dans le produit $\prod_{k=1}^{k=\infty} k^{\frac{\cos 2k\pi x}{p^{2i}}}$, l'exposant de 2 sera

$$\frac{1}{2^{2i}}\left[\frac{\cos 4\pi x}{1^{2i}} + \frac{\cos 8\pi x}{2^{2i}} + \frac{\cos 12\pi x}{3^{2i}} + \frac{\cos 16\pi x}{4^{2i}} + \cdots\right] +$$
$$\frac{1}{2^{4i}}\left[\frac{\cos 8\pi x}{1^{2i}} + \frac{\cos 16\pi x}{2^{2i}} + \frac{\cos 24\pi x}{3^{2i}} + \cdots\cdots\right] +$$
$$\frac{1}{2^{6i}}\left[\frac{\cos 16\pi x}{1^{2i}} + \frac{\cos 32\pi x}{2^{2i}} + \frac{\cos 48\pi x}{3^{2i}} + \cdots\cdots\right] +$$

. . . .

. . . .

Or,

$$\sum_{k=1}^{k=\infty}\frac{\cos 2k\,2^\mu x}{k^{2i}} = (-1)^{i-1}\frac{1}{2}\,\frac{(2\pi)^{2i}}{1.2\ldots(2i-1)}\left[B_{2i}(|2^\mu x|_0) + (-1)^{i-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}\right];$$

donc l'exposant de 2 dans le produit infini, contenu dans le second membre de l'équation précédente, sera égal à

$$-(-1)^{i-1}\frac{2}{2^{2i}-1}\,\frac{B_{2i-1}}{2i} - 2\,\frac{B_{2i}(|2x|_0)}{2^{2i}} - 2\,\frac{B_{2i}(|2^2x|_0)}{2^{4i}} - 2\,\frac{B_{2i}(|2^3x|_0)}{2^{6i}} - \cdots.$$



Généralement, l'exposant de p, p étant un nombre premier, équivaut à

$$-(-1)^{i-1}\frac{2}{p^{2i}-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}-2\frac{B_{2i}(|px|_0)}{p^{2i}}-2\frac{B_{2i}(|p^2x|_0)}{p^{4i}}-2\frac{B_{2i}(|p^3x|_0)}{p^{6i}}-\cdots.$$

Par suite,

$$G_{2i-1}(x)\,G_{2i-1}(1-x)=\varpi_{2i-1}\,e^{2\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}-C-\log 2\pi\right]\left[B_{2i}(x)+(-1)^{i-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}\right]}$$
$$\times\prod_{p=2}^{p=\infty}p^{-(-1)^{i-1}\frac{2}{p^{2i}-1}\frac{B_{2i-1}}{2i}}\prod_{p=2}^{p=\infty}p^{-2\left[\frac{B_{2i}(|px|_0)}{p^{2i}}+\frac{B_{2i}(|p^2x|_0)}{p^{4i}}+\frac{B_{2i}(|p^3x|_0)}{p^{6i}}+\cdots\right]};$$

et, d'après la relation (70),

$$(71)\quad\left\{\begin{aligned}&\prod_{p=2}^{p=\infty}p^{2\left[\frac{B_{2i}(|px|_0)}{p^{2i}}+\frac{B_{2i}(|p^2x|_0)}{p^{4i}}+\frac{B_{2i}(|p^3x|_0)}{p^{6i}}+\frac{B_{2i}(|p^4x|_0)}{p^{8i}}+\cdots+\frac{B_{2i}(|p^\mu x|_0)}{p^{2\mu i}}+\cdots\right]}\\&=e^{2\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2i-1}-C-\log 2\pi\right]B_{2i}(x)}\frac{1}{G_{2i-1}(x)\,G_{2i-1}(1-x)}.\end{aligned}\right.$$

14. De la relation (56), on déduit, facilement et par la même voie, la valeur du produit infini suivant :

$$(72)\quad\left\{\begin{aligned}&\sum_{p=2}^{p=\infty}p^{2\left[\frac{B_{2i+1}(|px|_0)}{p^{2i+1}}+\frac{B_{2i+1}(|p^2x|_0)}{p^{4i+2}}+\cdots+\frac{B_{2i}(|p^\mu x|_0)}{p^{2i\mu+\mu}}+\cdots\right]}\\&=\left(2\pi e^{C-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2i}}\right)^{-2B_{2i+1}(x)}\frac{G_{2i}(1-x)}{G_{2i}(x)},\end{aligned}\right.$$

etc., etc.

CHAPITRE IV.

Fonctions de M. Alexeiewsky.

15. En commençant ce travail, nous avons dit que les fonctions de MM. Alexeiewsky et Barnes résultent simplement d'une combinaison de la fonction $\Gamma(x)$ et de la fonction $G_1(x)$ de Kinkelin.

Pour le montrer, cherchons l'expression de cette transcendante sous forme d'un produit infini, et considérons la relation due à Weierstrass :

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = e^{-C(x-1)} \prod_{n=1}^{n=\infty} \left(1 + \frac{x-1}{n}\right) e^{-\frac{x-1}{n}},$$

d'où, par intégration,

$$G_1(x) = A_0 \frac{e^{\frac{x(x-1)}{2} - \frac{C(x^2-2x)}{2}}}{(2\pi)^{\frac{x}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{e^{\frac{x^2-2x}{2n}+x} n^x}{(n+x-1)^{n+x-1}},$$

puisque

$$\log G_1(x) = \int_0^x \log \Gamma(t)\, dt + \frac{x(x-1)}{2} - \frac{1}{2} x \log 2\pi.$$

On déterminera la constante A_0 par la condition que $G_1(x)$ est égal à l'unité pour $n = 0$, et l'on obtient

$$G_1(x) = \frac{e^{\frac{x(x-1)}{2}} e^{-C\frac{(x^2-2x)}{2}}}{(2\pi)^{\frac{x}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{e^{\frac{x^2-2x}{2n}+x} n^{x+n}}{(n+x-1)^{n+x-1}}. \tag{73}$$

En vertu des relations connues :

$$\lim \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \log n\right] = C,$$

$$1.2 \ldots n = e^{-n} n^n \sqrt{2\pi n},$$



C étant la constante d'Euler, on transforme aisément ce produit infini en celui-ci :

$$G_1(x) = \frac{1^1.2^2.3^3 \ldots n^n\, n^{\frac{x(x-1)}{2}+n(x-1)}}{x^x(x+1)^{x+1}\ldots(n+x-1)^{n+x-1}}\, x^{\frac{x(x-1)}{2}}.$$

C'est la formule trouvée par Kinkelin.

Par des transformations simples et au moyen des relations rappelées ci-dessus, on parvient, sans difficulté aucune, à mettre le produit (73) sous la forme

$$G_1(x) = \frac{e^{\frac{x(x-1)}{2}-\frac{C(x-1)^2}{2}}}{(2\pi)^{\frac{x-1}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{x-1}{n}\right)^{n+x-1} e^{-x+1-\frac{(x-1)^2}{2n}}}.$$

Si l'on change x en $x+1$,

$$G_1(x+1) = \frac{e^{\frac{x(x+1)}{2}-\frac{Cx^2}{2}}}{(2\pi)^{\frac{x}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+x} e^{-x-\frac{x^2}{2n}}},$$

ou

$$\frac{1}{G_1(x+1)} = \frac{(2\pi)^{\frac{x}{2}} e^{\frac{Cx^2}{2}}}{e^{\frac{x(x+1)}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \left(1+\frac{x}{n}\right)^{n+x} e^{-x-\frac{x^2}{2n}}.$$

Or,

$$[\Gamma(1+x)]^x = e^{-\frac{Cx^2}{2}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{x}{n}\right)^x e^{-\frac{x^2}{n}}};$$

donc

(74) $$\frac{[\Gamma(1+x)]^x}{G_1(1+x)} = \frac{(2\pi)^{\frac{x}{2}} e^{-\frac{Cx^2}{2}}}{e^{\frac{x(x+1)}{2}}} \prod_{n=1}^{n=\infty} \left(1+\frac{x}{n}\right)^n e^{x+\frac{x^2}{2n}}.$$

Cette fonction est celle de M. Alexeiewsky et, si nous la désignons par $\mathcal{G}(1+x)$, il viendra

$$\mathcal{G}(x+1) = \frac{[\Gamma(x+1)]^x}{G_1(1+x)},$$

ou

$$\mathcal{G}(x) = \frac{[\Gamma(x)]^{x-1}}{G_1(x)}.$$

Cette fonction $\mathcal{G}(x)$ se reproduit, multipliée par $\Gamma(x)$, quand l'argument augmente d'une unité.

16. Entre $G_1(1+x)$ et $G_1(1-x)$, on a, d'après (74), la relation

$$G_1(1+x)\,G_1(1-x)=\frac{1}{e^{-(C+1)x^2}}\left(\frac{\sin\pi x\,\Gamma^2(1+x)}{\pi x}\right)^x\frac{1}{S(x)},$$

$$S(x)=\prod_{n=1}^{n=\infty}\left(1-\frac{x^2}{n^2}\right)^n e^{\frac{x^2}{n}}.$$

17. *Généralisation des fonctions de M. Alexeiewsky.* — Avec le géomètre russe, nous désignerons par $\mathcal{G}_1(x)$ la fonction du premier ordre, qui satisfait à l'équation (*)

$$\log\mathcal{G}_1(x)=(x-1)\log\Gamma(x)-\int_0^x\log\Gamma(t)\,dt-\frac{x(x-1)}{2}+\frac{x}{2}\log 2\pi.$$

On a visiblement

$$\log\mathcal{G}_1(x)=(x-1)\log\Gamma(x)-\log G_1(x).$$

ou

$$\mathcal{G}_1(x)=\frac{[\Gamma(x)]^{x-1}}{G_1(x)},$$

ainsi que nous l'avons trouvé ci-dessus.

Généralement, soit l'équation

$$D_x^2\log\mathcal{G}_\lambda(x)=(x-1)\,D_x^2\log G_{\lambda-1}(x)-(\lambda-2)\,D_x\log G_{\lambda-1}(x)-\frac{1}{\lambda}D_x^2 B_{\lambda+1}(x),$$

$\mathcal{G}_\lambda(x)$ étant la fonction d'ordre λ.

Une double intégration donne

$$\log\mathcal{G}_\lambda(x)=(x-1)\log G_{\lambda-1}(x)-\lambda\int_0^x\log G_{\lambda-1}(t)\,dt-\frac{B_{\lambda+1}(x)}{\lambda}+ax,$$

sans constante, si nous nous imposons la condition que, pour $x=0$, on ait

$$\mathcal{G}_\lambda(0)=1.$$

Prenant maintenant

$$a=\frac{\lambda}{2}\log\varpi_{\lambda-1},$$

(*) *Communications de la Société mathématique de Kharkow*, t. I, année 1889.



et passant des logarithmes aux nombres, on a, en vertu de la relation (9),

$$\mathcal{G}_\lambda(x) = \frac{[G_{\lambda-1}(x)]^{x-1}}{G_\lambda(x)}.$$

Or,

$$\mathcal{G}_\lambda(x+1) = \frac{x^{x^\lambda}[G_{\lambda-1}(x)]^x}{G_\lambda(x+1)},$$

ou

$$\mathcal{G}_\lambda(x+1) = \frac{[G_{\lambda-1}(x)]^x}{G_\lambda(x)};$$

donc

$$\mathcal{G}_\lambda(x+1) = G_{\lambda-1}(x)\,\mathcal{G}_\lambda(x).$$

La fonction $\mathcal{G}_\lambda(x)$ possède ainsi la propriété de se reproduire multipliée par la fonction de Kinkelin d'ordre $\lambda - 1$, quand l'argument augmente d'une unité.

18. Ainsi que nous l'avons dit au début de ce Mémoire, M. Alexeiewsky a trouvé pour $\log \mathcal{G}_1(x)$ un développement analogue à celui de Stirling pour $\log \Gamma(x)$. Avec nos notations, nous pouvons l'écrire

$$\log \mathcal{G}_1(1+x) = \frac{1}{2}\log \varpi_1 + \frac{x}{2}\log 2\pi + \left(\frac{x^2}{12} - \frac{1}{12}\right)\log x - \frac{3}{4}x^2 - \frac{B_3}{2.4}\frac{1}{x^2} + \frac{B_5}{4.6}\frac{1}{x^4} - \cdots$$
$$+ (-1)^n \theta \frac{B_{2n+1}}{2n(2n+1)}\frac{1}{x^{2n}}.$$

Ce développement est une conséquence de la série de Stirling et de celle que nous avons trouvée pour $\log G_1(x)$.

19. Nous terminerons ce travail par la remarque suivante : Dans son traité des fonctions sphériques (*), Heine a généralisé la fonction eulérienne de première espèce par un procédé analogue à celui dont il s'est servi pour la généralisation des séries de Gauss.

(*) Heine, *Handbuch der Kugelfunktionen*, Bd I, S. 109.

Ces fonctions de l'illustre géomètre jouent, par rapport aux fonctions elliptiques, le même rôle que les fonctions gamma relativement aux fonctions trigonométriques. Dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris* (*), M. Appell a considéré de nouvelles transcendantes qui se rattachent à celles de Heine. On peut en imaginer d'autres qui sont aux fonctions de Heine ce que les transcendantes $\mathcal{G}_1(x)$ sont par rapport à $\Gamma(x)$. L'étude de ces transcendantes fera l'objet d'un prochain travail.

Liége, le 30 mai 1901 et le 25 janvier 1902.

(*) APPELL, *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. LXXXIX.

TABLE DES MATIÈRES




UNIVERSITY OF CHICAGO
095 929 477